

6. Центр масс (центр инерции) механической системы и закон его движения. Рассмотрим понятие **центра масс (центра инерции)** механической системы и **закон его движения**. Центр масс — это точка, которая характеризует распределение массы в системе и движение системы как целого.
-

1. Центр масс механической системы

Определение:

Центр масс (ЦМ) — это точка, положение которой определяется как среднее взвешенное положение всех частиц системы, где весами являются массы этих частиц.

Формула для центра масс:

Для системы из N материальных точек с массами m_i и радиус-векторами r_i радиус-вектор центра масс R вычисляется по формуле:

$$R = \frac{\sum m_i r_i}{\sum m_i},$$

где:

- r_i — радиус-вектор i -й частицы,
- m_i — масса i -й частицы,
- $\sum m_i$ — общая масса системы.

В координатной форме:

Если система состоит из частиц с координатами (x_i, y_i, z_i) , то координаты центра масс (X, Y, Z) вычисляются как:

$$X = \frac{\sum m_i x_i}{\sum m_i}, Y = \frac{\sum m_i y_i}{\sum m_i}, Z = \frac{\sum m_i z_i}{\sum m_i}.$$

2. Закон движения центра масс

Импульс системы и центр масс:

Импульс системы P связан с движением центра масс:

$$P = M V,$$

где:

- $M = \sum m_i$ — общая масса системы,
- $V = \frac{dR}{dt}$ — скорость центра масс.

Закон движения центра масс:

Согласно второму закону Ньютона, ускорение центра масс A определяется суммой внешних сил, действующих на систему:

$$M A = \sum F_{\text{внеш}}.$$

Это означает, что **центр масс движется так, как если бы вся масса системы была сосредоточена в этой точке, и все внешние силы приложены к ней.**

3. Свойства центра масс

1. Центр масс замкнутой системы:

- о Если система замкнута ($\sum F_{\text{внеш}} = 0$), то центр масс движется равномерно и прямолинейно или покоится.
- о Это следует из закона сохранения импульса.

2. Центр масс и внутренние силы:

- о Внутренние силы не влияют на движение центра масс, так как они попарно уравниваются (по третьему закону Ньютона).

3. Центр масс и симметрия:

- о Если система имеет симметрию, то центр масс находится на оси или плоскости симметрии.
-

4. Примеры

Пример 1: Центр масс двух тел

Два тела массами $m_1 = 2 \text{ кг}$ и $m_2 = 3 \text{ кг}$ расположены на оси x в точках $x_1 = 1 \text{ м}$ и $x_2 = 4 \text{ м}$. Найдём координату центра масс X :

$$X = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2} = \frac{2 \cdot 1 + 3 \cdot 4}{2 + 3} = \frac{2 + 12}{5} = 2,8 \text{ м.}$$

Пример 2: Движение центра масс системы "лодка-человек"

Человек массой $m_1 = 60 \text{ кг}$ прыгает с лодки массой $m_2 = 120 \text{ кг}$ со скоростью $v_1 = 2 \text{ м/с}$. Найдём скорость лодки v_2 и скорость центра масс системы.

1. Импульс системы до прыжка: $P_{\text{до}} = 0$ (лодка и человек покоятся).
2. Импульс системы после прыжка:

$$P_{\text{после}} = m_1 v_1 + m_2 v_2.$$

3. По закону сохранения импульса:

$$0 = m_1 v_1 + m_2 v_2.$$

4. Отсюда:

$$v_2 = -\frac{m_1 v_1}{m_2} = -\frac{60 \cdot 2}{120} = -1 \text{ м/с.}$$

5. Скорость центра масс:

$$V = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2} = \frac{60 \cdot 2 + 120 \cdot (-1)}{60 + 120} = \frac{120 - 120}{180} = 0 \text{ м/с.}$$

Центр масс остаётся в покое, так как система замкнута.

5. Итог

- **Центр масс** — это точка, которая характеризует распределение массы в системе.
- **Закон движения центра масс:**

$$M A = \sum F_{\text{внеш.}}$$
- **Центр масс замкнутой системы** движется равномерно и прямолинейно или покоится.
- Внутренние силы не влияют на движение центра масс.

Центр масс широко используется в механике для анализа движения систем тел, решения задач о столкновениях, реактивном движении и других явлениях.