UNIVERSIDADE FEDERAL DO MARANHÃO Centro de Ciências Exatas e Tecnologia		Departamento de Informática - DEINF Internet: www.deinf.ufma.br	3a AVALIAÇÃO
			P 7,5
Disciplina: Teoria da Computação		Curso: CIÊNCIA DA COMPUTAÇÃO	T
Código 5607.5	Carga Horária: 60 horas	Créditos: 4.0.0	MEDIA
Professor: Luciano Reis Coutinho		Email: lrc@deinf.ufma.br	7,5

Terceira Avaliação: Prova Escrita **Data:** 05 **janeiro de 2015.**

Aluno : Dayson Nascimento **Código:** ____________

INSTRUÇÕES

- A prova deve ser realizada individualmente e sem consulta a livros, anotações, etc.
- A interpretação das questões faz parte da avaliação. Caso ache um enunciado ambíguo ou impreciso escreva na folha de resposta sua interpretação e a correspondente resposta.
- Todas as questões – sem exceção – devem ser respondidas na folha de respostas (papel almaço) que foi entregue junto com esta folha de enunciado. Use obrigatoriamente caneta para escrever as respostas. Respostas que não se encontram na folha de respostas não serão consideradas na correção.
- O tempo total de prova é de 100 min.

QUESTÕES

1. **(2,0 pontos) Funções recursivas de Kleene.** As funções recursivas de KLEENE são funções parciais definidas a partir de três funções básicas – a *função constante zero* $\mathbf{Z}(x)=0$, a *função sucessor* $\mathbf{S}(x)=x+1$ e as *funções de projeção* $\mathbf{U}^n{}_i(x_1,\ldots,x_n)=x_i$ (uma para cada **n**, **i** $\in \mathbb{N}$) – utilizando os esquemas de *composição*, *recursão primitiva* e *minimização* de funções. Por exemplo, a função *soma*(x,y) pode ser obtida a partir da seguinte sequência:

   1) $\mathbf{S}(x)=x+1$ – função básica *sucessor*
   2) $\mathbf{U}^3{}_3(x,y,z)=z$ – função básica *projeçao* n=3 e i=3
   3) $g_s(x,y,z)=\mathbf{S}(\mathbf{U}^3{}_3(x,y,z))$ – *composição* de 1) com 2)
   4) $\mathbf{U}^1{}_1(x)=x$ – função básica *projeção* n=1 e i=1
   5) $soma(x,\ \ 0)=\mathbf{U}^1{}_1(x)$
   $soma(x,y+1)=g_s(x,y,soma(x,y))$ – *recursão primitiva* usando 4) e 3) no papel de f(x) e g(x), resp.

   Um outro exemplo é a definição da função *mult*(x,y):

   6) $\mathbf{Z}(x)=0$ – função básica *zero*
   7) $\mathbf{U}^3{}_1(x,y,z)=x$ – função básica *projeçao* n=3 e i=1
   8) $g_m(x,y,z)=soma(\mathbf{U}^3{}_1(x,y,z),\ \mathbf{U}^3{}_3(x,y,z))$ – *composição* de 5) com 7) e com 2)
   9) $mult(x,\ \ 0)=\mathbf{Z}(x)$ (6)
   $mult(x,y+1)=g_m(x,y,mult(x,y))$ (8) – *recursão primitiva* usando 8) e 6) no papel de f(x) e g(x), resp.

   Dando continuidade, **MOSTRE** passo a passo como as funções fatorial *fat*(x)=x! e exponenciação *exp*(x,y)=x^y podem ser definidas como funções recursivas de KLEENE.

2. **(1,5 pontos)** Usando as definições recursivas das funções *soma*(x,y) e *mult*(x,y) dadas na questão anterior, mostre passo a passo como é calculado o valor *mult*(5,3).

3. **(1,5 pontos) Linguagem lambda**. Seja V um conjunto infinito de variáveis. A linguagem de termos lambda é o menor conjunto Λ definido indutivamente como segue: i) **x** ∈ Λ , onde x é uma variável em V; ii) **(λx.M)**, onde x é uma variável em V e M ∈ Λ; e iii) **(M N)**, onde M, N ∈ Λ. Conforme discutido em sala de aula, termos lambda podem ser escritos omitido-se parênteses desde que algumas conveções sejam observadas. Para os termos lambda abaixo, reescreva-os tornando explícitos os parênteses que foram omitidos usando as conveções de notação discutidas em sala de aula.
   a) x x (x x x) x (((x x) y) x)   b) ((w (λxyz.x z (y z)) u) v) ((((ω (λx.(λy.(λz.((x z)(y z))))))u) v)

4. **(2,0 pontos)** No cálculo lambda, qualquer termo da forma (λx.M) N pode ser reescrito (reduzido, contraído) ao termo resultante da substituição de x por N dentro do termo M, ou seja,

$$(\lambda x.M)\ N \ \ \rhd_\beta \ \ M\,[x \leftarrow N]$$

Esta reescrita é conhecida como regra de redução β, ou β-redução. Aplicando a regra de β-redução (renomeado variáveis quando necessário) reduza os termos abaixo, passo a passo, a um termo mínimo (forma normal β):

   a) (λxy.x) (λu.u)   b) (λxy.y x) (u v) z w