01 Considere dois polinômios reais p e q. A ideia aqui é discutir o limite

$$\lim_{x\to a} \frac{p(x)}{q(x)}$$

Faça considerações sobre o número real a e a sua relação com os polinômios p e q, de modo a distinguir os casos em que o limite acima ...

(a) ... é igual a $+\infty$

(b) ... é igual a $-\infty$

(c) ... é igual a um número real distinto de ZERO

(d) ... é igual a ZERO

(e) ... não existe de forma alguma (nem como os itens (a) e (b))

02 Aqui consideramos o cálculo de limites de funções quando $x \to +\infty$. Sejam f e g funções reais **e distintas** satisfazendo o seguinte: quando x tende a $+\infty$, o quociente $f(x)/g(x)$ tende a 1.

(a) Dê exemplos de funções f e g satisfazendo isso. Verifique com detalhes que de fato esse é o caso nas duas situações seguintes:

- Sendo o limite de f finito
- Sendo o limite de f infinito

(b) Se tivermos $\lim f(x) = 1$, é possível que g tenha um limite diferente de 1? Justifique.

(c) Construa um exemplo da situação do enunciado em que ambas as funções tenham ZERO como limite quando x tende a $+\infty$.

03 Determine

$$\lim_{x\to+\infty} \sqrt{x+5} - \sqrt{x}$$

04 Na questão anterior, troque o "5" por um expressão $g(x)$ envolvendo x sem mudar o valor do limite. Faça isso de modo, ainda, que tenhamos

$$\lim_{x\to+\infty} g(x) = +\infty$$

05 Um fato verdadeiro (vc não precisa verificar) é que nenhum número real x satisfaz:

$$5 \;=\; 2x^4 - 3x^3 \;-\; 7x \;+\; 19$$

Mas CERTAMENTE existe um número real satisfazendo

$$5 \;=\; 2x^5 - 3x^3 \;-\; 7x \;+\; 19$$

Justifique.

06 Construa um exemplo de uma função $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ satisfazendo:

- f é contínua em todos os reais nao inteiros
- f é descontínua em todos os inteiros
- f é crescente (estritamente crescente)
- As sequências $y_n = f(n)$ e $z_n = f(-n)$ satisfazem:

$$\lim_{n\to+\infty} y_n = 1 \qquad\qquad \lim_{n\to+\infty} z_n = -1$$