

13. Момент импульса. Момент силы. Уравнение моментов. Закон сохранения момента импульса механической системы. Рассмотрим понятия **момента импульса, момента силы, уравнение моментов и закон сохранения момента импульса.**

---

## 1. Момент импульса ( $L$ )

Момент импульса — это векторная величина, характеризующая вращательное движение тела.

Формула:

$$L = r \times p,$$

где:

- $r$  — радиус-вектор точки относительно оси вращения,
- $p = mv$  — импульс тела,
- $\times$  — векторное произведение.

Модуль момента импульса:

$$L = r p \sin \alpha,$$

где:

- $\alpha$  — угол между векторами  $r$  и  $p$ .

Для вращающегося твёрдого тела:

$$L = I \omega,$$

где:

- $I$  — момент инерции тела относительно оси вращения,
  - $\omega$  — угловая скорость.
- 

## 2. Момент силы ( $M$ )

Момент силы — это векторная величина, характеризующая вращательное действие силы.

Формула:

$$M = r \times F,$$

где:

- $r$  — радиус-вектор точки приложения силы относительно оси вращения,
- $F$  — сила,
- $\times$  — векторное произведение.

Модуль момента силы:

$$M = r F \sin \alpha,$$

где:

- $\alpha$  — угол между векторами  $r$  и  $F$ .
- 

### 3. Уравнение моментов

Уравнение моментов связывает момент силы с изменением момента импульса.

Формулировка:

$$\frac{dL}{dt} = M,$$

где:

- $\frac{dL}{dt}$  — производная момента импульса по времени,
- $M$  — момент силы.

Для твёрдого тела:

$$I \alpha = M,$$

где:

- $I$  — момент инерции,
  - $\alpha$  — угловое ускорение.
-

## 4. Закон сохранения момента импульса

Формулировка:

**Если сумма моментов внешних сил, действующих на систему, равна нулю ( $\sum M_{\text{внеш}} = 0$ ), то момент импульса системы сохраняется.**

Математически:

$$L_{\text{до}} = L_{\text{после}}.$$

Условия выполнения:

1. Система должна быть замкнутой (внешние силы отсутствуют или их моменты равны нулю).
  2. Внутренние силы не влияют на момент импульса системы.
- 

## 5. Примеры

### Пример 1: Момент импульса точки

Точка массой  $m=2$  кг движется по окружности радиусом  $r=3$  м со скоростью  $v=4$  м/с. Найдём момент импульса:

$$L = m v r = 2 \cdot 4 \cdot 3 = 24 \text{ кг} \cdot \text{м}^2/\text{с}.$$

### Пример 2: Закон сохранения момента импульса

Фигурист вращается с угловой скоростью  $\omega_1=5$  рад/с и моментом инерции  $I_1=4 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$ . Прижимая руки к телу, он уменьшает момент инерции до  $I_2=2 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$ . Найдём новую угловую скорость:

1. Момент импульса до:  $L_1 = I_1 \omega_1 = 4 \cdot 5 = 20 \text{ кг} \cdot \text{м}^2/\text{с}$ .
2. Момент импульса после:  $L_2 = I_2 \omega_2$ .
3. По закону сохранения момента импульса:

$$L_1 = L_2, 20 = 2 \omega_2.$$

4. Отсюда:

$$\omega_2 = 10 \text{ рад/с}.$$

---

## 6. Итог

- **Момент импульса:**  $L = r \times p$ .

- **Момент силы:**  $M = r \times F$ .
- **Уравнение моментов:**  $\frac{dL}{dt} = M$ .
- **Закон сохранения момента импульса:** если  $\sum M_{\text{внеш}} = 0$ , то  $L = \text{const}$ .

Эти понятия широко используются для анализа вращательного движения и решения задач динамики.