

- Cada questão consiste de enunciado e requisitos que a resposta deve satisfazer. Respostas dadas que não atendam aos requisitos poderão em última instância ser desconsideradas durante a correção da prova. Tenha em mente os requisitos ao dar as respostas.
- A interpretação das questões faz parte da avaliação. Caso ache um enunciado ambíguo ou impreciso escreva na folha de resposta sua interpretação e a correspondente resposta. Todas as questões devem ser interpretadas tendo em vista que foi discutido nas aulas de Matemática Discreta e Lógica.
- O tempo total de prova é de 100 min. Tem início às 14h00 e término às 15h40.

QUESTÕES

Nas questões de marcar abaixo, assinale V para VERDADEIRO, e F para FALSO, em cada uma das letras da questão. Tenha cuidado: cada resposta errada irá anular uma resposta certa! Assim, caso não tenha certeza sobre uma afirmação assinale NR para Não Respondido.

- (1,0 pontos) Determine se cada um dos pares de conjuntos a seguir são iguais ou não.
 - (a) $\{1, 3, 7\}$ e $\{7, 3, 1\}$
 - (b) $\{2, 4, 6, 8, 0\}$ e $\{x \in \mathbb{N} \mid x \bmod 2 = 0 \text{ e } x < 10\}$
 - (c) $\{\{1\}, 1\}$ e $\{1, \{1\}\}$
 - (d) \emptyset e $\{\emptyset\}$

modulo resto de uma divisão
- (1,0 ponto) Determine a cardinalidade de cada um dos conjuntos abaixo. Em cada caso, isole os elementos escrevendo (caso haja) qual é o primeiro elemento, qual o segundo, e assim por diante.
 - a. $S = \{a, \{a, \{a\}\}\}$
 - b. $S = \{\{a\}, \{\{a\}\}\}$
 - c. $S = \{\emptyset\}$
 - d. $S = \{a, \{\emptyset\}, \emptyset\}$
 - e. $S = \{\emptyset, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\}$
- (1,0 ponto) Escreva o conjunto potência $\wp(S)$ para $S = \{\emptyset, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\}$.
- (1,0 ponto) *b contém todos os subconjuntos de um conjunto*

Sejam

$$A = \{\emptyset, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\} \quad B = \emptyset \quad C = \{\emptyset\} \quad D = \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$$

Quais afirmações a seguir são verdadeiras?

- a. $C \subseteq A$ V
- F b. $C \in A$ $\{\emptyset\} \neq \emptyset$
- c. $B \in A$ V
- d. $B \subseteq A$ V
- V e. $B \in C$ $\rightarrow B = \emptyset$ como está listado no conjunto, pertence
- f. $C = B$ F $C = \{\emptyset\}$
- g. $C \subseteq D$ V
- h. $C \notin \emptyset$ F
- F i. $D \subseteq A$ *no conjunto d está contido um a (d ∈ a) se todos os elementos de d também são elementos de a*
 \emptyset não foi listado explicitamente em D

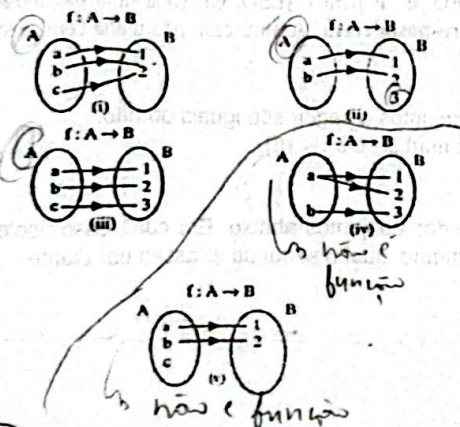
5. (1,0 ponto) Sejam A, B e C conjuntos quaisquer. Assinale verdadeiro ou falso:

- a. $A \cup A = A$
 b. $B \cap B = B$
 c. $(A \cap B)' = A' \cap B'$
 d. $(A)' = A$
 e. $A - B = (B - A)'$
 f. $(A - B) \cap (B - A) = \emptyset$

6. (1,0 ponto) Defina a diferença simétrica entre conjuntos A e B (em símbolos $A \Delta B$), como sendo o conjunto $A \Delta B = (A - B) \cup (B - A)$.

- a) Determine $\{1,3,5\} \Delta \{1,2,3\} = ?$
 b) Ilustre por meio de um diagrama de Venn $A \Delta B$.
 c) É possível afirmar que $A \Delta B = (A \cup B) - (A \cap B)$? Justifique.

7. (1,0 ponto) Considerando cada um das relações mostradas na figura abaixo, responda (respostas sem justificativas não serão consideradas na correção):



- a) Quais representam funções? Justifique.
 b) Quais representam funções injetoras? Justifique.
 c) Quais representam funções sobrejetoras? Justifique.
 d) Quais representam funções bijetoras? Justifique.

8. (1,0 ponto) Sejam a e b números reais tais que $a < b$. Use as funções piso e/ou teto para expressar o número de inteiros x que satisfazem a inequação $a \leq x \leq b$. Ou seja, quantos elementos há no conjunto $\{x \in \mathbb{Z} \mid a \leq x \leq b\}$, em termos de a e b, e das funções piso e teto? Explique por que a solução apresentada funciona. Resposta sem justificativa não será considerada na correção.

9. (1,0 ponto) Para cada uma das relações de recorrência abaixo, encontre os quatro primeiros termos, passo a passo.

- a) $a_n = 6a_{n-1}, a_0 = 2$
 b) $a_n = a_{n-1}^2, a_1 = 2$
 c) $a_n = a_{n-1} + 3a_{n-2}, a_0 = 1, a_1 = 2$
 d) $a_n = na_{n-1} + n^2 a_{n-2}, a_0 = 1, a_1 = 1$

10. (1,0 ponto) Determine, passo a passo, o valor dos seguintes somatórios. Respostas com apenas o valor final não serão consideradas na correção.

- a) $\sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^3 (i+j)$
 b) $\sum_{i=0}^2 \sum_{j=0}^3 (2i+3j)$
 c) $\sum_{i=1}^3 \sum_{j=0}^2 i$
 d) $\sum_{i=0}^2 \sum_{j=1}^3 ij$

11. (1,0 ponto) Para cada letra abaixo, apresente dois conjuntos A e B ambos não contáveis (incontáveis) tais que $A - B$ seja:

- (a) Não contável;
 (b) Finito;
 (c) Infinito contável.

Boa Sorte!