

# 第二十六章

## 要素市场

# 前言

如果一家厂商在它的产品市场上表现为一家垄断厂商，那么要素需求会出现什么情况？

如果一家厂商是某些要素的唯一需求者，要素需求又会出现什么情况？

# 1 产品市场上的垄断

即厂商在产品市场上是垄断者，同时要素市场是完全竞争市场。

假设垄断厂商仅使用一种生产要素，其生产函数为 $y=f(x)$ ， $p(y)$ 是厂商面临的反需求曲线，总收益为 $R(y)=p(y) \cdot y$

# 使用要素的边际收益

**边际产品收益MRP：**要素的边际增加对于收益的影响

$$MRP_x = \frac{dR}{dx} = \frac{dR}{dQ} \frac{dQ}{dx} = MR_y \times MPP_x$$

可进一步整理为：

$$MRP = p(y) \left[ 1 - \frac{1}{|\varepsilon|} \right] MP_x \quad (1)$$

完全竞争厂商面临水平的需求曲线， $|\varepsilon|$  趋于无穷大，  
在此情况下， $MRP = P \cdot MP_x = VMP$ 。

在垄断情况下，边际产品收益小于边际产品价值：

$$MRP_x = P \left[ 1 - \frac{1}{|\varepsilon|} \right] MP_x \leq P \square MP_x$$

这意味着在任何正的要素需求量上，垄断厂商追加一单位投入的边际价值小于完全竞争厂商追加一单位投入的边际价值。

# 最优要素使用原则

在完全竞争的要素市场上，厂商可以按照不变的要素市场价格 $w$ 购买任意数量的要素。

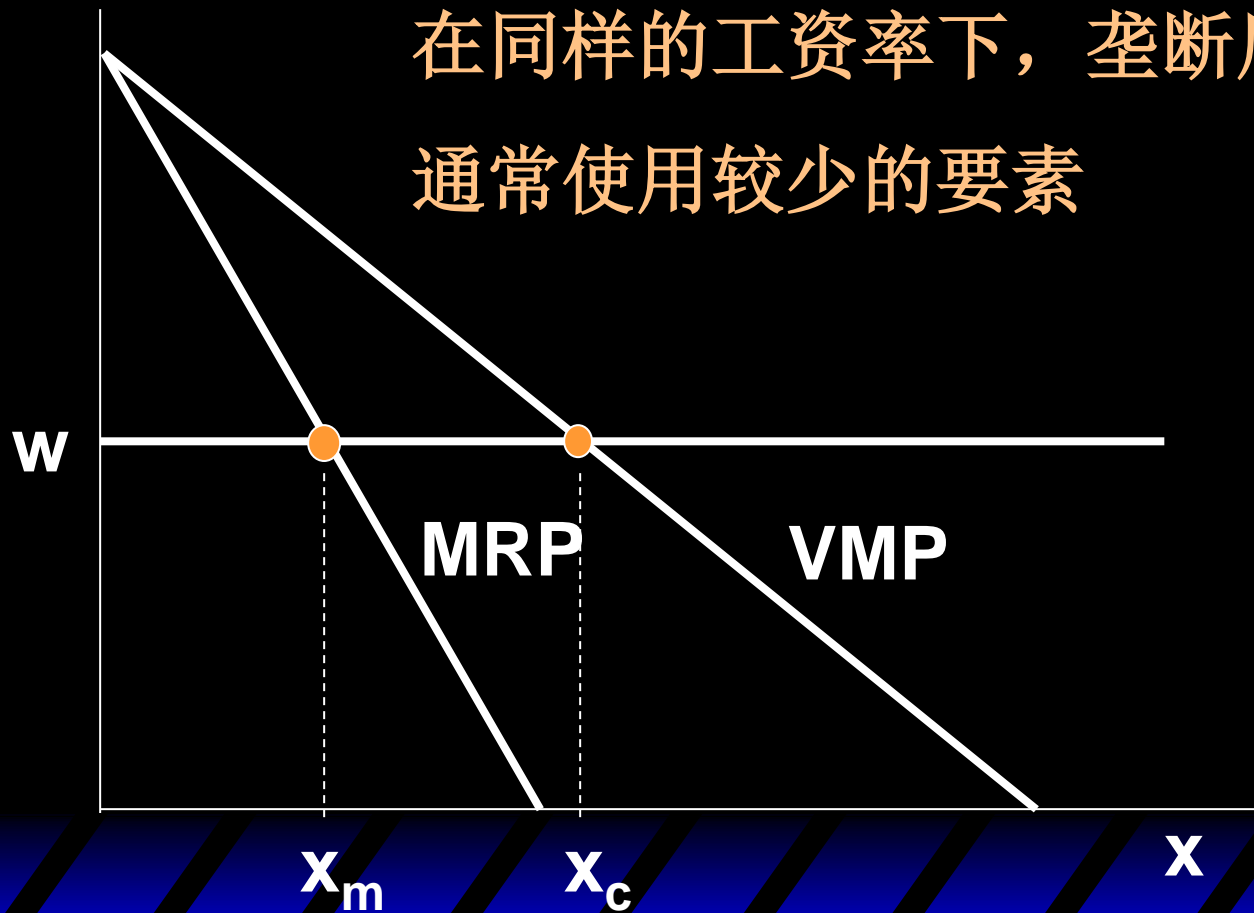
使竞争厂商利润最大化的要素投入量应使要素的边际收益等于其边际成本：

$$pMP(x_c) = w$$

使垄断厂商利润最大化的要素投入量应满足条件：

$$MRP(x_m) = w$$

因为 $MRP(x)$ 小于 $VMP(x)$ ，所以 $x_m < x_c$



## 2 买方垄断

即厂商在要素市场上是垄断者，其生产的产品在竞争性市场上出售。

假设厂商使用单一要素，按生产函数 $y=f(x)$ 进行生产。

买方垄断厂商面临的利润最大化问题为：

$$\max_x pf(x) - w(x)x$$

其最优条件是，使用1单位额外要素带来的边际收益等于该单位的边际成本。



# 使用要素的边际成本：边际要素成本

买方垄断厂商面临向上倾斜的要素供给曲线，即他想要使用的要素越多，他支付的要素价格就越高。竞争性要素市场上的厂商是价格接受者，买方垄断厂商则是价格制定者

$$C = w(x) * x$$

$$\frac{dc}{dx} = w + \frac{dw}{dx} x \quad \Rightarrow \quad MFC = w \left[ 1 + \frac{1}{\eta} \right]$$

其中， $\eta$ 为要素的供给弹性

# 线性要素供给曲线

反供给曲线:

$$w(x) = a + bx$$

总成本为:

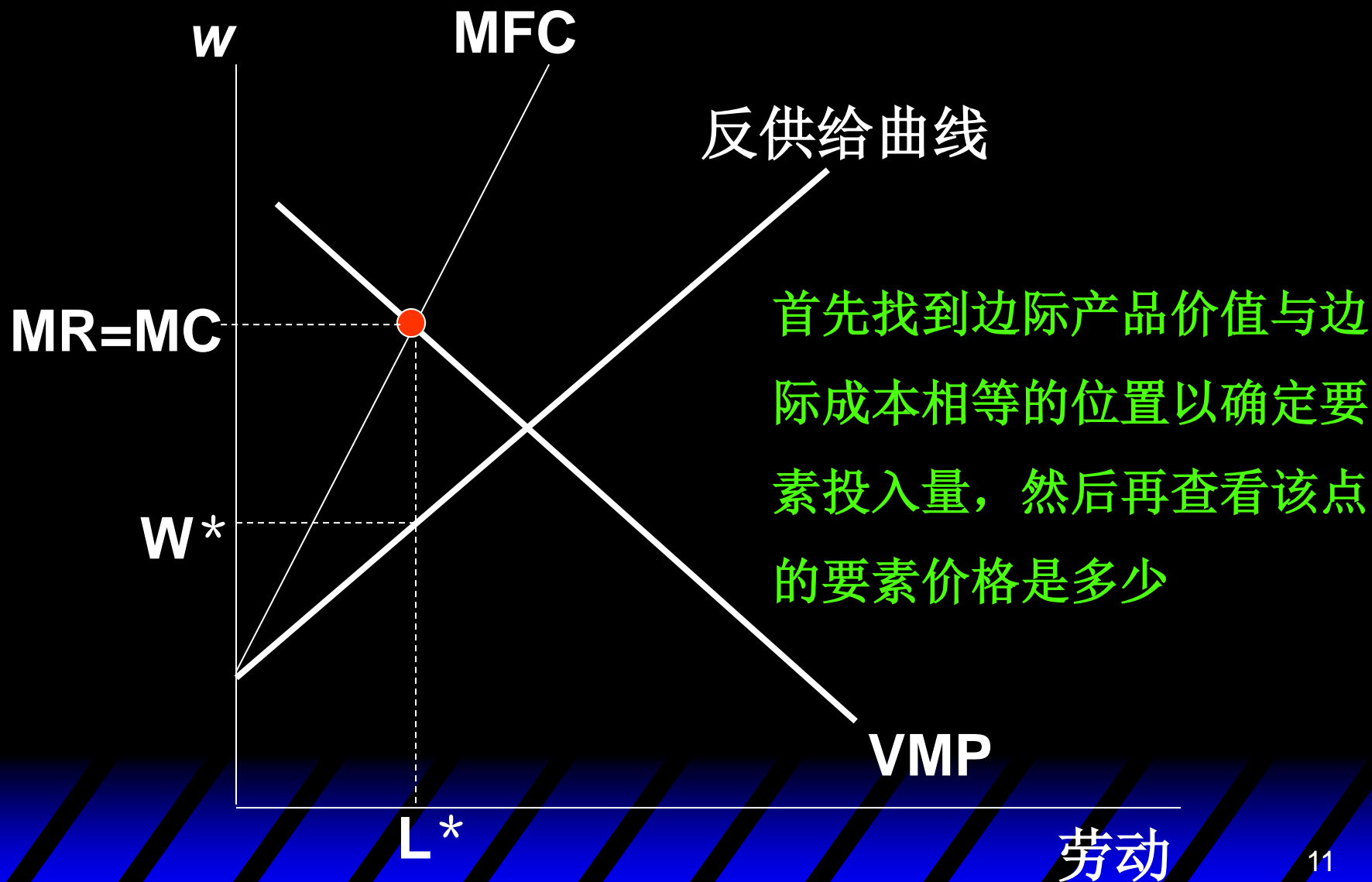
$$C(x) = w(x)x = ax + bx^2$$

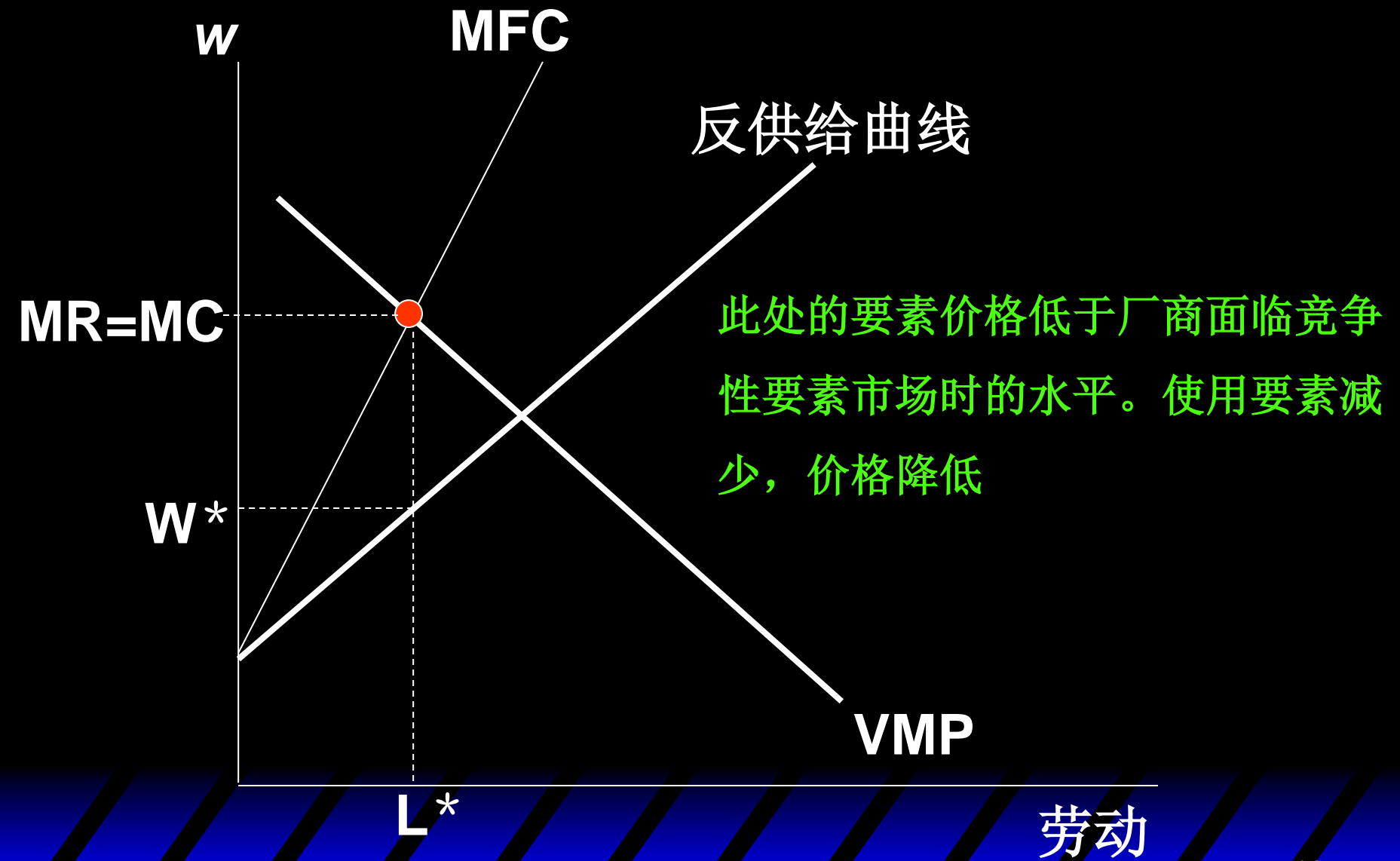
要素边际成本:

$$MFC = a + 2bx$$

$$\mathbf{VMP = MP_x \cdot P}$$

最优条件可以表达为:  $\mathbf{MFC = VMP}$





### 3 上游垄断和下游垄断

考察这样的市场结构：一家垄断厂商的产品是另一家垄断厂商的生产要素

假定一家垄断厂商按不变的边际成本 $C$ 生产产品 $x$ ，我们将这家垄断厂商称作上游垄断厂商。该厂商按价格 $K$ ，把 $x$ ~要素出售给另一家垄断厂商，即下游垄断厂商。下游厂商按生产函数 $y=f(x)$ (现假设生产函数为 $y=x$ )生产产品 $y$ ，在反需求函数为 $P(y)=a-by$ 的垄断市场上出售

下游厂商的利润最大化问题（不再考虑其他生产成本）：

$$\max_y p(y)y - ky$$

根据MR=MC，得：

$$y = \frac{a - k}{2b}$$

下游厂商面临的要素需求为  
（因为 $y=x$ ）

$$x = \frac{a - k}{2b}$$

现在转向上游垄断厂商，该厂商想要选择实现利润最大化时 $x$ 的数量

根据

$$x = \frac{a - k}{2b}$$

可得到

$$k = a - 2bx$$

与这个要素需求函数相应的边际收益是

$$MR = a - 4bx$$

上游厂商利润最大化条件为:  $a - 4bx = c$

得:  $x = \frac{a - c}{4b} = y$

如果两家厂商合并成一家垄断厂商: 它面临的产品反需求函数为  $p = a - by$ , 并且  $MC = c$  保持不变, 令  $MR = MC$ , 则有:

$$a - 2by = c$$

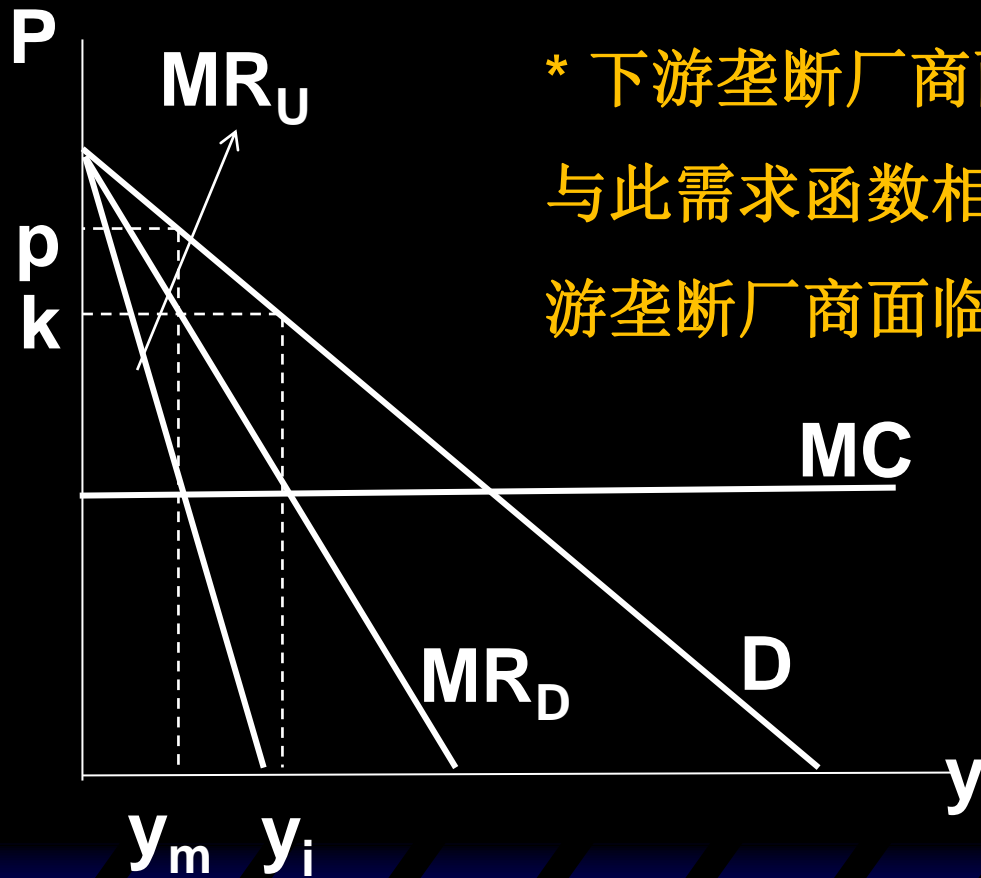
得利润最大化产量:

$$y = \frac{a - c}{2b}$$

发现: 一体化垄断厂商的产量是非一体化垄断厂商产量的两倍



一体化垄断厂商在 $y_i$  处经营；非一体化垄断厂商在 $y_m$  处生产



\* 下游垄断厂商面临的最终需求曲线 $P(y)$ ，  
与此需求函数相对应的 $MR$ 曲线本身又是上游垄断厂商面临的需求曲线

# 第二十七章

## 寡头垄断

# 本章假定：

双头垄断  
产品同质

将注意力集中在策略的相互影响上

# 选择策略

产量领导

价格领导

同时定产

同时定价

串 谋



序贯博弈



同时博弈

合作博弈

# 1 产量领导

## —斯塔克尔伯格模型

在产量领导的情况下，一家厂商在另一家厂商之前作出选择，有时称作**斯塔克尔伯格模型**

问题：领导者应选择什么产量才能实现利润最大化？

取决于产量领导者认为追随者会对它的选择作出怎样的**反应**。假设领导者预期追随者将在领导者产量既定的情况下实现利润最大化。

领导者为了合理作出它的生产决策，就必须考虑追随者的利润最大化问题

# 追随者的利润最大化

假如厂商1 生产 $y_1$  单位产品，厂商 2生产  $y_2$  单位产品，那么市场的总供给量为 $y_1 + y_2$ 。 市场价格为 $p(y_1 + y_2)$

$$\max_{y_2} p(y_1 + y_2)y_2 - C_2(y_2)$$

追随者的利润取决于领导者的产量选择，从追随者的看，领导者的产量是给定的常量。追随者利润最大化应满足的条件：

$$MR = p(y_1 + y_2) + \frac{dp}{dy_2} y_2 = MC_2$$

$$y_2 = f_2(y_1)$$

函数  $f_2(y_1)$  表明追随者的利润最大化产量是领导者选择产量的函数，被称为反应函数，表示追随者对领导者的产量选择作何反应。

# 线性需求情况下的反应函数

反需求曲线函数:  $p(y_1 + y_2) = a - b(y_1 + y_2)$

假设成本为零。厂商2的利润函数为:

$$\pi_2(y_1, y_2) = [a - b(y_1 + y_2)] y_2$$

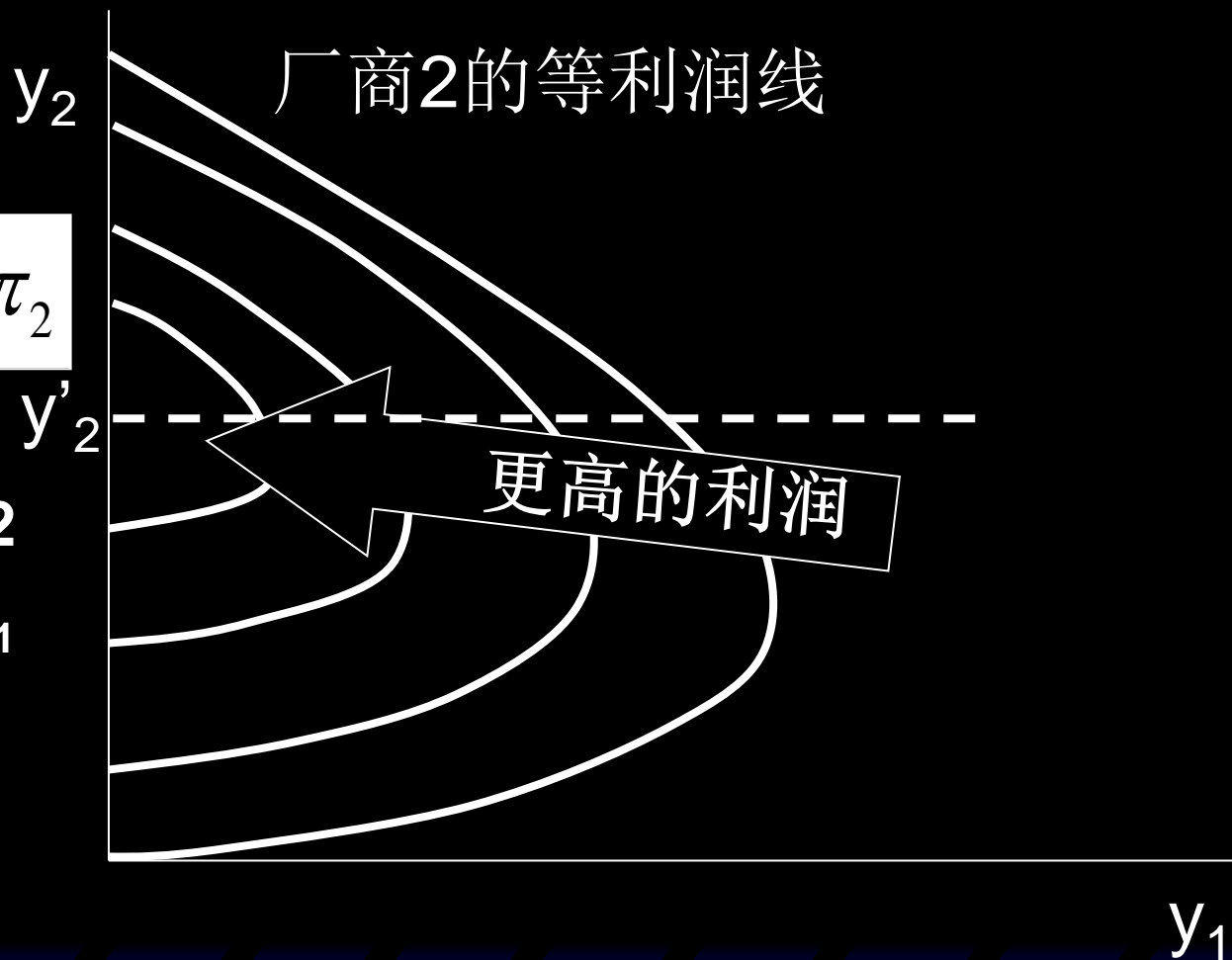
或 
$$\pi_2(y_1, y_2) = ay_2 - by_1y_2 - by_2^2$$



等利润线：

$$ay_2 - by_1y_2 - by_2^2 = \pi_2$$

等利润线表示使厂商2  
获得不变利润水平的 $y_1$   
和 $y_2$ 的组合点的轨迹。



对于厂商1的每一个可能的产量选择，厂商2都要选择使它利润尽可能大的产量。这意味着对于 $y_1$ 的每一个选择，厂商2都选择使它处在尽可能左的等利润线上的 $y_2$ 的值。

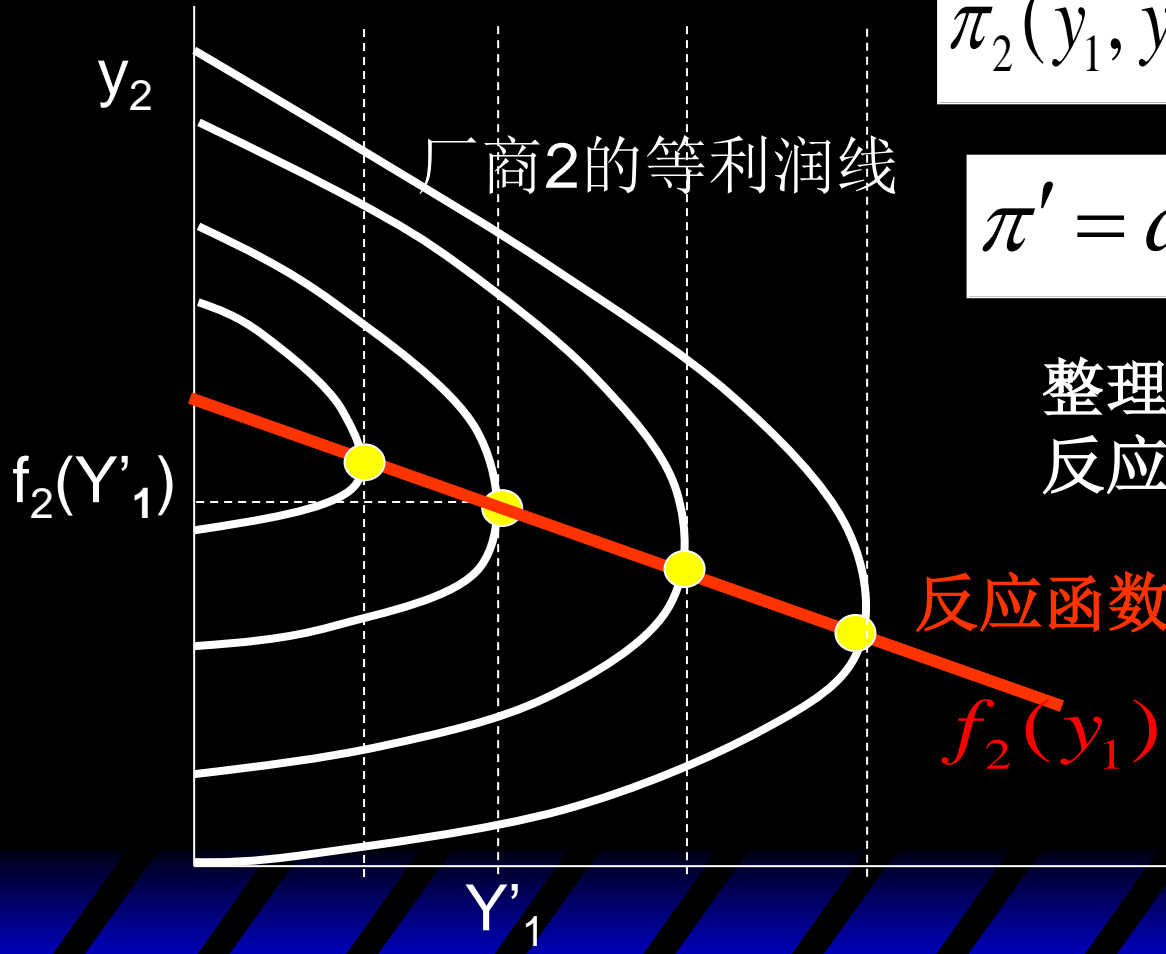
反应函数表示的是对应于作为领导者的厂商1的每一个产量选择，作为追随者的厂商2的诸利润最大化产量。

$$\pi_2(y_1, y_2) = ay_2 - by_1y_2 - by_2^2$$

$$\pi' = a - by_1 - 2by_2 = 0$$

整理该式，可导出厂商2的反应曲线：

$$y_2 = \frac{a - by_1}{2b}$$



# 领导者的利润最大化问题

假定领导者也意识到它的行动将影响追随者的产量选择。这种关系由反应函数 $f_2(y_1)$ 描述。因而，在选择产量时，它应当考虑它对追随者的影响

$$\max_{y_1} p(y_1 + y_2)y_1 - C_1(y_1)$$

使得

$$y_2 = f_2(y_1)$$

# 线性需求情况下的反应函数

$$p(y_1 + y_2) = a - b(y_1 + y_2)$$

假定边际成本为零，所以领导者的利润为：

$$\pi_1(y_1, y_2) = ay_1 - by_1y_2 - by_1^2$$

将  $y_2 = \frac{a - by_1}{2b}$  代入，求其一阶导数可得：

$$\pi' = \frac{a}{2} - by_1 = 0$$

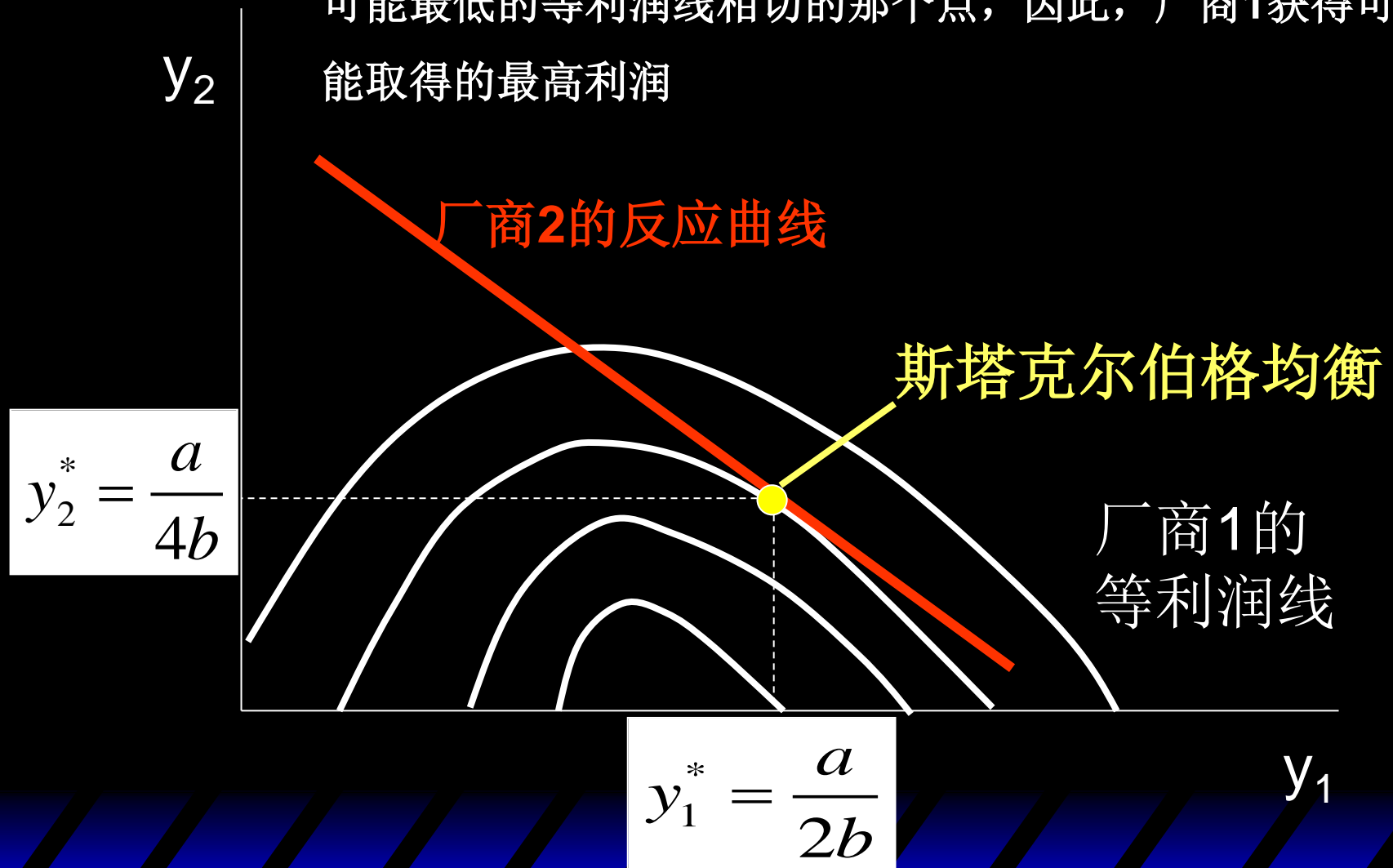


$$y_1^* = \frac{a}{2b}$$

$$y_2^* = \frac{a}{4b}$$

可得行业  
总产量

作为领导者的厂商1，在厂商2的反应曲线上选择与厂商1可能最低的等利润线相切的那个点，因此，厂商1获得可能取得的最高利润



## 2 价格领导

假设领导者确定的价格为 $p$ ，追随者把 $p$ 作为既定价格接受，选择使它利润最大化的产量：

$$\max_{y_2} py_2 - c_2(y_2)$$



$$p = MC(y_2)$$

这条件决定了追随者的供给曲线 $S(p)$

领导者可以出售的产量是：

$$R(p)=D(p)-S(p)$$

这称作领导者面临的剩余需求曲线，等于市场需求曲线减去追随者的供给曲线

假定领导者有不变的边际成本 $c$ ，领导者有成本函数

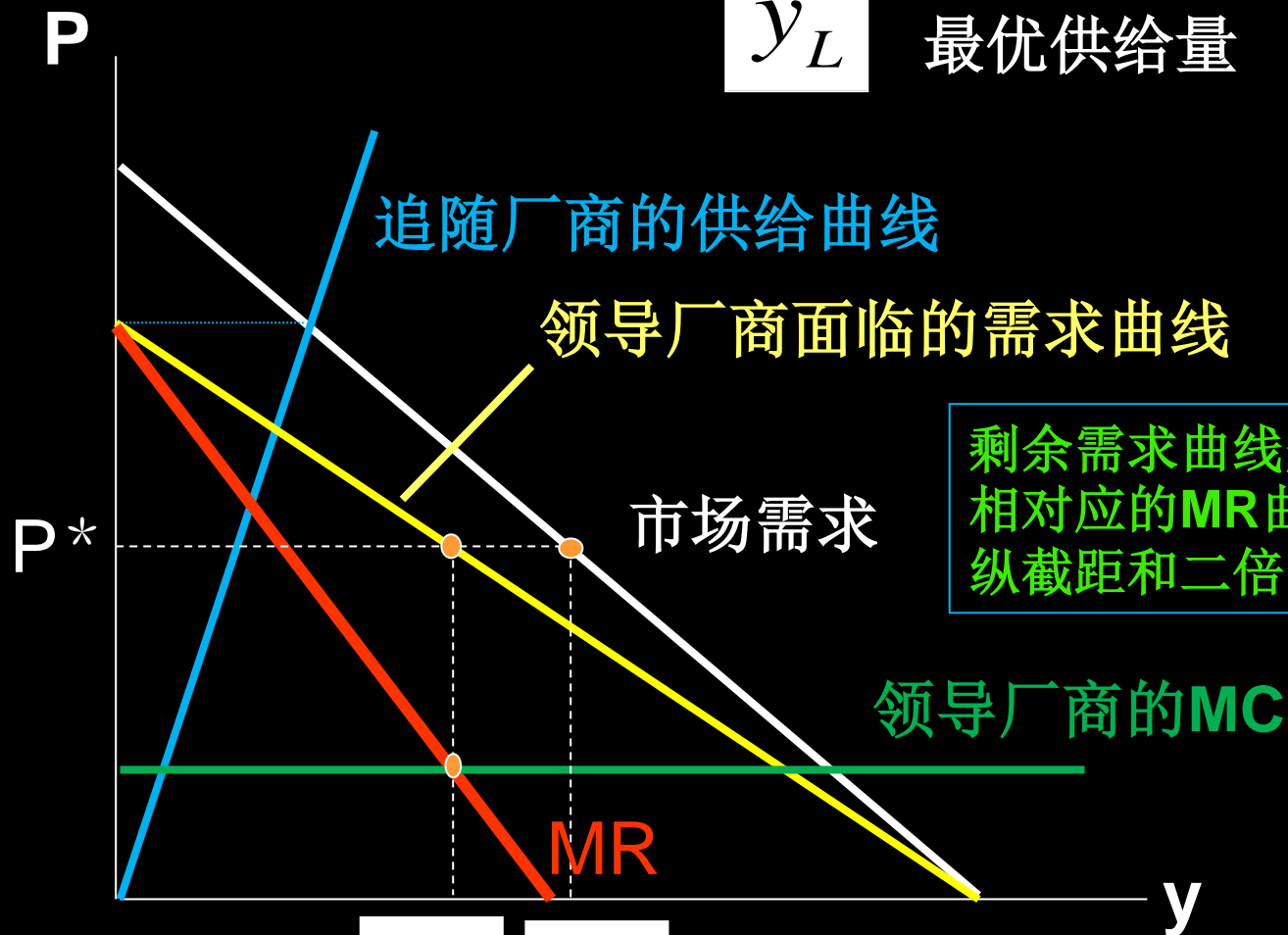
$c_1(y_1)=cy_1$ ，其利润为：

$$\pi_1(p) = (p - c)[D(p) - S(p)] = (p - c)R(p)$$



$$y_L^*$$

领导者使 $MR=MC$ 时以求出  
最优供给量



剩余需求曲线是线性的，与之  
相对应的MR曲线具有相同的  
纵截距和二倍的斜率

$$y_L^*$$

$$y_T^*$$

市场总供给量

# 线性需求曲线的例子

假设需求曲线是  $D(p) = a - bp$ ，追随者有成本函数  $c_2(y_2) = y_2^2 / 2$ ，领导者有成本函数  $c_1(y_1) = cy_1$ ，求领导者利润最大化的产量。

追随者在价格等于边际成本的产量经营：

$$D(p) = a - bp$$

$$MC_2(y_2) = y_2$$



$$p = y_2$$

领导者面临的需求曲线为：

$$R(p) = a - (b + 1)p$$

反需求曲线为：

$$p = \frac{a}{b + 1} - \frac{1}{b + 1} y_1$$

令边际收益等于边际成本：

$$MR = \frac{a}{b + 1} - \frac{2}{b + 1} y_1 = C = MC$$

使领导者的利润最大化的产量：

$$y_1^* = \frac{a - c(b + 1)}{2}$$

### 3 同时定产：古诺模型

厂商1与厂商2同时选择自己的产量。每家厂商都在它对另一家厂商的产量决策的预测基础上使自己的利润实现最大化。达到均衡时，每家厂商都发现它对另一家厂商的预测得到证实。这个模型称古诺模型

假定厂商1预期厂商2的产量为  $y_2^e$

如果厂商1决定生产 $y_1$ ，它就会预期总产量为

$Y = y_1 + y_2^e$ ，由该产量引起的市场价格将为

$$p(Y) = p(y_1 + y_2^e)$$

厂商1的利润  
最大化:

$$\max_{y_1} p(y_1 + y_2^e)y_1 - c(y_1)$$

把厂商2的预期产量和厂商1的最优  
选择之间的函数表示为:

$$y_1 = f_1(y_2^e)$$

同样的分析可以推导出厂商2的反应曲线： $y_2 = f_2(y_1^e)$

它给出对于厂商1产量的既定预期  $y_1^e$  来说的厂商2的最优产量选择

求产量组合  $(y_1^*, y_2^*)$ ，如果厂商2选择  $y_2^*$ ，

厂商1的最优产量就是  $y_1^*$ ；

如果厂商1选择  $y_1^*$ ，厂商2的最优产量就是  $y_2^*$ 。

产量  $(y_1^*, y_2^*)$  将满足： $y_1^* = f_1(y_2^*)$

$$y_2^* = f_2(y_1^*)$$

这样一个产量水平的组合被为古诺均衡

# 古诺均衡的一个例子

在线性需求曲线和零边际成本的情况下，厂商2反应函数为：

$$y_2 = \frac{a - by_1^e}{2b}$$

厂商1的反应函数：

$$y_1 = \frac{a - by_2^e}{2b}$$

达到均衡时，每家厂商的选择都是另一家厂商预期它会作出的选择。



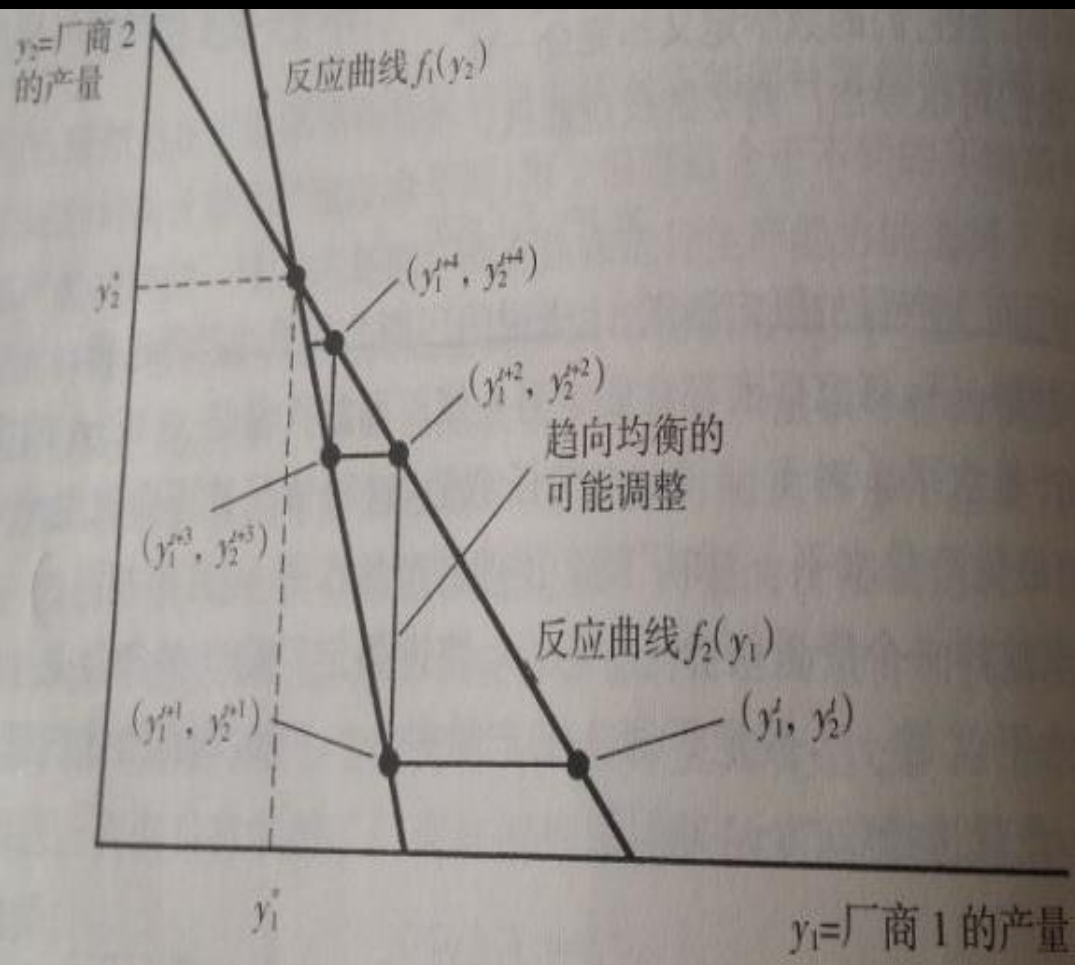
$$y_1^* = \frac{a}{3b}$$

$$y_2^* = \frac{a}{3b}$$

整个行业的总产量为：

$$y_1^* + y_2^* = \frac{2a}{3b}$$

# 趋向均衡的调整



古诺均衡出现在两条反应曲线的交点上

每家厂商都假定另一家厂商的产量从一个时期到另一个时期是固定不变的，但结果却是两家厂商都不断改变它们的产量，只有在均衡状态下，一家厂商对于另一家厂商产量选择的预期才在实际上得到满足



# 多家厂商的古诺均衡

假设有n家厂商，则行业总产量

$Y = y_1 + \dots + y_n$ ，对于厂商i（根据**MR=MC**）：

$$\max_{y_1} p(y_1 + y_2^e) y_1 - c(y_1)$$

$$p(Y) + \frac{dp}{dY} y_i = MC(y_i)$$

第二项乘以Y/Y，整理可得：

$$p(Y) \left[ 1 + \frac{dp}{dY} \frac{Y}{p(Y)} \frac{y_i}{Y} \right] = MC(y_i)$$

$$p(Y) \left[ 1 + \frac{dp}{dY} \frac{Y}{p(Y)} \frac{y_i}{Y} \right] = MC(y_i)$$

令  $S_i = y_i / Y$  代表厂商i在市场总产量中所占的

份额，上式可简化为：

$$p(Y) \left[ 1 - \frac{S_i}{|\varepsilon(Y)|} \right] = MC(y_i)$$



$$p(Y) \left[ 1 - \frac{1}{\underline{|\varepsilon(Y)| / S_i}} \right] = MC(y_i)$$

厂商所面临的需求曲线的弹性

完全垄断市场结构,  $S_i = 1$

$$p(Y) \left[ 1 - \frac{1}{|\varepsilon(Y)|} \right] = MC(y_i)$$

完全竞争市场结构,  $S_i \approx 0$

$$p = MC(y_i)$$

随着厂商数目的增加, 古诺均衡逼近完全竞争均衡。

## 4 联合定价：伯特兰模型

厂商1与厂商2同时选择自己的价格。每家厂商都在它对另一家厂商的价格决策的基础上使自己的利润实现最大化。达到均衡时，每家厂商都发现它对另一家厂商的预测得到证实，每家厂商都将按照价格等于边际成本的原则定价。这个模型称作伯特兰模型。

伯特兰均衡是一种竞争均衡，其中 $P=MC$

假设两厂商生产一种同质产品，每个厂商拥有相同的边际成本 $c$ ，且无固定成本。

$$Q = a - bp$$

两厂商同时宣布他们索要的价格，消费者将会购买价格较低的产品。这意味着价格较低的厂商将会在宣布的价格水平上满足整个市场需求，而具有较高价格的厂商产量为零；如果两厂商宣布的价格相同，将各满足一半市场需求。

厂商1的利润为：

$$\Pi_1(p_1, p_2) = \begin{cases} (p_1 - c)(a - bp_1) & c < p_1 < p_2 \\ \frac{1}{2}(p_1 - c)(a - bp_1) & c < p_1 = p_2 \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$$

如果厂商1选择的产量  $p_1^1 > c$ ，厂商2为使自己的利润达到最大，将选择

$c < p_2^2 < p_1^1$ ；同样如果厂商2选择了  $p_2^2 > c$ ，

厂商1为使自己的利润最大，将降低自身产品的价格，使得

$$c < p_1^2 < p_2^2$$

上述的调整过程达到均衡时，两个厂商索要的价格等于边际成本并获得零利润。

# 5 串谋：卡特尔模型

串谋指诸厂商先联合起来选择使整个行业利润最大化的产量水平，然后再在它们之间瓜分利润（追求它们利润总和的最大化）



两家厂商面临的利润最大化问题就是选择它们的能使整个行业利润实现最大化的产量  $y_1$  和  $y_2$ :

$$\max_{y_1, y_2} p(y_1 + y_2)[y_1 + y_2] - C_1(y_1) - C_2(y_2)$$

其最优化条件是:

$$p(y_1^* + y_2^*) + \frac{dp}{dY}(y_1^* + y_2^*) = MC_1(y_1^*) \quad (1)$$

$$p(y_1^* + y_2^*) + \frac{dp}{dY}(y_1^* + y_2^*) = MC_2(y_2^*) \quad (2)$$

两家厂商的边际成本在均衡时相等，即：

$$MR = MC_1(y_1^*) = MC_2(y_2^*)$$


如果有一家厂商具有成本优势，从而它的边际成本曲线总是位于其它厂商边际成本曲线的下面，那么在卡特尔均衡解中，它将生产更多的产量。


# 线性需求曲线下的卡特尔解

考察零边际成本和线性需求曲线情况下的卡特尔解。

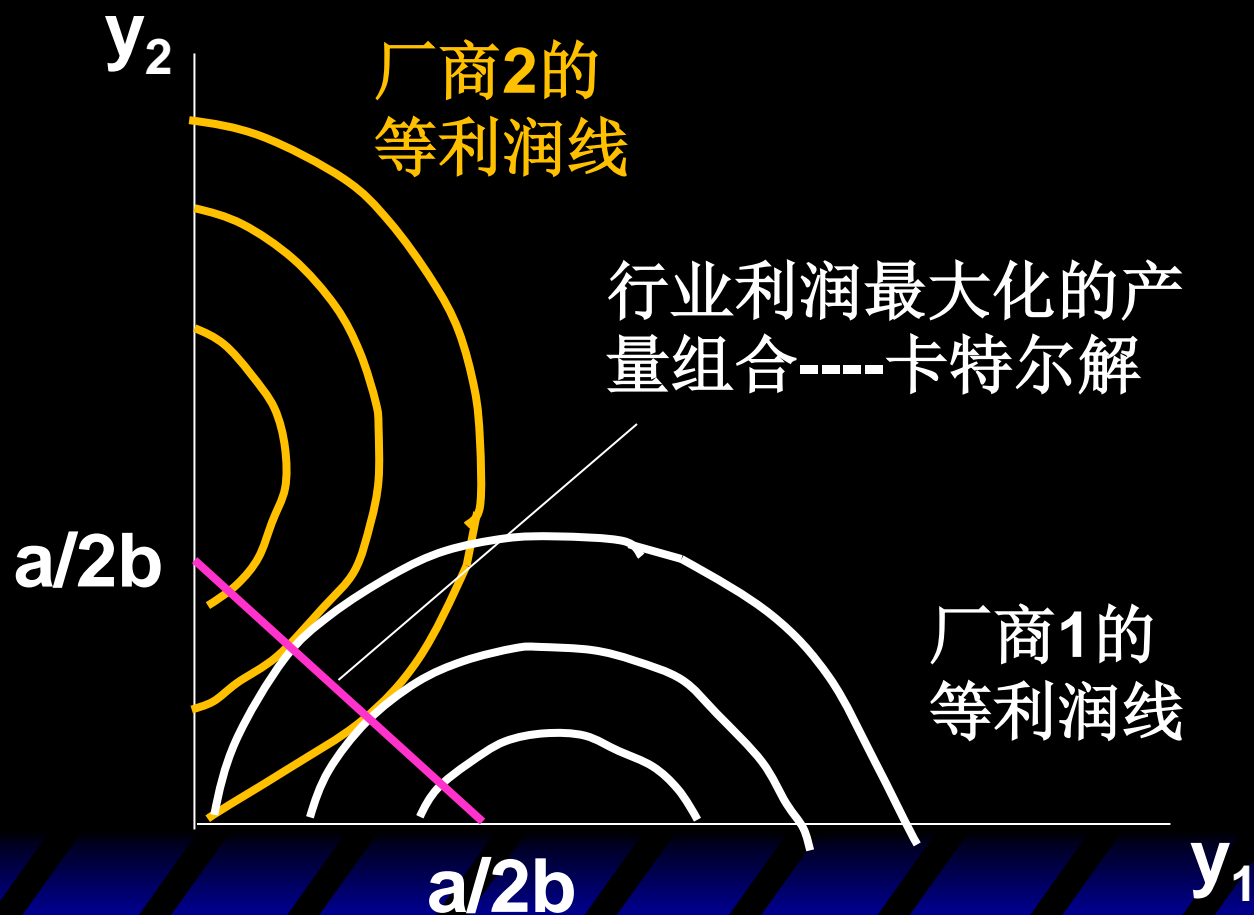
总利润函数是：

$$\begin{aligned}\pi(y_1, y_2) &= [a - b(y_1 + y_2)](y_1 + y_2) \\ &= a(y_1 + y_2) - b(y_1 + y_2)^2\end{aligned}$$


$$a - 2b(y_1^* + y_2^*) = 0$$


$$y_1^* + y_2^* = \frac{a}{2b}$$

如果行业实现了利润最大化，那么，每家厂商增加产量的边际利润必定相等，否则，较有利可图的厂商会进一步增产从而获取更多利润。所以等利润线在利润最大化的产量水平上一定相切



# 关于作弊

在现实生活中，达成卡特尔协定的困难在于总有作弊的诱惑存在。

假设两家厂商都按使行业利润最大化的产量水平( $y_1^* \bullet y_2^*$ )进行生产，

厂商1考虑稍微增加产量，厂商1增加的边际利润是：

$$\max_{y_1, y_2} p(y_1 + y_2)[y_1 + y_2] - C_1(y_1) - C_2(y_2) \quad \frac{d\pi_1}{dy_1} = p(y_1^* + y_2^*) + \frac{dp}{dY} y_1^* - MC_1(y_1^*)$$

而卡特尔的最优解为：

$$p(y_1^* + y_2^*) + \frac{dp}{dY} (y_1^* + y_2^*) = MC_1(y_1^*)$$

整理可得：

$$p(y_1^* + y_2^*) + \frac{dp}{dY} y_1^* - MC_1(y_1^*) = -\frac{dp}{dY} y_2^* > 0$$

$$\frac{d\pi_1}{dy_1} = -\frac{dp}{dY} y_2^* > 0$$

如果厂商1认为厂商2的产量保持不变，那么厂商1就可以通过增加自己的产量而获取更多的利润。厂商竞相增加产量将导致卡特尔解体

# 惩罚策略

厂商可以实施“冷酷”战略以维持卡特尔---如果一家厂商出现欺骗行为，另一家厂商会通过生产古诺产量来实施惩罚

每个厂商是违背还是遵守卡特尔协议取决于行动的成本收益分析

假设每个厂商遵守卡特尔的利润是  $\pi_m$ ，违背卡特尔的利润是  $\pi_d$ ，古诺利润为  $\pi_c$ ， $\pi_d > \pi_m > \pi_c$

诚实收益的现值是：
$$\pi_m + \frac{\pi_m}{r}$$

$$PV = R_0 + \frac{R_1}{(1+r)} + \frac{R_2}{(1+r)^2} + \dots + \frac{R_T}{(1+r)^T}$$

欺骗的的现值收益为：

$$\pi_d + \frac{\pi_c}{r}$$

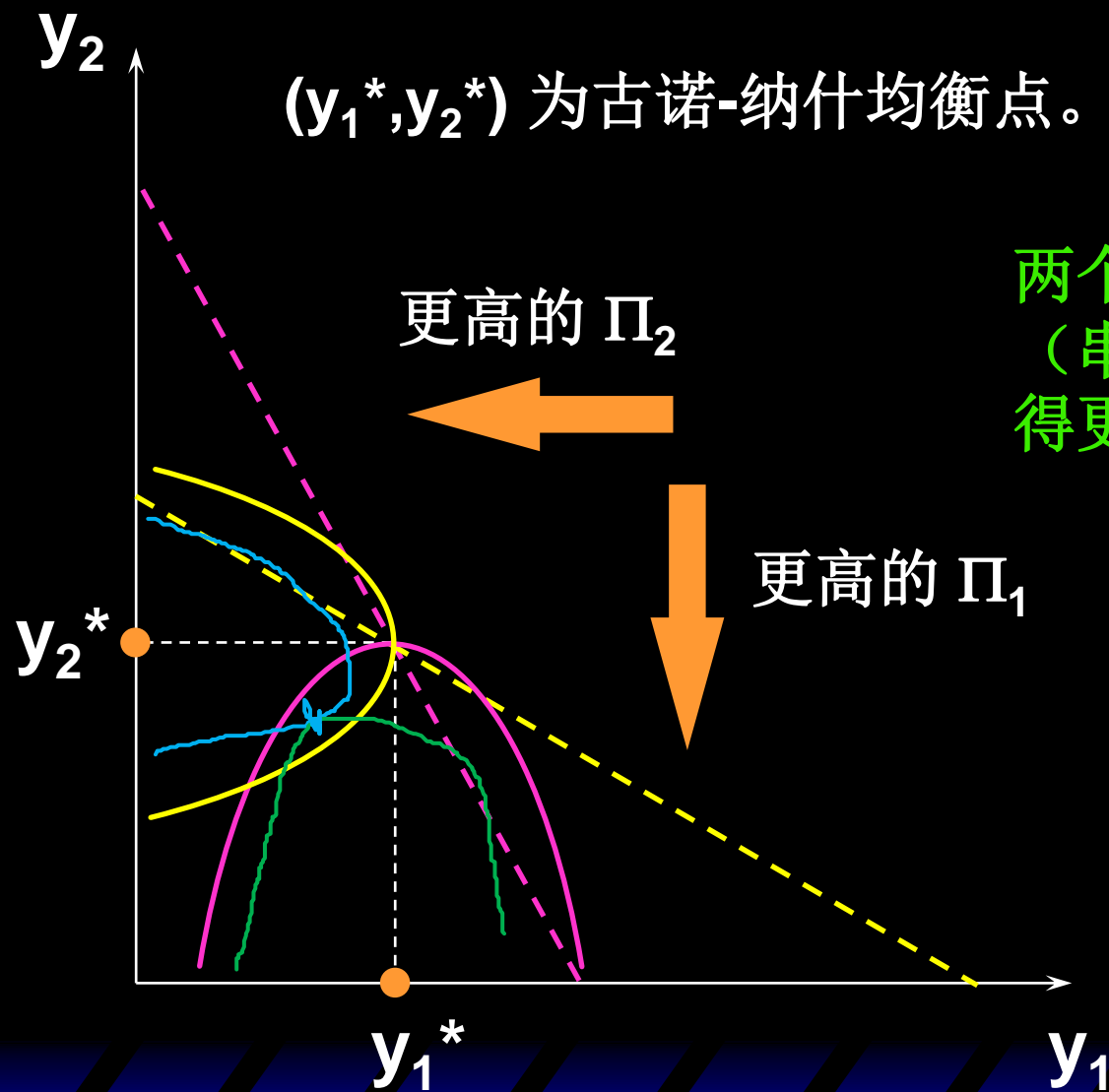
当

$$\pi_m + \frac{\pi_m}{r} > \pi_d + \frac{\pi_c}{r}$$

即

$$r < \frac{\pi_m - \pi_c}{\pi_d - \pi_m}$$

上面的不等式表明，只要利率足够小，卡特尔就可以维持。



两个厂商存在通过合作  
(串谋) 降低产量而获  
得更多利润的动机