

模式识别与机器学习 -- 实验2

本实验包含以下部分：

- softmax (50%)
- svm (50%)

softmax

1 手动实现 Softmax 函数 (15%)

```
def my_softmax(logits):  
    max_logits, _ = logits.max(dim=-1, keepdim=True)  
    exp_logits = torch.exp(logits - max_logits)  
    sum_exp_logits = exp_logits.sum(dim=-1, keepdim=True)  
    probs = exp_logits / sum_exp_logits  
    return probs
```

说明 使用 logits.max(dim=-1, keepdim=True) 找到每行的最大值 减去最大值后再计算 exp 使用 exp_logits.sum(dim=-1, keepdim=True)求行和 除以行和得到softmax归一结果

2 创建自定义 Softmax 层 (15%)

```
class MySoftmax(nn.Module):  
    def __init__(self, dim=-1):  
        super().__init__()  
        self.dim = dim  
  
    def forward(self, x):  
        return my_softmax(x)
```

说明 继承 nn.Module 类 在 **init** 方法中初始化维度参数 在 forward 方法中调用自定义的 my_softmax 函数

3 参数调优实验 (无需给出代码)

4 提交实验结果，只需截图最后的实验结果汇总和最佳模型的配置即可 (20%)

实验结果汇总：

	Experiment	Parameter	Best Val Acc	Final Val Acc	Final Val Loss
0	Learning Rate	0.0001	0.2216	0.2216	2.2243
1	Learning Rate	0.001	0.6732	0.6732	0.8504
2	Learning Rate	0.01	0.8365	0.8353	0.4593
3	Learning Rate	0.1	0.8577	0.8554	0.3946
4	Batch Size	16	0.8423	0.8423	0.4444
5	Batch Size	32	0.8407	0.8407	0.4516
6	Batch Size	64	0.8323	0.8323	0.4723
7	Batch Size	128	0.8236	0.8236	0.5061
8	Architecture	小网络	0.8360	0.8360	0.4694
9	Architecture	中网络	0.8371	0.8371	0.4621
10	Architecture	大网络	0.8342	0.8342	0.4654
11	Optimizer	SGD	0.8298	0.8275	0.4812
12	Optimizer	Adam	0.8830	0.8813	0.3419

=====

训练最佳模型

=====

最佳配置：

学习率：0.01

批次大小：64

网络结构：(256, 128)

优化器：Adam

Training: 34%

9500/28140 [01:19<02:14, 138.42it/s, epoch=10, val_acc=0.857]

早停于 epoch 10, step 9500

最终验证准确率：0.8626

模型已保存到 best_model.pth

svm

一、损失和梯度的计算

1. 循环实现中的梯度计算 (10%)

补全 fduml.linear_svm import 中的 svm_loss_naive 函数

在这里写代码，并简单说明（注意，没有说明会适当扣分）

```
def svm_loss_naive(W, X, y, reg):  
    """
```

结构化SVM损失函数，朴素实现（使用循环）。

输入数据的维度为D，共有C个类别，我们在包含N个样本的小批量数据上操作。

输入参数：

- W: 形状为(D, C)的numpy数组，包含权重。
- X: 形状为(N, D)的numpy数组，包含一个小批量数据。
- y: 形状为(N,)的numpy数组，包含训练标签； $y[i] = c$ 表示 $X[i]$ 的标签为c，其中 $0 \leq c < C$ 。
- reg: (float) 正则化强度

返回一个元组：

```
- loss: 单个浮点数，表示损失值
- gradient: 关于权重W的梯度；与W形状相同的数组
"""

dW = np.zeros(W.shape)

num_classes = W.shape[1]
num_train = X.shape[0]
loss = 0.0
for i in range(num_train):
    scores = X[i].dot(W)
    correct_class_score = scores[y[i]]
    for j in range(num_classes):
        if j == y[i]:
            continue
        margin = scores[j] - correct_class_score + 1 # note delta = 1
        if margin > 0:
            loss += margin

    loss /= num_train

loss += reg * np.sum(W * W)

#####
# TODO: #
# 计算损失函数的梯度并将其存储在dW中。 #
# 在计算损失的同时计算导数可能更简单 #
# 可以修改上面的一些代码来计算梯度 #
#####

# *****START OF YOUR CODE (DO NOT DELETE/MODIFY THIS LINE)*****

for i in range(num_train):
    scores = X[i].dot(W)
    correct_class_score = scores[y[i]]
    for j in range(num_classes):
        if j == y[i]:
            continue
        margin = scores[j] - correct_class_score + 1 # note delta = 1
        if margin > 0:
            dW[:, j] += X[i]
            dW[:, y[i]] -= X[i]

dW /= num_train
dW += 2 * reg * W
```

```
# *****END OF YOUR CODE (DO NOT DELETE/MODIFY THIS LINE)*****
return loss, dW
```

说明 在计算损失的同时，更新梯度dW 对于每个样本i和每个类别j，如果margin>0，则对dW进行相应的增减
最后对dW进行平均并加上正则化项的梯度

2. 向量实现中的损失计算和梯度计算 (15%)

补全 fduml.linear_svm import 中的svm_loss_vectorized函数

在这里写代码，并简单说明

```
def svm_loss_vectorized(W, X, y, reg):
    """
    结构化SVM损失函数，向量化实现。
    输入和输出与svm_loss_naive相同。
    """
    loss = 0.0
    dW = np.zeros(W.shape)

    ##### TODO: 实现结构化SVM损失的向量化版本，将结果存储在loss中。 #####
    ##### *****START OF YOUR CODE (DO NOT DELETE/MODIFY THIS LINE)***** #####
    num_train = X.shape[0]
    scores = X.dot(W) # (N, C)
    correct_class_scores = scores[np.arange(num_train), y].reshape(-1, 1)
    margins = np.maximum(0, scores - correct_class_scores + 1)
    margins[np.arange(num_train), y] = 0 # 不计算正确类别的margin
    loss = np.sum(margins) / num_train
    loss += reg * np.sum(W * W)

    ##### *****END OF YOUR CODE (DO NOT DELETE/MODIFY THIS LINE)***** #####
    ##### TODO: 实现SVM损失梯度的向量化版本，将结果存储在dW中。 #####
    ##### 提示：与其从头计算梯度，重用一些损失计算时的中间值可能更容易 #####
    ##### *****START OF YOUR CODE (DO NOT DELETE/MODIFY THIS LINE)***** #####
    binary = margins
    binary[margins > 0] = 1
    row_sum = np.sum(binary, axis=1)
    binary[np.arange(num_train), y] = -row_sum
```

```
dW = X.T.dot(binary) / num_train  
dW += 2 * reg * W  
  
# *****END OF YOUR CODE (DO NOT DELETE/MODIFY THIS LINE)*****  
  
return loss, dW
```

说明 计算所有样本的分数矩阵scores 提取正确类别的分数correct_class_scores并进行广播 计算margin矩阵，并将正确类别的margin设为0 计算总损失并加上正则化项 使用binary矩阵标记哪些margin>0， 并计算每行的和 更新dW并加上正则化项的梯度

3, 在这里提交ipynb中的相关检查结果（不占额外分数，但这是判断上面的实现是否正确的重要依据）

```
# 实现梯度计算后, 用下面的代码计算, 并使用提供的函数进行梯度检查
# 误差应该会在1e-2以内, 大多数在1e-5以内

loss, grad = svm_loss_naive(w, X_dev, y_dev, 0.0)

from fduml.utils import grad_check_sparse
f = lambda w: svm_loss_naive(w, X_dev, y_dev, 0.0)[0]
grad_numerical = grad_check_sparse(f, w, grad)

# 在有正则化的情况下, 重新检查
loss, grad = svm_loss_naive(w, X_dev, y_dev, 5e1)
f = lambda w: svm_loss_naive(w, X_dev, y_dev, 5e1)[0]
grad_numerical = grad_check_sparse(f, w, grad)

[9] ✓ 14.5s
```

numerical: -5.038809 analytic: -5.044244, relative error: 5.389873e-04
numerical: -20.286494 analytic: -20.279482, relative error: 1.728468e-04
numerical: -20.900922 analytic: -20.910024, relative error: 2.176958e-04
numerical: 10.907980 analytic: 10.909502, relative error: 6.976632e-05
numerical: -26.677396 analytic: -26.672477, relative error: 9.220535e-05
numerical: -6.571528 analytic: -6.571528, relative error: 8.180762e-12
numerical: 9.493192 analytic: 9.493192, relative error: 1.243785e-10
numerical: -19.177079 analytic: -19.179870, relative error: 7.277433e-05
numerical: 1.196430 analytic: 1.199273, relative error: 1.186744e-03
numerical: 13.156268 analytic: 13.155351, relative error: 3.484371e-05
numerical: 8.228801 analytic: 8.221748, relative error: 4.287615e-04
numerical: -6.340842 analytic: -6.350201, relative error: 7.374796e-04
numerical: 9.588452 analytic: 9.588452, relative error: 3.908671e-11
numerical: 20.853010 analytic: 20.863433, relative error: 2.498554e-04
numerical: 8.461353 analytic: 8.461353, relative error: 3.037693e-11
numerical: 25.790870 analytic: 25.791412, relative error: 1.050639e-05
numerical: 10.151353 analytic: 10.151353, relative error: 5.540217e-11
numerical: -12.346893 analytic: -12.341305, relative error: 2.263587e-04
numerical: -12.322345 analytic: -12.322345, relative error: 1.035569e-10
numerical: -10.572321 analytic: -10.572321, relative error: 4.330814e-11

```
# 接下来实现向量化的 svm 损失计算, 验证正确性并比较用时
tic = time.time()
loss_naive, grad_naive = svm_loss_naive(w, X_dev, y_dev, 0.000005)
toc = time.time()
print('Naive loss: %e computed in %fs' % (loss_naive, toc - tic))

from fduml.linear_svm import svm_loss_vectorized
tic = time.time()
loss_vectorized, _ = svm_loss_vectorized(w, X_dev, y_dev, 0.000005)
toc = time.time()
print('Vectorized loss: %e computed in %fs' % (loss_vectorized, toc - tic))

# The losses should match but your vectorized implementation should be much faster.
print('difference: %f' % (loss_naive - loss_vectorized))

[10] ✓ 0.5s
```

Naive loss: 8.882890e+00 computed in 0.352760s
Vectorized loss: 8.882890e+00 computed in 0.200502s
difference: 0.000000

```

# 完成向量化的梯度计算，并与 naive 实现进行比较，验证正确性
tic = time.time()
_, grad_naive = svm_loss_naive(W, X_dev, y_dev, 0.000005)
toc = time.time()
print('Naive loss and gradient: computed in %fs' % (toc - tic))

tic = time.time()
_, grad_vectorized = svm_loss_vectorized(W, X_dev, y_dev, 0.000005)
toc = time.time()
print('Vectorized loss and gradient: computed in %fs' % (toc - tic))

difference = np.linalg.norm(grad_naive - grad_vectorized, ord='fro')
print('difference: %f' % difference)

```

11] ✓ 0.5s

```

Naive loss and gradient: computed in 0.357700s
Vectorized loss and gradient: computed in 0.201579s
difference: 0.000000

```

二、实现SGD

代码+简单说明 (10%)

```

class LinearClassifier(object):
    def __init__(self):
        self.W = None

    def train(
        self,
        X,
        y,
        learning_rate=1e-3,
        reg=1e-5,
        num_iters=100,
        batch_size=200,
        verbose=False,
    ):
        """
        使用随机梯度下降训练该线性分类器。
        
```

输入：

- X: 形状为 (N, D) 的 numpy 数组，包含训练数据；有 N 个训练样本，每个样本的维度为 D。

- y: 形状为 (N,) 的 numpy 数组，包含训练标签； $y[i] = c$ 表示 $X[i]$ 的标签为 0

$c \in \{0, 1, \dots, C\}$, 其中 C 是类别数。

- learning_rate: (float) 优化的学习率。

- reg: (float) 正则化强度。

- num_iters: (integer) 优化时的迭代步数

- batch_size: (integer) 每一步使用的训练样本数量。

- verbose: (boolean) 如果为 true，在优化过程中打印进度。

输出：

包含每次训练迭代中损失函数值的列表。

```
"""
num_train, dim = X.shape
num_classes = (
    np.max(y) + 1
) # 假设 y 的取值为 0...K-1, 其中 K 是类别数
if self.W is None:
    # 延迟初始化 W
    self.W = 0.001 * np.random.randn(dim, num_classes)

# 运行随机梯度下降以优化 W
loss_history = []
for it in range(num_iters):
    X_batch = None
    y_batch = None

#####
# TODO:
#
#     # 从训练数据中采样 batch_size 个元素及其对应的标签，用于本轮梯度下降。
#
#     # 将数据存储在 X_batch 中，对应的标签存储在 y_batch 中；采样后 X_batch 的
#     # 形状应为 (batch_size, dim)，y_batch 的形状应为 (batch_size,)
#
#     #
#
#     # 提示：使用 np.random.choice 生成索引。有放回采样比无放回采样更快。
#
# *****START OF YOUR CODE (DO NOT DELETE/MODIFY THIS LINE)*****
indices = np.random.choice(num_train, batch_size, replace=True)
X_batch = X[indices]
y_batch = y[indices]

# *****END OF YOUR CODE (DO NOT DELETE/MODIFY THIS LINE)*****

# 评估损失和梯度
loss, grad = self.loss(X_batch, y_batch, reg)
loss_history.append(loss)

# 执行参数更新

#####
# TODO:
#
#     # 使用梯度和学习率更新权重。
#
# *****START OF YOUR CODE (DO NOT DELETE/MODIFY THIS LINE)*****
```

```
        self.W -= learning_rate * grad

        # *****END OF YOUR CODE (DO NOT DELETE/MODIFY THIS LINE)*****

    if verbose and it % 100 == 0:
        print("iteration %d / %d: loss %f" % (it, num_iters, loss))

    return loss_history

def predict(self, X):
    """
    使用该线性分类器的训练权重预测数据点的标签。

    输入:
    - X: 形状为 (N, D) 的 numpy 数组, 包含训练数据; 有 N 个训练样本, 每个样本的维度为 D.

    返回:
    - y_pred: X 中数据的预测标签。y_pred 是一个长度为 N 的一维数组, 每个元素是一个整数, 表示预测的类别。
    """
    y_pred = np.zeros(X.shape[0])

#####
# TODO:
#
# 实现此方法。将预测标签存储在 y_pred 中。
#



#####
# *****START OF YOUR CODE (DO NOT DELETE/MODIFY THIS LINE)*****



scores = X.dot(self.W)
y_pred = np.argmax(scores, axis=1)

# *****END OF YOUR CODE (DO NOT DELETE/MODIFY THIS LINE)*****
return y_pred

def loss(self, X_batch, y_batch, reg):
    """
    计算损失函数及其导数。
    子类将重写此方法。

    输入:
    - X_batch: 形状为 (N, D) 的 numpy 数组, 包含一个包含 N 个数据点的小批量; 每个点的维度为 D。
    - y_batch: 形状为 (N,) 的 numpy 数组, 包含小批量的标签。
    - reg: (float) 正则化强度。
    """

    pass
```

说明 定义 LinearClassifier 类，包含初始化、训练、预测和损失计算方法 在 train 方法中实现随机梯度下降，包括随机批量采样、损失和梯度计算以及权重更新 在 predict 方法中使用当前权重进行预测，预测类别为得分最高的类别 loss 方法作为占位符，子类将实现具体的损失函数

三、利用验证集做超参数调优

表格记录 (5*5) , 可以自己尝试不同的组合 (10%)

学习率 \ 正则化强度	1e4	2.5e4	5e4	1e5	2.5e5
1e-8	0.196	0.176	0.190	0.200	0.269
5e-8	0.237	0.281	0.327	0.337	0.345
1e-7	0.307	0.339	0.343	0.324	0.322
5e-7	0.335	0.326	0.317	0.315	0.273
1e-6	0.342	0.295	0.241	0.228	0.209

最优的结果的loss曲线截图和正确率截图 (5%)

```
best_params
learning_rate: 5e-08
regularization_strength: 250000.0
iteration 0 / 1500: loss 7691.141350
iteration 100 / 1500: loss 54.266758
iteration 200 / 1500: loss 6.653885
iteration 300 / 1500: loss 6.569456
iteration 400 / 1500: loss 6.851346
iteration 500 / 1500: loss 6.729710
iteration 600 / 1500: loss 6.668028
iteration 700 / 1500: loss 6.338237
iteration 800 / 1500: loss 6.619338
iteration 900 / 1500: loss 6.124870
iteration 1000 / 1500: loss 6.574314
iteration 1100 / 1500: loss 6.784824
iteration 1200 / 1500: loss 6.504430
iteration 1300 / 1500: loss 7.114522
iteration 1400 / 1500: loss 6.565658
```

accuracy on best hyperparams: 0.340000

