第十九章

利润最大化

本章要点

研究的主要问题：厂商如何选择产量和生产方法。

分析问题的出发点：利润最大化

基本假设：厂商所面对的投入品和产出品的价格不变。竞争性市场。

经济利润

生产者获得的利润是

$$\Pi = p_1y_1 + \cdots + p_ny_n - w_1x_1 - \cdots w_mx_m.$$

该利润是经济利润

在计算成本时，应该考虑厂商所使用的按市场价格计价的所有生产要素

经济利润与会计利润的区别在于成本的计算的不同。

会计成本是历史成本，即生产要素最初购买时的价格；而不计算经济成本----现在购买生产要素时的价格。

经济成本是考虑了机会成本的成本。如所有者与经营者的工资，土地、设备的机会成本等。

不变要素与可变要素

不变要素：企业数量固定的生产要素；

可变要素：可以改变数量的生产要素。

短期就是指在某一段时间里存在着某些不变要素---这些要素只能按某种固定的数量使用；

长期指的是企业可以自由地改变所有生产要素的使用数量：所有的要素都是可变要素。

所有要素在长期内都是可变的，所以企业可以自由地选择停止投入不再生产–即退出经营。因此，在长期，企业所能获得的最低利润是零。

在短期，企业即使决定不生产任何产量，它也必须使用某些生产要素。因此，企业在短期内完全有可能得到负利润。

准不变要素

准不变要素：只有在企业生产一定量的产品时才需要支付成本的生产要素。

如照明用电---如果企业的产量为零，它不需要提供任何照明；但如果要生产**任意数量**的产品，它就必须购买**一定量**的电力用于照明。

不变要素与准不变要素的比较

准不变要素：无论企业的产量为多少，它们必须按固定数量使用；

不变要素：即使企业的产量为零，企业仍然要为此要素支付成本。如企业长期租赁一幢建筑物，那么，无论是否在此期间生产，都须按期支付租金。

短期利润最大化

假设企业投入二种生产要素，其中要素2是不变要素。

二种生产要素价格分别为w_1，w_2，产品价格为P

生产者处于短期生产环境 $x_2 \equiv \tilde{x}_2.$

短期生产函数为 $y = f(x_1, \tilde{x}_2).$

固定成本为 $FC = w_2\tilde{x}_2$

利润为 $\Pi = py - w_1x_1 - w_2\tilde{x}_2.$

$$y = \frac{w_1}{p}x_1 + \frac{\Pi + w_2\tilde{x}_2}{p}.$$

等利润线---是产生固定利润水平的投入品和产出品的所有组合。

$$y = \frac{w_1}{p}x_1 + \frac{\Pi + w_2\tilde{x}_2}{p}$$

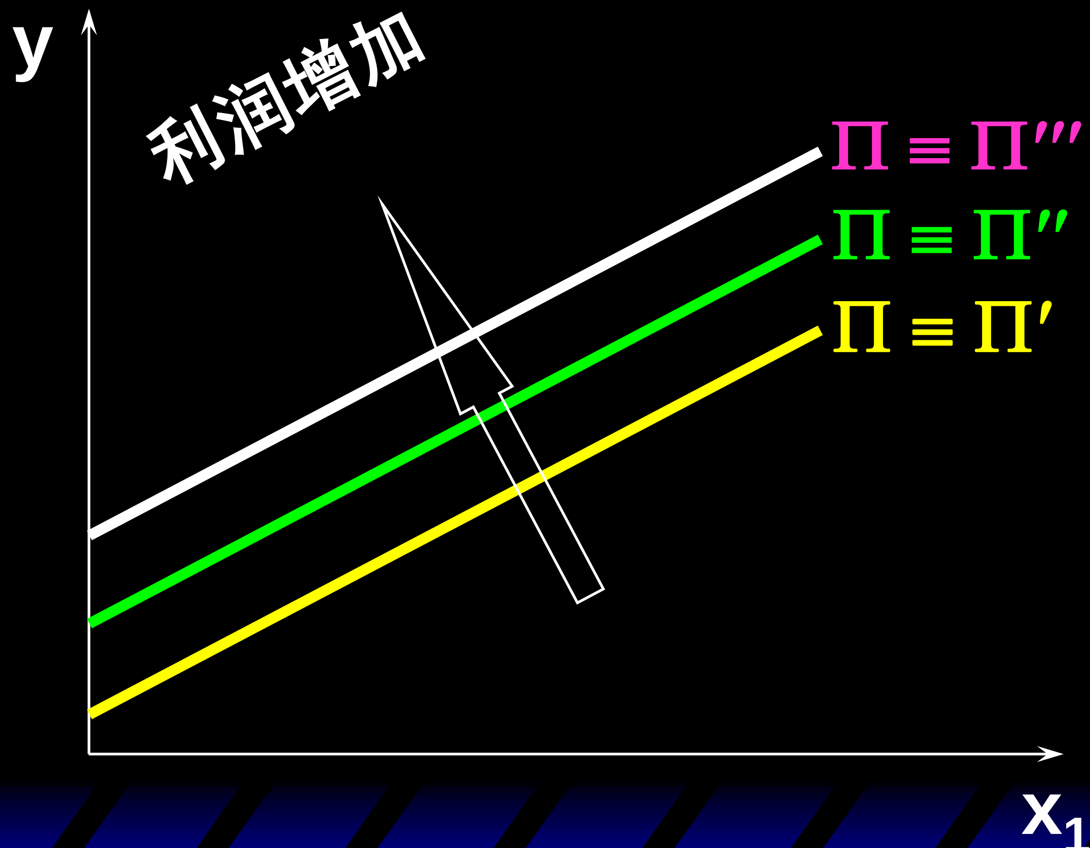
等利润线的斜率为：

$$+\frac{w_1}{p}$$

等利润线的纵截距为：

$$\frac{\Pi + w_2\tilde{x}_2}{p}.$$

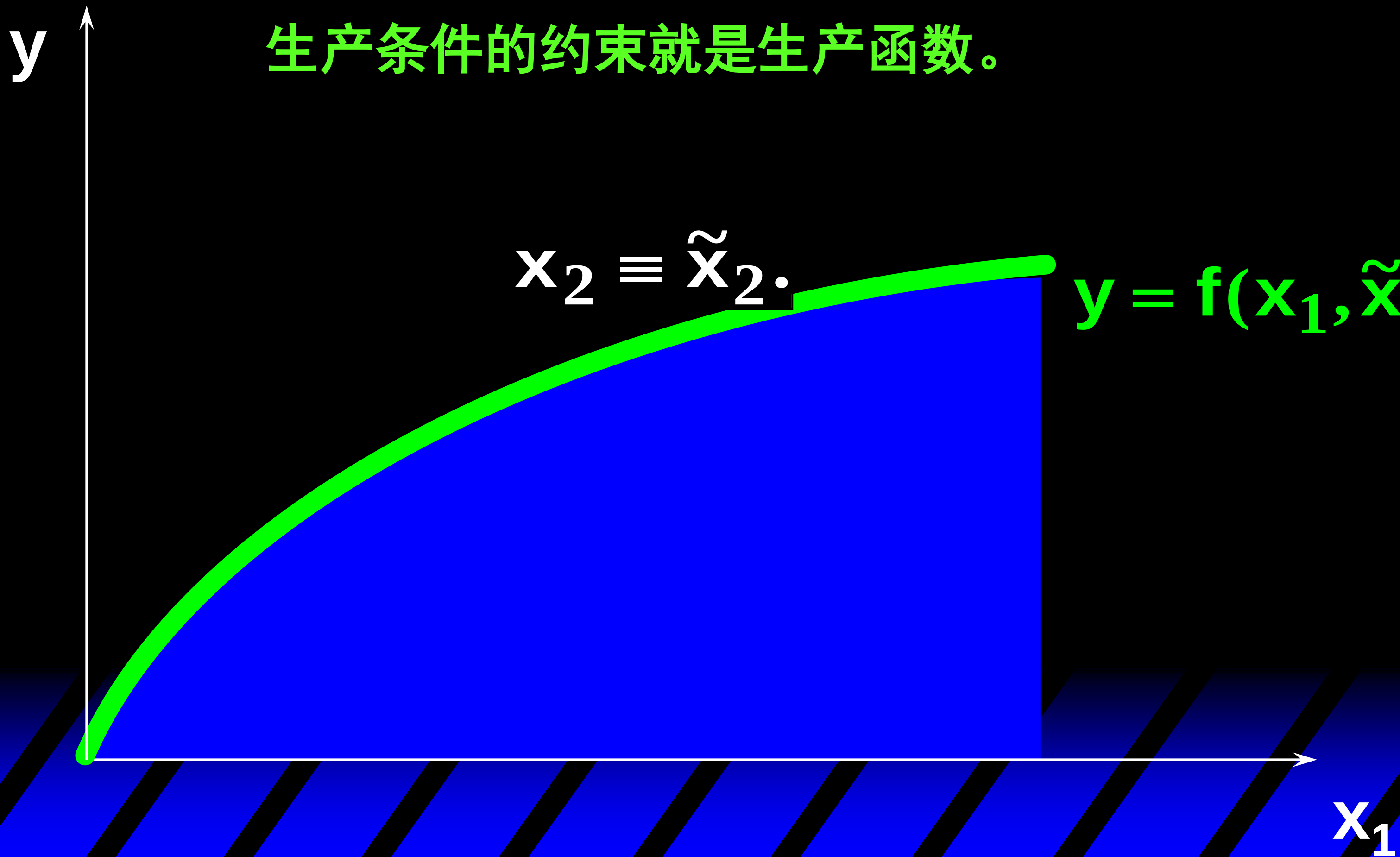
利润水平越高的等利润线，其纵截距越大。



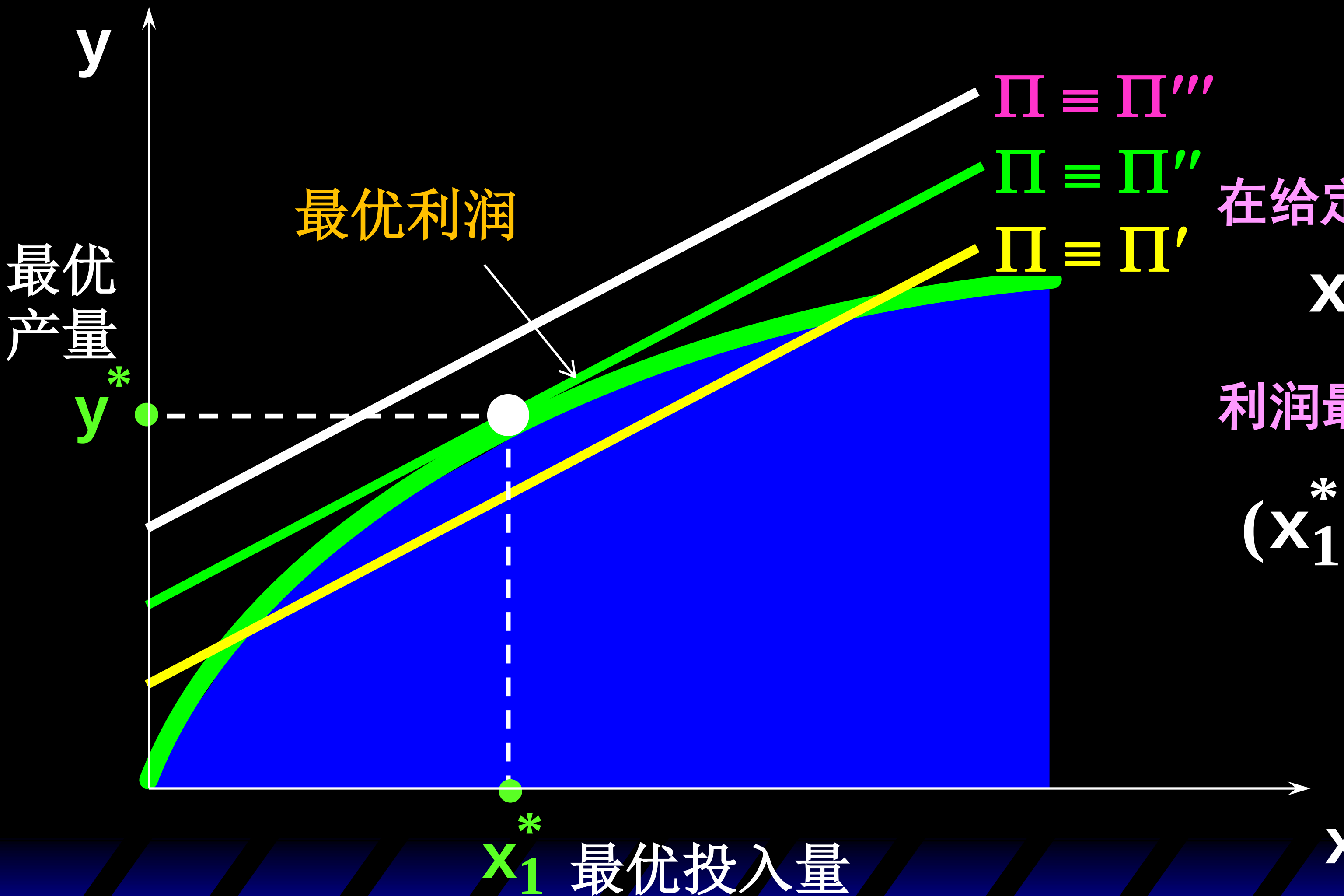
利润越大越好，利润是不是可以不断地增加？若不能，受到什么限制？

利润最大化不是无条件地能实现的，必须受到生产条件的约束。

生产条件的约束就是生产函数。



利润最大化就是在生产函数曲线上寻找一个与位置最高的等利润线相切的切点



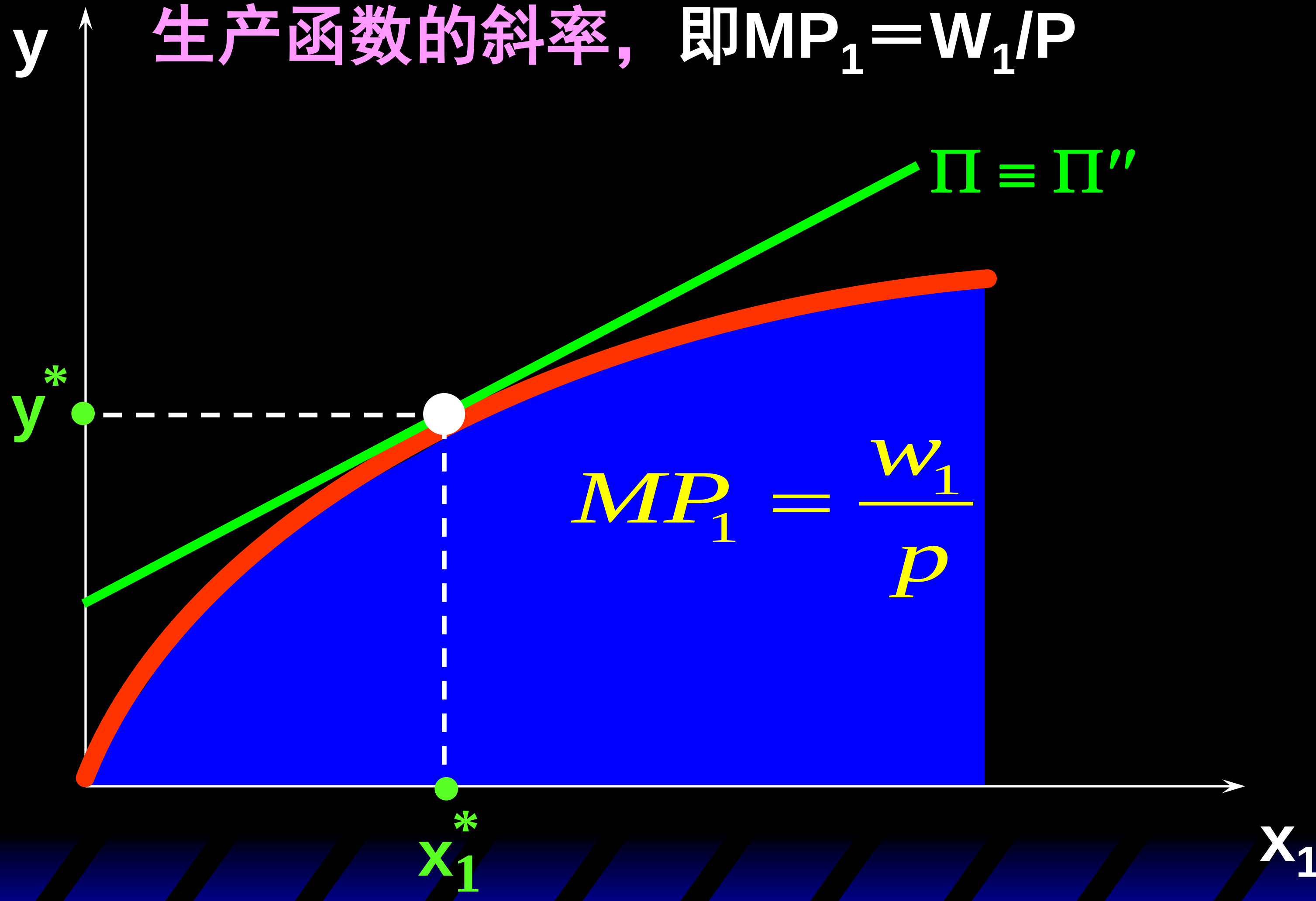
在给定的 p，w_1 和

$$x_2 \equiv \tilde{x}_2,$$

利润最大化点：

$$(x_1^*, \tilde{x}_2, y^*).$$

在利润最大化点，等利润线的斜率等于生产函数的斜率，即$MP_1 = W_1/P$



短期利润最大化

厂商用两种投入生产产品。假定在短期内x_1是可变投入，x_2是不变投入，利润最大化问题可以表示为：

$$y = f(x_1, \tilde{x}_2)$$

$$\max_{x_1} \Pi = \max_{x_1} py - \omega_1 x_1 - \omega_2 \overline{x_2}$$

$$pf'(x_1^*, \overline{x_2}) = w_1 \qquad p \times MP_1 = w_1$$

生产要素1边际产品的价值应当等于生产要素1的价格。

$$MP_1 = \frac{w_1}{p} \quad \Leftrightarrow \quad p \times MP_1 = w_1$$

生产要素边际产品的价值MRP等于生产要素的价格w_1

$p \times MP_1 > w_1$ 生产要素边际产品价值大于要素的价格，增加生产要素的投入，可以增加利润；

$p \times MP_1 < w_1$ 生产要素边际产品价值小于要素的价格，增加生产要素的投入，利润减少。

在投入品和产出品的利润最大化选择处，边际产品的价值必定有：$P * MP_1 = w_1$

生产要素的最佳投入
以道格拉斯生产函数为例

假设生产函数为 $y = x_1^{1/3}\tilde{x}_2^{1/3}$.

生产要素1的MP为

$$MP_1 = \frac{\partial y}{\partial x_1} = \frac{1}{3}x_1^{-2/3}\tilde{x}_2^{1/3}.$$

$$MRP_1 = p \times MP_1 = \frac{p}{3}(x_1^*)^{-2/3}\tilde{x}_2^{1/3} = w_1.$$

$$(x_1^*)^{-2/3} = \frac{3w_1}{p\tilde{x}_2^{1/3}}.$$

$$(x_1^*)^{-2/3} = \frac{3w_1}{p\tilde{x}_2^{1/3}}.$$

$$(x_1^*)^{2/3} = \frac{p\tilde{x}_2^{1/3}}{3w_1}$$

$$x_1^* = \left(\frac{p\tilde{x}_2^{1/3}}{3w_1}\right)^{3/2} = \left(\frac{p}{3w_1}\right)^{3/2}\tilde{x}_2^{1/2}.$$

生产要素1的最优投入量，即短期需求函数

最优产量：

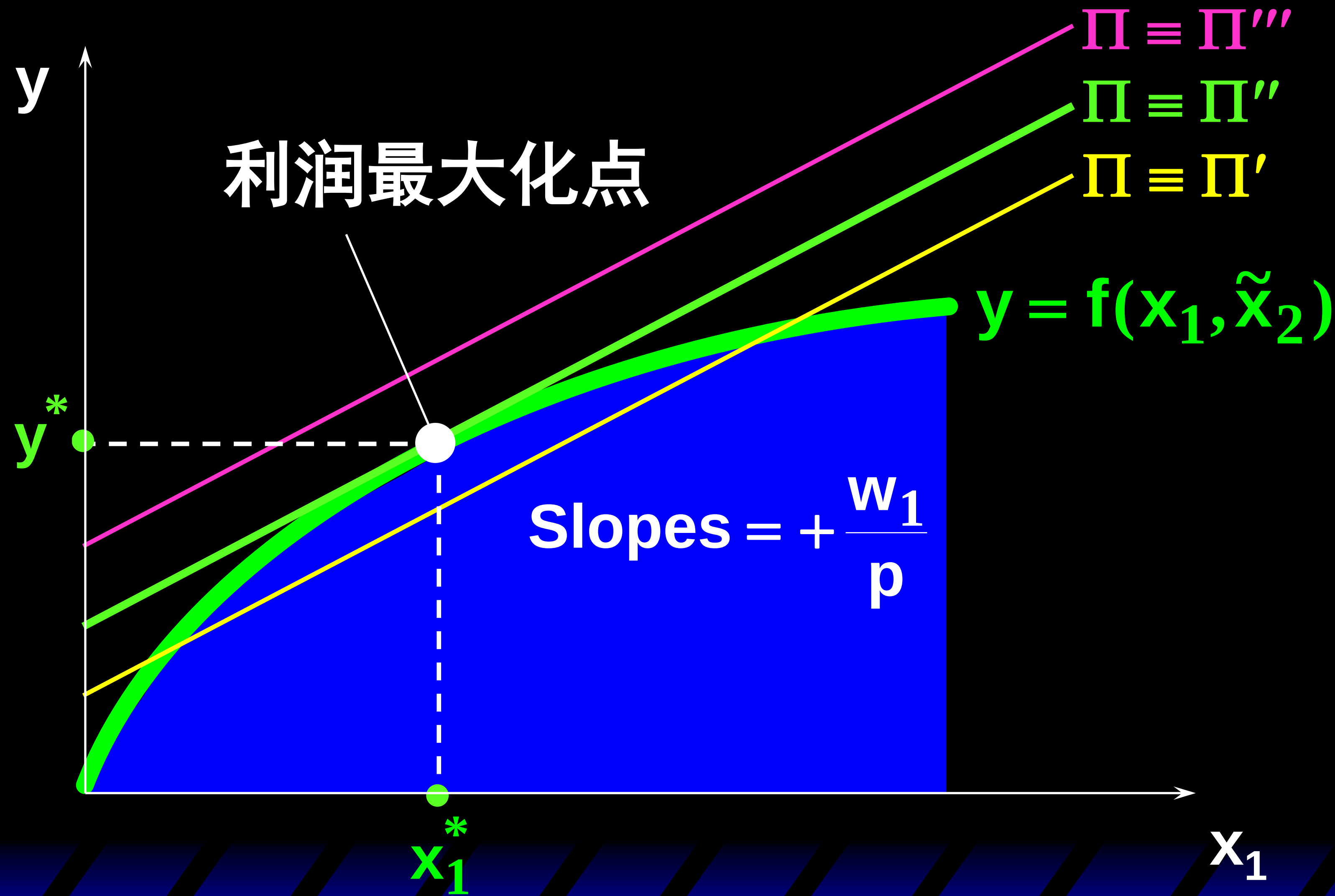
$$y^* = (x_1^*)^{1/3}\tilde{x}_2^{1/3} = \left(\frac{p}{3w_1}\right)^{1/2}\tilde{x}_2^{1/2}.$$

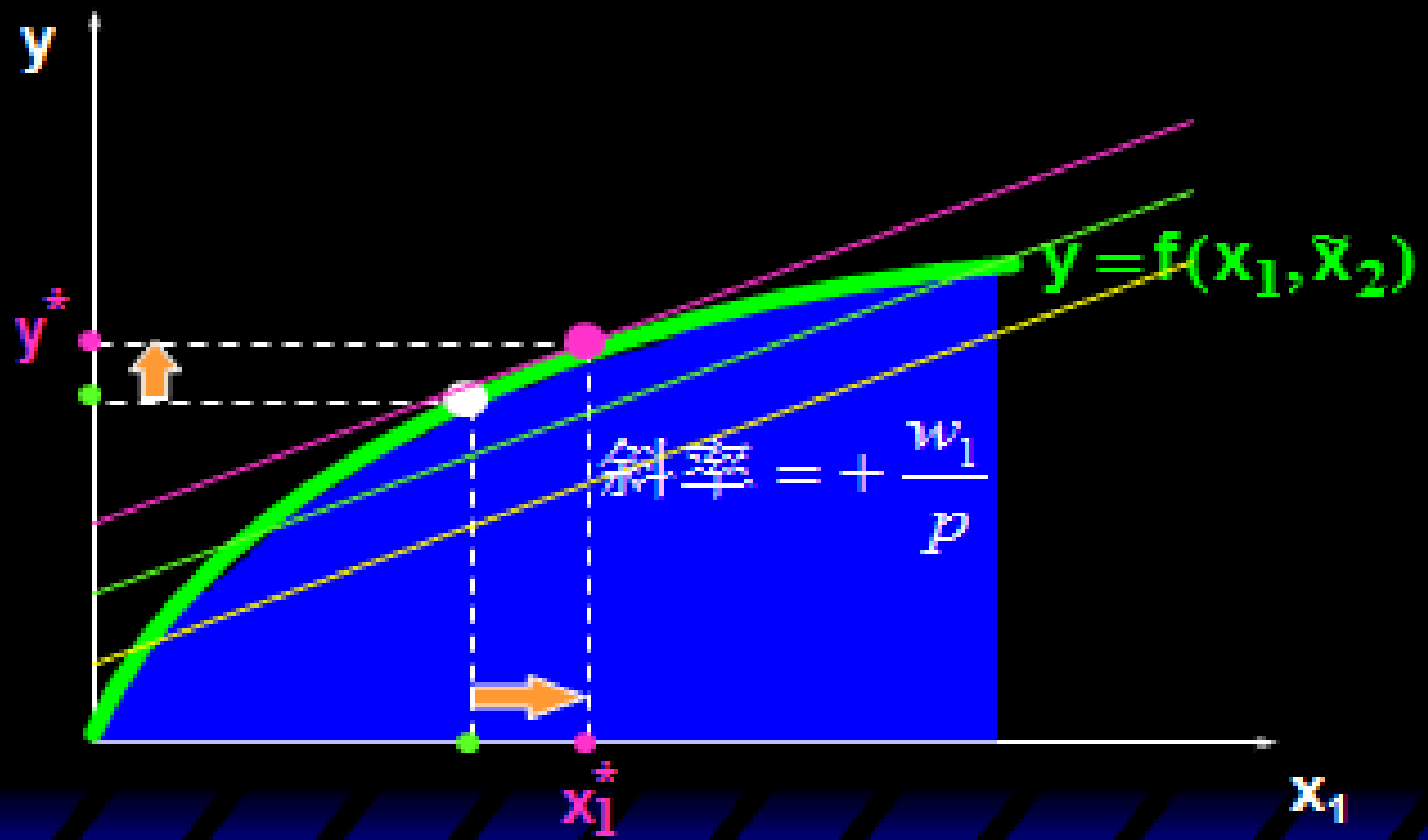
短期利润最大化的比较静态分析

1、产品价格P变化对要素最优投入的影响

$$y = \frac{w_1}{p} x_1 + \frac{\Pi + w_2 \tilde{x}_2}{p}$$

如果产品价格 P上升，导致等利润线的斜率减少


$\Pi \equiv \Pi'''$
$\Pi \equiv \Pi''$
$\Pi \equiv \Pi'$
y
利润最大化点
$y = f(x_1, \tilde{x}_2)$
y^*
$\text{Slopes} = +\frac{w_1}{p}$
x_1^*
x_1



工厂产品价格p上升导致，切点向右移动

- 厂商的产出水平上升 (厂商的供给曲线向上倾斜), 且
- 厂商的可变要素投入量增加 (厂商对于可变要素的需求曲线向外移动）。

2、要素价格w_1变化对要素最优投入的影响

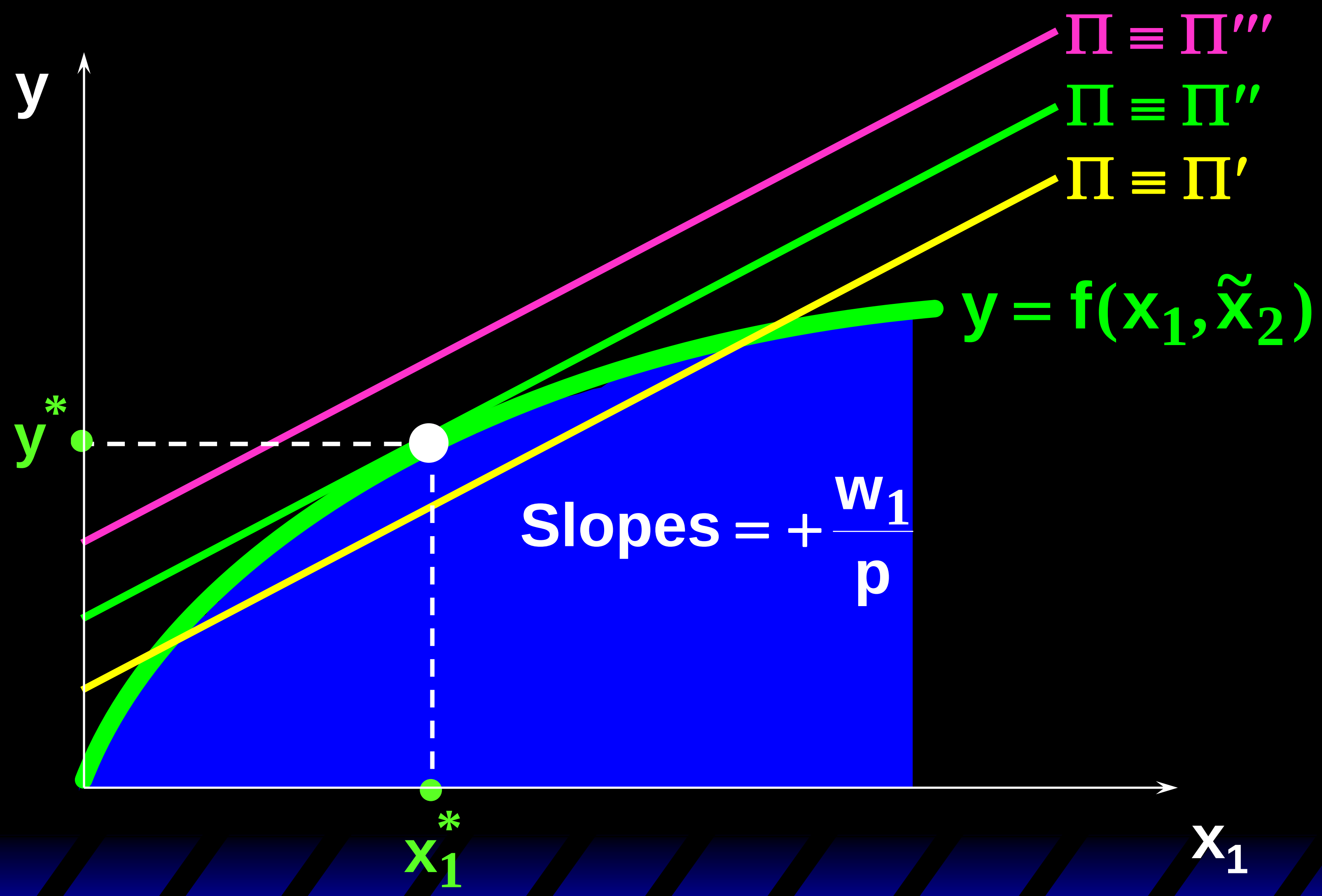
$$y=\frac{w_1}{p}x_1+\frac{\Pi+w_2\tilde{x}_2}{p}$$

要素1的价格W_1上升，引起

—— 等利润线斜率增加，等利润线变得更陡峭，切点必然向左移动

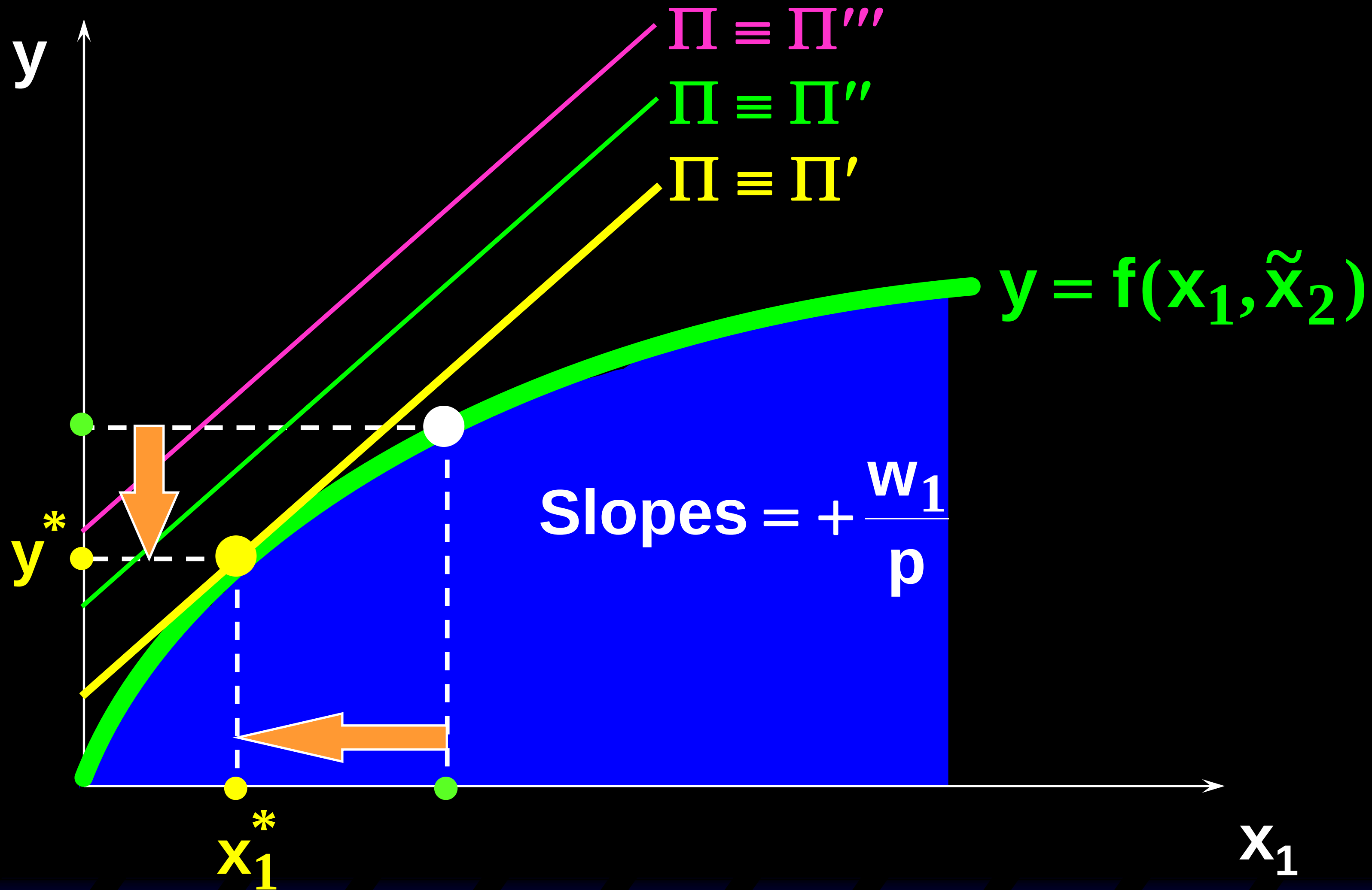
—— 要素1的最优投入量就会下降

—— 这意味着，当要素1的价格上升时，对要素1的需求必定减少：要素的需求曲线必然向下倾斜



$\Pi \equiv \Pi'''$
$\Pi \equiv \Pi''$
$\Pi \equiv \Pi'$
y
$y = f(x_1, \tilde{x}_2)$
y^*
$\text{Slopes} = +\frac{w_1}{p}$
x_1^*
x_1

要素1的价格W_1上升，利润最大化点下移



生产要素投入量减少（要素的需求曲线向下倾斜），产出水平y下降

3、要素价格w_2变化对要素最优投入的影响

$$y=\frac{w_1}{p}x_1+\frac{\Pi+w_2\tilde{x}_2}{p}$$

要素2的价格w_2上升，

-- 要素2的投入量不改变，因为短期要素2的投入保持不变

-- 变动要素2的价格不会影响等利润线的斜率

-- 要素1的最优选择量不会改变，产出品的供给量也不会改变

-- 改变的只是厂商的利润

$$x_1^*=\left(\frac{p\tilde{x}_2^{1/3}}{3w_1}\right)^{3/2}=\left(\frac{p}{3w_1}\right)^{3/2}\tilde{x}_2^{1/2}.$$

长期利润最大化

现在允许厂商改变所有投入要素的投入量（x_1 和 x_2 都为可变变量），因此没有固定成本。

$p \times MP_1 - w_1 = 0$ 在任何短期都满足

只要边际利润满足如下不等式，利润会随着x_2的增长而增长

$$p \times MP_2 - w_2 > 0.$$

因此，利润最大化时的投入要素2也要满足下式

$$p \times MP_2 - w_2 = 0.$$

长期利润最大化

x_1 和 x_2 都为可变变量

长期利润最大化计划的要素投入水平满足

$$p \times MP_1 - w_1 = 0 \quad 且 \quad p \times MP_2 - w_2 = 0.$$

厂商在对要素1和要素2做出最优选择后，就不能通过改变任一要素的数量来提高利润

长期利润最大化

$$p \times MP_1(x_1, x_2) = w_1$$
$$p \times MP_2(x_1, x_2) = w_2$$

如果我们清楚边际产品作为x_1 和 x_2的函数具体形式，就能求出作为价格的函数的每一要素的最优选择量

----由此得到的方程就是所谓的要素需求曲线

长期利润最大化

CD函数的例子：当

$y = x_1^{1/3}\tilde{x}_2^{1/3}$ 那么产商对于可变要素1的短期需求为：

$$x_1^* = \left(\frac{p}{3w_1}\right)^{3/2}\tilde{x}_2^{1/2}$$ 短期供给为：

$$y^* = \left(\frac{p}{3w_1}\right)^{1/2}\tilde{x}_2^{1/2}.$$

因此短期利润为：

长期利润最大化

$$\Pi = py^* - w_1x_1^* - w_2\tilde{x}_2$$

$$= p\left(\frac{p}{3w_1}\right)^{1/2}\tilde{x}_2^{1/2} - w_1\left(\frac{p}{3w_1}\right)^{3/2}\tilde{x}_2^{1/2} - w_2\tilde{x}_2$$

$$= p\left(\frac{p}{3w_1}\right)^{1/2}\tilde{x}_2^{1/2} - w_1\frac{p}{3w_1}\left(\frac{p}{3w_1}\right)^{1/2} - w_2\tilde{x}_2$$

$$= \frac{2p}{3}\left(\frac{p}{3w_1}\right)^{1/2}\tilde{x}_2^{1/2} - w_2\tilde{x}_2$$

$$= \left(\frac{4p^3}{27w_1}\right)^{1/2}\tilde{x}_2^{1/2} - w_2\tilde{x}_2.$$

长期利润最大化

$$\Pi = \left(\frac{4p^3}{27w_1}\right)^{1/2}\tilde{x}_2^{1/2} - w_2\tilde{x}_2.$$

长期利润最大化时要素2的投入水平是多少？

$$0 = \frac{\partial \Pi}{\partial \tilde{x}_2} = \frac{1}{2}\left(\frac{4p^3}{27w_1}\right)^{1/2}\tilde{x}_2^{-1/2} - w_2$$

得到

$$\tilde{x}_2 = x_2^* = \frac{p^3}{27w_1w_2^2}.$$

长期利润最大化

长期利润最大化时要素1的投入量为多少?

$$x_2^* = \frac{p^3}{27w_1w_2^2}$$ 代入 $$x_1^* = \left(\frac{p}{3w_1}\right)^{3/2}\tilde{x}_2^{1/2}$$

得到

$$x_1^* = \left(\frac{p}{3w_1}\right)^{3/2}\left(\frac{p^3}{27w_1w_2^2}\right)^{1/2} = \frac{p^3}{27w_1^2w_2}.$$

长期利润最大化

长期利润最大化的产出水平为多少？

$$x_2^* = \frac{p^3}{27w_1w_2^2}$$ 代入 $$y^* = \left(\frac{p}{3w_1}\right)^{1/2} \tilde{x}_2^{1/2}$$

得到

$$y^* = \left(\frac{p}{3w_1}\right)^{1/2}\left(\frac{p^3}{27w_1w_2^2}\right)^{1/2} = \frac{p^2}{9w_1w_2}.$$

长期利润最大化

给定p, w_1 和 w_2, 以及生产函数

$$y = x_1^{1/3} x_2^{1/3}$$

长期利润最大化的生产计划为：

$$(x_1^*, x_2^*, y^*) = \left(\frac{p^3}{27 w_1^2 w_2}, \frac{p^3}{27 w_1 w_2^2}, \frac{p^2}{9 w_1 w_2} \right).$$

长期是厂商可以在所有的短期环境中进行决策

规模报酬与利润最大化

$$\Pi = py - w_1 x_1 - w_2 x_2.$$

当利润最大化时，可以得到要素最佳投入量X^*_1，X^*_2和产量Y^*。

如果生产函数显示的规模报酬不变，当投入要素都增加K倍时，会出现什么情况？

如果生产函数显示的规模报酬不变，当投入要素都增加K倍时，利润增加K倍。

$$\Pi = py - w_1x_1 - w_2x_2.$$

利润已经最大化了，怎么还能增加K倍？

这说明什么？

换句话说，什么情况下，可以得到要素增加K倍，利润不变，还是最大化时的利润？

结论：

对于在所有产量水平上都具有规模报酬不变的生产函数的完全竞争企业，其长期利润水平必然为零（零的K倍仍然是零）。

规模报酬与利润最大化

假如竞争性厂商的生产函数显示了规模报酬递减，那么厂商有利润最大化生产计划，即前述图形讨论。

假如竞争性厂商的生产函数显示了规模报酬递增，那么厂商没有利润最大化生产计划。

规模报酬与利润最大化

因此规模报酬递增与完全竞争性市场不符。

企业的规模可能很大，以致于它的产品完全控制了市场。在这种情况下，它就没有必要采取竞争性的行为----接受给定的产品价格。

相反，企业会试图利用它的规模来影响市场价格，这时竞争性利润最大化模型不再适合于分析这种企业的行为，因为实际上已没有竞争者。

显示的盈利能力

在时间 t 和 时间s有二组选择 (p^t, w^t, y^t, x^t) and (p^s, w^s, y^s, x^s)

厂商的目标是实现利润最大化

$$p^t y^t - w^t x^t \geq p^t y^s - w^t x^s$$

$$p^s y^s - w^s x^s \geq p^s y^t - w^s x^t$$

满足上述不等式是利润最大化行为的一个公理，称为利润最大化弱公理。

由 $p^t y^t - w^t x^t \geq p^t y^s - w^t x^s$

$p^s y^s - w^s x^s \geq p^s y^t - w^s x^t$

得 $p^t y^t - w^t x^t \geq p^t y^s - w^t x^s$

$-p^s y^t + w^s x^t \geq -p^s y^s + w^s x^s$

二项不等式相加：

$(p^t - p^s)y^t - (w^t - w^s)x^t \geq (p^t - p^s)y^s - (w^t - w^s)x^s$

$(p^t - p^s)(y^t - y^s) - (w^t - w^s)(x^t - x^s) \geq 0$

$\Delta p \Delta y - \Delta w \Delta x \geq 0$

$$\Delta p \Delta y \geq \Delta w \Delta x$$

1. 当投入要素价格不变时Δw = 0，

$$\Delta p \Delta y \geq 0$$

产品价格上升时，供给量也增加，完全竞争厂商的供给曲线斜率为正。

$$\Delta p \Delta y \geq \Delta w \Delta x$$

2. 当产品价格不变时 $\Delta P = 0$，

$$0 \geq \Delta w \Delta x$$

要素价格上升时，其需求量减少，要素的需求曲线斜率为负。

显示的盈利能力

考虑一个有着规模报酬递减的厂商的生产函数。

对于一系列的产品和投入要素的价格，我们观察企业生产计划的选择。

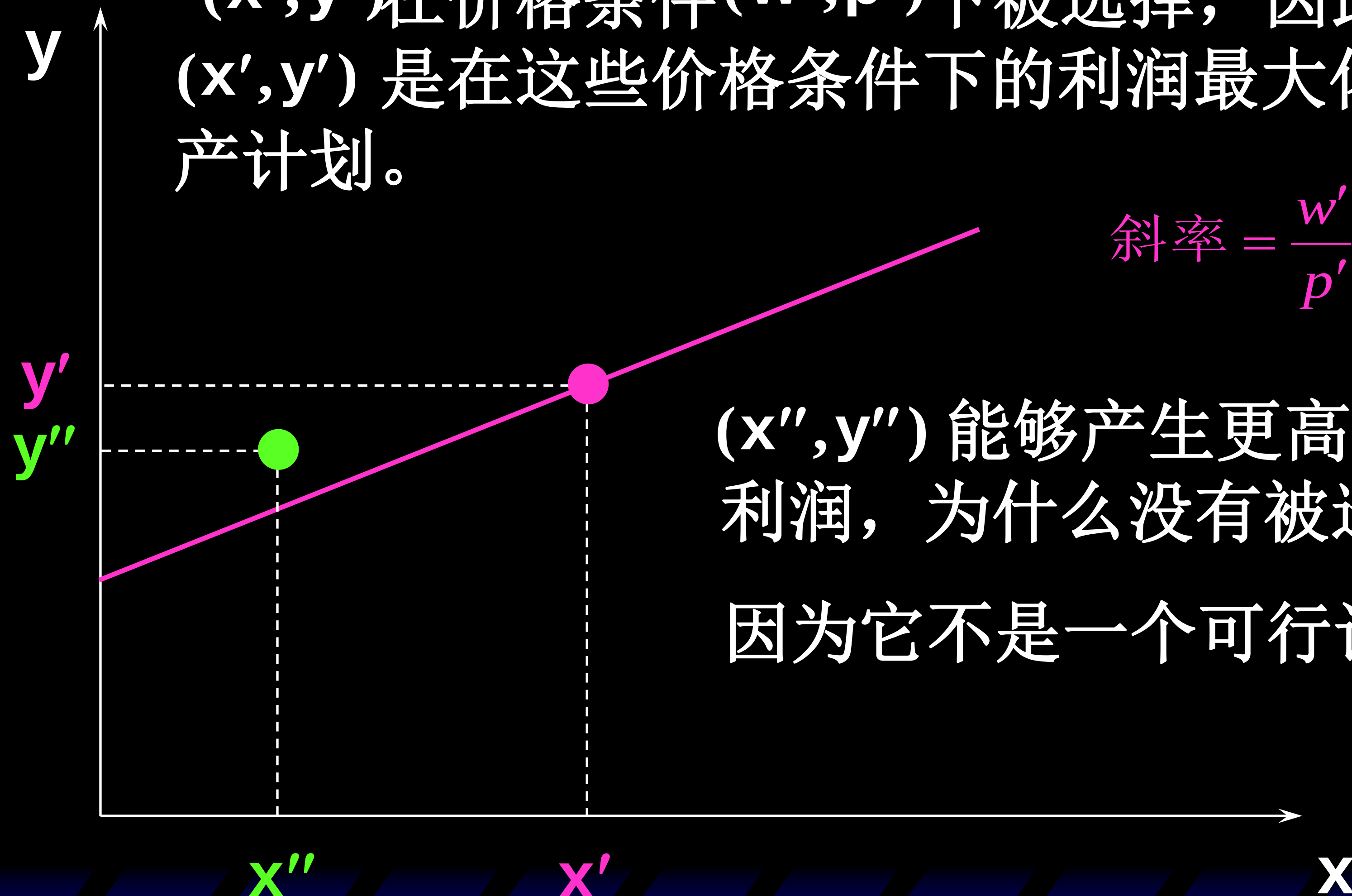
我们能够从观察中得到什么？

显示的盈利能力

假如在价格条件(w’,p’) 下，生产计划(x’,y’) 被选择，我们可以推断(x’,y’)是在价格条件(w’,p’)下所显示出来的利润最大化的生产计划。

显示的盈利能力

(x',y')在价格条件(w',p')下被选择，因此(x',y') 是在这些价格条件下的利润最大化的生产计划。

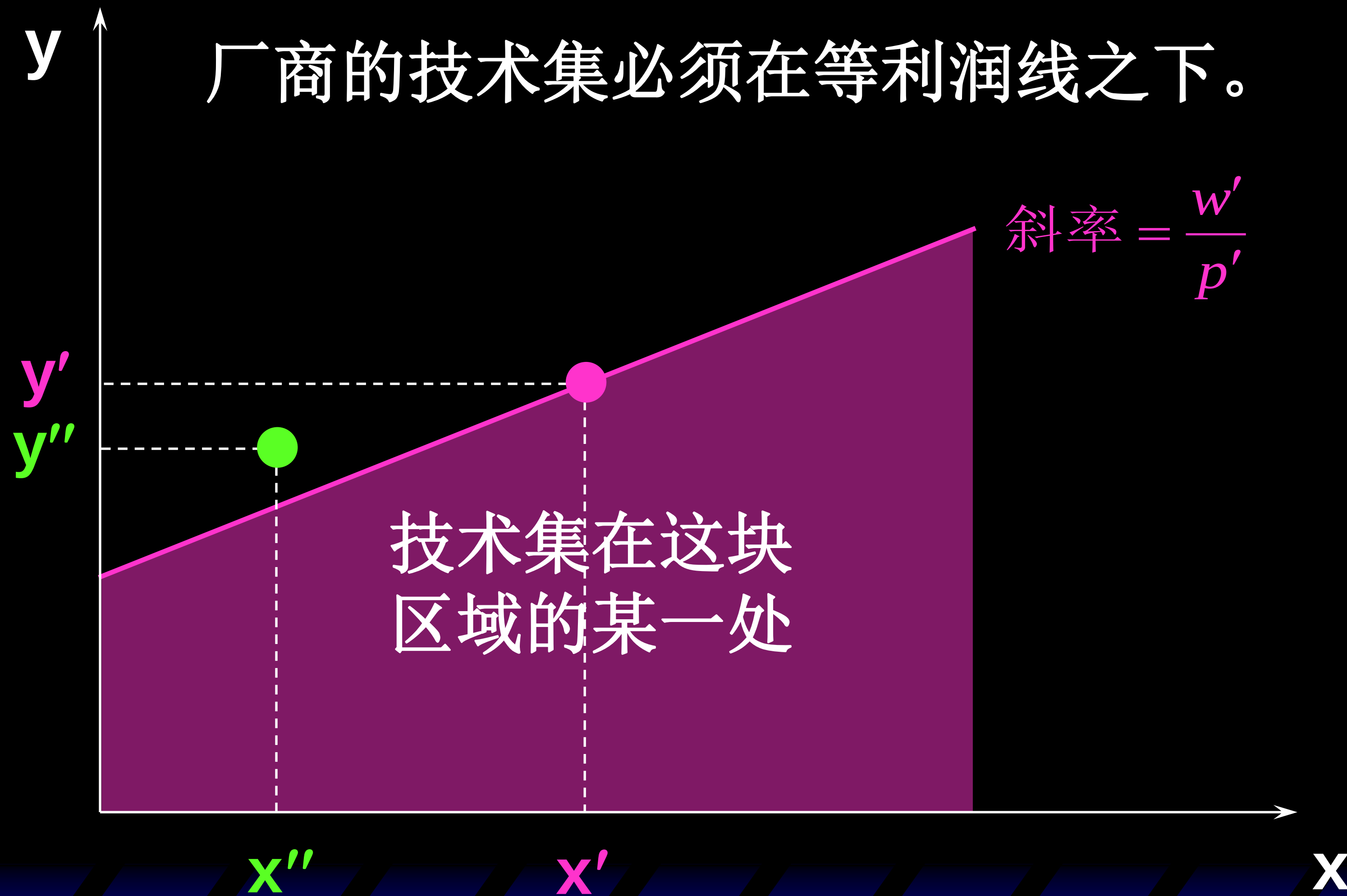


(x'',y'') 能够产生更高的利润，为什么没有被选择？

因为它不是一个可行计划。

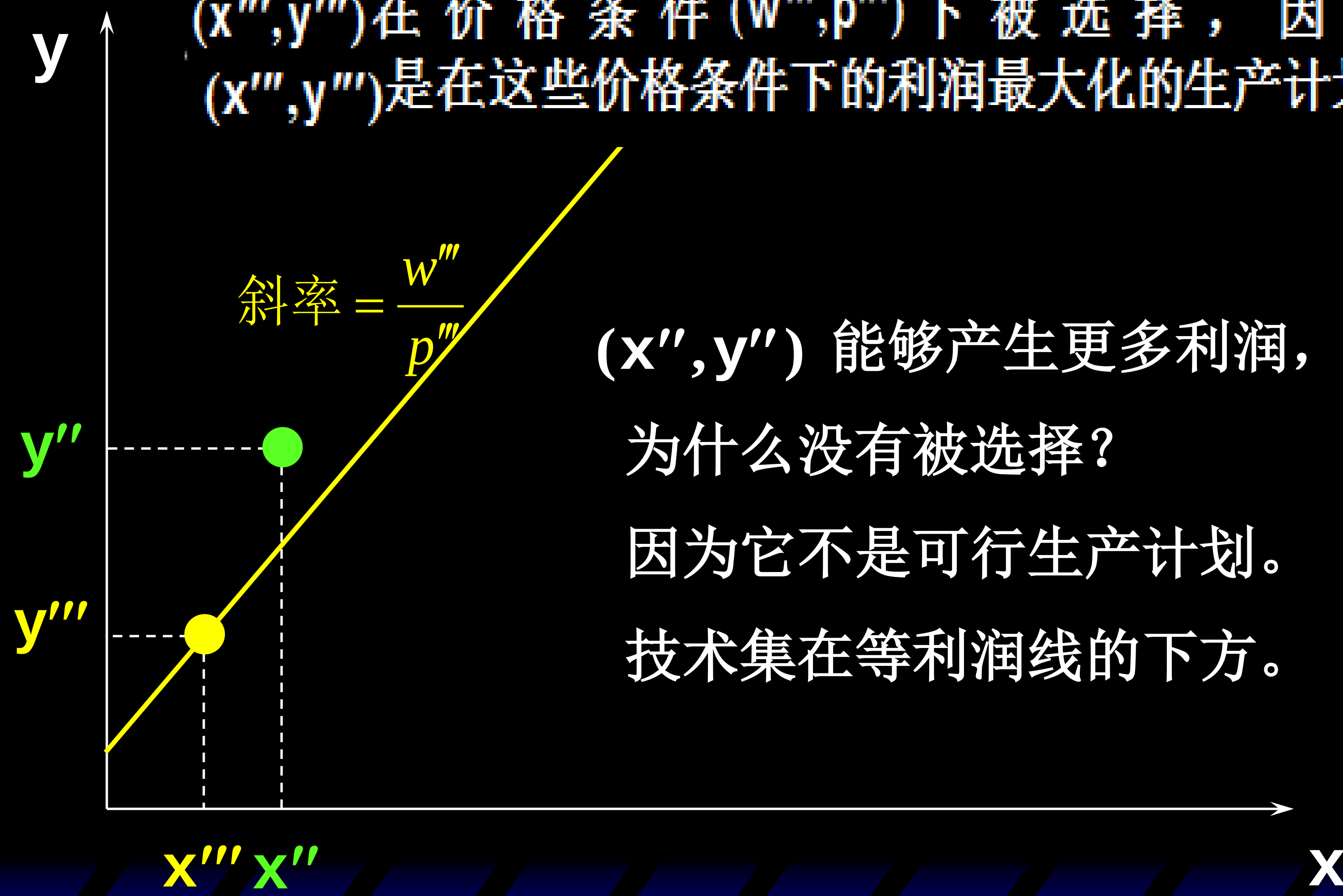
因此厂商的技术集必须在等利润线之下。

显示的盈利能力



显示的盈利能力

(x‴,y‴)在价格条件(w‴,p‴)下被选择，因此(x‴,y‴)是在这些价格条件下的利润最大化的生产计划

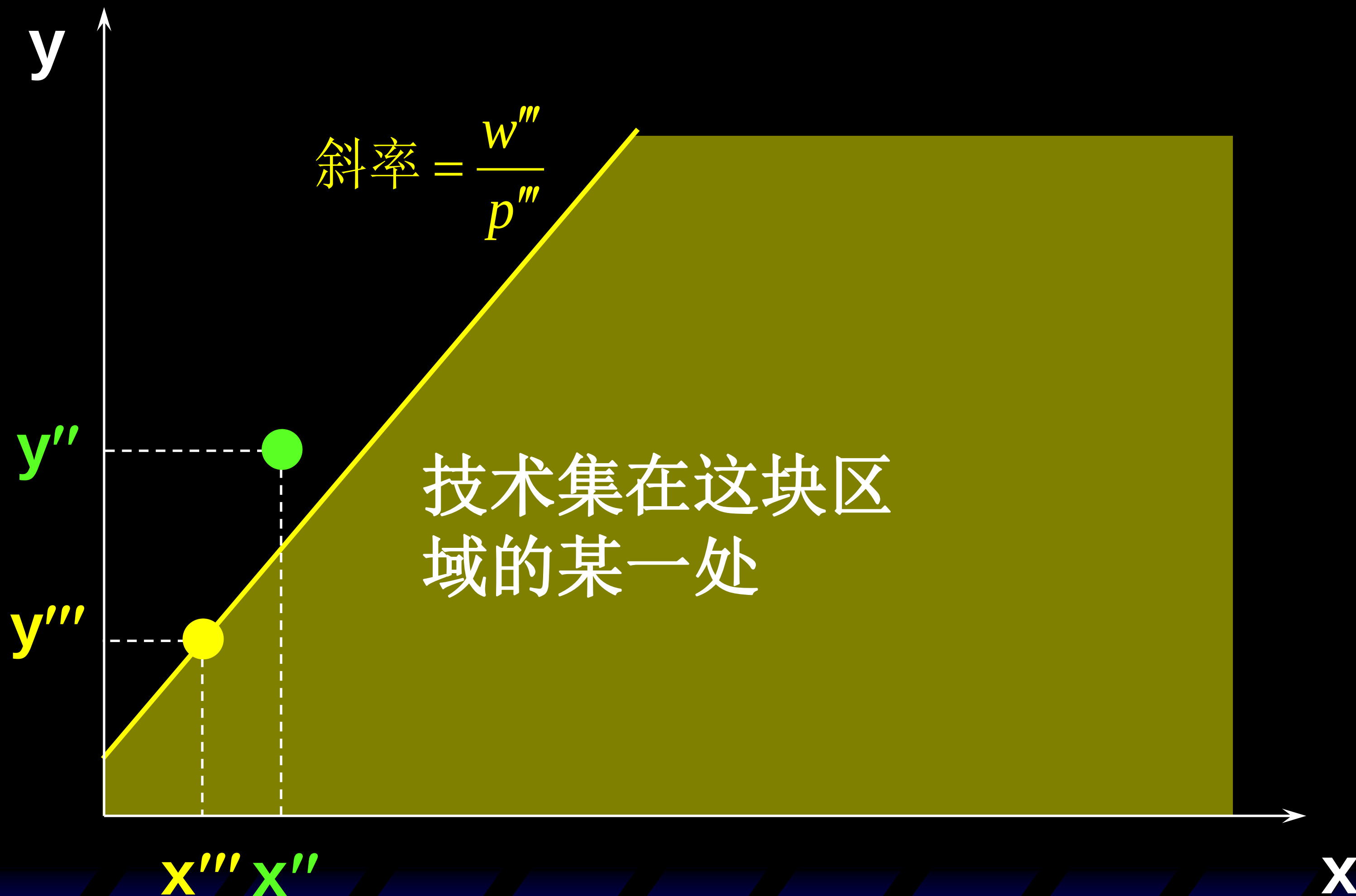


(x″,y″) 能够产生更多利润，为什么没有被选择？

因为它不是可行生产计划。

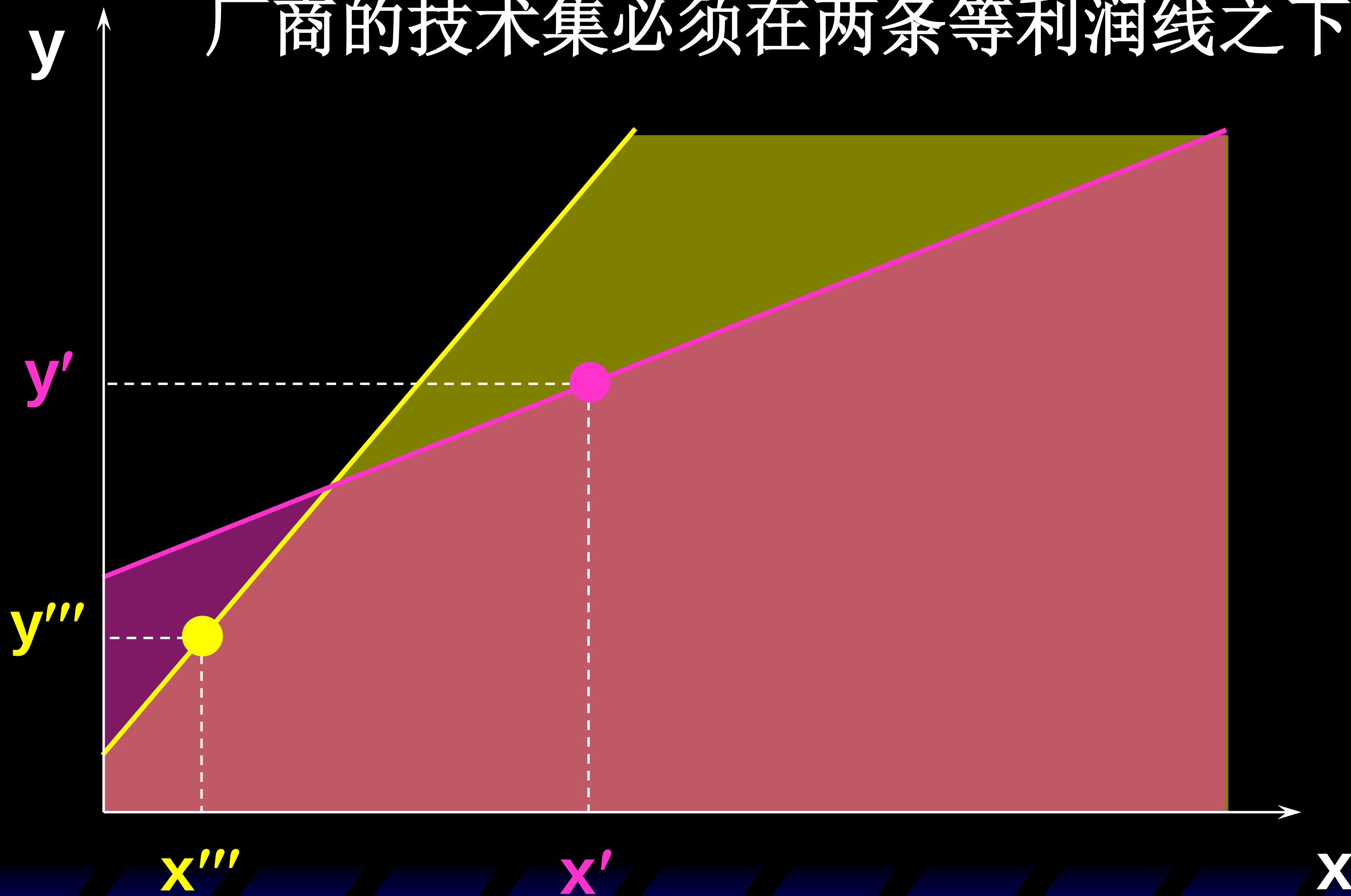
技术集在等利润线的下方。

显示的盈利能力



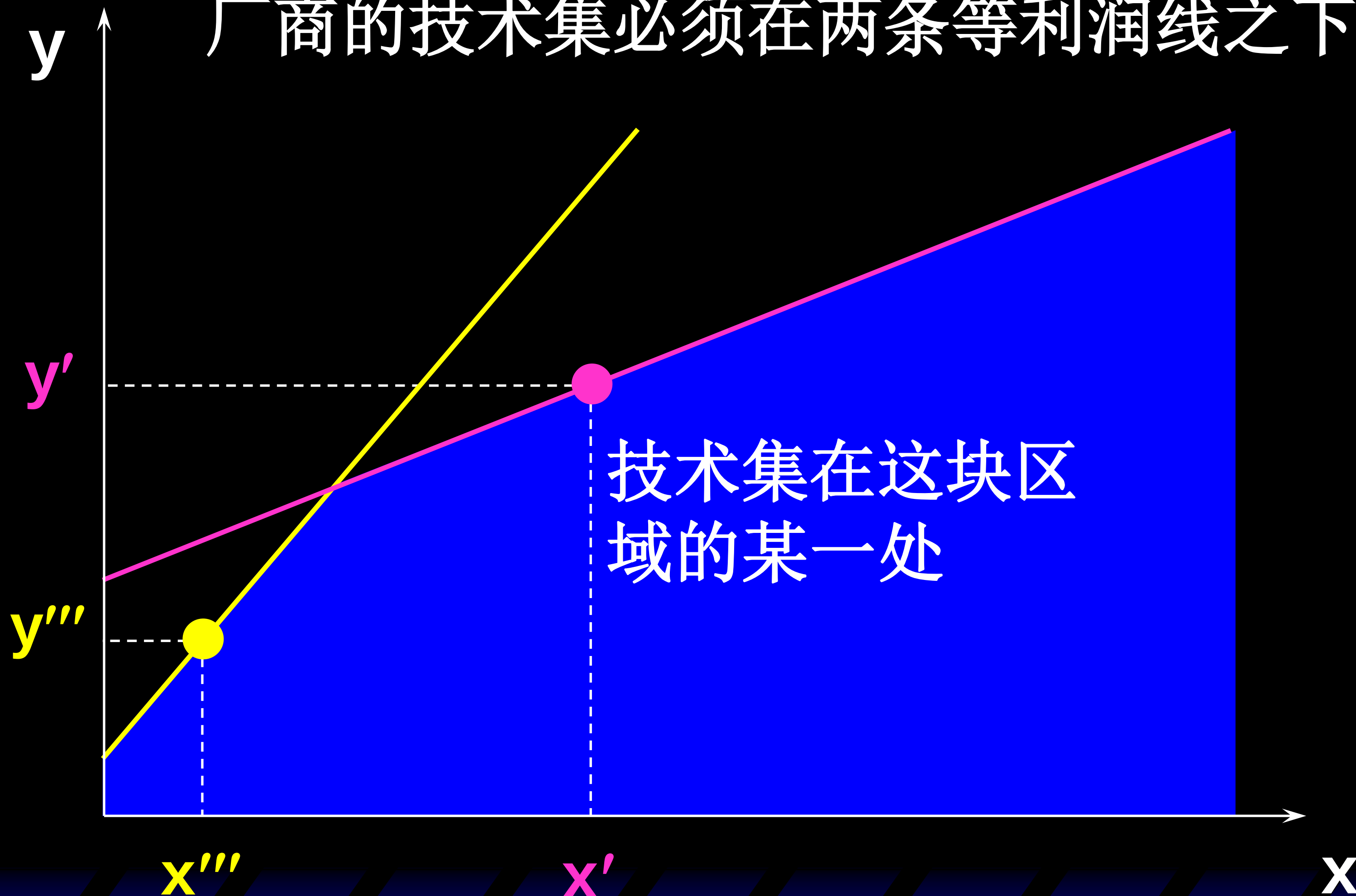
显示的盈利能力

厂商的技术集必须在两条等利润线之下。



显示的盈利能力

厂商的技术集必须在两条等利润线之下。

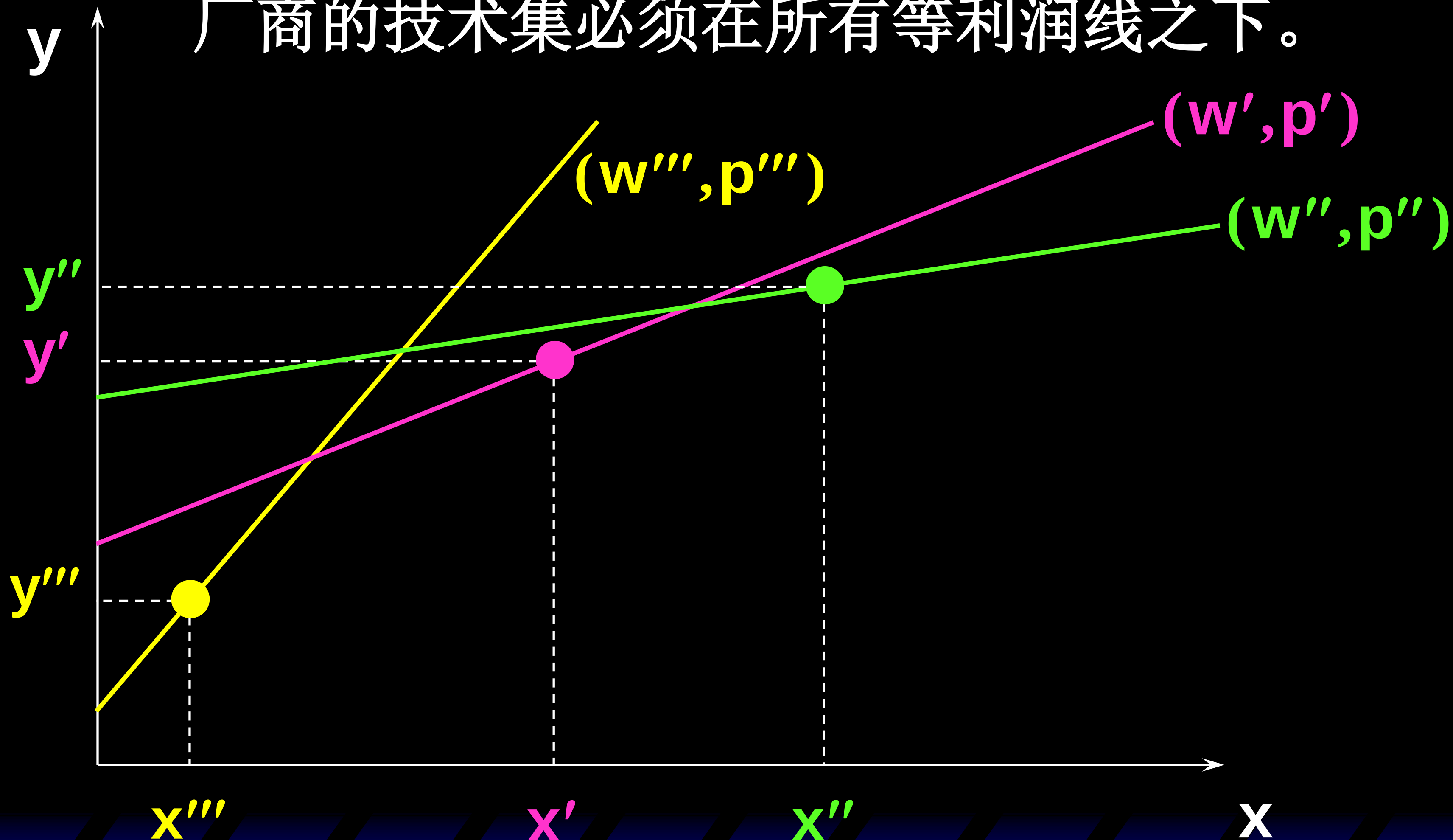


显示的盈利能力

如果能够观察到在更多价格条件下厂商生产计划的选择，我们能够得到更多关于技术集所在位置的信息。

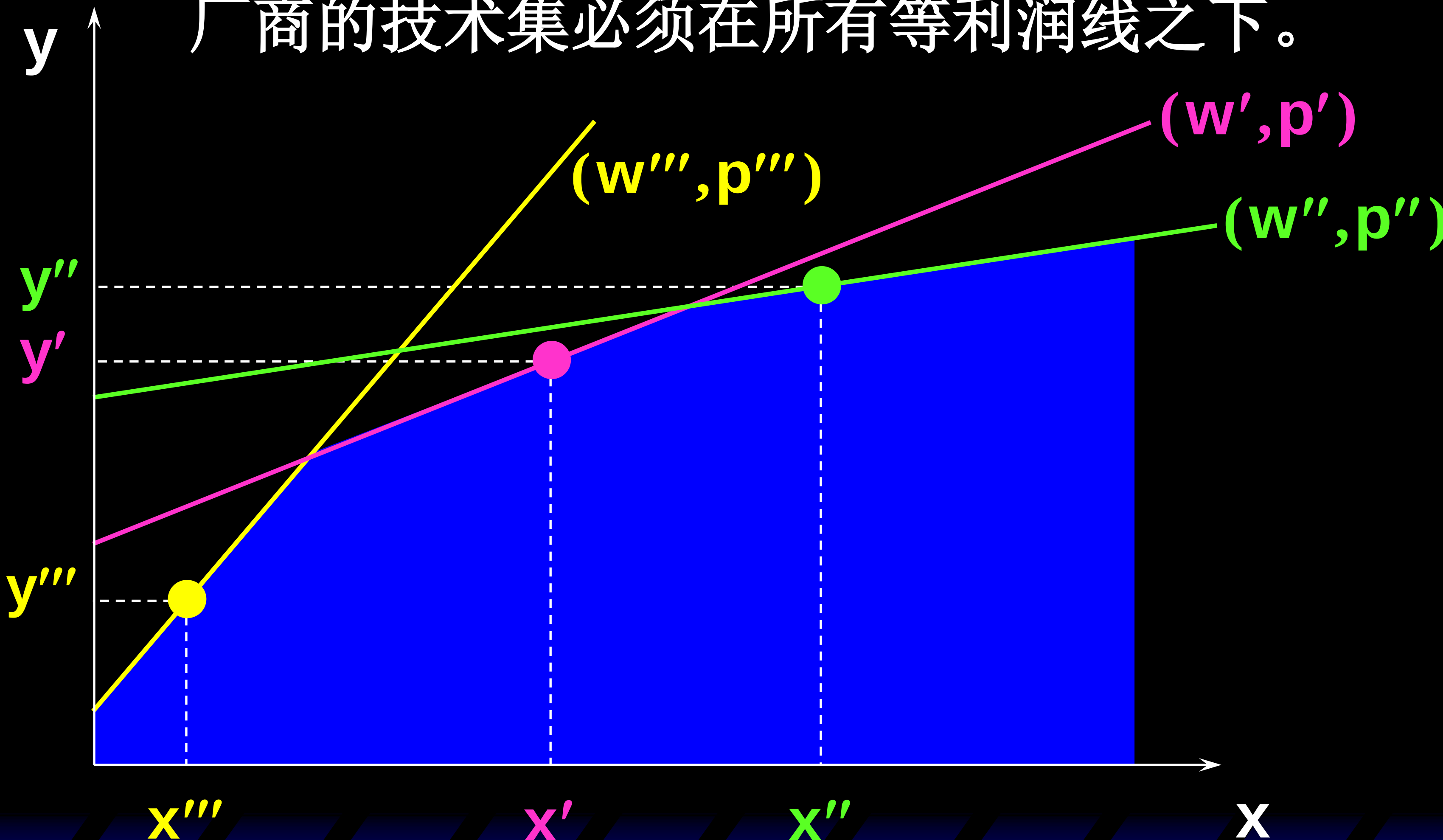
显示的盈利能力

厂商的技术集必须在所有等利润线之下。



显示的盈利能力

厂商的技术集必须在所有等利润线之下。



显示的盈利能力

厂商的技术集必须在所有等利润线之下。