W

UNIVERSIDADE FEDERAL DO MARANHÃO Centro de Ciências Exatas e Tecnologia		Departamento de Informática - DEINF Internet: www.deinf.ufma.br		3a AVALIAÇÃO	
				P	
Disciplina: Matemática Discreta e Lógica		Curso: CIÊNCIA DA COMPUTAÇÃO		T	
Código 5595.8	Carga Horária: 60 horas		Créditos: 4.0.0	MEDIA	
Professor: Luciano Reis Coutinho		Email: luciano.rc@ufma.br			

Terceira Avaliação: Prova Escrita **Data: 16 de julho de 2024.**

Aluno : ______________________________ **Código:** ______________

INSTRUÇÕES

- Cada questão consiste de enunciado e requisitos. Dentre os requisitos, encontra-se apresentar a devida justificativa para cada resposta apresentada. Respostas não atendendo aos requisitos podem em última instância ser desconsideradas durante a correção.
- A interpretação das questões faz parte da avaliação. Caso ache um enunciado ambíguo ou impreciso escreva na folha de resposta sua interpretação e correspondente resposta. Todas as questões devem ser interpretadas tendo em vista que foi discutido nas aulas de Matemática Discreta e Lógica.
- O tempo total de prova é de 100 min. Tem **início** às 14h00 e **término** às 15h40.

QUESTÕES

1. (2,0 pontos) (Soma telescópica) Utilizando o **princípio de indução matemática**, mostre que se $a_1, a_2, \ldots a_n$ são números reais então

$$\sum_{i=1}^{n}(a_i - a_{i+1}) = a_1 - a_{n+1}$$

para todo n ≥ 1. **Lembrete**: primeiro, prove a proposição para $n = 1$ (passo base); em seguida, prove que se a proposição é verdadeira para um valor $n = k$ arbitrário, então ela também é verdadeira para $n = k + 1$ (passo de indução).

2. Definam-se recursivamente conjuntos S_n e T_n da seguinte forma: Quando n=1, $S_1=T_1=\{1\}$; para n>1 $S_n = \{ 3^{n-2} + x \mid x \in T_{n-1} \}$, $T_n = S_n \cup T_{n-1}$.
a) (1,0 ponto) Calcule passo a passo quais são os elementos de S_4 e T_4.
b) (1,0 ponto) Mostre por **indução estrutural** que $|T_n| = 2^{n-1}$.

3. Suponha que uma senha para um sistema computacional deva ter pelo menos 8, mas não mais que 12 caracteres, em que cada caractere é uma letra minúscula, uma letra maiúscula, um dígito ou um dos seis caracteres especiais *, >, <, !, + e =. Responda as letras abaixo tendo por base os **princípios de contagem** discutidos em sala de aula (ou seja, explique explicitamente como os princípios de contagem são usados para justificar cada resposta).
a) (1,0 ponto) Quantas senhas diferentes estão disponíveis para esse sistema?
b) (1,0 ponto) Quantas dessas senhas contêm, pelo menos, uma ocorrência de, pelo menos, um dos seis caracteres especiais?
c) (1,0 ponto) Se demora um nanossegundo (10^{-9} seg.) para um hacker gerar e testar uma senha, quanto tempo demoraria para o hacker gerar e testar todas as senhas possíveis.

4. (1,0 ponto) Um conectivo lógico binário (como E, OU) pode ser definido fornecendo sua tabela-verdade. **Pergunta-se**: Quantos conectivos lógicos binários diferentes podem ser definidos? **Dito de outra forma**: quantas tabelas verdades existem com três colunas, onde a primeira e a segunda colunas representam variáveis proposicionais e a terceira coluna um conectivo binário operando sobre as duas primeiras colunas? Justifique sua resposta apontando que **princípios de contagem** discutidos em sala de aula foram utilizados na resolução do problema.

5. (1,0 ponto) Em um grupo de 25 pessoas podemos afirmar que existem pelo menos 3 que nasceram no mesmo mês? Se sim, como podemos justificar tal afirmação usando explicitamente o **princípio da casa de pombo?**

6. (1,5 ponto) Seja R a relação binária sobre o conjunto de pares ordenados de números naturais tais que ((a,b), (c,d)) ∈R se e somente se a+d=b+c. Mostre que R é uma **relação de equivalência**, ou seja, que é ao mesmo tempo reflexiva, simétrica e transitiva.

Boa Sorte!