

14; Момент импульса тела относительно неподвижной оси вращения. Момент инерции тела относительно оси. Уравнение динамики вращательного движения твердого тела относительно неподвижной оси.

Рассмотрим ключевые понятия: **момент импульса тела относительно неподвижной оси вращения, момент инерции тела относительно оси и уравнение динамики вращательного движения твёрдого тела.**

1. Момент импульса тела относительно неподвижной оси вращения

Момент импульса — это величина, характеризующая вращательное движение тела вокруг оси.

Формула:

$$L = I \omega,$$

где:

- L — момент импульса,
- I — момент инерции тела относительно оси вращения,
- ω — угловая скорость.

Направление:

- Момент импульса направлен вдоль оси вращения по правилу правого винта.
-

2. Момент инерции тела относительно оси (I)

Момент инерции — это величина, характеризующая распределение массы тела относительно оси вращения. Он зависит от формы тела и расположения оси.

Формула:

Для системы из N материальных точек:

$$I = \sum_{i=1}^N m_i r_i^2,$$

где:

- m_i — масса i -й точки,
- r_i — расстояние от i -й точки до оси вращения.

Для непрерывного тела:

$$I = \int r^2 dm,$$

где:

- dm — элемент массы,
- r — расстояние от элемента массы до оси вращения.

Примеры моментов инерции:

- **Тонкий стержень** (ось через центр): $I = \frac{1}{12} ml^2$.
 - **Сплошной цилиндр** (ось через центр): $I = \frac{1}{2} m R^2$.
 - **Шар** (ось через центр): $I = \frac{2}{5} m R^2$.
-

3. Уравнение динамики вращательного движения твёрдого тела

Уравнение динамики связывает момент силы с изменением момента импульса.

Формулировка:

$$M = I \alpha,$$

где:

- M — момент силы, действующий на тело,
- I — момент инерции тела,
- α — угловое ускорение.

Вывод:

1. Момент импульса: $L = I \omega$.
2. Производная момента импульса:

$$\frac{dL}{dt} = I \frac{d\omega}{dt} = I\alpha.$$

3. Согласно уравнению моментов:

$$\frac{dL}{dt} = M.$$

4. Отсюда:

$$M = I\alpha.$$

4. Пример

Пример 1: Момент инерции тонкого стержня

Тонкий стержень массой $m=2$ кг и длиной $l=1$ м вращается вокруг оси, проходящей через его центр. Найдём момент инерции:

$$I = \frac{1}{12} m l^2 = \frac{1}{12} \cdot 2 \cdot 1^2 = \frac{1}{6} \text{ кг} \cdot \text{м}^2.$$

Пример 2: Уравнение динамики вращательного движения

Цилиндр массой $m=5$ кг и радиусом $R=0,5$ м вращается под действием момента силы $M=10$ Н·м. Найдём угловое ускорение:

1. Момент инерции:

$$I = \frac{1}{2} m R^2 = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 0,5^2 = 0,625 \text{ кг} \cdot \text{м}^2.$$

2. Угловое ускорение:

$$\alpha = \frac{M}{I} = \frac{10}{0,625} = 16 \text{ рад/с}^2.$$

5. Итог

- **Момент импульса тела относительно оси вращения:** $L = I\omega$.
- **Момент инерции тела:**
 - Для системы точек: $I = \sum m_i r_i^2$.
 - Для непрерывного тела: $I = \int r^2 dm$.
- **Уравнение динамики вращательного движения:** $M = I\alpha$.

Эти понятия и уравнения широко используются для анализа вращательного движения твёрдых тел.