

2. Нормальное и тангенциальное ускорения. Радиус кривизны траектории.

1. Тангенциальное ускорение (a_τ)

Тангенциальное ускорение характеризует изменение **величины скорости** точки. Оно направлено по касательной к траектории и вычисляется как производная модуля скорости по времени:

$$a_\tau = \frac{dv}{dt},$$

где:

- v — модуль скорости,
- $\frac{dv}{dt}$ — производная скорости по времени.

Особенности:

- Если $a_\tau > 0$, скорость увеличивается.
 - Если $a_\tau < 0$, скорость уменьшается.
 - Если $a_\tau = 0$, движение равномерное (скорость постоянна).
-

2. Нормальное ускорение (a_n)

Нормальное ускорение характеризует изменение **направления скорости** точки. Оно направлено к центру кривизны траектории (перпендикулярно касательной) и вычисляется по формуле:

$$a_n = \frac{v^2}{R},$$

где:

- v — модуль скорости,
- R — радиус кривизны траектории.

Особенности:

- Нормальное ускорение всегда положительно.
 - Если траектория прямолинейная ($R \rightarrow \infty$), то $a_n = 0$.
-

3. Полное ускорение (a)

Полное ускорение точки — это векторная сумма тангенциального и нормального ускорений:

$$a = a_t + a_n.$$

Его модуль вычисляется по формуле:

$$a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2}.$$

4. Радиус кривизны траектории (R)

Радиус кривизны траектории — это радиус окружности, которая наилучшим образом аппроксимирует кривизну траектории в данной точке. Он связан с нормальным ускорением и скоростью:

$$R = \frac{v^2}{a_n}.$$

Особенности:

- Для прямолинейного движения $R \rightarrow \infty$ (так как $a_n = 0$).
 - Для движения по окружности радиус кривизны равен радиусу окружности.
-

5. Пример

Рассмотрим движение точки по окружности радиусом $R = 5$ м с изменяющейся скоростью. В некоторый момент времени скорость $v = 10$ м/с, а тангенциальное ускорение $a_t = 2$ м/с².

1. Нормальное ускорение:

$$a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{10^2}{5} = 20 \text{ м/с}^2.$$

2. Полное ускорение:

$$a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2} = \sqrt{2^2 + 20^2} = \sqrt{4 + 400} = \sqrt{404} \approx 20,1 \text{ м/с}^2.$$

3. Радиус кривизны (если известна скорость и нормальное ускорение):

$$R = \frac{v^2}{a_n} = \frac{10^2}{20} = 5 \text{ м.}$$

6. Итог

- **Тангенциальное ускорение** (a_t) отвечает за изменение величины скорости.
- **Нормальное ускорение** (a_n) отвечает за изменение направления скорости.
- **Радиус кривизны** (R) определяет, насколько "круто" поворачивает траектория.
- Полное ускорение (a) — это векторная сумма тангенциального и нормального ускорений.

Эти понятия широко используются при анализе криволинейного движения, например, в механике, астрономии и инженерных расчётах.