第六章

需求

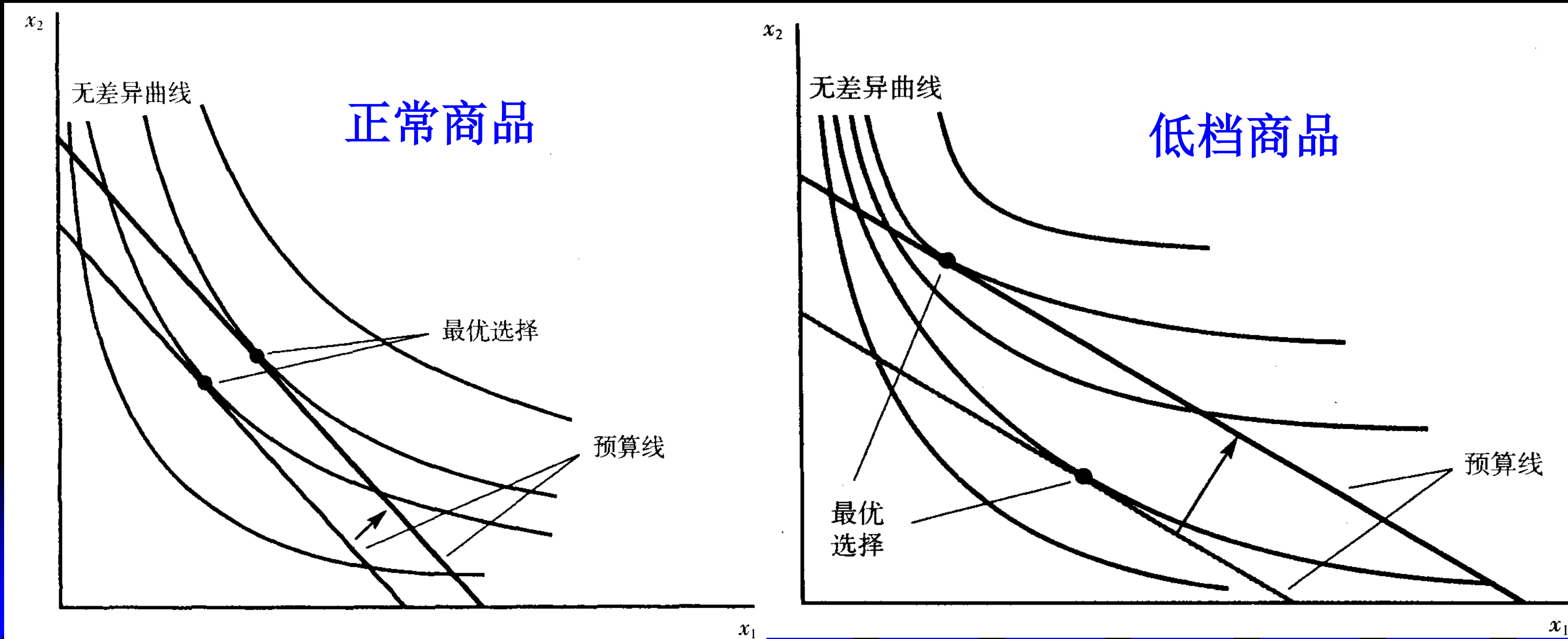
需求函数的性质

本章主要是利用消费者的最优选择进行比较静态分析，分别考察收入和价格变化对消费者均衡的影响，并推导出恩格尔曲线和需求曲线。

正常商品与低档商品

当价格不变时，如果消费者对一种商品的需求随收入的增减同方向变化，这种商品就是正常商品，反之是低档商品。

或者说：当 $\frac{\Delta x}{\Delta m} > 0$ 时，正常商品　　当 $\frac{\Delta x}{\Delta m} < 0$ 时，低档商品

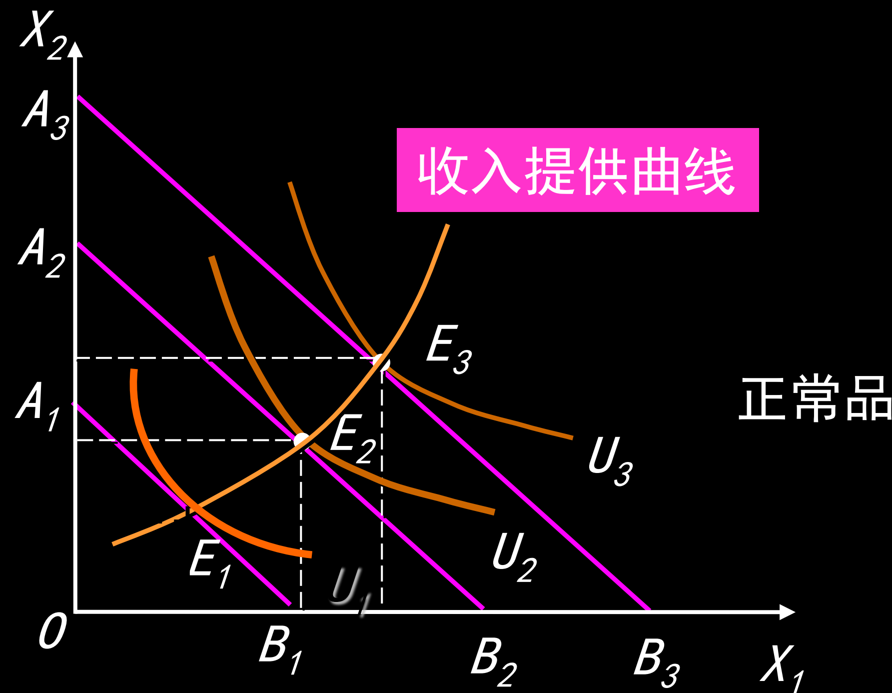


收入提供曲线和恩格尔曲线

m变化， p_1 和p_2不变

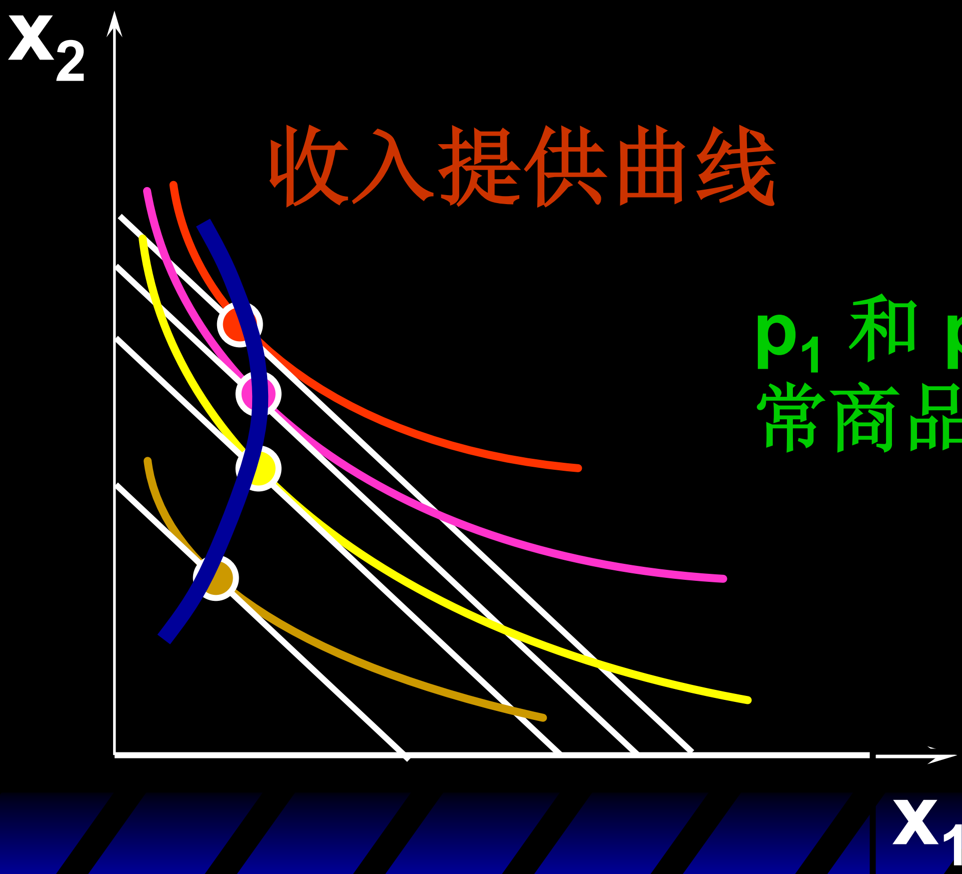
表示价格不变的条件下，收入的增加伴随着预算线向外平行移动。当把预算线平行地向外移动时，我们可以将一系列的需求束连接起来，从而构成**收入提供曲线（收入扩展线）**

这种曲线代表了不同收入水平上的需求束



如果两种商品都是正常商品，那么，收入扩展线的**斜率就一定为正值**

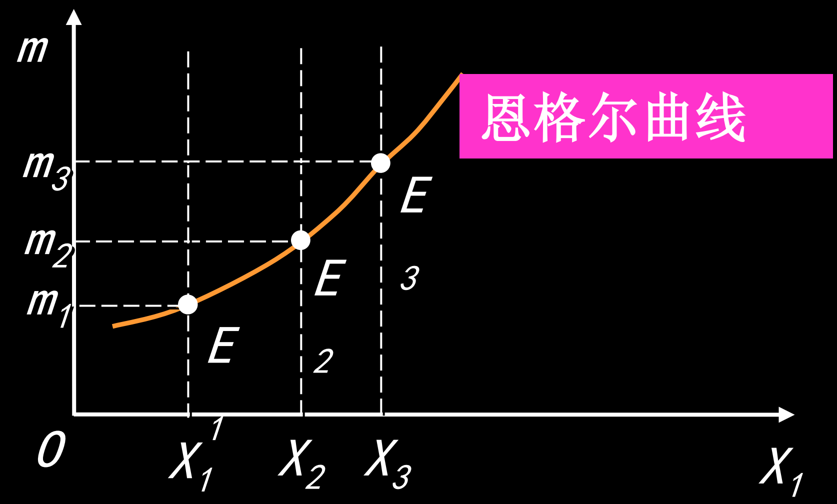
收入提供曲线和恩格尔曲线



p_1 和 p_2不变，商品2是正常商品，商品1是低档商品

收入提供曲线和恩格尔曲线

- 恩格尔曲线：在所有的价格保持不变时，需求如何随收入变动而变动的情况
- 一件正常商品的恩格尔曲线的斜率为正
- 一种劣质品的恩格尔曲线的斜率为负



商品1需求量的变动轨迹

几个实例

⑩ 考虑以下偏好情况，考察它们的收入提供曲线和恩格尔曲线是怎样的

- 完全替代
- 完全互补
- 柯布-道格拉斯偏好
- 相似偏好
- 拟线性偏好

收入改变与完全替代偏好

一个计算恩格尔曲线方程的例子：完全替代品的情况

$$U(x_1, x_2) = x_1 + x_2.$$

一般需求函数为

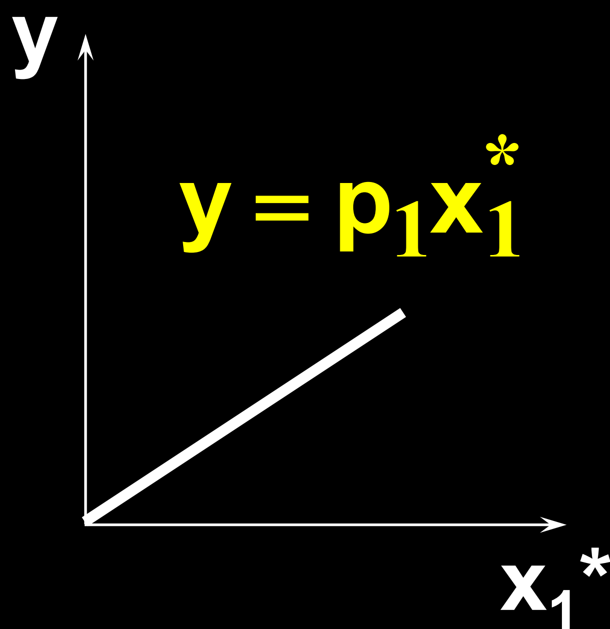
$$x_1^*(p_1, p_2, y) = \begin{cases} 0 & , \text{if } p_1 > p_2 \\ y/p_1 & , \text{if } p_1 < p_2 \end{cases} \qquad x_2^*(p_1, p_2, y) = \begin{cases} 0 & , \text{if } p_1 < p_2 \\ y/p_2 & , \text{if } p_1 > p_2. \end{cases}$$

假设 $p_1 < p_2$ 那么

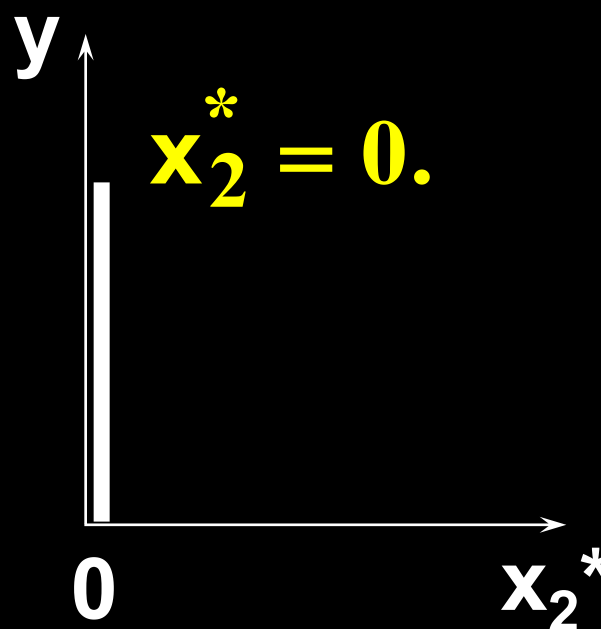
✓ 消费者专门消费商品1，那么，收入增加就意味着他将增加商品1的消费。商品1的收入提供曲线就是横轴

收入改变与完全替代偏好

在这种情况下，由于对商品1的需求是$x_1=y/p_1$，所以，恩格尔曲线一定是一条斜率为p_1的直线



商品1的恩格尔曲线



商品2的恩格尔曲线

收入改变与完全互补品偏好

另一个计算恩格尔曲线的例子：完全互补品的情况

$$U(x_1, x_2) = \min\{x_1, x_2\}.$$

消费者对每种商品总是消费相同的数量，所以不管怎样，收入提供曲线总是一条经过原点的对角线

收入改变与完全互补品偏好

一般需求函数为

$$x_1^* = x_2^* = \frac{y}{p_1 + p_2}.$$

把y化简到左边

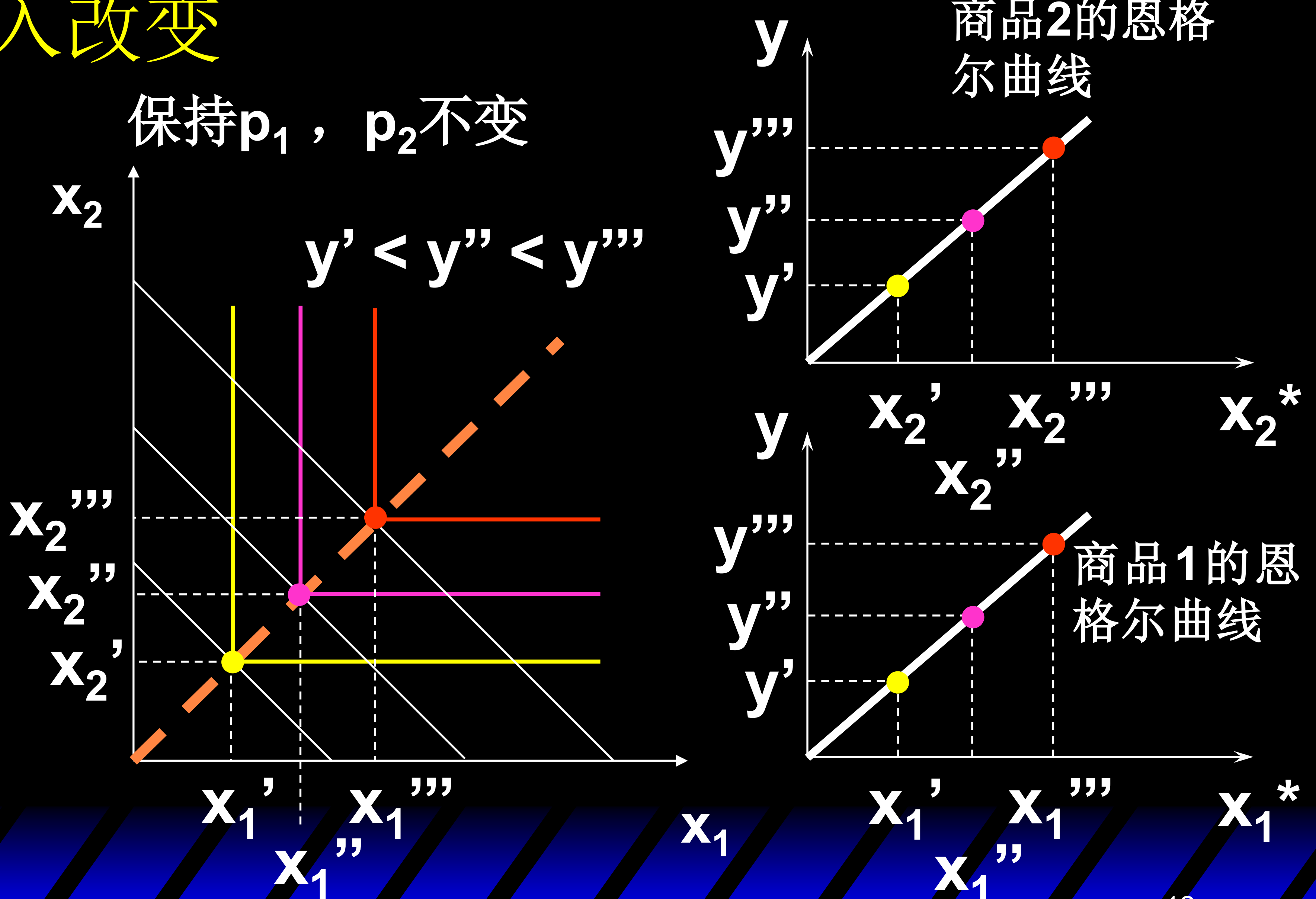
$y = (p_1 + p_2)x_1^*$ 商品1的恩格尔曲线

$y = (p_1 + p_2)x_2^*$ 商品2的恩格尔曲线

恩格尔曲线是一条斜率为P_1+P_2的直线

收入改变

保持p_1，p_2不变

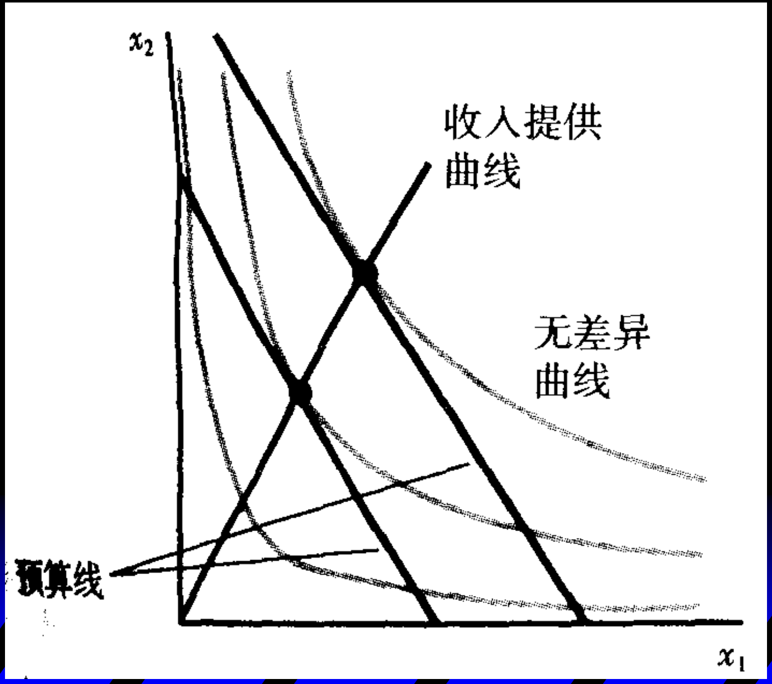


收入改变与柯布-道格拉斯偏好

计算恩格尔曲线方程的一个例子：柯布-道格拉斯函数

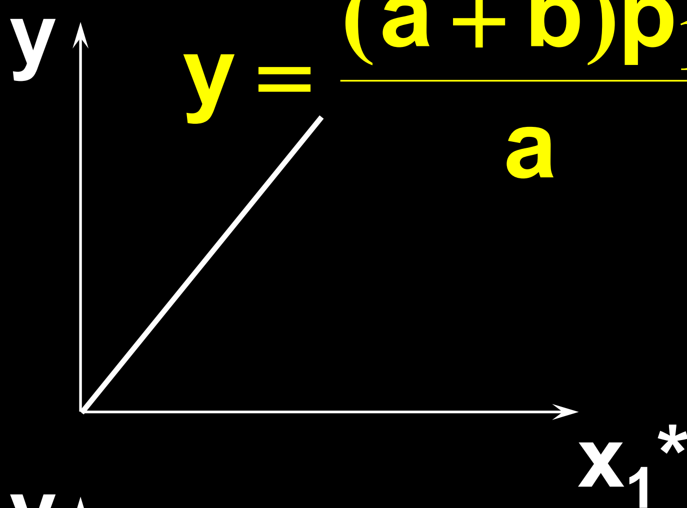
$$U(x_1, x_2) = x_1^a x_2^b.$$

一般需求函数为 $x_1^* = \dfrac{ay}{(a+b)p_1}$； $x_2^* = \dfrac{by}{(a+b)p_2}$.



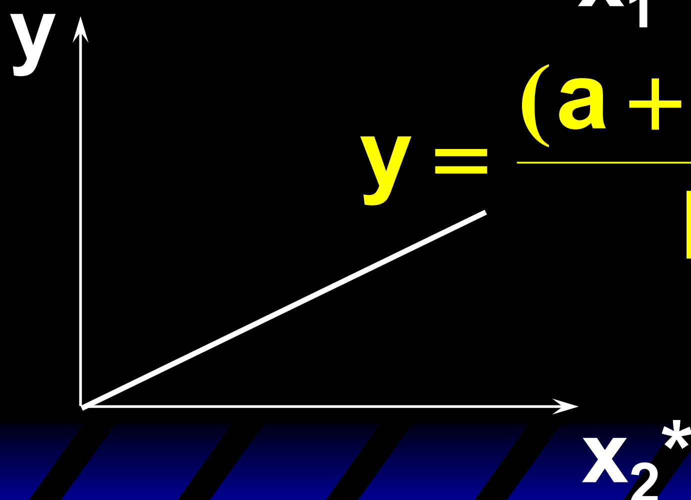
两种商品的需求函数都是收入的线性函数，意味着收入扩展线一定是经过原点的直线

收入改变与柯布-道格拉斯偏好



$$y = \frac{(a+b)p_1}{a} x_1^*$$

商品1的恩格尔曲线



$$y = \frac{(a+b)p_2}{b} x_2^*$$

商品2的恩格尔曲线

收入改变：相似偏好

上述例子中的收入提供曲线和恩格尔曲线都是直线。

问题：这是否具有一般性？

答：否。如果消费者具有相似偏好，那么收入提供线和恩格尔线全是由原点出发的直线。

相似偏好

消费者的偏好为相似偏好当且仅当它满足如下条件时成立

$$(x_1,x_2) \prec (y_1,y_2) \Leftrightarrow (kx_1,kx_2) \prec (ky_1,ky_2)$$

对于任意$k > 0$.

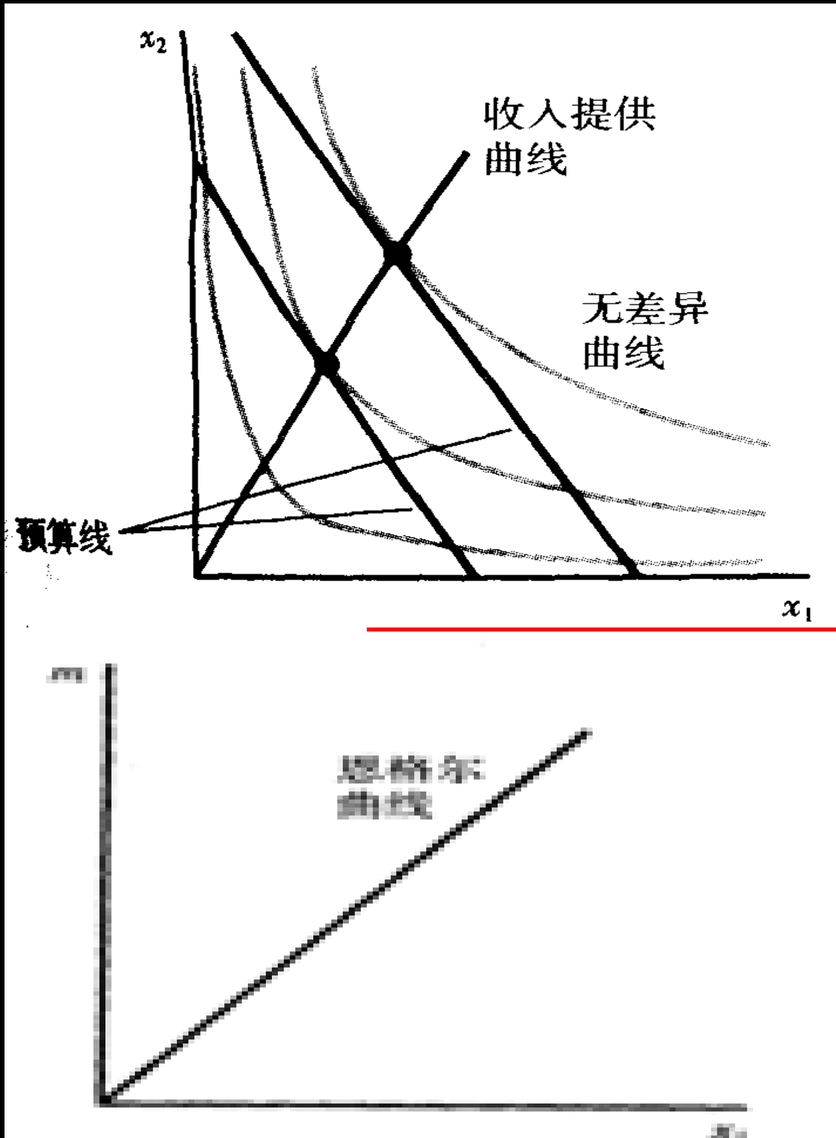
具有这种性质的偏好称为相似偏好。上述三种偏好 —都是相似偏好

如果偏好是相似的，意味着当收入按任意的比例 $t>0$递增或递减时，需求束也会按相同的比例递增或递减

相似偏好

如果消费者具有相似偏好，那么，他的收入提供曲线就会像右上图显示的那样，**都是经由原点的直线**

恩格尔曲线也是直线。如果你的收入增加一倍，那么，对每种商品的需求就恰好也会增加一倍



B 恩格尔曲线

收入效应– 一个非同位偏好的例子

拟线性偏好不是同位偏好

$$U(x_1, x_2) = f(x_1) + x_2.$$

例如， $U(x_1, x_2) = \sqrt{x_1} + x_2.$

每一条无差异曲线都是其它曲线垂直地向上移动的结果。

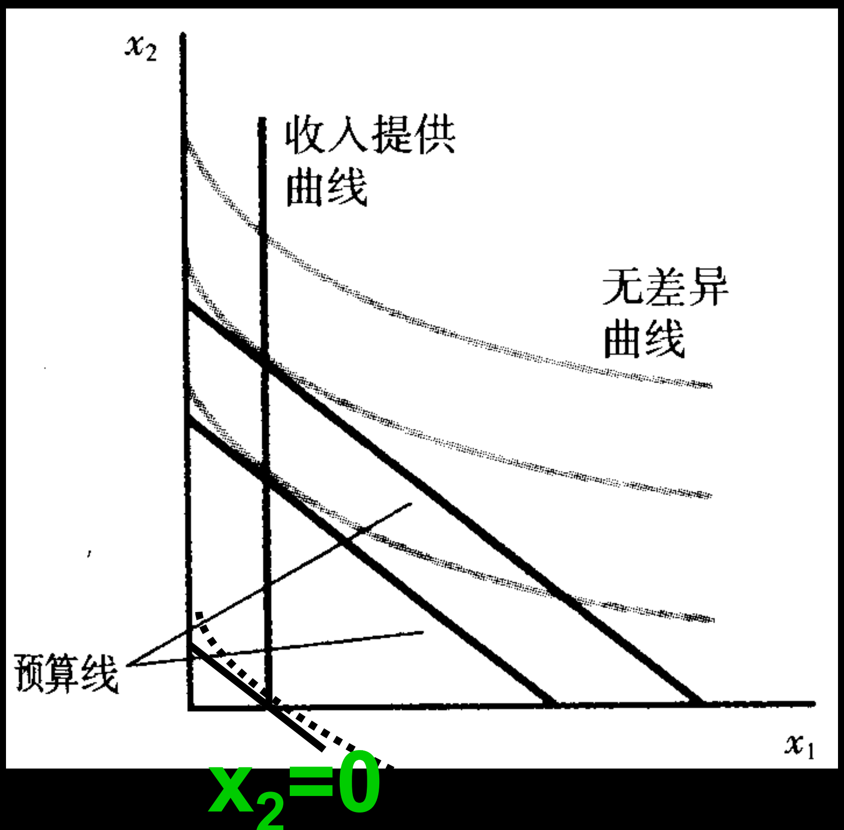
拟线性无差异曲线

- ✓ 在拟线性偏好的情况下，如果一条无差异曲线在（x_1，x_2）点与预算线相切，那么，对于任意的常数k，另一条无差异曲线一定也会在（x_1，x_2+k）点与预算线相切

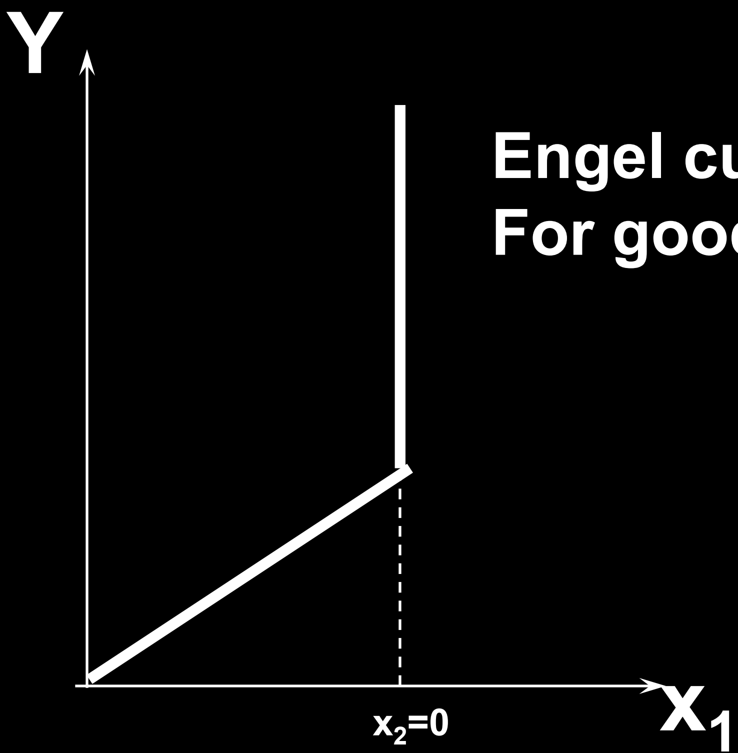
- ✓ 收入增加完全不会改变对商品1的需求，所有新增加的收入将全部用在商品2的消费上

- ✓ 如果偏好是拟线性的，我们有时称商品1具有“零收入效应”。因此，商品1的恩格尔曲线是一条垂直线—当收入变动时，商品1的需求保持不变

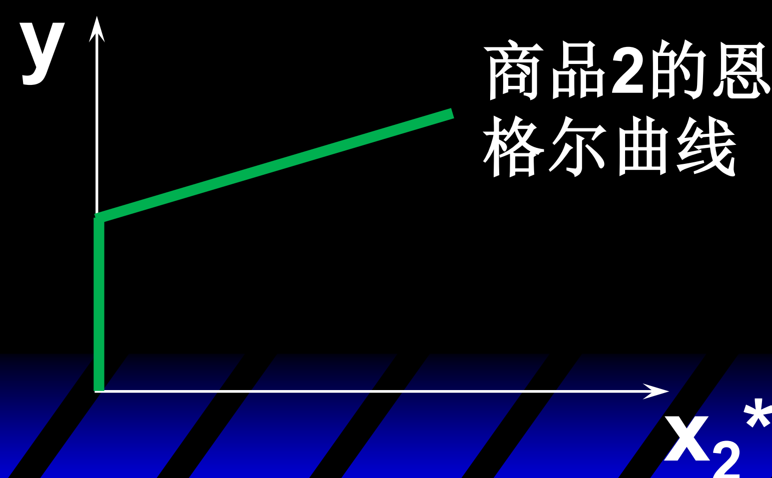
商品1具有“零收入效应”



x_2
收入提供
曲线
无差异
曲线
预算线
x_1
$x_2=0$



Y
Engel curve
For good 1
$x_2=0$
x_1



y
商品2的恩
格尔曲线
x_2^*

商品1具有“零收入效应”

✓ 在实际生活中，这类事情可能在怎样一种情形下发生呢？

- 假设商品1是铅笔，商品2是花费在其他商品上的货币。起初，我可能将所有的收入都花费在铅笔上，但当我的收入增加时，我不会购买更多的铅笔

- 我的全部新增收入都将花费在其他商品上

普通商品与吉芬商品

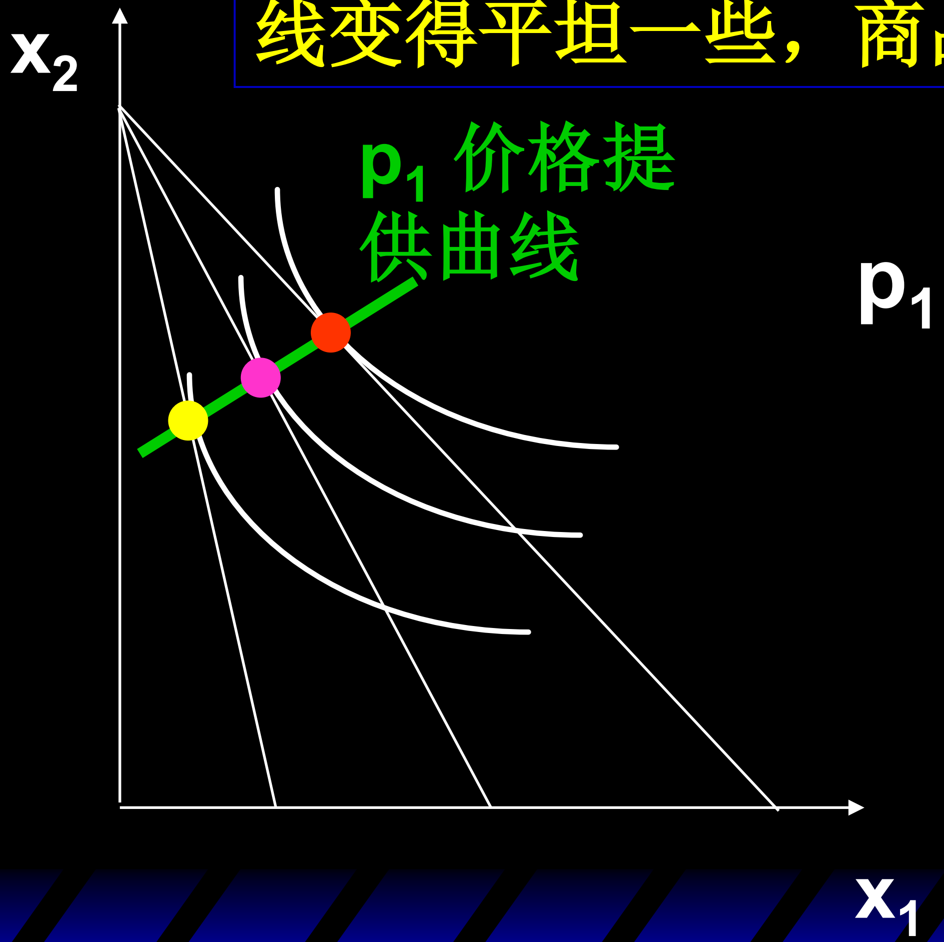
现在我们考虑价格变动的情况

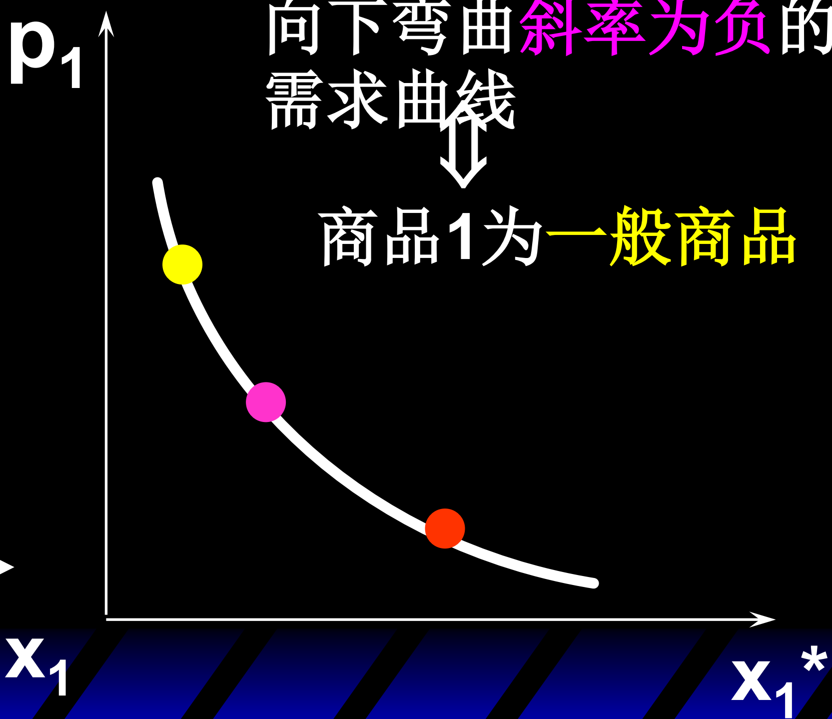
假定我们降低商品1的价格，同时保持商品2的价格和货币收入不变

在这种情况下，商品1的需求数量会发生什么变化？

一般商品

保持 p_2 和 y不变，商品1价格下降时，预算线变得平坦一些，商品1的需求增加了





向下弯曲斜率为负的需求曲线

⇕

商品1为一般商品

一般商品和吉芬商品

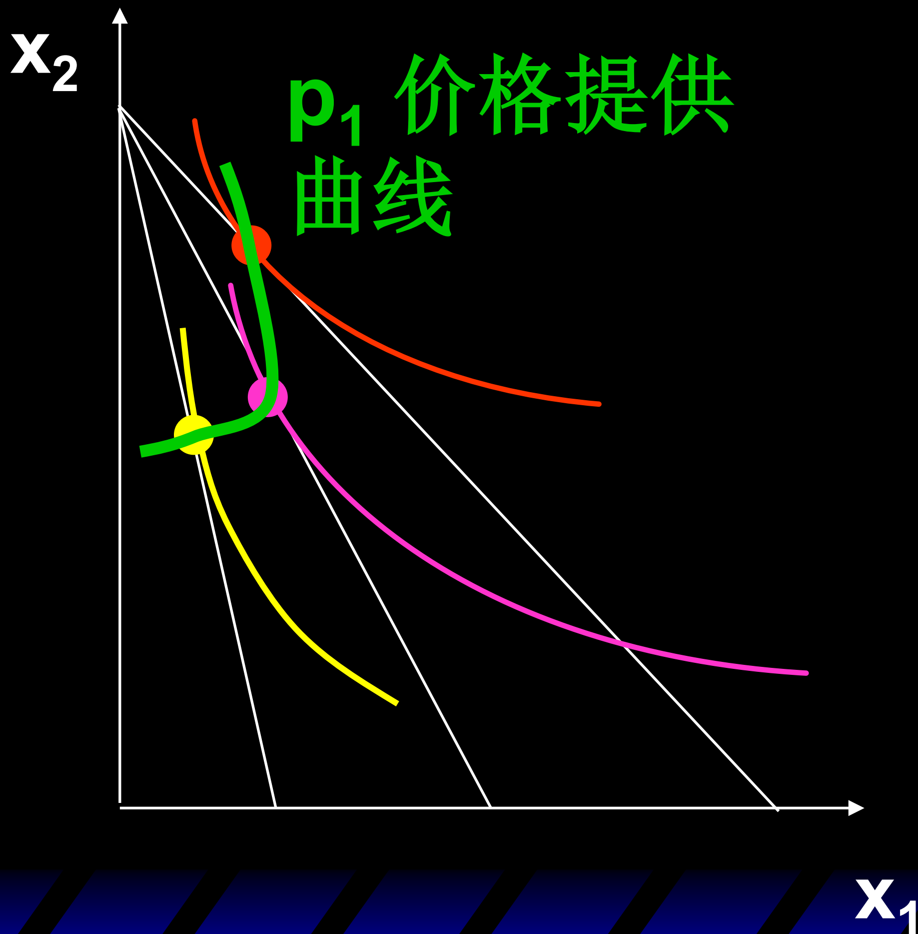
如果一种商品的价格下降时对于这种商品的需求上升，我们称这种商品为一般商品，这种需求曲线具有负的斜率

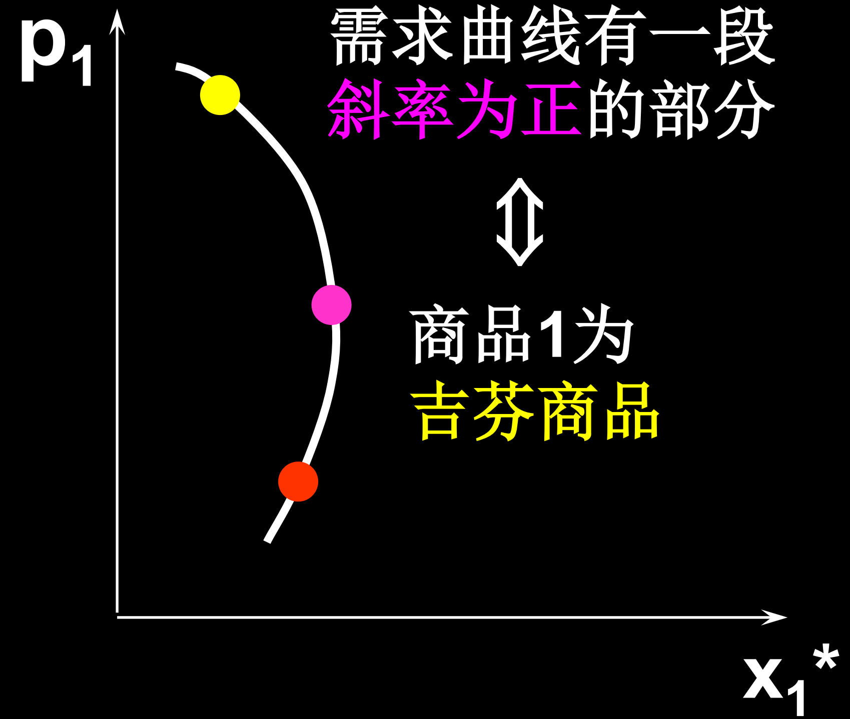
思考：是否无论消费者的偏好如何，只要商品的价格下降，这种商品的需求就会增加？

假如对于一种商品价格的某些值，当商品1的价格下降时对于这种商品的需求也减少，那么称这种商品为吉芬商品，该需求曲线斜率为正

吉芬商品

保持p_2 与 y不变





需求曲线有一段
斜率为正的部分

⇕

商品1为
吉芬商品

价格提供曲线和需求曲线

当p_2 和 y保持不变时，当p_1改变时包含所有效用最大化的消费束曲线成为价格p_1的提供曲线。

针对每个不同的价格P_1标绘出商品1的最优消费水平，即为一般需求曲线。

几个例子-完全替代

对于完全替代效用函数的p_1价格提供曲线是怎样的？

$$U(x_1, x_2) = x_1 + x_2.$$

对于商品1与商品2的一般需求函数为

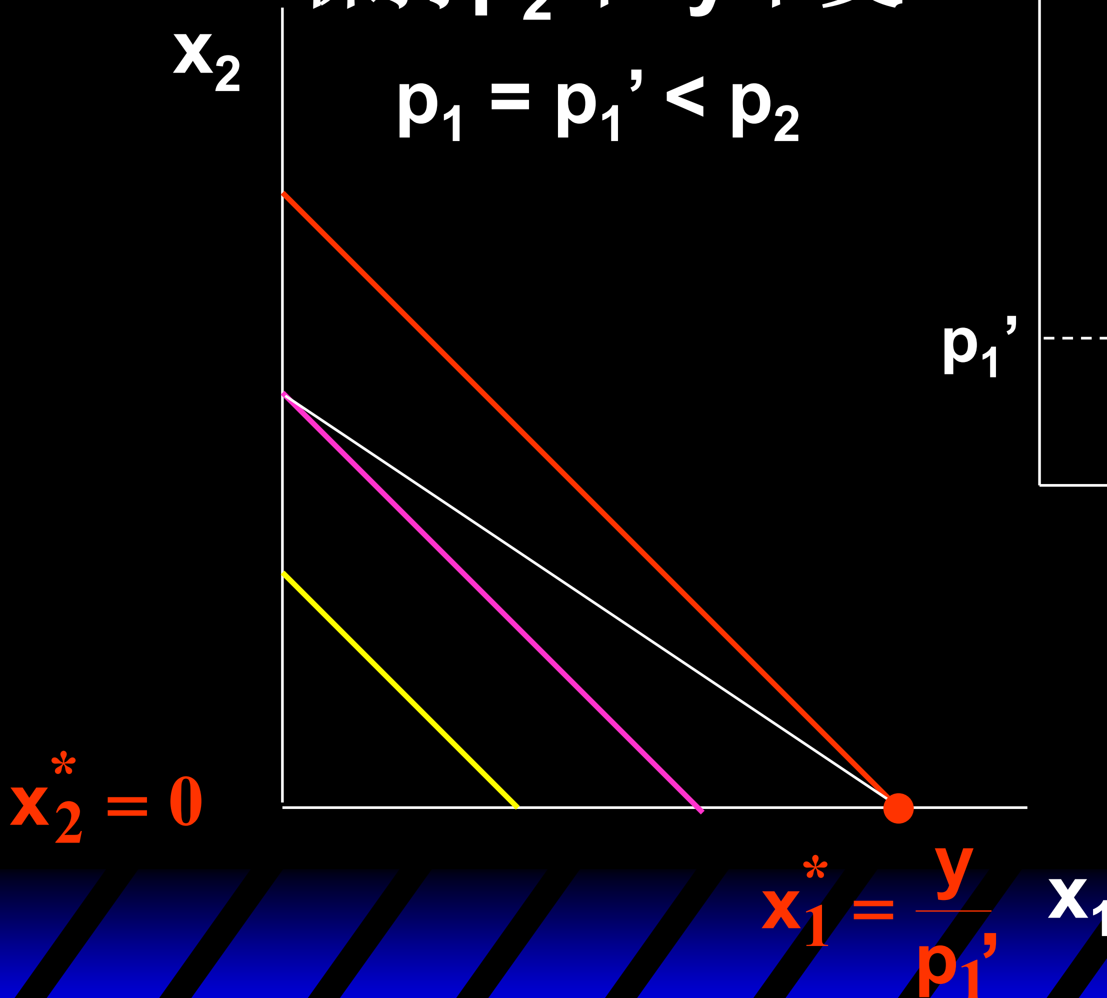
$$x_1^*(p_1, p_2, y) = \begin{cases} 0 & , \text{if } p_1 > p_2 \\ y/p_1 & , \text{if } p_1 < p_2 \end{cases}$$

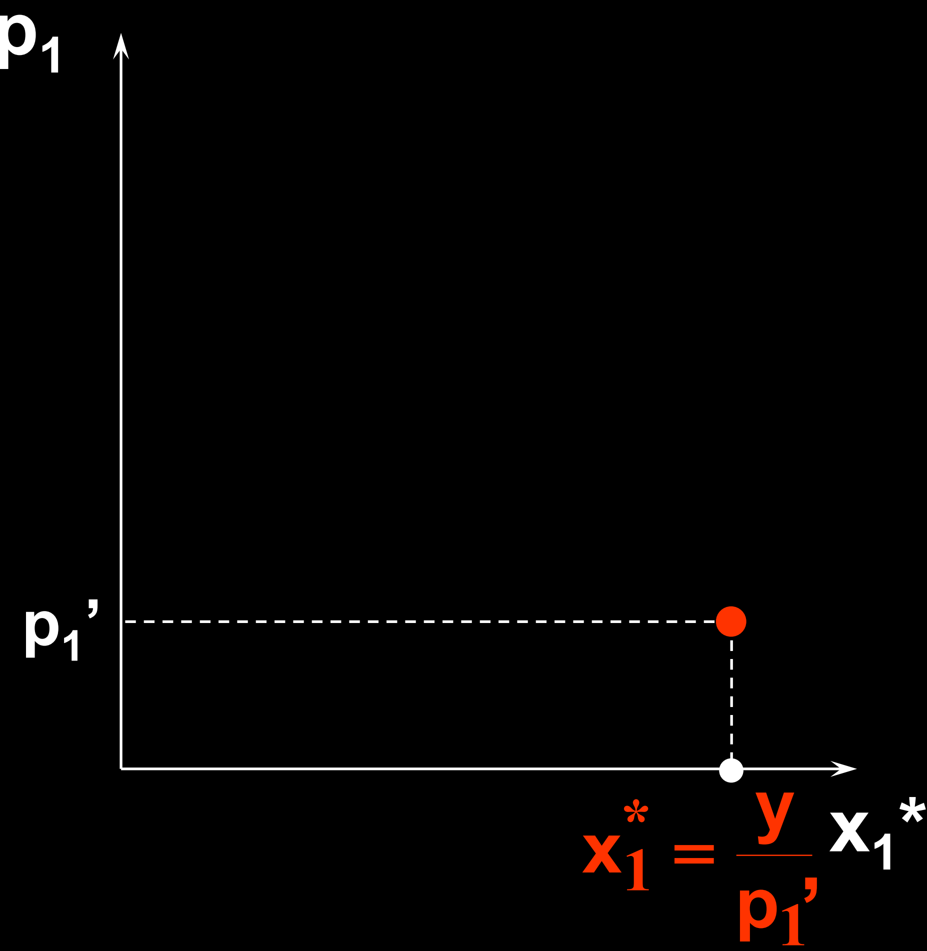
且

$$x_2^*(p_1, p_2, y) = \begin{cases} 0 & , \text{if } p_1 < p_2 \\ y/p_2 & , \text{if } p_1 > p_2. \end{cases}$$

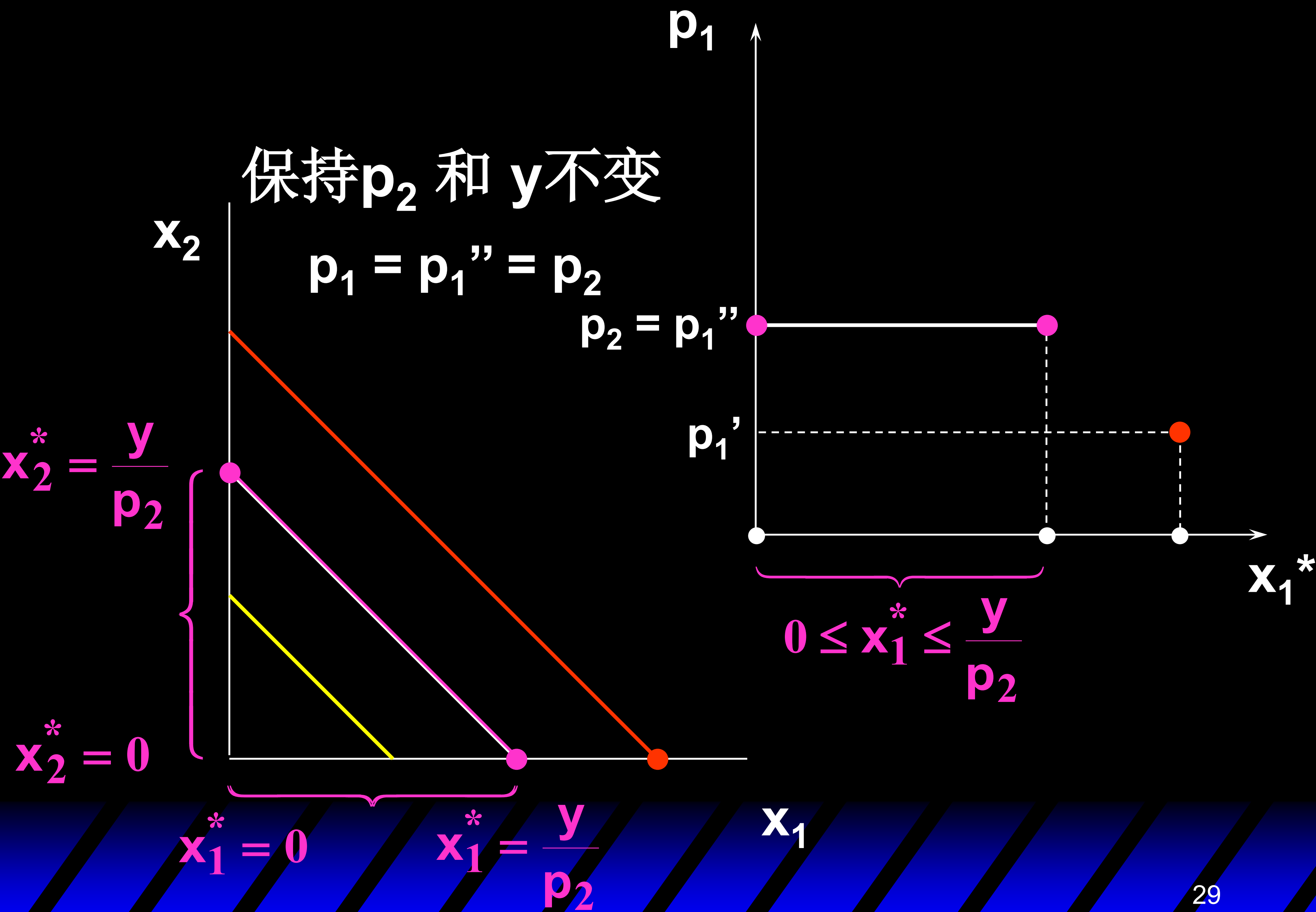
保持p_2 和 y不变

$p_1 = p_1' < p_2$



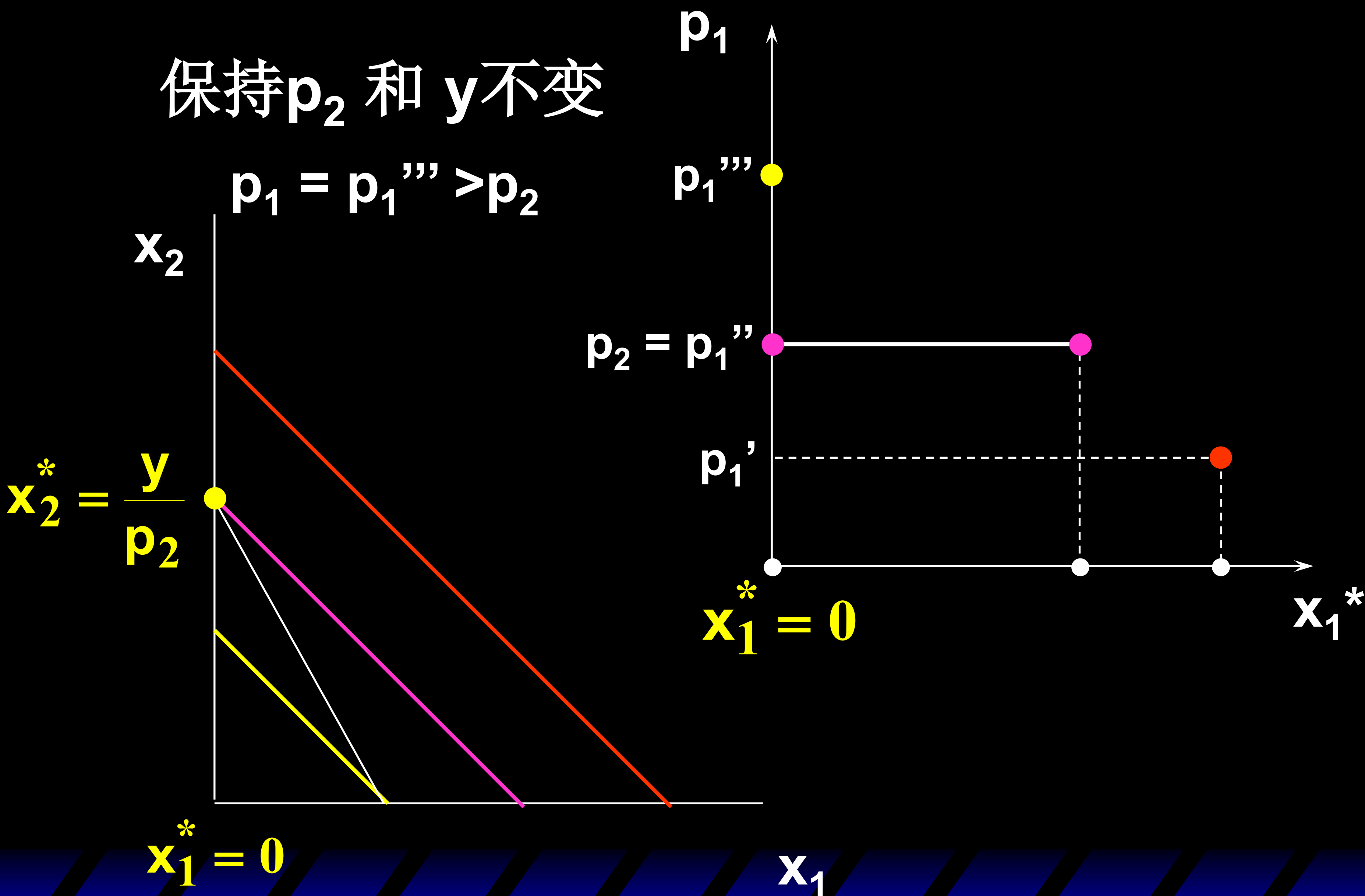


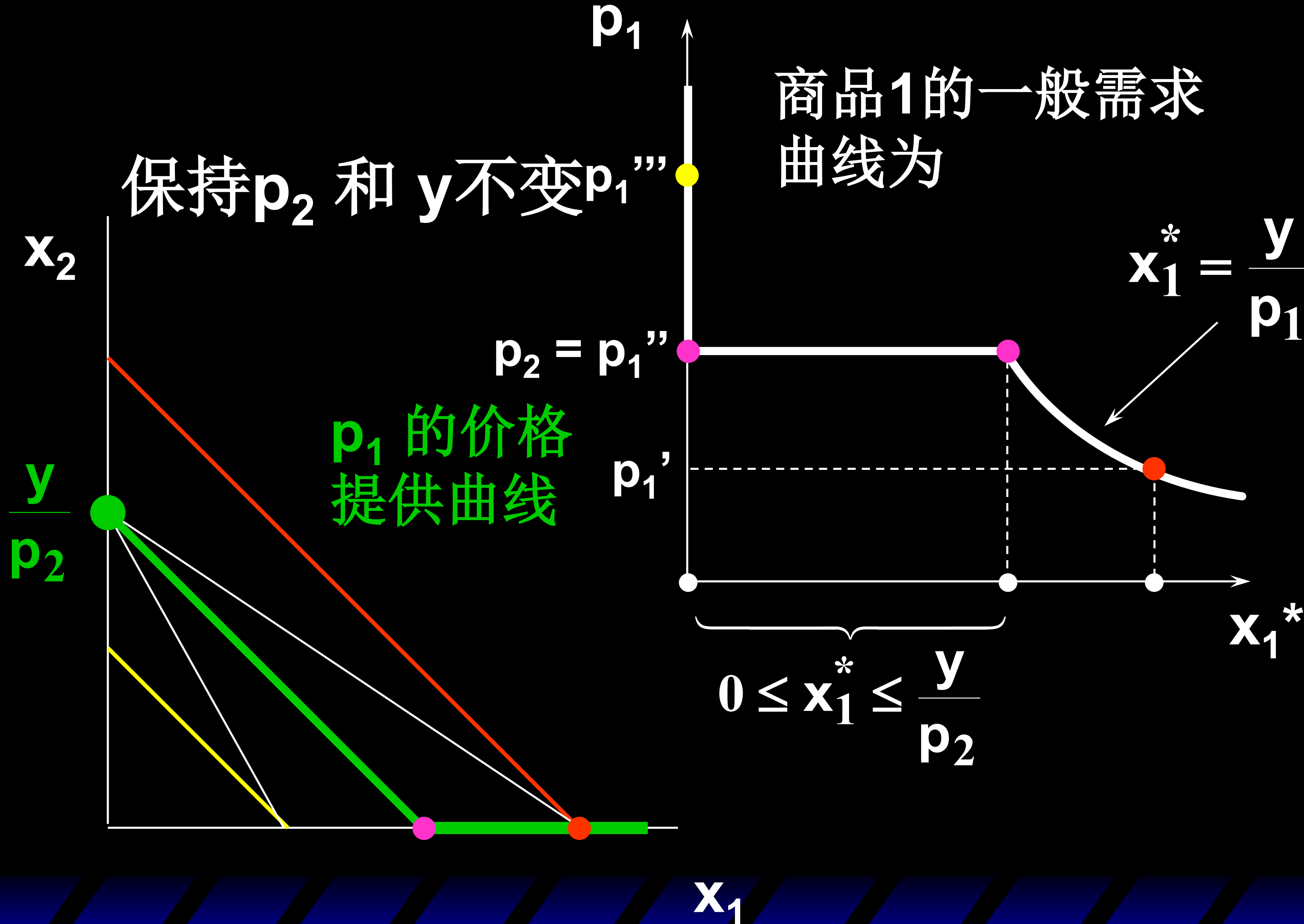
保持p_2 和 y不变



$p_1 = p_1'' = p_2$
x_2
$x_2^* = \frac{y}{p_2}$
$x_2^* = 0$
$x_1^* = 0$
$x_1^* = \frac{y}{p_2}$
x_1
p_1
$p_2 = p_1''$
p_1'
x_1^*
$0 \le x_1^* \le \frac{y}{p_2}$

保持p_2 和 y不变




保持p_2 和 y不变p_1'''
商品1的一般需求曲线为
p_1
x_2
$\frac{y}{p_2}$
p_1 的价格
提供曲线
$p_2 = p_1''$
p_1'
$x_1^* = \frac{y}{p_1}$
x_1^*
$0 \le x_1^* \le \frac{y}{p_2}$
x_1

几个例子-完全互补

对于完全互补效用函数的p_1价格提供曲线是怎样的？

$$U(x_1, x_2) = \min\{x_1, x_2\}.$$

对于商品1和商品2的一般需求函数为：

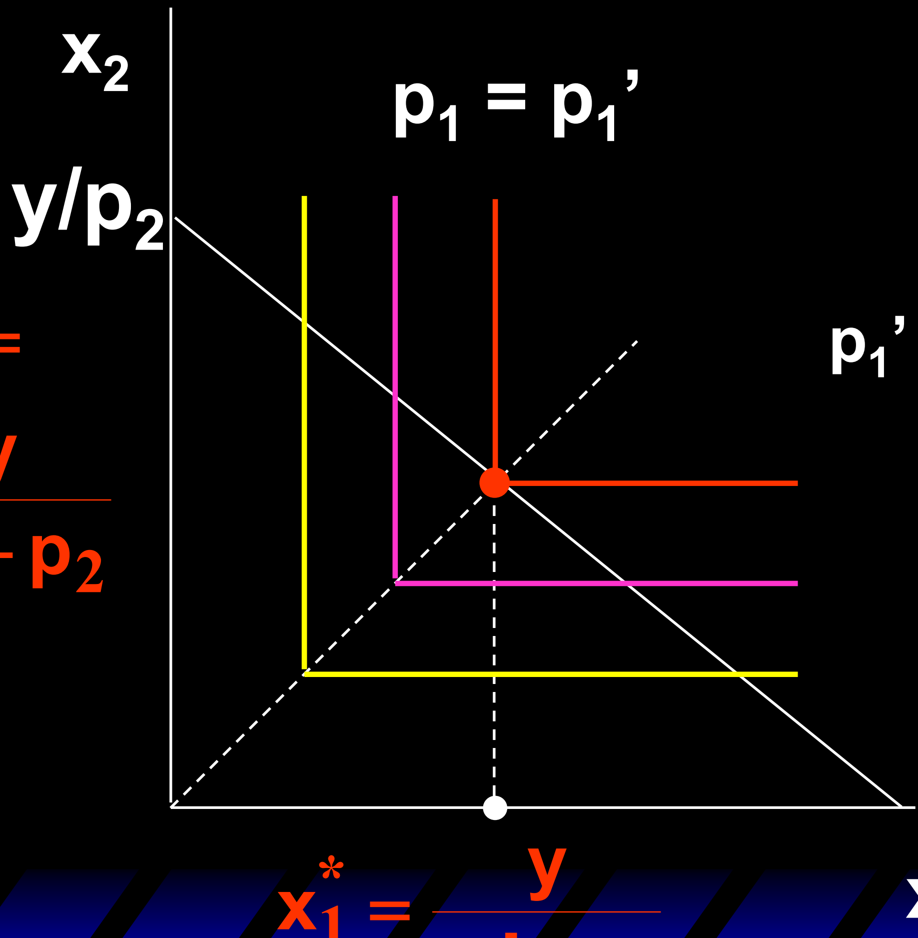
$$x_1^*(p_1, p_2, y) = x_2^*(p_1, p_2, y) = \frac{y}{p_1 + p_2}.$$

保持 p_2 和 y不变，p_1 升高导致x_1^* 和 x_2^*变小

当 $$p_1 \to 0, \quad x_1^* = x_2^* \to \frac{y}{p_2}.$$

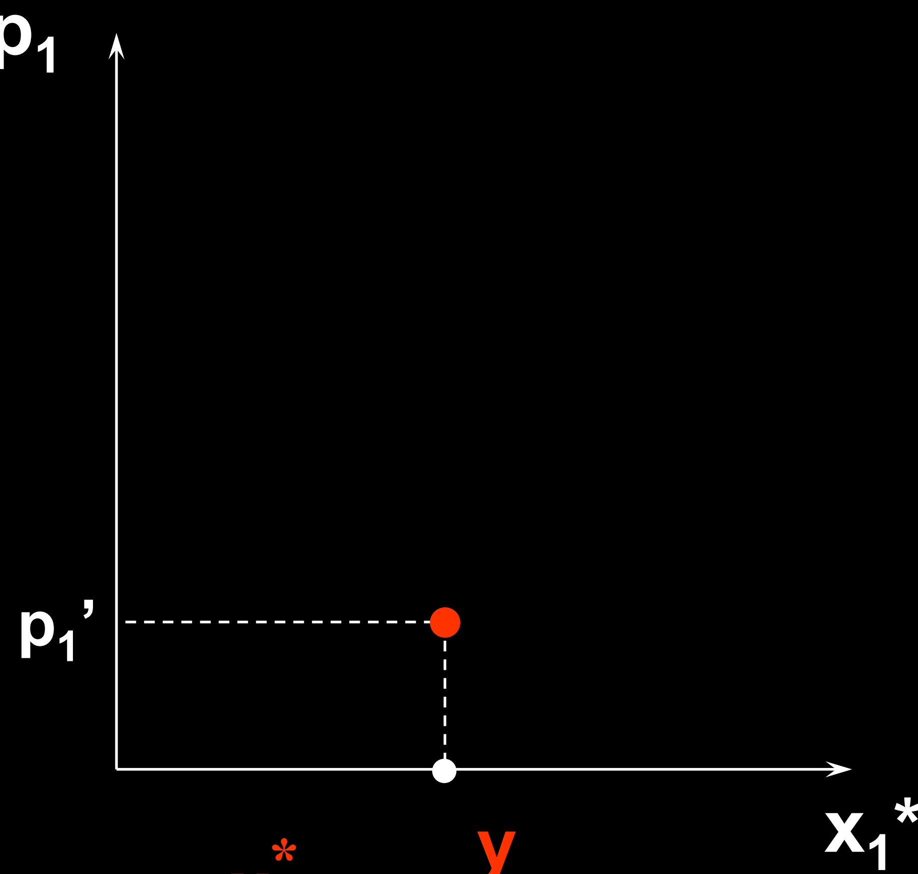
当 $$p_1 \to \infty, \quad x_1^* = x_2^* \to 0.$$

保持p_2 和 y不变。



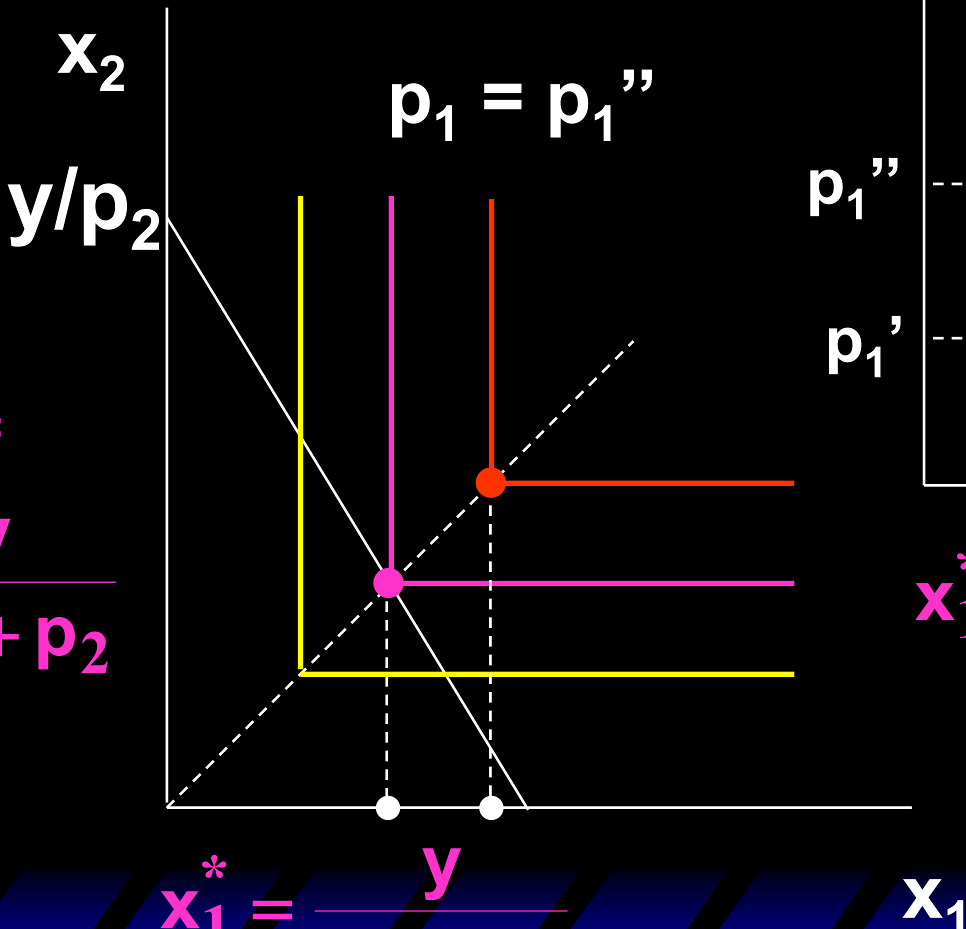
$$x_2^* = \frac{y}{p_1' + p_2}$$

$$x_1^* = \frac{y}{p_1' + p_2}$$



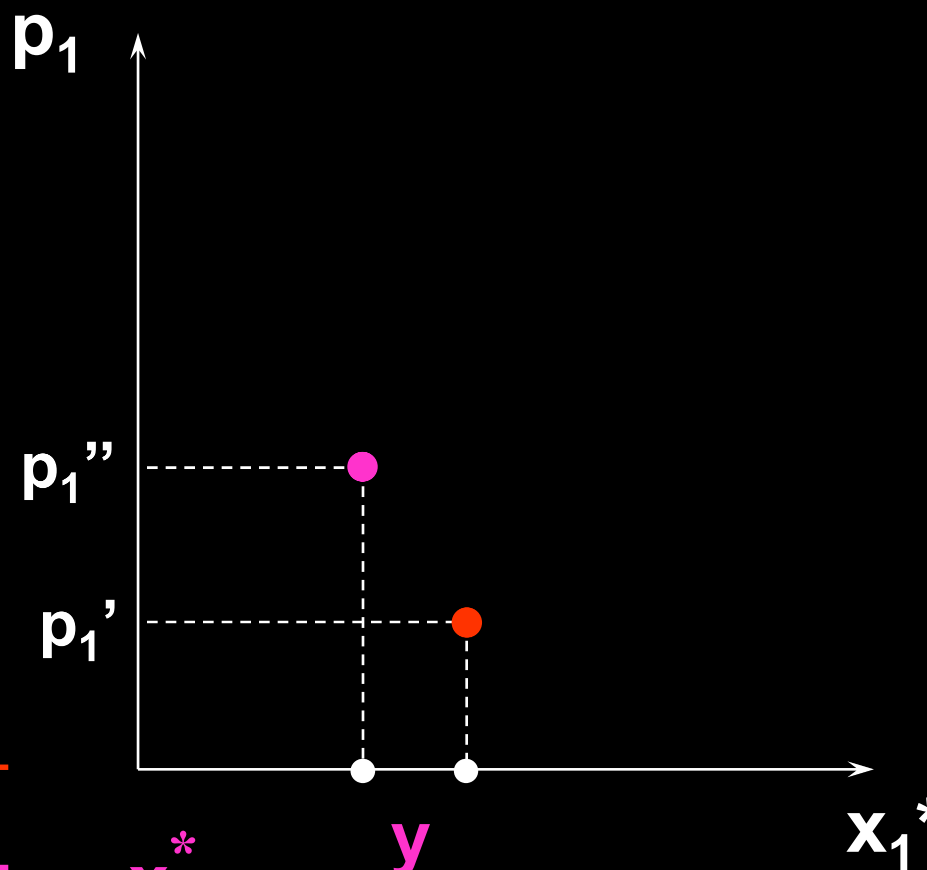
$$x_1^* = \frac{y}{p_1' + p_2}$$

保持p_2 和 y不变。



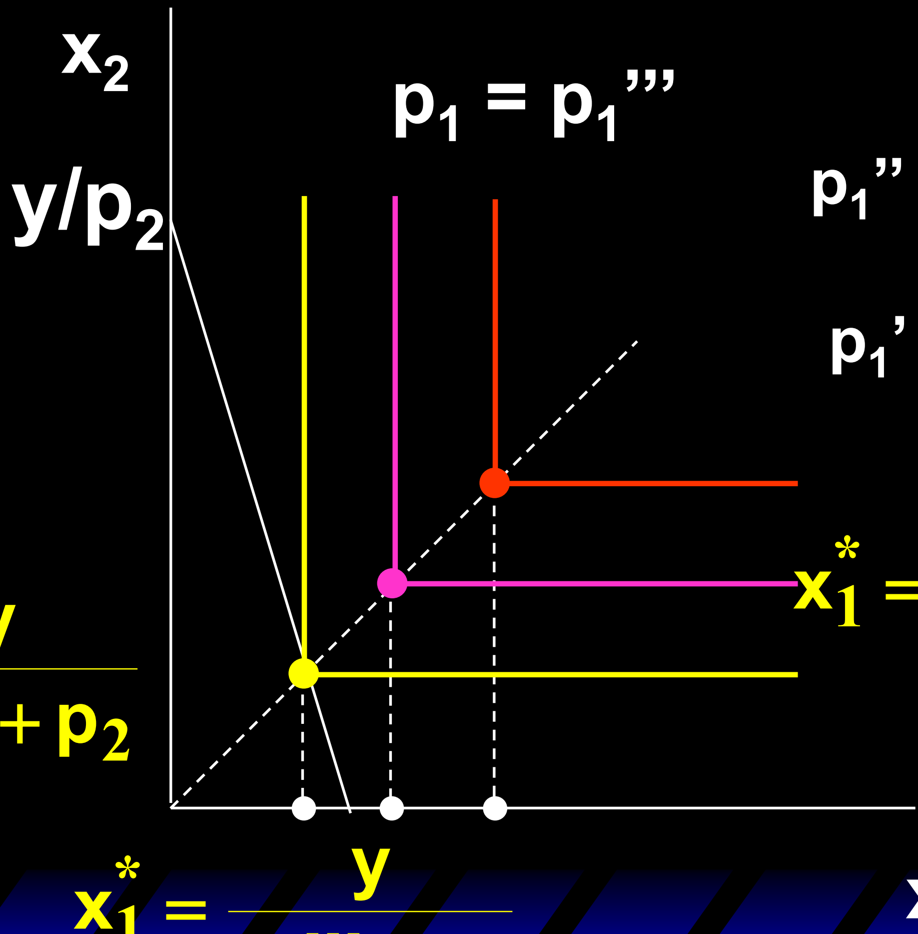
$$x_2^* = \frac{y}{p_1'' + p_2}$$

$$x_1^* = \frac{y}{p_1'' + p_2}$$



$$x_1^* = \frac{y}{p_1'' + p_2}$$

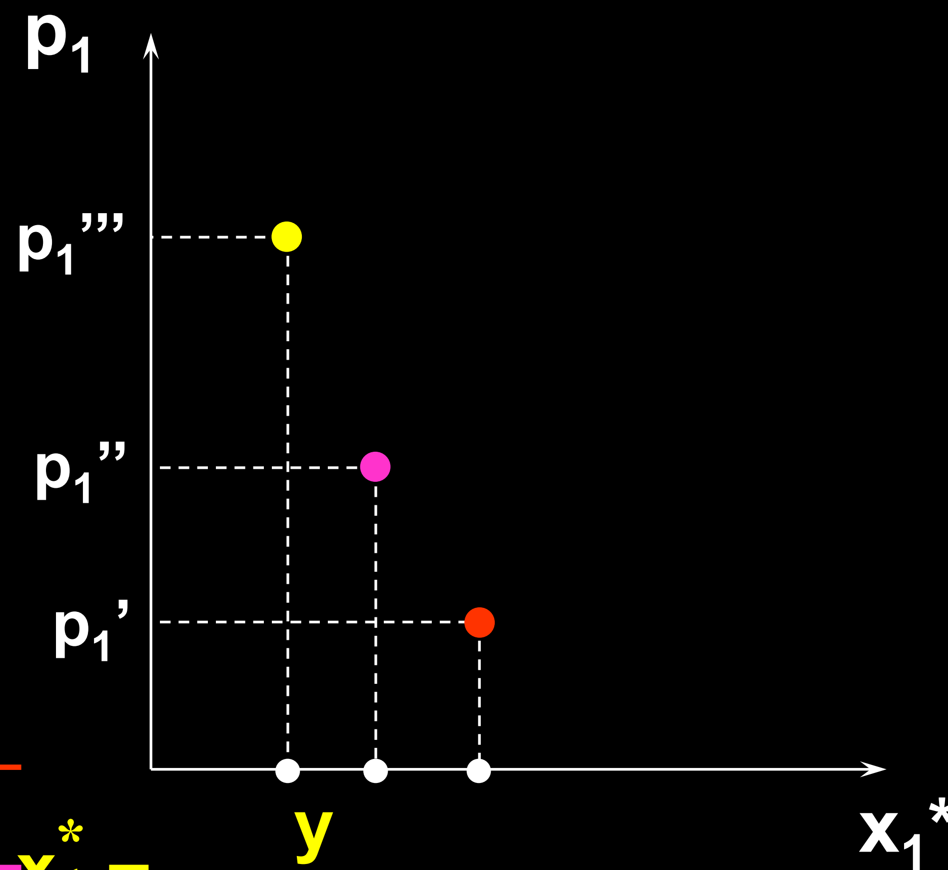
保持p_2 和 y不变。

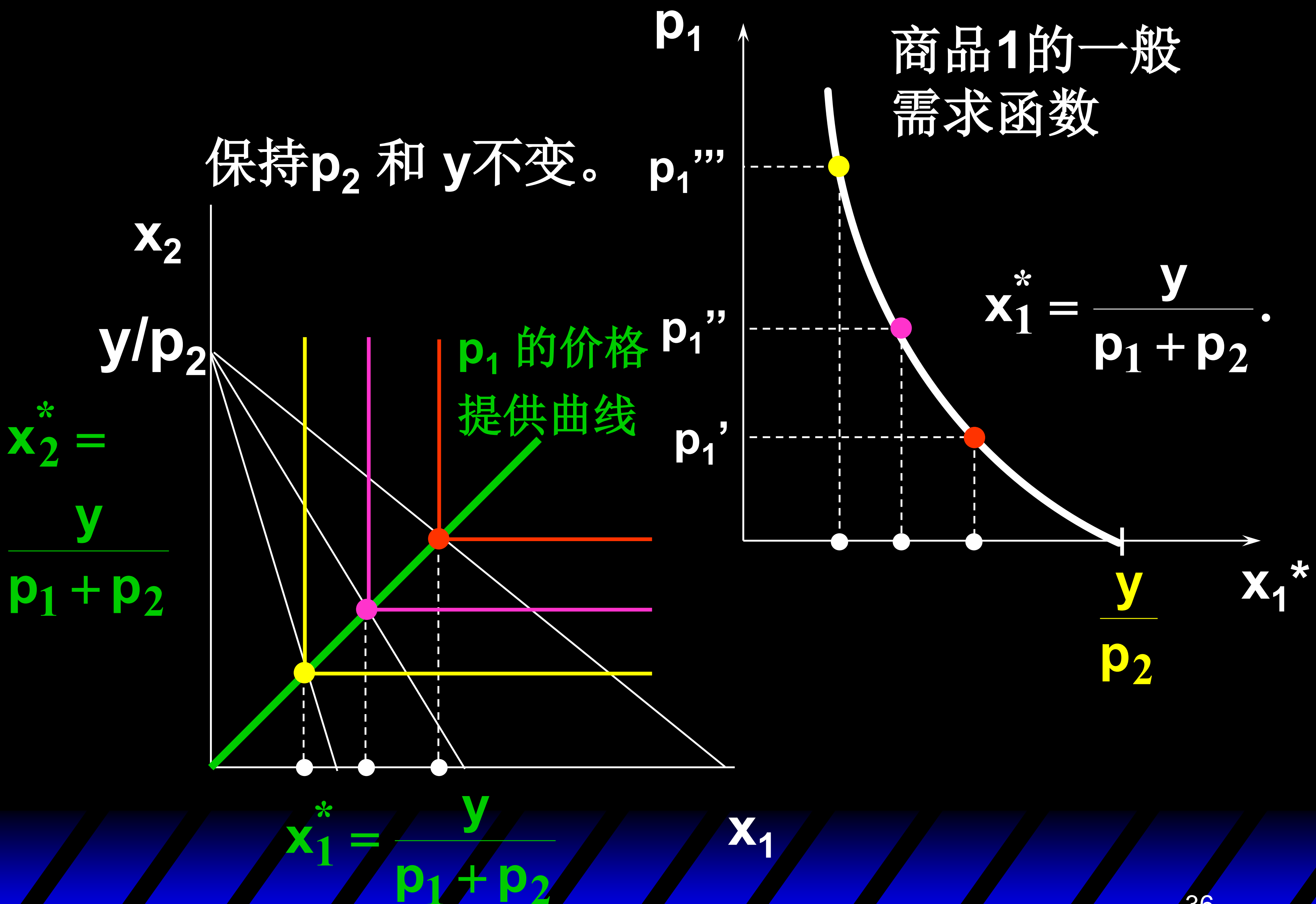


$$x_2^* = \frac{y}{p_1''' + p_2}$$

$$x_1^* = \frac{y}{p_1''' + p_2}$$

$$x_1^* = \frac{y}{p_1''' + p_2}$$





商品1的一般需求函数
保持p_2和 y不变。
p_1
p_1'''
p_1''
p_1'
x_2
y/p_2
p_1 的价格提供曲线
$x_1^* = \dfrac{y}{p_1+p_2}$.
$x_2^* = \dfrac{y}{p_1+p_2}$
$\dfrac{y}{p_2}$
x_1^*
$x_1^* = \dfrac{y}{p_1+p_2}$
x_1

几个例子-柯布-道格拉斯

对于柯布-道格拉斯效用函数的p_1价格提供曲线怎样的？

例如 $$U(x_1,x_2)=x_1^a x_2^b.$$

对于商品1与商品2的一般需求函数为：

$$x_1^*(p_1,p_2,y)=\frac{a}{a+b}\times\frac{y}{p_1}$$

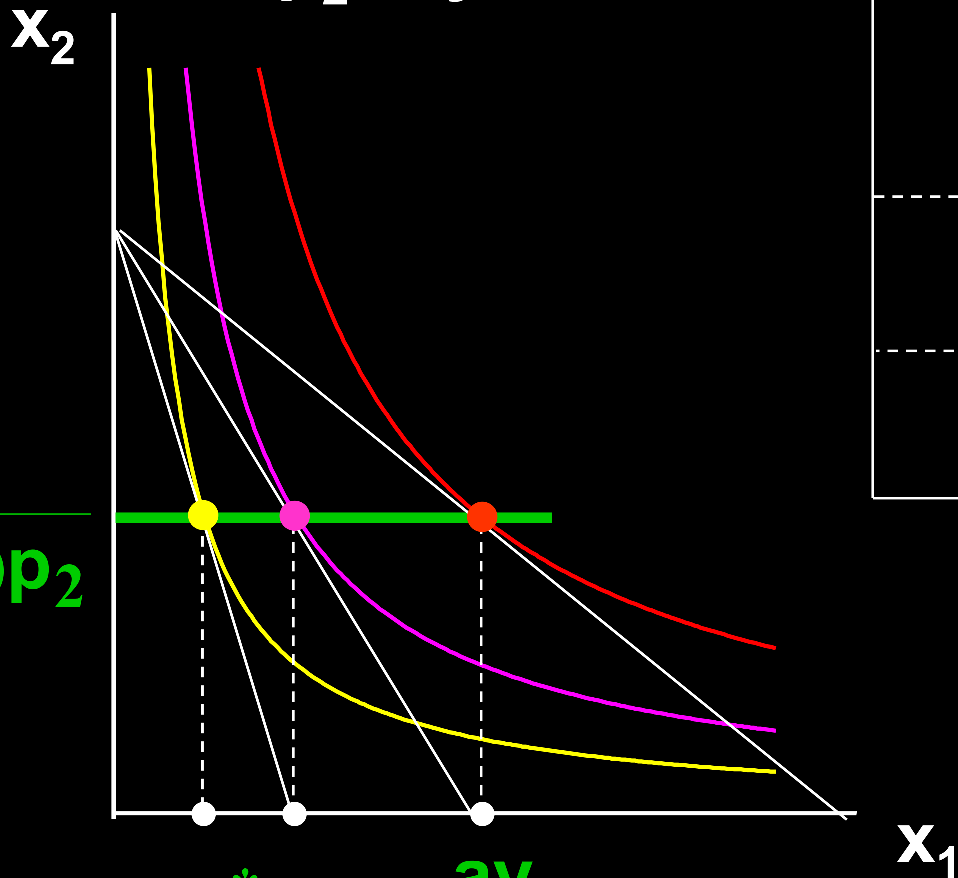
且

$$x_2^*(p_1,p_2,y)=\frac{b}{a+b}\times\frac{y}{p_2}.$$

注意：点x_2^* 与价格p_1 无关，因此p_1的价格提供曲线为水平的。对于商品1的一般需求曲线为矩形双曲线.

保持 p_2 和y不变

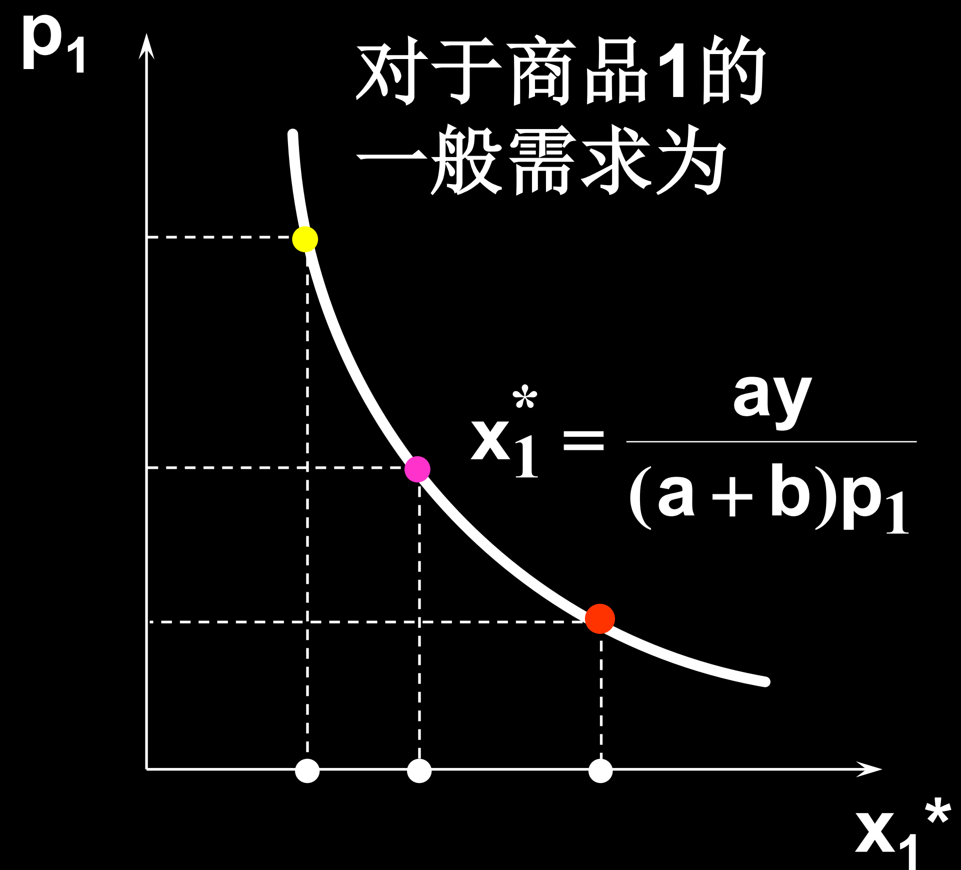
$$x_2^* = \frac{by}{(a+b)p_2}$$



$$x_1^* = \frac{ay}{(a+b)p_1}$$

对于商品1的一般需求为

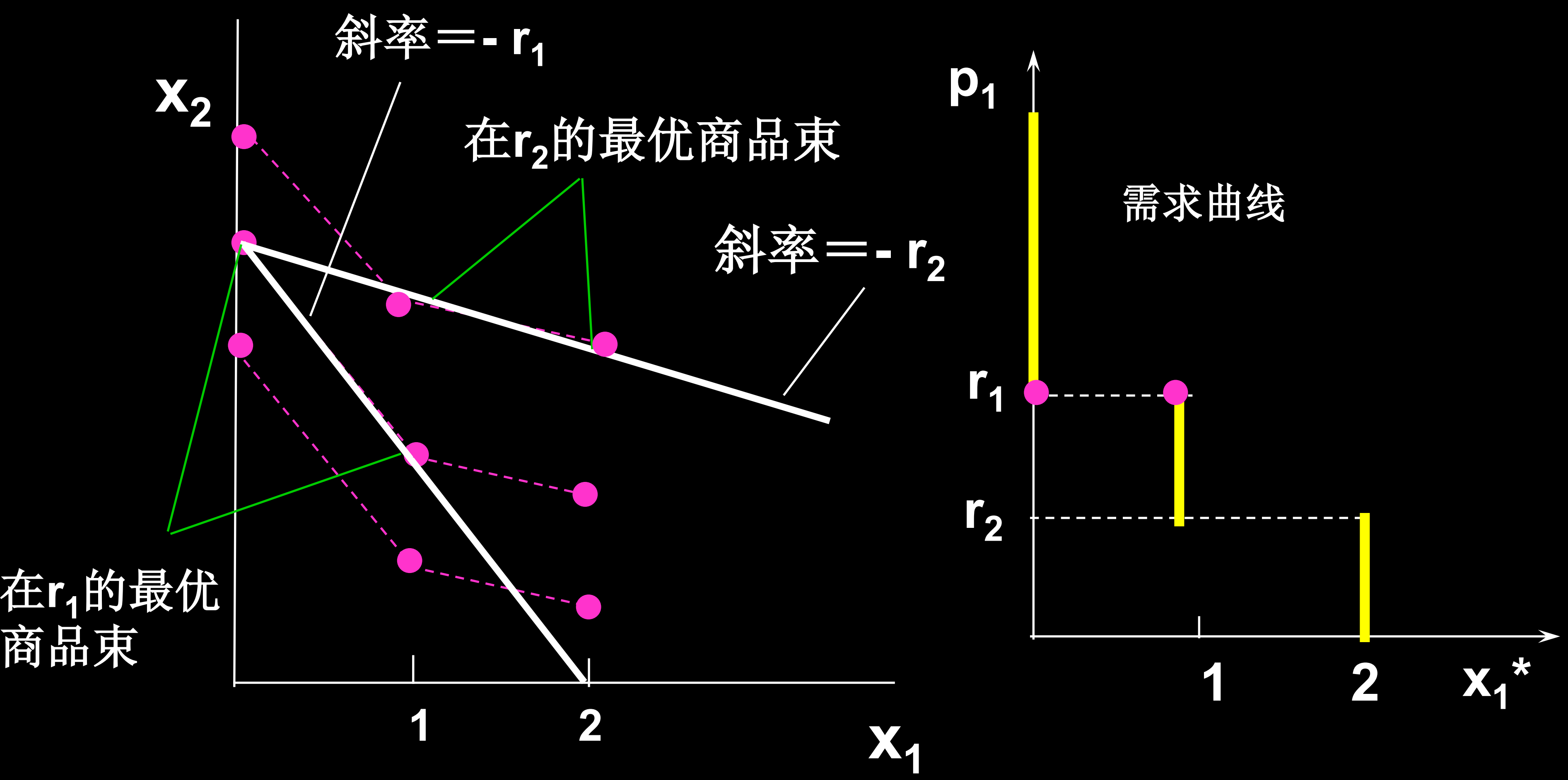
$$x_1^* = \frac{ay}{(a+b)p_1}$$



几个例子-离散商品

假设商品1是离散商品。如果p_1非常高，消费者就会严格偏好消费零单位；如果p_1足够低，消费者就会严格偏好消费1单位。

在某个价格r_1处，消费者在消费和不消费商品1之间无差异。使消费者消费或不消费某种商品刚好无差异的价格称为**保留价格**


斜率＝- r_1
x_2
在r_2的最优商品束
斜率＝- r_2
在r_1的最优
商品束
1
2
x_1
p_1
需求曲线
r_1
r_2
1
2
x_1^*

替代和互补-交叉价格影响

商品1的需求函数是商品1的价格和商品2的价格的函数，记作

$$x_1^*(p_1,p_2,y)$$

考虑当商品2 的价格发生变动时，商品1的需求会怎样变动-增加还是减少？

替代和互补-交叉价格影响

假如价格p_2上升

– 增加对商品1的需求，那么商品1与商品2为替代品

$$\partial x_i(p,m) \big/ \partial p_j > 0$$

– 减少 对于商品1的需求，商品1与商品2为互补品

$$\partial x_i(p,m) \big/ \partial p_j < 0$$

无关：$$\partial x_i(p,m) \big/ \partial p_j = 0$$

交叉价格影响

一个完全互补品的例子: $x_1^* = \dfrac{y}{p_1 + p_2}$

因此 $\dfrac{\partial x_1^*}{\partial p_2} = -\dfrac{y}{(p_1 + p_2)^2} < 0.$

因此商品2与商品1互为互补品

以柯布-道格拉斯函数为例 $x_2^* = \dfrac{by}{(a+b)p_2}$

因此 $\dfrac{\partial x_2^*}{\partial p_1} = 0.$

因此商品1既不是商品2的互补品，也不是商品2的替代品

反需求函数

把需求数量给定，然后求出对应的价格的过程描述了一种商品的**反需求函数**。

以柯布-道格拉斯为例：$x_1^* = \dfrac{ay}{(a+b)p_1}$ 为基本需求函数

$$p_1 = \frac{ay}{(a+b)x_1^*}$$ 为反需求函数。

以完全互补品为例：$x_1^* = \dfrac{y}{p_1 + p_2}$ 为一般需求函数

$$p_1 = \frac{y}{x_1^*} - p_2$$ 为反需求函数。

反需求函数

需求函数 $x_1=x_1(p_1)$，反需求函数 $p_1=p_1(x_1)$
反需求函数的经济学解释 $|MRS|=P_1/P_2$

将商品2的价格视为1，$|MRS|=P_1$

商品1的价格代表：为多获得一单位的商品1，消费者愿意放弃的货币数量，也是对边际支付意愿的测度.

反需求曲线向下倾斜，意味着：随着商品1消费数量的增加，边际支付意愿递减