UNIVERSIDADE FEDERAL DO MARANHÃO Centro de Ciências Exatas e Tecnologia		Departamento de Informática - DEINF Internet: www.deinf.ufma.br		3a AVALIAÇÃO
				P 7,5
Disciplina: Teoria da Computação		Curso: CIÊNCIA DA COMPUTAÇÃO		T
Código 5607.5	Carga Horária: 60 horas		Créditos: 4.0.0	MEDIA
Professor: Luciano Reis Coutinho		Email: lrc@deinf.ufma.br		7,5

Terceira Avaliação: Prova Escrita **Data: 24 agosto de 2016**

Aluno : Wellington Ferreira da Silva Júnior **Código:** ____________

INSTRUÇÕES

- A prova deve ser realizada individualmente e sem consulta a livros, anotações, etc.
- A interpretação das questões faz parte da avaliação. Caso ache um enunciado ambíguo ou impreciso escreva na folha de resposta sua interpretação e a correspondente resposta.
- Todas as questões – sem exceção – devem ser respondidas na folha de respostas (papel almaço) que foi entregue junto com esta folha de enunciado. Use obrigatoriamente caneta azul ou preta para escrever as respostas. Respostas que não se encontram na folha de respostas não serão consideradas na correção.
- O tempo total de prova é de 100 min.

QUESTÕES

1. **(2,0 pontos) Funções recursivas de Kleene.** As funções recursivas de KLEENE são funções parciais definidas a partir de três funções básicas – a *função constante zero* $\mathbf{Z}(x)=0$, a *função sucessor* $\mathbf{S}(x)=x+1$ e as *funções de projeção* $\mathbf{U}^n_i(x_1,\ldots,x_n)=x_i$ (uma para cada **n**, **i** $\in \mathbb{N}$) – utilizando os esquemas de *composição, recursão primitiva* e *minimização* de funções. Por exemplo, a função *soma*(x,y) pode ser obtida a partir da seguinte sequência:

1) $\mathbf{S}(x)=x+1$ – função básica *sucessor*
2) $\mathbf{U}^3_3(x,y,z)=z$ – função básica *projeção* n=3 e i=3
3) $g_s(x,y,z)=\mathbf{S}(\mathbf{U}^3_3(x,y,z))$ – *composição* de 1) com 2)
4) $\mathbf{U}^1_1(x)=x$ – função básica *projeção* n=1 e i=1
5) $soma(x,\ 0)=\mathbf{U}^1_1(x)$
$soma(x,y+1)=g_s(x,y,soma(x,y))$ – *recursão primitiva* usando 4) e 3) no papel de f(x) e g(x), resp.

Um outro exemplo é a definição da função *mult*(x,y):

6) $\mathbf{Z}(x)=0$ – função básica *zero*
7) $\mathbf{U}^3_1(x,y,z)=x$ – função básica *projeção* n=3 e i=1
8) $g_m(x,y,z)=soma(\mathbf{U}^3_1(x,y,z),\ \mathbf{U}^3_3(x,y,z))$ – *composição* de 5) com 7) e com 2)
9) $mult(x,\ 0)=\mathbf{Z}(x)$
$mult(x,y+1)=g_m(x,y,mult(x,y))$ – *recursão primitiva* usando 8) e 6) no papel de f(x) e g(x), resp.

Dando continuidade, **MOSTRE** passo a passo como as funções fatorial $fat(x)=x!$ e exponenciação $exp(x,y)=x^y$ podem ser definidas como funções recursivas de KLEENE.

2. **(1,0 ponto)** Usando as definições recursivas das funções *soma*(x,y) e *mult*(x,y) dadas na questão anterior, mostre passo a passo como é calculado o valor *mult*(3,2).

3. **(2,0 pontos)** Função de Ackermann. A função de Ackerman é um importante exemplo no estudo das funções recursivas. Afunção de Ackermann **ack**: $N^2 \rightarrow N$ é tal que:

$\mathbf{ack}(0,y) = y+1$
$\mathbf{ack}(1,0) = 2$
$\mathbf{ack}(x,0) = x+2$, para $x >= 2$
$\mathbf{ack}(x+1,\ y+1) = \mathbf{ack}(\mathbf{ack}(x\ ,\ y+1)\ ,\ y)$

a) A definição acima satisfaz a definição de função recursiva de KLEENE? Justifique sua resposta em no mínimo 5 linhas de texto.

b) Mostre passo a passo como são calculados os valores de **ack**(0,0) e **ack**(2,1).