

8. Элементарная работа силы. Работа силы и ее выражение через криволинейный интеграл. Мощность. Рассмотрим понятия **элементарной работы силы, работы силы и мощности**.
-

1. Элементарная работа силы

Элементарная работа силы — это работа, совершаемая силой на бесконечно малом перемещении.

Формула:

$$\delta A = F \cdot dr,$$

где:

- δA — элементарная работа,
- F — сила (вектор),
- dr — бесконечно малое перемещение (вектор).

Скалярная форма:

$$\delta A = F ds \cos \alpha,$$

где:

- F — модуль силы,
 - ds — модуль перемещения,
 - α — угол между вектором силы и вектором перемещения.
-

2. Работа силы и криволинейный интеграл

Работа силы на конечном перемещении вычисляется как интеграл от элементарной работы вдоль траектории.

Формула:

$$A = \int_L F \cdot dr,$$

где:

- A — работа,
- L — траектория движения,

- $F \cdot dr$ — скалярное произведение силы и элементарного перемещения.

Скалярная форма:

$$A = \int_L F ds \cos \alpha.$$

Особенности:

- Если сила постоянна и направлена вдоль перемещения ($\alpha=0$), то:

$$A = F \cdot s,$$

где s — длина пути.

- Если сила направлена перпендикулярно перемещению ($\alpha=90^\circ$), то работа равна нулю.
-

3. Мощность

Мощность — это скорость совершения работы.

Формула:

$$P = \frac{\delta A}{dt} = F \cdot v,$$

где:

- P — мощность,
- δA — элементарная работа,
- dt — бесконечно малый промежуток времени,
- v — скорость точки приложения силы.

Скалярная форма:

$$P = F v \cos \alpha,$$

где:

- F — модуль силы,
 - v — модуль скорости,
 - α — угол между вектором силы и вектором скорости.
-

4. Примеры

Пример 1: Работа постоянной силы

Тело перемещается на расстояние $s=10$ м под действием силы $F=5$ Н, направленной вдоль перемещения. Найдём работу:

$$A = F \cdot s = 5 \cdot 10 = 50 \text{ Дж}.$$

Пример 2: Работа переменной силы

Сила изменяется по закону $F(x)=2x$ Н, где x — координата. Найдём работу на участке от $x_1=0$ до $x_2=3$ м:

$$A = \int_0^3 F(x) dx = \int_0^3 2x dx = x^2 \Big|_0^3 = 9 \text{ Дж}.$$

Пример 3: Мощность

Сила $F=10$ Н действует на тело, движущееся со скоростью $v=2$ м/с. Найдём мощность, если угол между силой и скоростью $\alpha=60^\circ$:

$$P = F v \cos \alpha = 10 \cdot 2 \cdot \cos 60^\circ = 10 \cdot 2 \cdot 0,5 = 10 \text{ Вт}.$$

5. Итог

- **Элементарная работа силы:**

$$\delta A = F \cdot dr.$$

- **Работа силы:**

$$A = \int_L F \cdot dr.$$

- **Мощность:**

$$P = F \cdot v.$$

Эти понятия широко используются в механике для анализа энергетических процессов, расчёта работы и мощности в различных системах.