

1. Кинематика материальной точки. Траектория. Путь и перемещение. Скорость и ускорение точки как производные радиус-вектора по времени. Средняя скорость.
- 

## 1. Траектория

**Траектория** — это линия, вдоль которой движется материальная точка. Форма траектории зависит от выбора системы отсчёта. Например:

- Прямолинейная траектория (движение по прямой).
  - Криволинейная траектория (движение по окружности, параболе и т.д.).
- 

## 2. Путь и перемещение

- **Путь ( $s$ )** — это длина траектории, пройденная точкой за определённый промежуток времени. Путь всегда положителен и является скалярной величиной.
- **Перемещение ( $\Delta r$ )** — это вектор, соединяющий начальное и конечное положение точки. Перемещение является векторной величиной.

Связь пути и перемещения:

- При прямолинейном движении без изменения направления путь равен модулю перемещения:  $s = |\Delta r|$ .
  - При криволинейном движении путь всегда больше модуля перемещения:  $s > |\Delta r|$ .
- 

## 3. Скорость и ускорение как производные радиус-вектора

Радиус-вектор ( $r(t)$ ):

Радиус-вектор задаёт положение точки в пространстве в зависимости от времени.

Скорость ( $v(t)$ ):

Скорость — это первая производная радиус-вектора по времени:

$$v(t) = \frac{dr(t)}{dt}.$$

- Скорость направлена по касательной к траектории.
- Модуль скорости:  $v = |v(t)|$ .

### Ускорение ( $a(t)$ ):

Ускорение — это вторая производная радиус-вектора по времени или первая производная скорости:

$$a(t) = \frac{dv(t)}{dt} = \frac{d^2 r(t)}{dt^2}.$$

- Ускорение характеризует изменение скорости по величине и направлению.
- 

## 4. Средняя скорость

**Средняя скорость** — это отношение перемещения к промежутку времени, за которое это перемещение произошло:

$$v_{\text{cp}} = \frac{\Delta r}{\Delta t},$$

где:

- $\Delta r$  — перемещение,
- $\Delta t$  — время.

### Средняя путевая скорость:

Если рассматривать путь  $s$ , а не перемещение, то средняя путевая скорость вычисляется как:

$$v_{\text{cp}} = \frac{s}{\Delta t}.$$


---

## Пример

Пусть материальная точка движется в плоскости, и её радиус-вектор задан как:

$$r(t) = x(t)i + y(t)j,$$

где  $x(t) = 2t$ ,  $y(t) = t^2$ .

1. **Скорость:**

$$v(t) = \frac{dr(t)}{dt} = \frac{dx(t)}{dt}i + \frac{dy(t)}{dt}j = 2i + 2tj.$$

2. **Ускорение:**

$$a(t) = \frac{dv(t)}{dt} = 0i + 2j = 2j.$$

3. **Средняя скорость:** Если точка переместилась из положения  $r(0) = 0i + 0j$  в положение  $r(2) = 4i + 4j$  за время  $\Delta t = 2$  с, то:

$$v_{\text{cp}} = \frac{\Delta r}{\Delta t} = \frac{4i + 4j}{2} = 2i + 2j.$$


---

## Итог

- **Траектория** — линия движения точки.
- **Путь** — длина траектории, **перемещение** — вектор между начальной и конечной точками.
- **Скорость** и **ускорение** — производные радиус-вектора по времени.
- **Средняя скорость** — отношение перемещения или пути ко времени.