

12. Кинематика вращательного движения твердого тела. Угловая скорость и угловое ускорение, их связь с линейными скоростями и ускорениями точек вращающегося тела. Рассмотрим **кинематику вращательного движения твёрдого тела**, а также связь **угловой скорости** и **углового ускорения** с линейными скоростями и ускорениями точек тела.

1. Угловая скорость (ω)

Угловая скорость характеризует быстроту изменения угла поворота тела.

Формула:

$$\omega = \frac{d\phi}{dt},$$

где:

- ϕ — угол поворота (в радианах),
- t — время.

Единица измерения:

- В СИ: радиан в секунду (рад/с).

Направление:

- Угловая скорость ω направлена вдоль оси вращения по правилу правого винта.
-

2. Угловое ускорение (α)

Угловое ускорение характеризует быстроту изменения угловой скорости.

Формула:

$$\alpha = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\phi}{dt^2},$$

где:

- ω — угловая скорость,
- t — время.

Единица измерения:

- В СИ: радиан в секунду в квадрате (рад/с^2).

Направление:

- Угловое ускорение α направлено вдоль оси вращения.
-

3. Связь угловых и линейных величин

Для точки, находящейся на расстоянии R от оси вращения:

Линейная скорость (v):

$$v = \omega R,$$

где:

- v — линейная скорость точки,
- ω — угловая скорость,
- R — расстояние от оси вращения до точки.

Тангенциальное ускорение (a_τ):

$$a_\tau = \alpha R,$$

где:

- a_τ — тангенциальное ускорение точки,
- α — угловое ускорение.

Нормальное (центростремительное) ускорение (a_n):

$$a_n = \omega^2 R,$$

где:

- a_n — нормальное ускорение точки.

Полное ускорение (a):

$$a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}.$$

4. Пример

Твёрдое тело вращается с угловой скоростью $\omega = 4 \text{ рад/с}$ и угловым ускорением $\alpha = 2 \text{ рад/с}^2$. Найдём линейную скорость, тангенциальное и нормальное ускорения точки, находящейся на расстоянии $R = 0,5 \text{ м}$ от оси вращения.

1. **Линейная скорость:**

$$v = \omega R = 4 \cdot 0,5 = 2 \text{ м/с}.$$

2. **Тангенциальное ускорение:**

$$a_t = \alpha R = 2 \cdot 0,5 = 1 \text{ м/с}^2.$$

3. **Нормальное ускорение:**

$$a_n = \omega^2 R = 4^2 \cdot 0,5 = 16 \cdot 0,5 = 8 \text{ м/с}^2.$$

4. **Полное ускорение:**

$$a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2} = \sqrt{1^2 + 8^2} = \sqrt{1 + 64} = \sqrt{65} \approx 8,06 \text{ м/с}^2.$$

5. Итог

- **Угловая скорость (ω)** — характеризует быстроту изменения угла поворота.
- **Угловое ускорение (α)** — характеризует быстроту изменения угловой скорости.
- **Связь угловых и линейных величин:**
 - о Линейная скорость: $v = \omega R$.
 - о Тангенциальное ускорение: $a_t = \alpha R$.
 - о Нормальное ускорение: $a_n = \omega^2 R$.

Эти формулы широко используются для анализа вращательного движения твёрдых тел.