

## INSTRUÇÕES

- Cada questão consiste de enunciado e requisitos que a resposta deve satisfazer. Respostas dadas que não atendam aos requisitos podem em última instância ser desconsideradas durante a correção da prova. Tenha em mente os requisitos ao dar as respostas.
- A interpretação das questões faz parte da avaliação. Caso ache um enunciado ambíguo ou impreciso escreva na folha de resposta sua interpretação e a correspondente resposta. Todas as questões devem ser interpretadas tendo em vista que foi discutido nas aulas de Matemática Discreta e Lógica.
- O tempo total de prova é de 100 min. Tem início às 14h00 e término às 15h40.

## QUESTÕES

1. (1,0 ponto) No contexto da Lógica Proposicional, quais das seguintes sentenças são proposições? Conforme o caso, determine qual o valor verdade (verdadeiro ou falso, para proposições; indeterminada, para não proposições).

Se faz sol  
então não  
chove

- (a) Faça o programa conforme especificado. ~ indeterminada  
(b) Não chove quando faz sol. ~ falso  
(c)  $x + y = z$  é uma sentença aberta. ~ verdadeira  
(d) Quando será a prova? ~ indeterminada

C	S	$\neg C$	$S \rightarrow \neg C$
V	V	F	F
V	F	V	V
F	V	V	V
F	F	V	V

2. (1,5 ponto) No contexto da Lógica Proposicional, e com o uso de letras para denotar as proposições atômicas, traduza as seguintes sentenças compostas para notação simbólica (identifique claramente as proposições atômicas, respostas sem definição das proposições atômicas não serão consideradas):

Se o raciocínio  
humano...  
então é dedutivo

- (a) Café ou chá são necessários para me esperar.  $K - \text{café}$   
 $C - \text{chá}$   
 $D - \text{espera}$   
 $D \rightarrow (K \vee C)$

- (b) Rato gosta de queijo, mas a lua não é feita de queijo  $R \wedge \neg L$

- (c) O raciocínio humano é dedutivo quando é de natureza prática.  $P \rightarrow D$

- (d) Você estudou ou não teria resolvido o problema.  $E \vee \neg P$

- (e) A garantia é válida apenas se o aparelho foi comprado em menos de 90 dias e usado corretamente.  $V \rightarrow A \wedge U$

- (f) Para entender matemática não é necessário estudar lógica se você for gênio.  $G \rightarrow \neg (m \rightarrow L) ?$

$C \rightarrow q \rightarrow p$   
 $CP \rightarrow \neg q \rightarrow \neg p$   
 $I \rightarrow \neg p \rightarrow \neg q$

3. (1,0 ponto) Determine a oposta (conversa), a contrapositiva e a inversa das proposições a seguir (expresse cada resposta como uma frase em Português):

- (a) "Se chover esta noite, não irei à escola."

- (b) "Você ganha um doce somente se se comportar."

$C - \text{Se se comportar, você ganha um doce}$

$CP - \text{Se não se comportar, não ganha um doce}$

$I - \text{Você não ganha doce se não se comportar}$



A	B	A ∧ B	B ∨ A	A ∧ B → B ∨ A
V	V	V	V	V
V	F	F	V	V
F	V	F	V	V
F	F	F	F	V

4. (1,0 ponto) Escreva a tabela verdade para a seguinte fórmula:  $A \wedge B \rightarrow B \vee \neg A$ .  
(Adote as convenções de precedência dos operadores lógicos discutida em aula.)

1.  $\neg p \rightarrow (q \rightarrow r)$   
2.  $\neg p \vee (q \vee r)$  cond

3.  $p \vee (q \vee r)$  cond  
5. (1,0 ponto) Mostre que  $\neg p \rightarrow (q \rightarrow r)$  e  $q \rightarrow (p \vee r)$  são logicamente equivalentes usando as regras de equivalência proposicional. Na resposta indique claramente qual regra está utilizando em cada passo. Sem essa indicação, a resposta não será considerada na correção.

4.  $\neg q \vee (r \vee p)$  cond  
5.  $\neg q \vee (r \vee p)$  cond

6.  $q \rightarrow (r \vee p)$  cond

7.  $q \rightarrow (p \vee r)$  cond

I - domínio

$I(x) \rightarrow x \text{ é ímpar}$   
 $L(x) \rightarrow x < 10$   
 $G(x) \rightarrow x > 9$

6. (1,0 ponto) No contexto da Lógica de Predicados, Qual o valor verdade de cada uma das fórmulas abaixo considerando que o domínio de discurso são números inteiros,  $I(x)$  é "x é ímpar",  $L(x)$  é "x < 10" e  $G(x)$  é "x > 9". Justifique sua resposta apontando exemplos ou contra-exemplos. Sem justificativas, respostas não serão consideradas na correção.

- (a)  $\exists y \neg I(y)$  V (b)  $\forall x [L(x) \rightarrow I(x)]$  F (c)  $\exists x \exists y [L(x) \wedge G(y)]$  V  
(d)  $\forall x [L(x) \rightarrow \exists y (I(y) \wedge G(y))]$  V (e)  $\forall y [L(y) \vee G(y)]$  F

7. (1,5 ponto) Usando os símbolos predicados mostrados e os quantificadores apropriados, escreva as sentenças abaixo como fórmulas predicativas. (O domínio é todo o mundo.)

$E(x)$ : x é um romance de espionagem

$L(x)$ : x é longo

$P(x)$ : x é um romance policial

$M(x, y)$ : x é melhor do que y

- a. Nem todos os romances de espionagem são longos.  $\neg \forall x (E(x) \wedge L(x))$   
 $(\exists x) \neg (E(x) \wedge L(x))$

- b. Todo romance policial é de espionagem.  $\forall x (P(x) \rightarrow E(x))$

- c. Há romances policiais longos.  $\exists x (P(x) \wedge L(x))$

- d. Alguns romances de espionagem são melhores que todos os romances policiais.

$\exists x \{ E(x) \rightarrow \forall y [P(y) \rightarrow M(x, y)] \}$

- e. Romances policiais são melhores do que romances de espionagem.  $\forall x \forall y [P(x) \wedge E(y) \rightarrow M(x, y)]$

- f. Quando um romance policiais é longo, ele não é melhor do que alguns de espionagem.

$\exists x [(P(x) \wedge L(x)) \rightarrow \exists y (E(y) \rightarrow \neg M(x, y))]$

8. Usando a linguagem e as regras de inferência do cálculo proposicional: (a) (1,0 Ponto) formalize o argumento abaixo usando as letras proposicionais indicadas, indicando claramente que fórmulas são premissas, que fórmula é a conclusão; (b) (1,0 ponto) prove que o argumento é válido, indicando claramente que regras de inferência são utilizadas em cada passo da demonstração. Sem indicações explícitas, a resposta não será considerada na correção.

Argumento: A Lua é feita de queijo somente se rato gosta de queijo ou a Terra é plana. Rato não gosta de queijo ou a Lua não é feita de queijo. Para eu cair da Terra é necessário que ela não seja plana. Logo, a Lua sendo de queijo implica que eu não vou cair da Terra.

Letras Proposicionais: L, R, P, C.

L - lua é feita de queijo

R - rato gosta de queijo

P - terra é plana

C - cair da terra

a)  $(L \rightarrow R \vee P) \wedge (\neg R \vee \neg L) \wedge (C \rightarrow \neg P) \rightarrow (L \rightarrow \neg C)$

1.  $L \rightarrow (R \vee P)$   
2.  $\neg R \vee \neg L$   
3.  $C \rightarrow \neg P$   
4.  $[L]$  Suposição  
5.  $\neg R$  d. s.d.  
6.  $R \vee P$  1. mp  
7.  $P$  6. sd  
8.  $\neg C$  3. mt  
9.  $L \rightarrow \neg C$  4. 8 int  $\rightarrow$

Boa Sorte!