Universidade Federal do Maranhão
Departamento de Matemática / CCET
Cálculo I DEMA0339 / 2024.1
Prof. Ermerson Araujo

1ª AVALIAÇÃO – 21/05/2024
SOLUÇÃO

Questão 1 (2 PONTOS) Considere a função h definida como $h(x) = (5x^2 + 1)^3$. Expresse essa função na forma $f \circ g$.
Solução: Existem algumas formas de resolver esse exercício, por exemplo:

- Tome $g(x) = 5x^2 + 1$ e $f(x) = x^3$;
- Tome $g(x) = 5x^2$ e $f(x) = (x + 1)^3$;
- Tome $g(x) = x^2$ e $f(x) = (5x + 1)^3$.

Questão 1 (2 PONTOS) Considere a função h definida como $h(x) = (e^x + 2)^5$. Expresse essa função na forma $f \circ g$.
Solução: Existem algumas formas de resolver esse exercício, por exemplo:

- Tome $g(x) = e^x + 2$ e $f(x) = x^5$;
- Tome $g(x) = e^x$ e $f(x) = (x + 2)^5$.

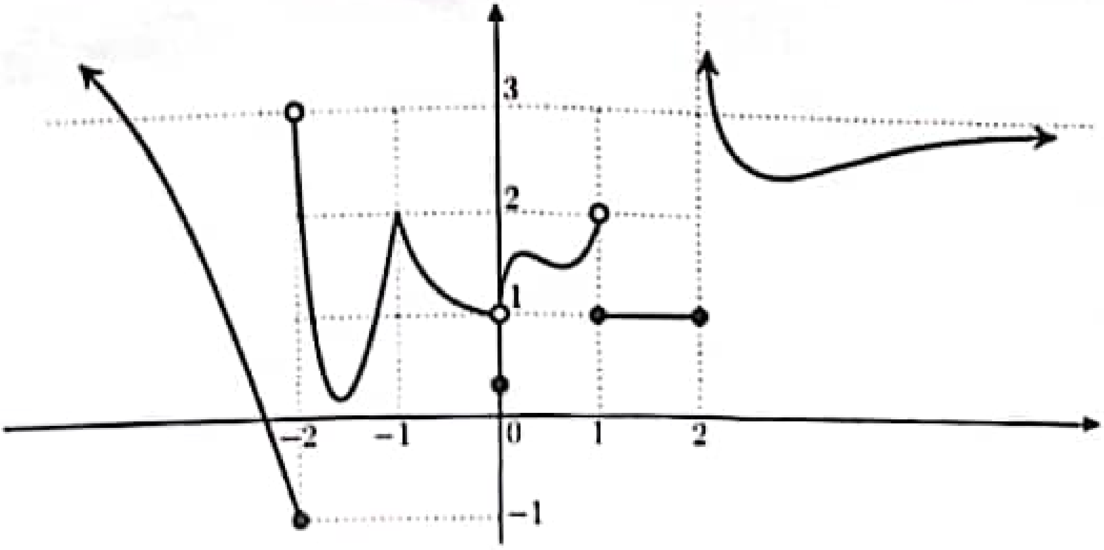
Questão 1 (2 PONTOS) Considere a função h definida como $h(x) = \tan(x^2 + 1)$. Expresse essa função na forma $f \circ g$.
Solução: Existem algumas formas de resolver esse exercício, por exemplo:

- Tome $g(x) = x^2 + 1$ e $f(x) = \tan(x)$;
- Tome $g(x) = x^2$ e $f(x) = \tan(x + 1)$.

Questão 1 (2 PONTOS) Considere a função h definida como $h(x) = \cos(3x^2 + 1)$. Expresse essa função na forma $f \circ g$.
Solução: Existem algumas formas de resolver esse exercício, por exemplo:

- Tome $g(x) = 3x^2 + 1$ e $f(x) = \cos(x)$;
- Tome $g(x) = 3x^2$ e $f(x) = \cos(x + 1)$;
- Tome $g(x) = x^2$ e $f(x) = \cos(3x + 1)$.

Questão 2 (5 PONTOS) Considere a função f cujo gráfico é exibido abaixo. Em cada um dos "pontos" $\{-\infty, -2, -1, 0, 1, 2, +\infty\}$, indique o que você acredita ser o resultado quanto a existência de limites (o limite global e os limites laterais). Faça isso de modo organizado, ou seja, separando a análise de cada "ponto". Sinta-se a vontade para escrever em linguagem natural ou notação matemática, mas seja o mais detalhista possível.



Solução: Vamos dividir a análise em cada ponto:

- Análise no $-\infty$: $\lim_{x\to-\infty} f(x) = +\infty$;
- Análise em $p = -2$: Note que $\lim_{x\to-2^-} f(x) = -1$ e $\lim_{x\to-2^+} f(x) = 3$, portanto $\lim_{x\to-2} f(x)$ não existe;
- Análise em $p = -1$: Note que $\lim_{x\to-1^-} f(x) = 2$ e $\lim_{x\to-1^+} f(x) = 2$, portanto $\lim_{x\to-1} f(x) = 2$;
- Análise em $p = 0$: Note que $\lim_{x\to0^-} f(x) = 1$ e $\lim_{x\to0^+} f(x) = 1$, portanto $\lim_{x\to0} f(x) = 1$;
- Análise em $p = 1$: Note que $\lim_{x\to1^-} f(x) = 2$ e $\lim_{x\to1^+} f(x) = 1$, portanto $\lim_{x\to1} f(x)$ não existe;
- Análise em $p = 2$: Note que $\lim_{x\to2^-} f(x) = 1$ e $\lim_{x\to2^+} f(x) = +\infty$, portanto $\lim_{x\to2} f(x)$ não existe;
- Análise no $+\infty$: $\lim_{x\to+\infty} f(x) = 3$

Questão 3 (3 PONTOS) Considere a função f cujo gráfico é mostrado no exercício anterior. Em cada intervalo abaixo, diga se f é contínua ou não. Justifique detalhadamente sua resposta.

(a) $(-2, 0]$ **(b)** $[1, 2]$ **(c)** $(-1, 1)$

Solução:

(a) É claro que f é contínua em $(-2, 0)$. Resta analisar a continuidade no ponto $p = 0$. Ora, $\lim_{x\to0^-} f(x) = 1 \neq f(0)$. Portanto, f não é contínua em $(-2, 0]$;

(b) É claro que f é contínua em $(1, 2)$. Resta analisar a continuidade nos pontos $p = 1$ e $p = 2$. Ora, $\lim_{x\to1^+} f(x) = 1 = f(1)$ e $\lim_{x\to2^-} f(x) = 1 = f(2)$. Portanto, f é contínua em $[1, 2]$;

(c) Note que $0 \in (-1, 1)$ e $\lim_{x\to0} f(x) = 1 \neq f(0)$. Portanto, f não é contínua em $(-1, 1)$;

Questão 4 (3 PONTOS) Encontre a derivada das funções abaixo.

(a) $f(x) = e^{2x^3} - 5x$ **(b)** $g(w) = \cos(\ln(w))$

Solução:

(a) $\dfrac{df}{dx} = \dfrac{d}{dx}(e^{2x^3} - 5x) = \dfrac{d}{dx}(e^{2x^3}) - \dfrac{d}{dx}(5x) = e^{2x^3}\dfrac{d}{dx}(2x^3) - 5 = 6x^2e^{2x^3} - 5$

(b) $\dfrac{dg}{dw} = \dfrac{d}{dw}(\cos(\ln(w))) = -\text{sen}(\ln(w))\dfrac{d}{dw}(\ln(w)) = -\text{sen}(\ln(w))\dfrac{1}{w} = -\dfrac{\text{sen}(\ln(w))}{w}$.

Questão 4 (3 PONTOS) Encontre a derivada das funções abaixo.

(a) $f(x) = \ln(2x^3) + 8x$ **(b)** $g(w) = \text{sen}(5w - 3w^2)$

Solução:

(a) $\dfrac{df}{dx} = \dfrac{d}{dx}(\ln(2x^3) + 8x) = \dfrac{d}{dx}(\ln(2x^3)) + \dfrac{d}{dx}(8x) = \dfrac{1}{2x^3}\dfrac{d}{dx}(2x^3) + 8 = \dfrac{6x^2}{2x^3} + 8 = \dfrac{3}{x} + 8$.

(b) $\dfrac{dg}{dw} = \dfrac{d}{dw}(\text{sen}(5w - 3w^2)) = \cos(5w - 3w^2)\dfrac{d}{dw}(5w - 3w^2) = (5 - 6w)\cos(5w - 3w^2)$.

Questão 4 (3 PONTOS) Encontre a derivada das funções abaixo.

(a) $f(x) = \ln(x^5) - x^3$ **(b)** $g(w) = \cos(w + 5w^2)$

Solução:

(a) $\dfrac{df}{dx} = \dfrac{d}{dx}(\ln(x^5) - x^3) = \dfrac{d}{dx}(\ln(x^5)) - \dfrac{d}{dx}(x^3) = \dfrac{1}{x^5}\dfrac{d}{dx}(x^5) - 3x^2 = \dfrac{5x^4}{x^5} + 8 = \dfrac{5}{x} - 3x^2$.

(b) $\dfrac{dg}{dw} = \dfrac{d}{dw}(\cos(w + 5w^2)) = -\text{sen}(w + 5w^2)\dfrac{d}{dw}(w + 5w^2) = -(1 + 10w)\,\text{sen}(w + 5w^2)$.

Questão 4 (3 PONTOS) Encontre a derivada das funções abaixo.

(a) $f(x) = e^{3x^2} + x^5$ **(b)** $g(w) = \text{sen}(2w - w^4)$

Solução:

(a) $\dfrac{df}{dx} = \dfrac{d}{dx}(e^{3x^2} + x^5) = \dfrac{d}{dx}(e^{3x^2}) + \dfrac{d}{dx}(x^5) = e^{3x^2}\dfrac{d}{dx}(3x^2) + 5x^4 = 6xe^{3x^2} + 5x^4$.

(b) $\dfrac{dg}{dw} = \dfrac{d}{dw}(\text{sen}(2w - w^4)) = \cos(2w - w^4)\dfrac{d}{dw}(2w - w^4) = (2 - 4w^3)\cos(2w - w^4)$.

Red bull não te dá asas, mas o conhecimento sim. Estude!