

第十四章

消费者剩余

本章主要要点

- ◆ 消费者剩余、生产者剩余
- ◆ 保留价格曲线和需求函数
- ◆ 补偿变化和等价变化的计算
- ◆ 效益和成本分析

一、对离散商品的需求

- ◆ 假设效用函数采取 $u(x)+y$ 的形式， x 的数量只能取整数，商品 y 是花费在其他商品上的货币。

令 $p=r_1$ 时，消费0或1单位无差异， $p=r_2$ 时，消费1或2单位无差异，.....。则有：

$$u(0)+m=u(1)+m-r_1$$

$$u(1)+m-r_2=u(2)+m-2r_2$$

.....

离散商品的需求 / 保留价格曲线

得: $r_1 = u(1) - u(0)$

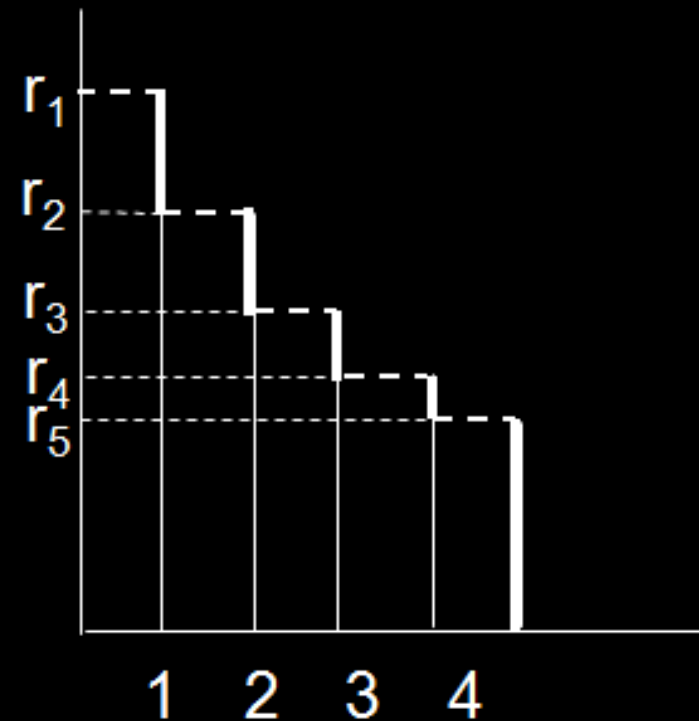
$r_2 = u(2) - u(1)$

.....

我们可用保留价格描述消费者行为:

如果离散商品的需求数量是 n 单位,

那么就有: $r_n \geq p \geq r_{n+1}$



二、根据需求曲线构造效用函数

◆ 构造拟线性效用函数:

$$r_1 = v(1) - v(0)$$

$$r_2 = v(2) - v(1)$$

$$r_3 = v(3) - v(2) \dots\dots$$

保留价格被定义为效用的差额，可以用来计量增加一单位商品的消费引起的效用的增量（**边际效用**）

上式相加得: $v(n) = r_1 + r_2 + \dots\dots + r_n$

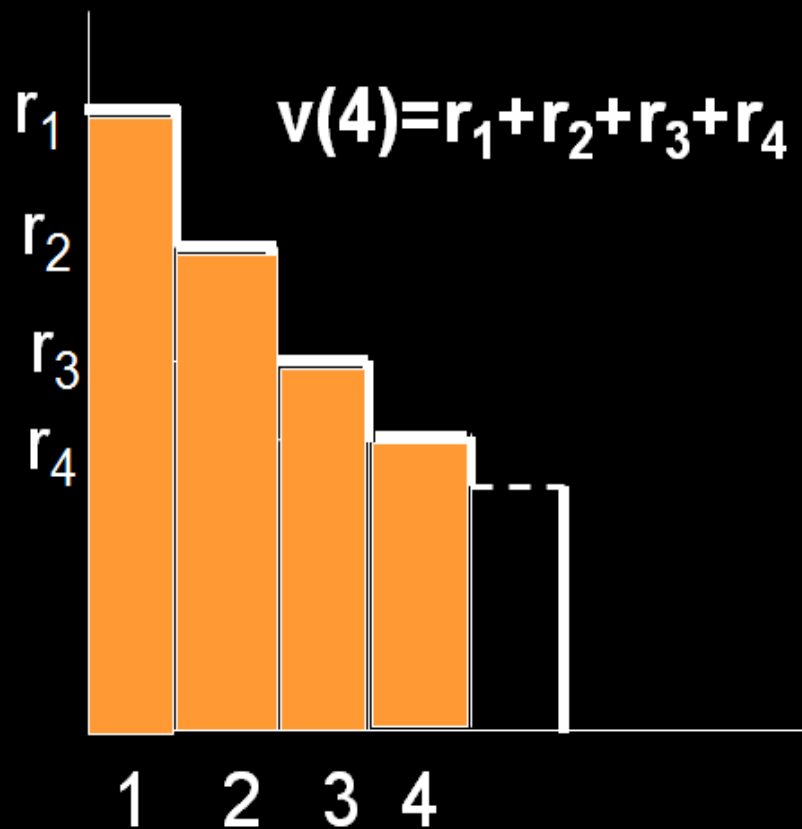
$v(n)$ 就是前 n 个保留价格的和，也就是消费 n 单位离散商品 x 的效用，恰好就是组成需求函数的前 n 个长条的面积-----
 x 商品的总消费者剩余

总消费者剩余或总效用

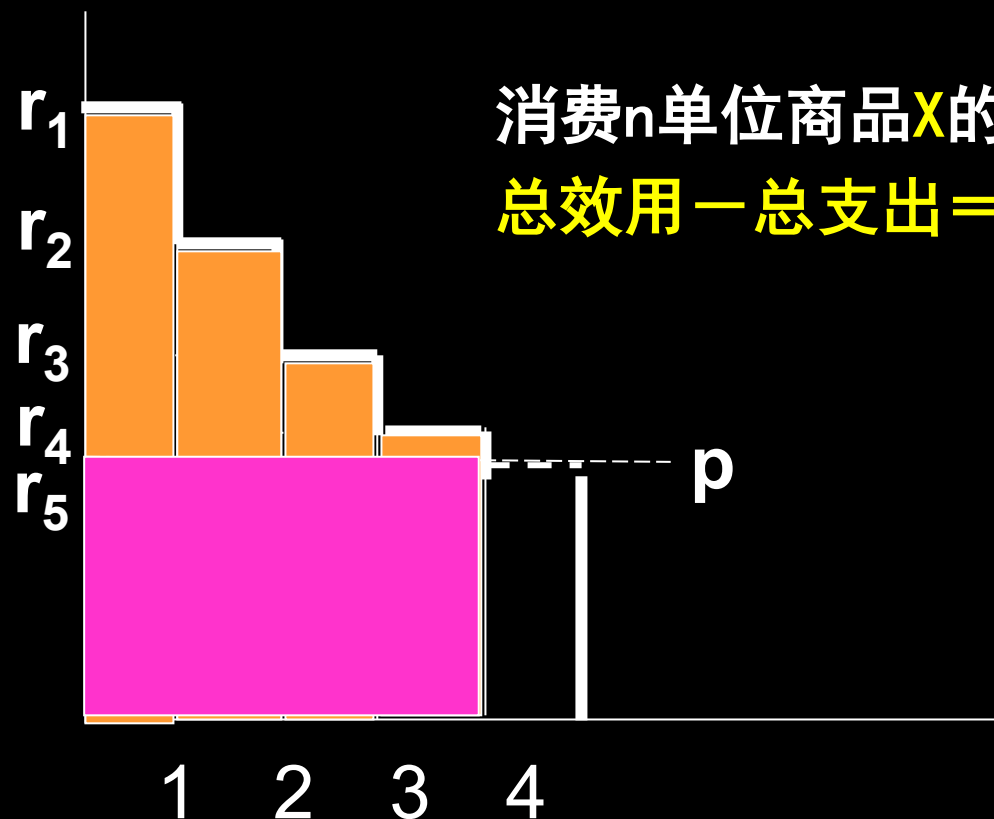
◆ 注意：这仅仅是与商品1的消费相关联的总效用，消费者最终效用取决于消费者消费多少商品X和商品Y。如果消费者选择n单位X商品，那么他就会有 $m-pn$ 用于购买其他东西。

◆ 消费商品X和Y的总效用为：

$$v(n) + y = v(n) + m - pn$$



◆ 净消费者剩余



消费 n 单位商品 X 的净效用是：
总效用－总支出 $=v(4)-4p$

三、消费者剩余的其它解释

◆ 考察消费者剩余还有其他一些方法。

方法二：假设离散商品的价格是 p 。消费者认为消费第一个单位该商品的价值是 r_1 ，他却只需要支付 p 。这使得他在第一个单位的消费中获得“剩余” $r_1 - p$ 。

◆ 他对第二个单位消费的评价为 r_2 ，但他仍然只需要支付 p 。这使得他在第二个单位的消费中获得剩余 $r_2 - p$ 。

◆ 把消费者所选择的 n 单位商品的剩余加总到一起，我们能得到商品1的净消费者剩余：

$$\text{◆ } CS = r_1 - P + r_2 - P + r_3 - P + \dots + r_n - P$$

$$= r_1 + r_2 + r_3 + \dots + r_n - np$$

$$= v(n) - np$$

- ◆ 方法三：
- ◆ 将消费者剩余理解为要消费者放弃他对某种商品的全部消费而必须补偿给他的那个货币量

$$v(0) + m + R = v(n) + m - pn$$

消费者剩余： $R = v(n) - pn$

四、保留价格曲线和需求曲线

- ◆ 假设汽油只购买的最小单位为一加仑。
- ◆ r_n 是其购买第 n 加仑汽油所获边际效用的等价货币价值
- ◆ $r_1 + \dots + r_n$ 表示获取 n 加仑汽油发生的效用改变的等价货币价值
 - ◆ 一系列关于 n 的 $r_1, r_2, \dots, r_n, \dots$ 的点构成消费者保留价格曲线
 - ◆ 它与消费者对于汽油的需求曲线并不完全一样

所获等价效用

- ◆ 对于消费者在汽油的市场价格为 $\$p_G$ 时，通过交易所获利益的货币价值为多少？
- ◆ 获得第一加仑汽油所获净效用的等价货币价值为 $\$(r_1 - p_G)$ 。
- ◆ 同理第二加仑汽油的等价货币价值 $\$(r_2 - p_G)$ 。
- ◆ 因此通过交易所得净效用的等价货币价值为

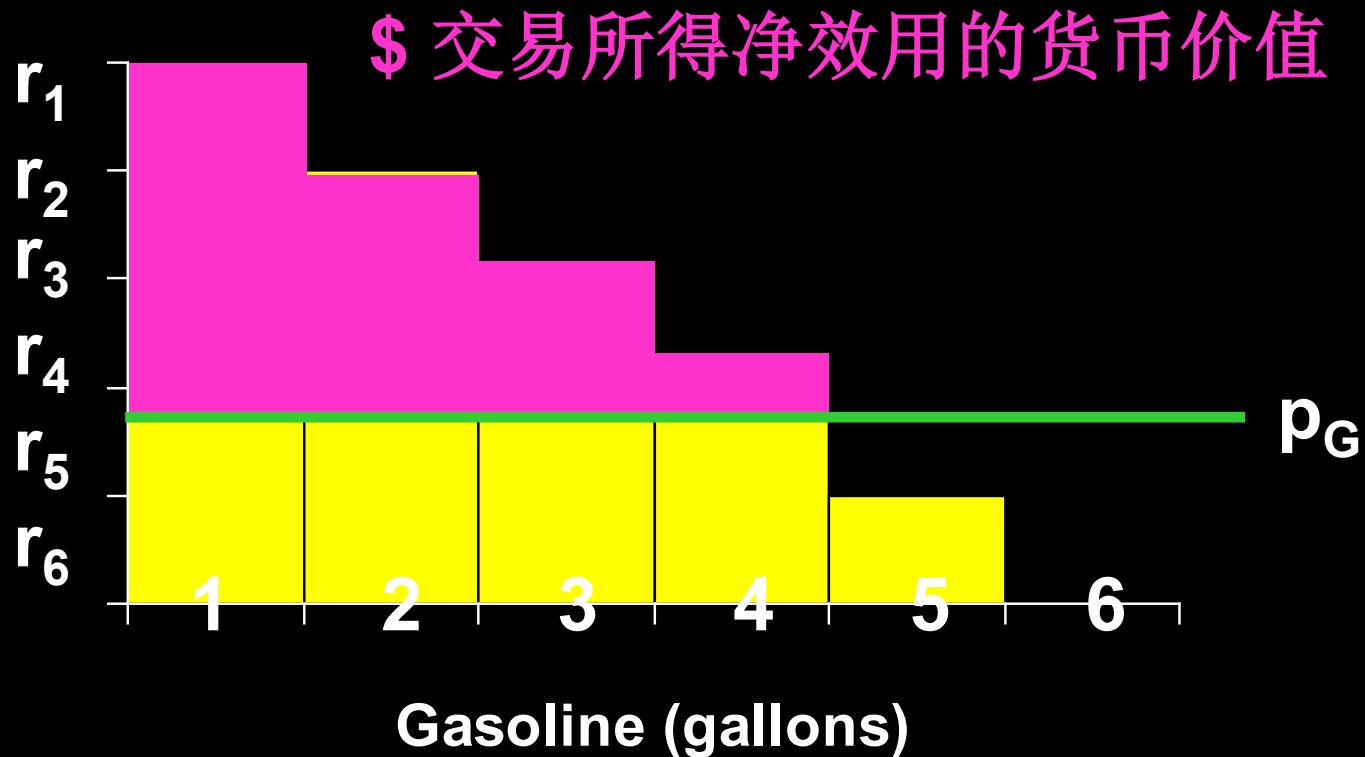
$$\$(r_1 - p_G) + \$(r_2 - p_G) + \dots$$

只要 $r_n - p_G > 0$ 。

所获等价效用

(\$)
Res.
Values

汽油的保守价格曲线

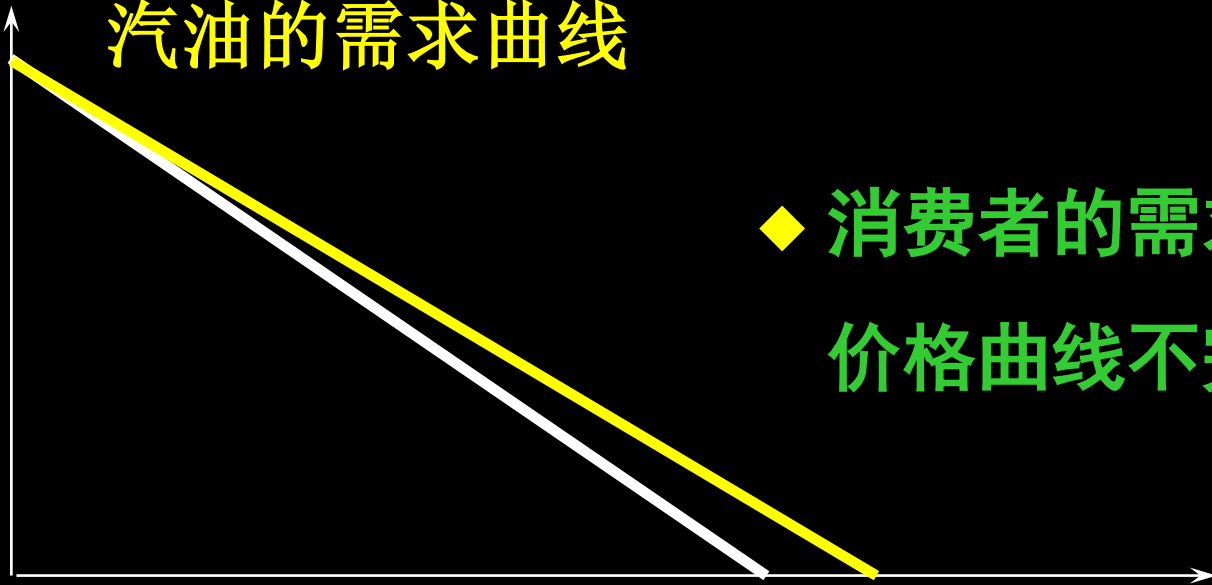


所获等价效用

- ◆ 不幸的是估计消费者的保留价格曲线是很困难的，
- ◆ 因此，消费者的一般需求曲线被用来作为对保留价格曲线的近似替代。
- ◆ 消费者的保留价格曲线为什么与一般需求曲线不同？
- ◆ 保留价格曲线**有序地**描述了连续单个商品的价值。
- ◆ 一般需求曲线描述了消费者**同时**购买 q 单位商品时愿意的最高价格。

消费者剩余

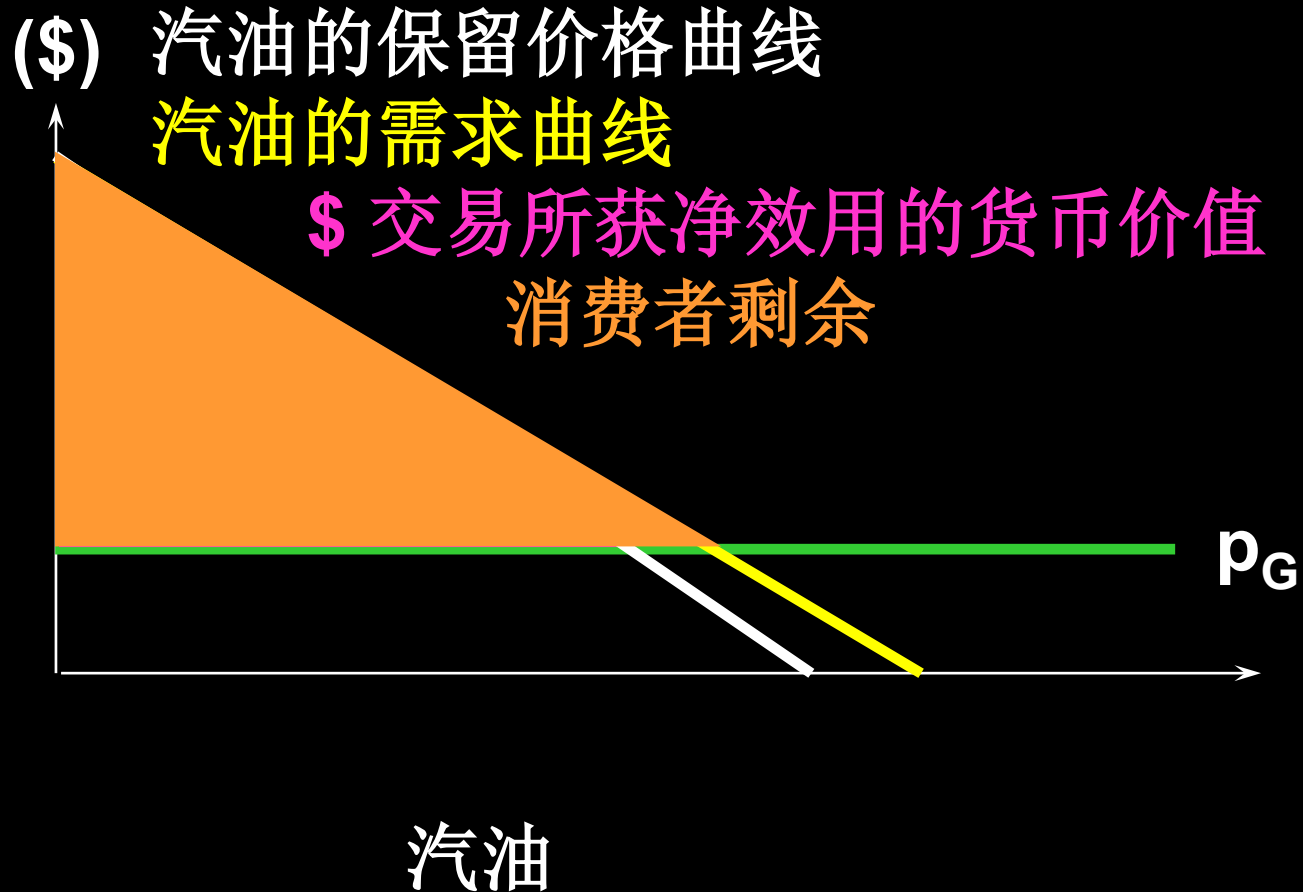
(\$)
汽油的保留价格曲线
汽油的需求曲线



◆ 消费者的需求曲线与保留
价格曲线不完全相同

汽油

消费者剩余



消费者剩余

拟线性效用

- ◆ 需求曲线与保留价格曲线正好重合。这个时候，消费者剩余等于消费者效用所得的货币价值。消费者剩余的变化就可以看作是消费者效用变化的一种合理近似。

消费者剩余

消费者效用函数关于 x_2 是线性的。

$$U(x_1, x_2) = v(x_1) + x_2$$

假定 $p_2 = 1$ 。消费者面对的选择问题在于最大化

$$U(x_1, x_2) = v(x_1) + x_2$$

st

$$p_1 x_1 + x_2 = m.$$


消费者剩余

也即选择 x_1 使得下式最大化

$$v(x_1) + m - p_1 x_1.$$

一阶条件为

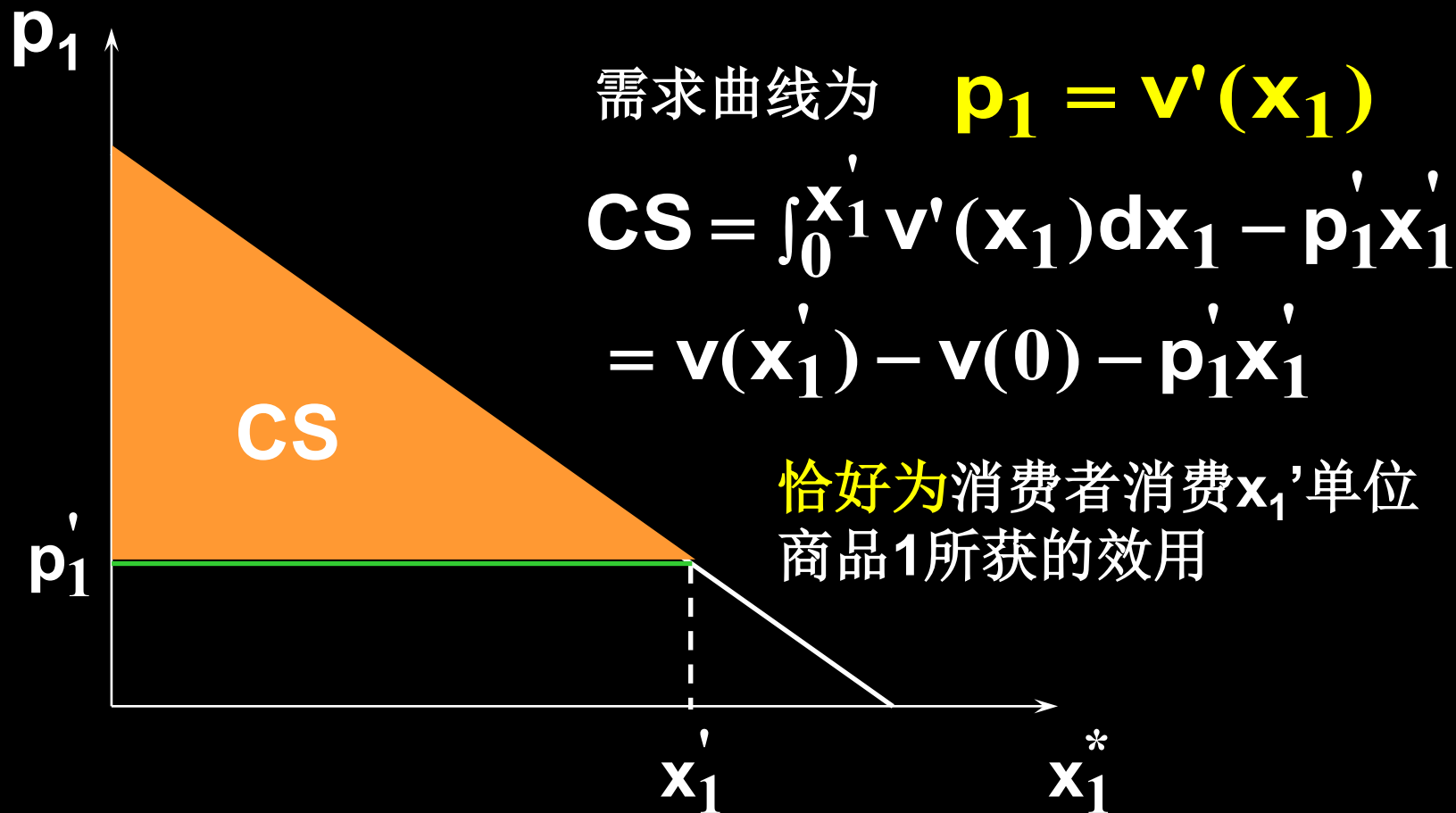
$$v'(x_1) - p_1 = 0$$

也即

$$p_1 = v'(x_1).$$

这是消费者对于商品1的需求函数。

消费者剩余



- ◆ 在拟线性效用情况下，消费者剩余是消费者消费商品1所获效用的货币价值的精确测量
- ◆ 否则，消费者剩余只是一个近似表示

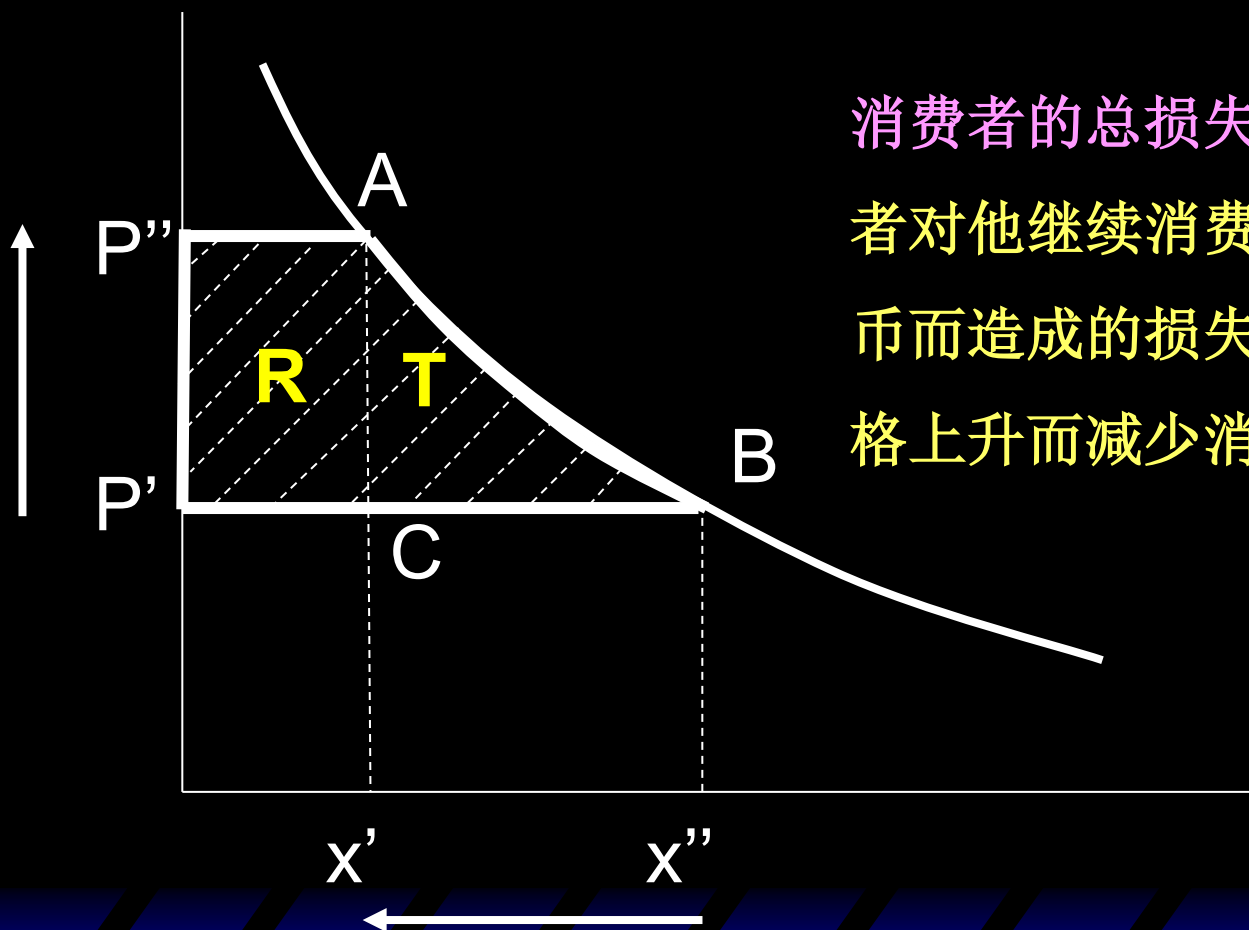
五、交易所获福利的货币测度

◆ 三种测量方法:

- 1、消费者剩余
- 2、补偿变化
- 3、等价变化

◆ 在一些特殊情况下(拟线性效用情况下)，这三种测度结果一致。

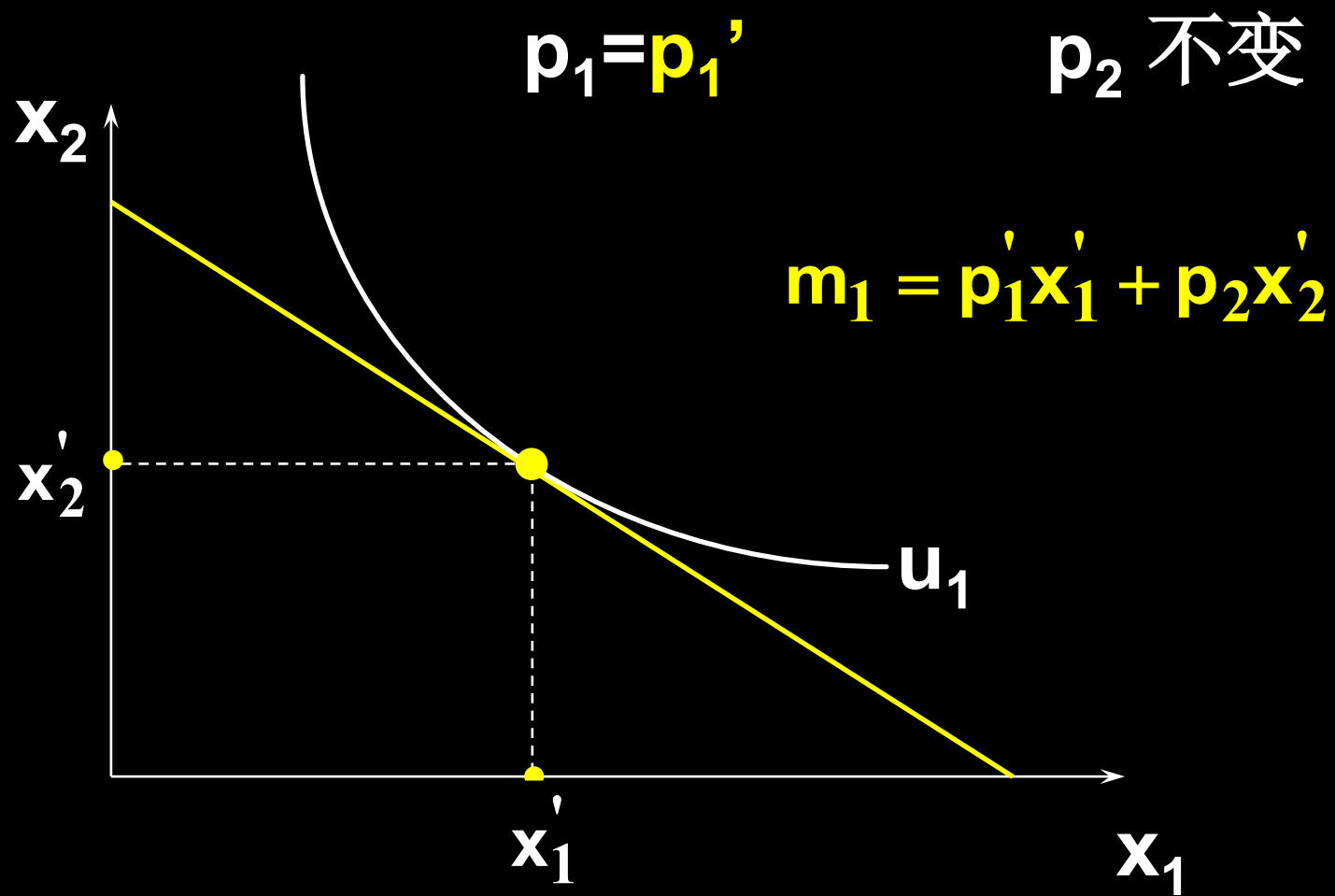
1、对消费者剩余变化的说明

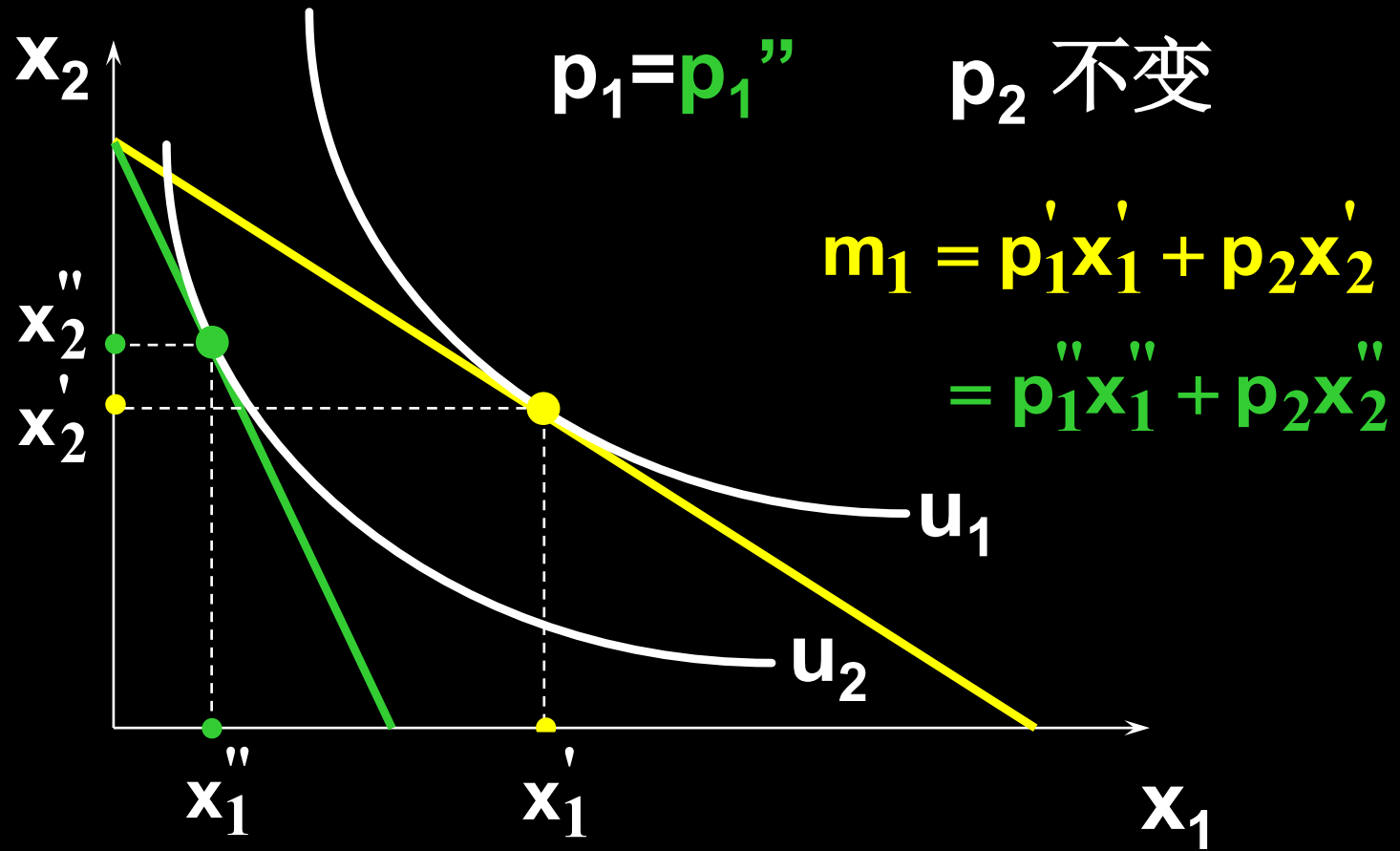


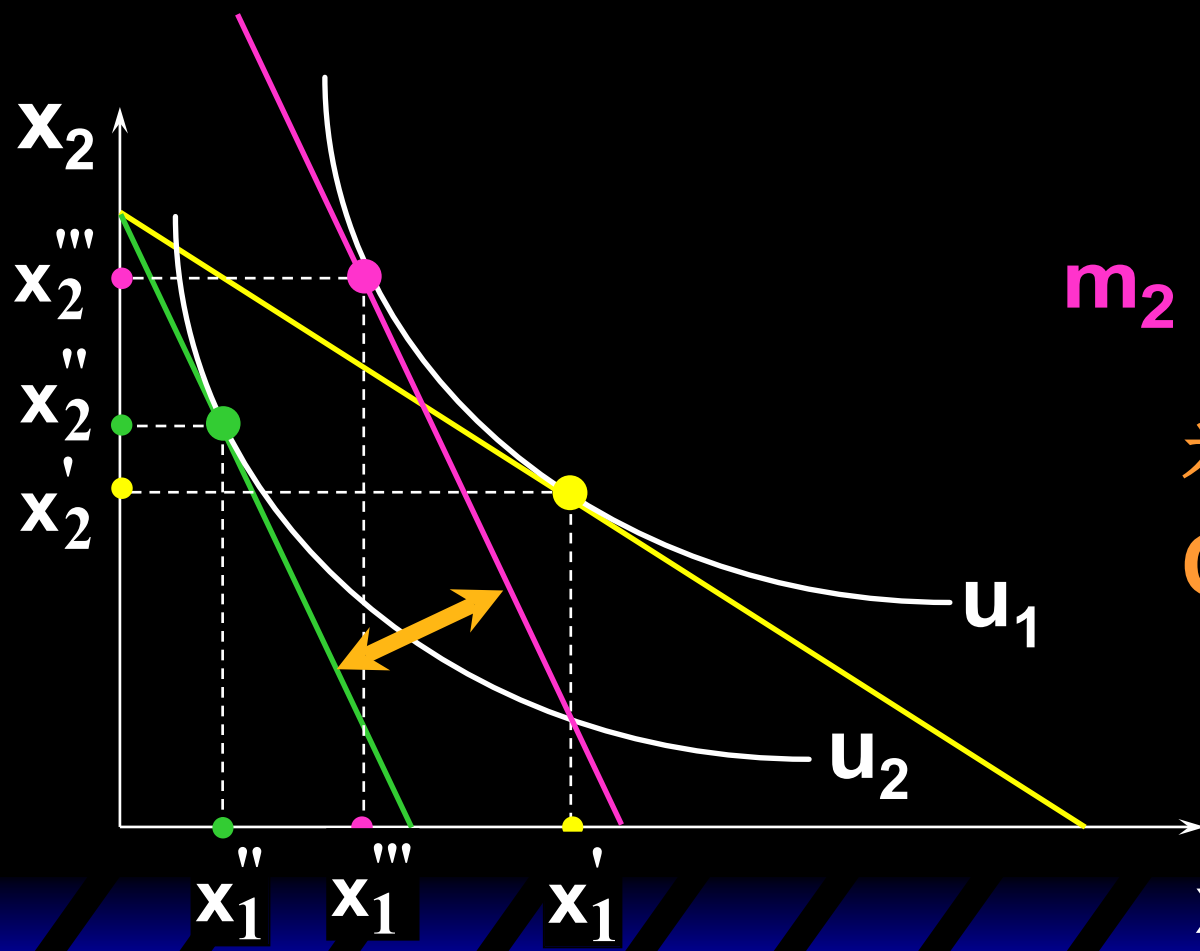
消费者的总损失可分为：**R**表示消费者对他继续消费的数量支付更多货币而造成的损失；**T**表示消费者因价格上升而减少消费造成的损失。

2、补偿变化

- ◆ 当 p_1 上升
- ◆ 意味着购买力下降
- ◆ 要使消费者的境况同他在价格变化前一样好，必须补偿他一定量的货币







$$m_1 = p_1^1 x_1^1 + p_2^1 x_2^1$$

$$= p_1^2 x_1^2 + p_2^2 x_2^2$$

$$m_2 = p_1^2 x_1^3 + p_2^2 x_2^3$$

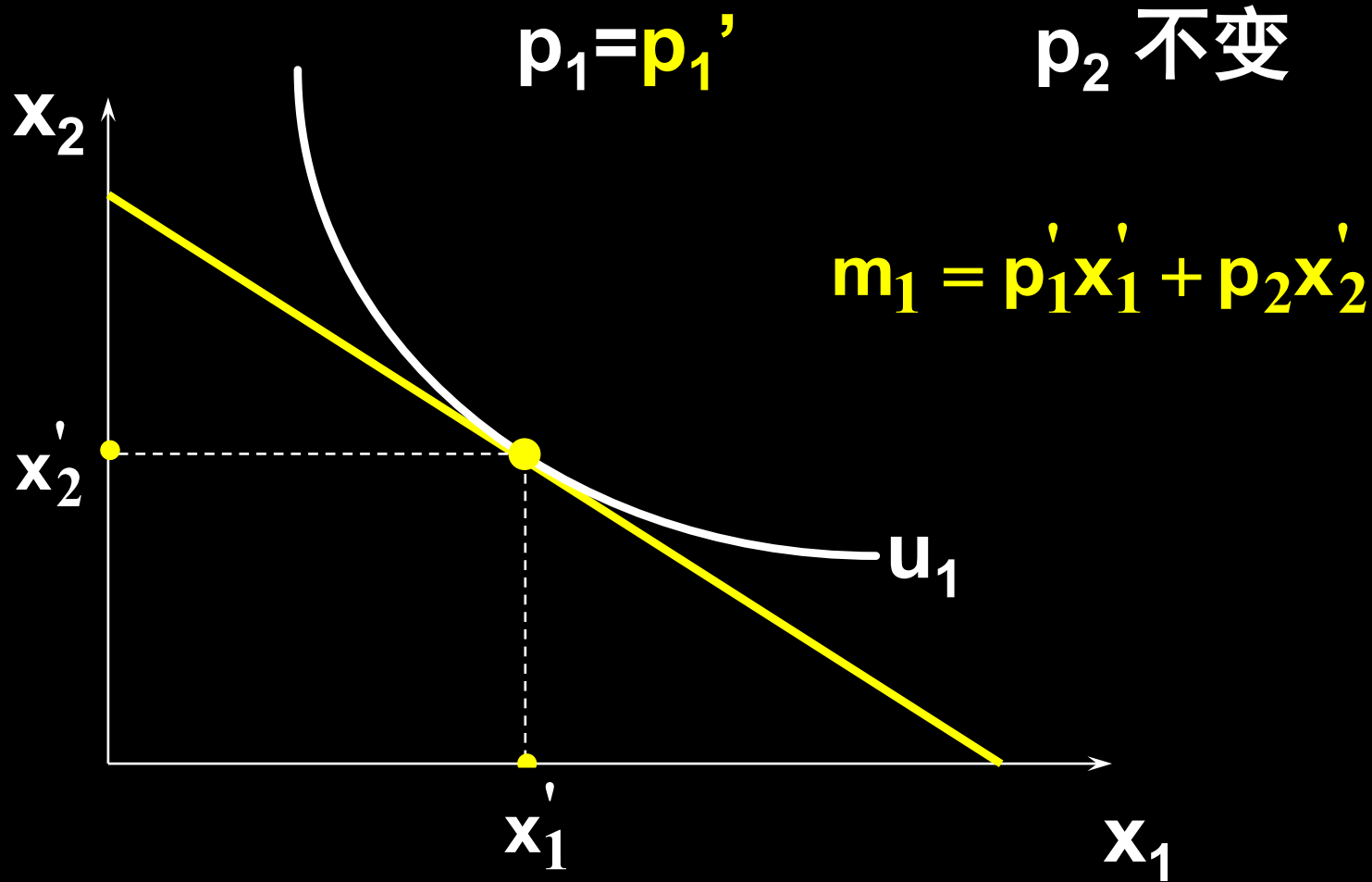
补偿变化

$$CV = m_2 - m_1.$$

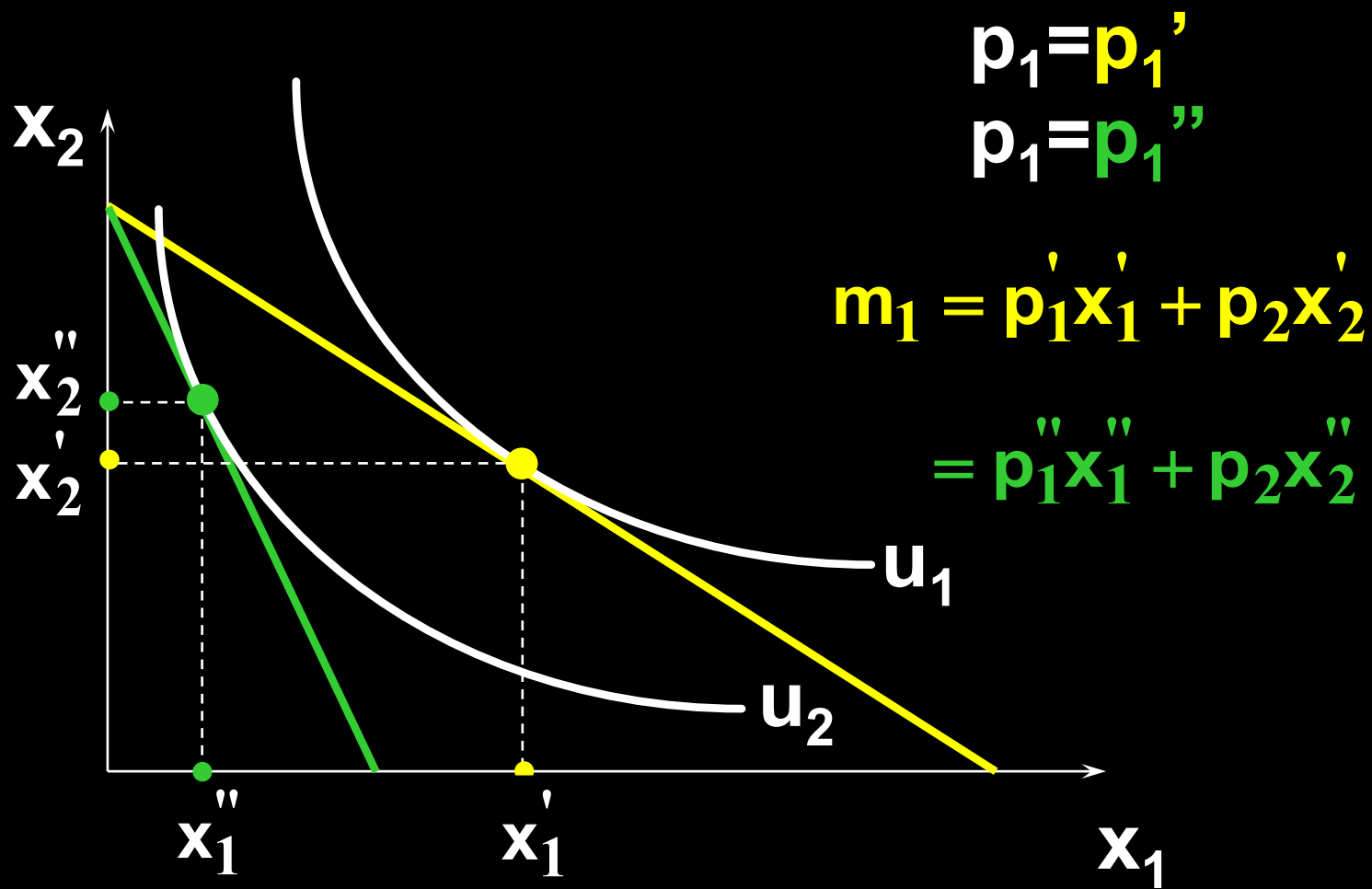
3、等价变化（收入的等价变化）

- ◆ 用货币测度价格变动影响的另一种方法：
- ◆ 考虑在价格变化以前，必须从消费者那里取走多少货币，才能使他的境况与价格变化以后的境况一样好。这种变化称作**收入的等价变化**

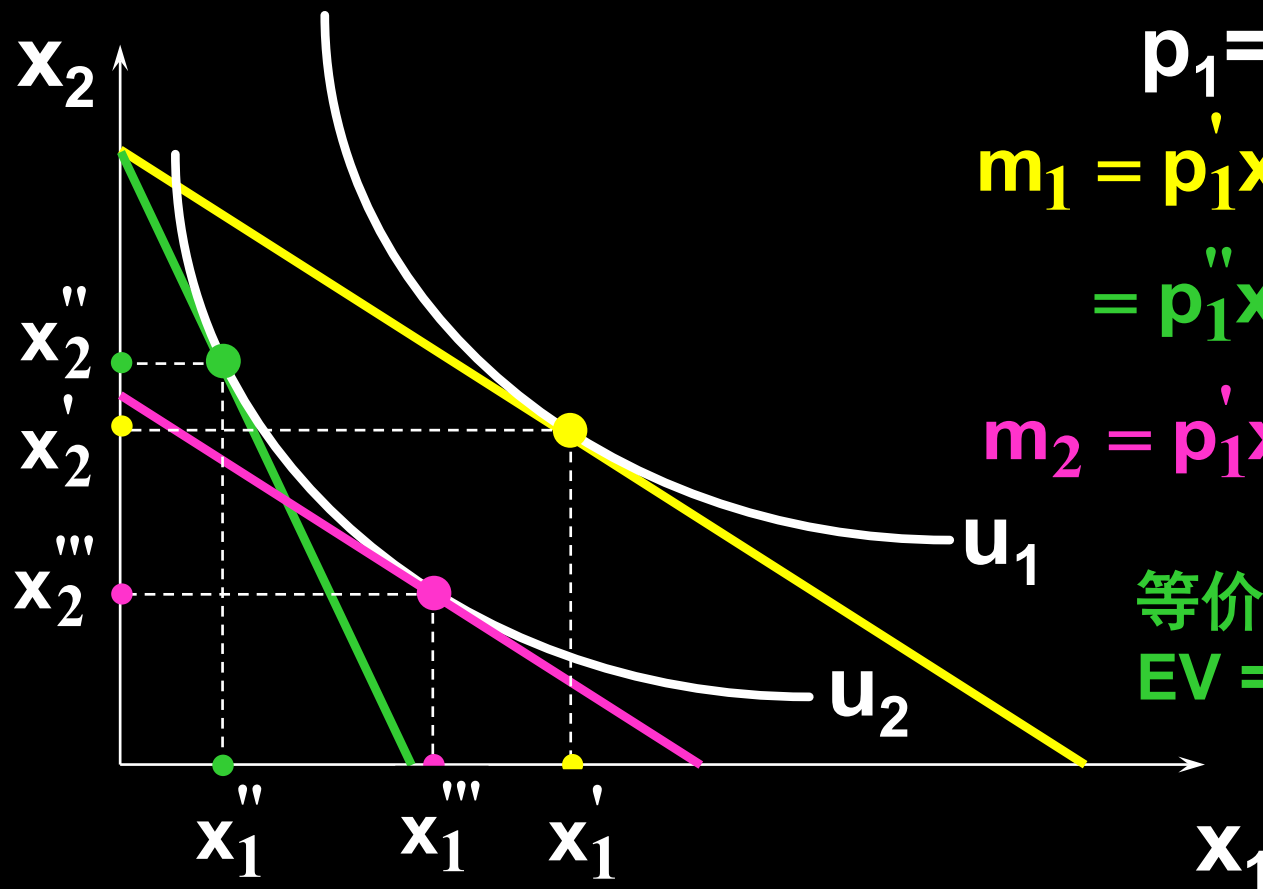
收入的等价变化



当 p_1 上升



初始预算线必须下移多少才能与穿过新消费束的无差异曲线相切



$$p_1 = p_1'$$

$$p_1 = p_1''$$

$$m_1 = p_1' x_1' + p_2 x_2'$$

$$= p_1'' x_1'' + p_2 x_2''$$

$$m_2 = p_1' x_1''' + p_2 x_2'''$$

等价变化

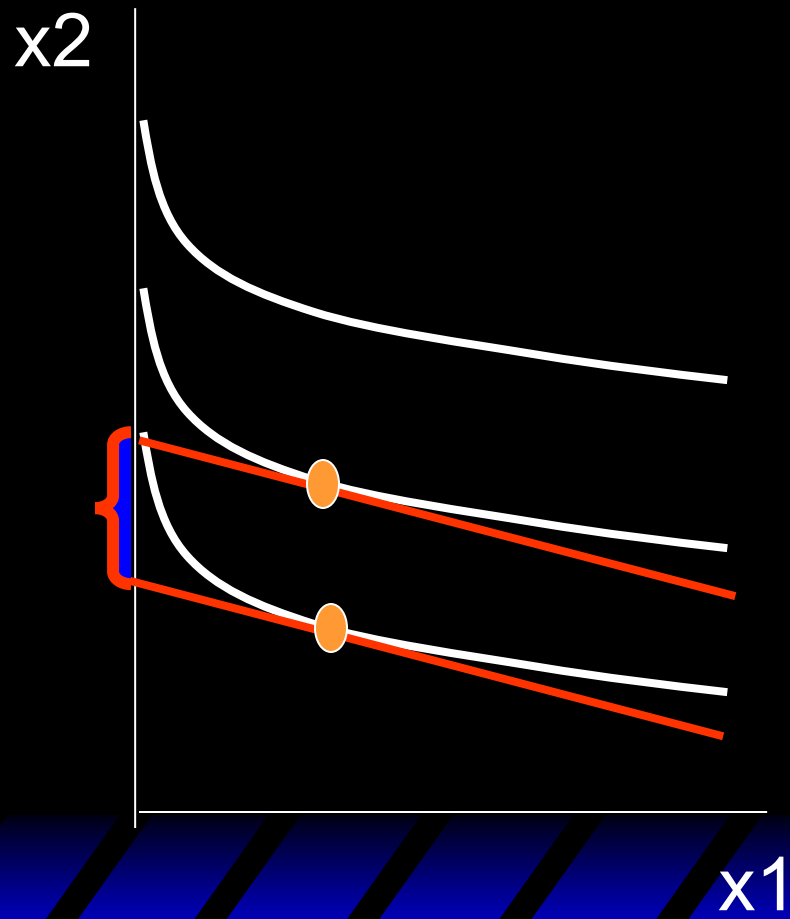
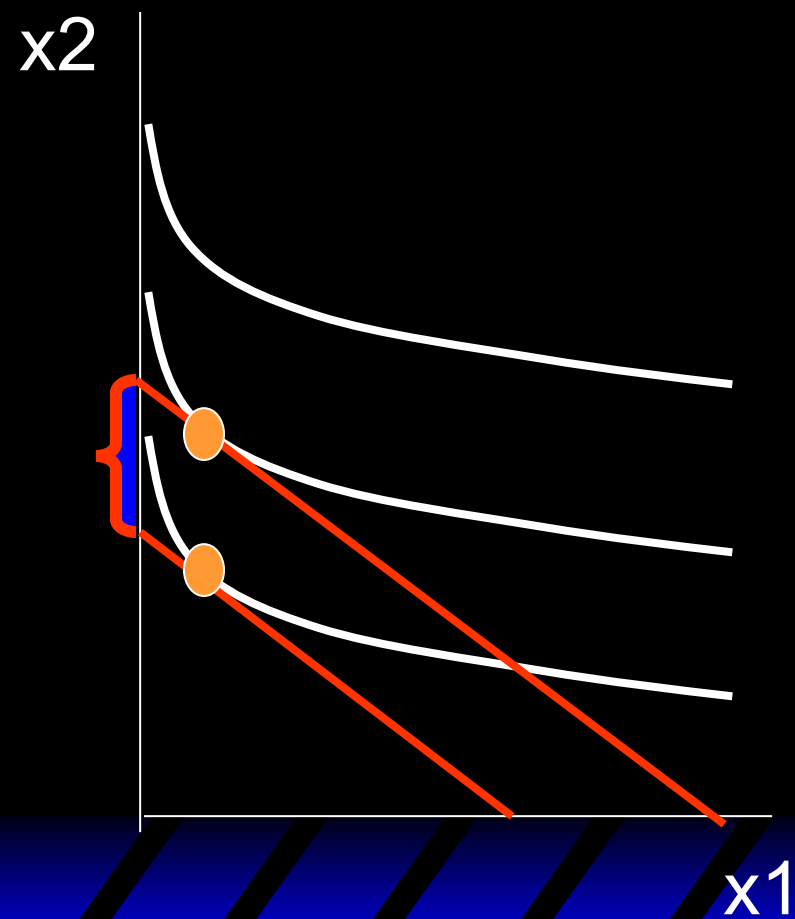
$$EV = m_1 - m_2$$

补偿变化和等价变化

- ◆ 补偿变化和等价变化测度两条无差异曲线“相距多远”的两种不同的方法。
- ◆ **EV**和**CV**的大小取决于切线的斜率。
- ◆ 在拟线性效用下，**EV**和**CV**是等同的。对于拟线性偏好来说，两条无差异曲线之间的距离同预算线的斜率无关。

拟线性偏好

对于拟线性偏好，两条无差异曲线之间的距离同预算线的斜率无关。这是由于无差异曲线是平行的



例子：拟线性偏好情况下的三种变化

- ◆ 当消费者的效用函数是拟线性形式时，补偿变化、等价变化以及消费者剩余的变化，给出的是对价格变化的货币值的同一测度。

◆消费者剩余，当 p_1 由 p_1' 上升到 p_1'' 时

假如 $U(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) = v(\mathbf{x}_1) + \mathbf{x}_2$

那么 $CS(p_1') = v(\mathbf{x}_1') - v(0) - p_1' \mathbf{x}_1'$

消费者剩余的
变化为：

$$\Delta CS = CS(p_1') - CS(p_1'')$$

$$= v(\mathbf{x}_1') - v(0) - p_1' \mathbf{x}_1' - [v(\mathbf{x}_1'') - v(0) - p_1'' \mathbf{x}_1'']$$

$$= v(\mathbf{x}_1') - v(\mathbf{x}_1'') - (p_1' \mathbf{x}_1' - p_1'' \mathbf{x}_1'').$$

◆ **CV方法**, 当 p_1 由 p_1' 上升到 p_1'' 时

效用函数为

$$\begin{aligned} & v(x_1') + m - p_1'x_1' \\ &= v(x_1'') + m + CV - p_1''x_1''. \end{aligned}$$

◆ 补偿了一定的货币之后, 效用水平与价格变化前一样好

有 $CV = v(x_1') - v(x_1'') - (p_1'x_1' - p_1''x_1'')$
 $= \Delta CS.$

◆ EV方法，当 p_1 由 p_1' 上升到 p_1'' 时

- ◆ 对于给定的价格 p_1 ，消费者效用函数为：

$$\begin{aligned} & v(x_1^*(p_1)) + m - p_1 x_1^*(p_1) \\ & v(x_1^*(p_1)) + m - p_1 x_1^*(p_1) - EV \\ & = v(x_1'') + m - p_1'' x_1''. \end{aligned}$$

- ◆ 在价格变化前必须从消费者那里取走一定量的货币，才能使他的境况同他在价格变化以后一样好。

$$EV = v(x_1') - v(x_1'') - (p_1' x_1' - p_1'' x_1'') = \Delta CS.$$

因此，拟线性效用函数下， $CV = EV = \Delta CS$.

例子：补偿变化和等价变化

- ◆ 假设一个消费者的效用函数是 $u(x_1, x_2) = x_1^{1/2} x_2^{1/2}$ ，他最初面临的价格是（1，1），收入是100。然后，商品1的价格上升到2，此时，补偿变化和等价变化各是多少？

$$x_1 = \frac{m}{2p_1}$$

$$x_2 = \frac{m}{2p_2}$$

$$\left(\frac{m}{4}\right)^{1/2} \left(\frac{m}{2}\right)^{1/2} = 50^{1/2} \cdot 50^{1/2}$$

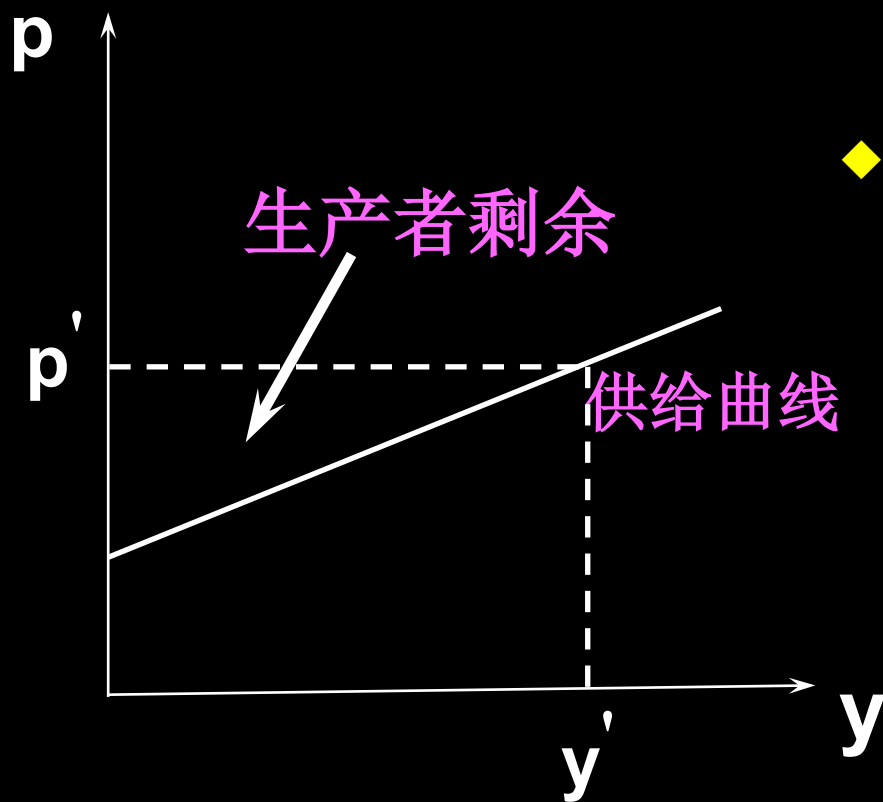
补偿变化

$$\left(\frac{m}{2}\right)^{1/2} \left(\frac{m}{2}\right)^{1/2} = 25^{1/2} \cdot 50^{1/2}$$

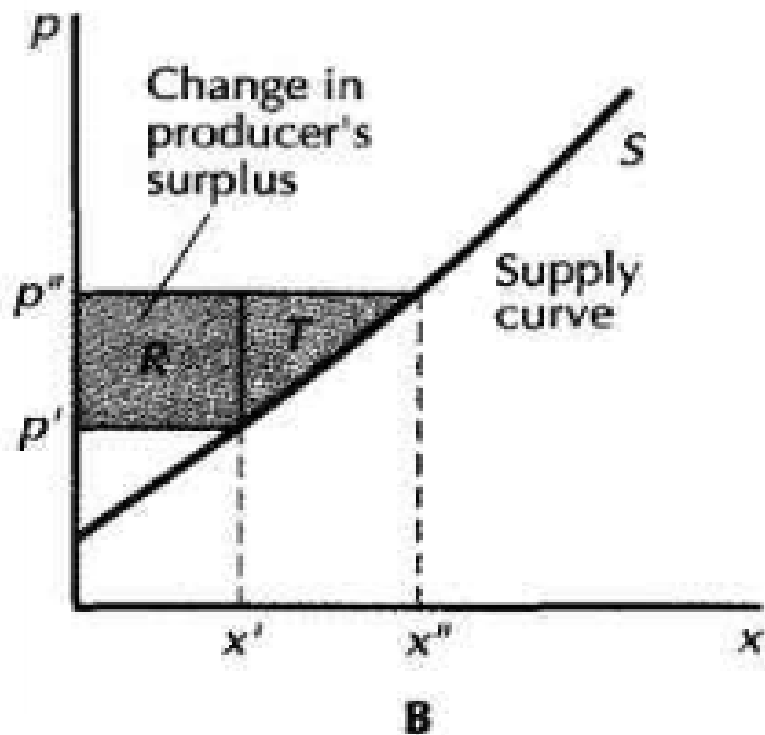
等价变化

(50,50)变化为 (25, 50)

六、生产者剩余



- ◆ **生产者剩余**: 出售 y' 单位实际得到的货币量和他愿意换取的最小货币量之间的差额



生产者剩余的变动

◆ 矩形区域R:

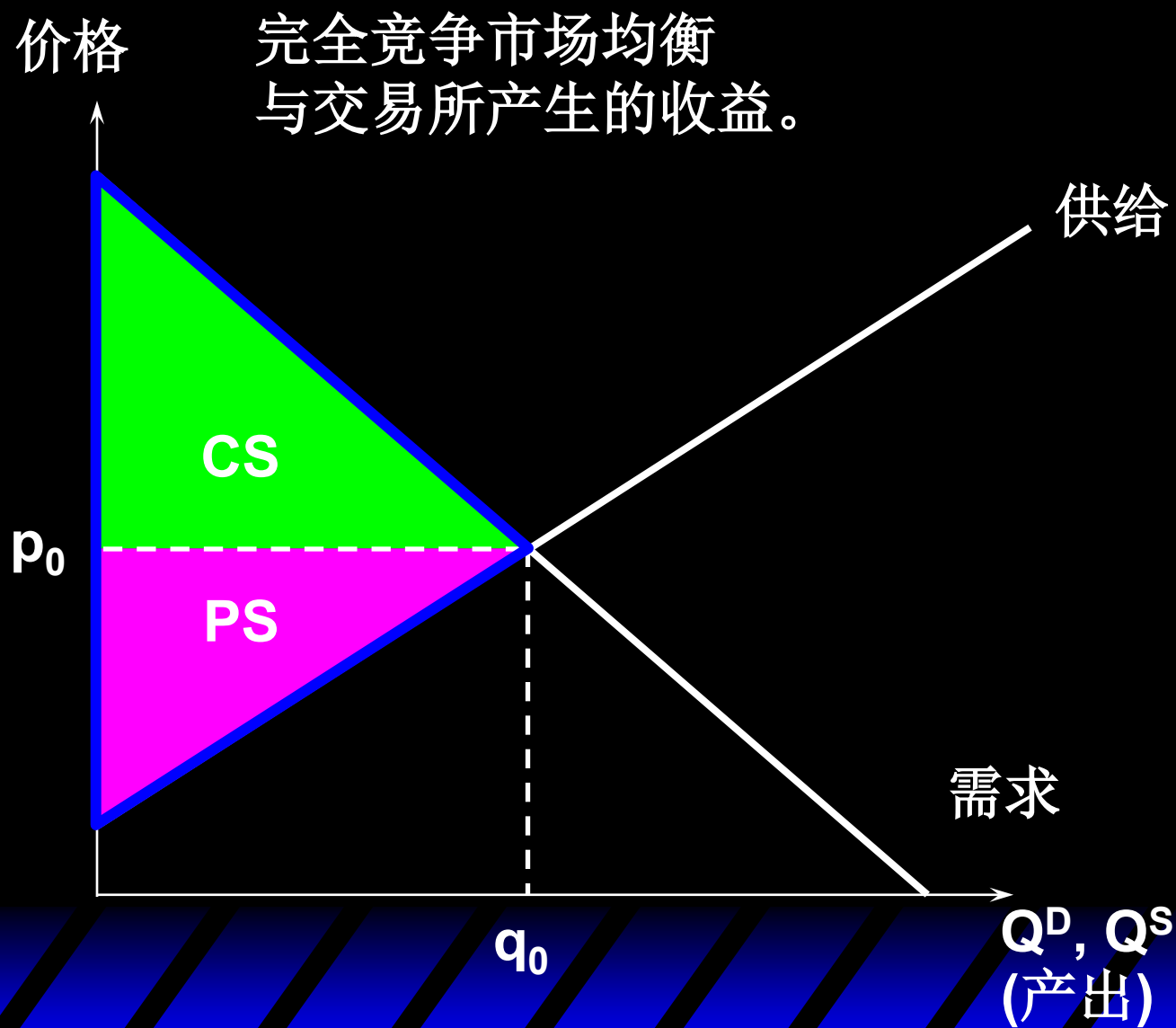
测度的是按较高的价格 P'' 出售以前按价格 P' 出售的那些商品而获取的利得

◆ 三角形区域T:

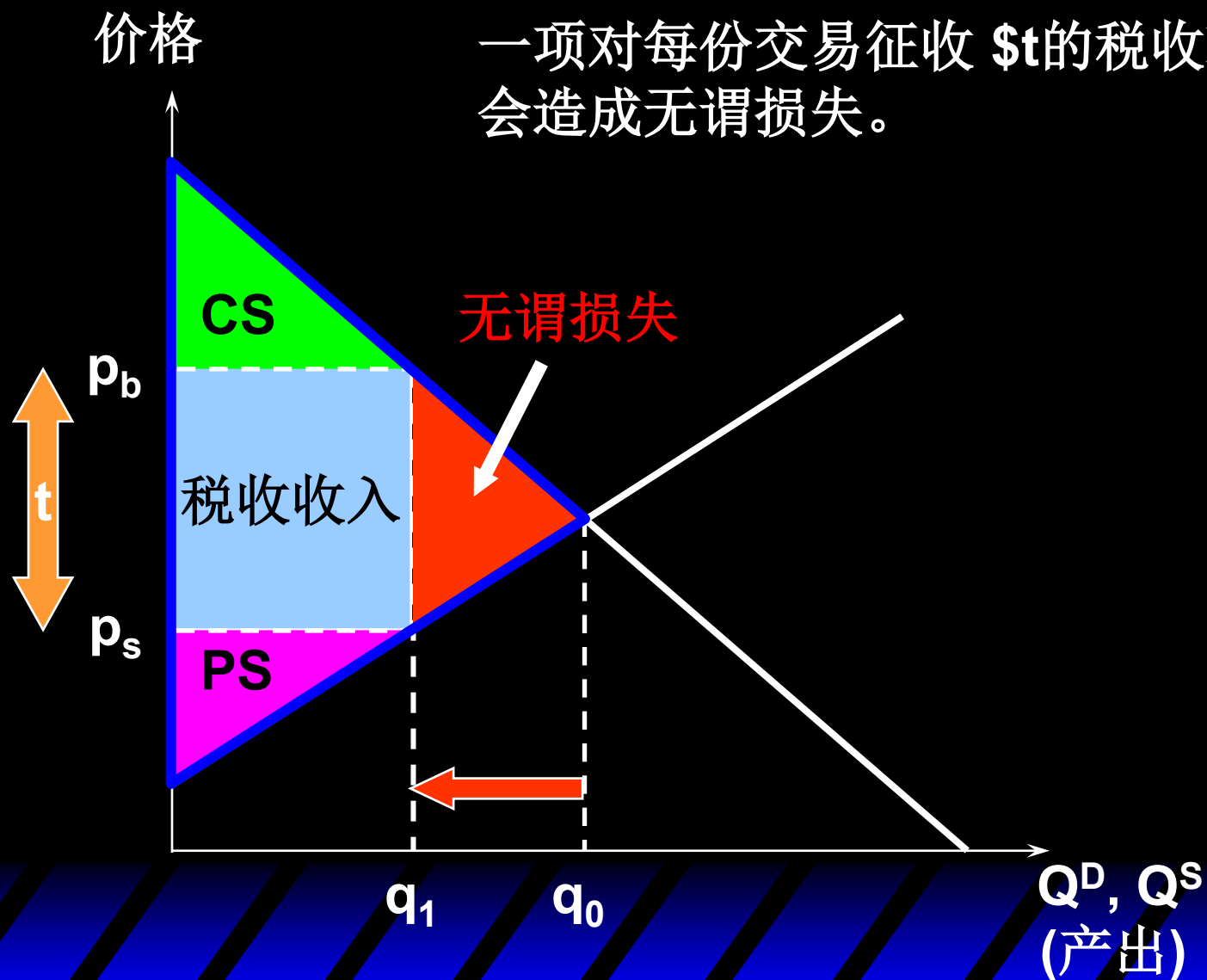
测度的是按价格 P'' 出售额外商品获取的利得

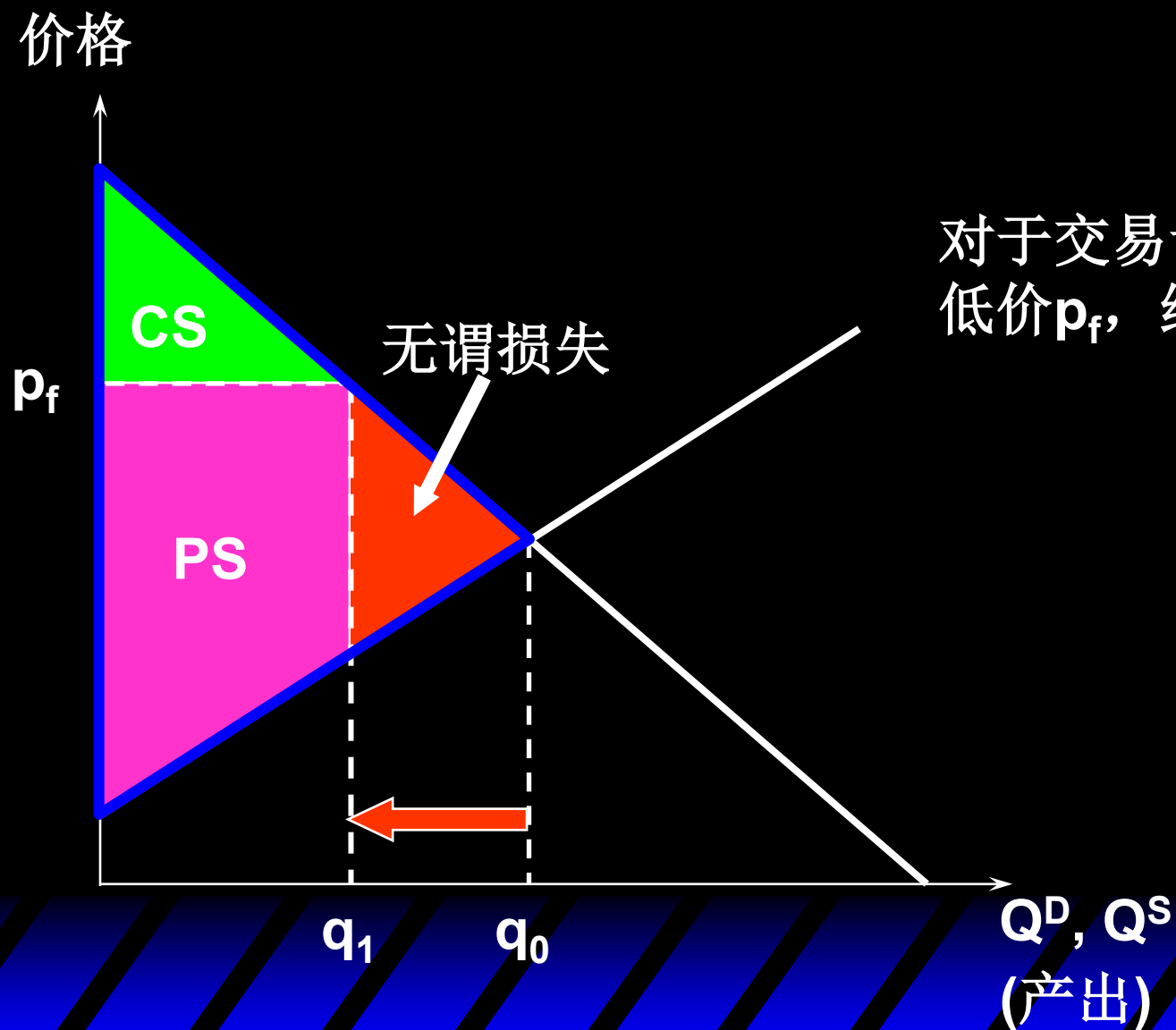
七、效益-成本分析

- ◆ 我们能否计算由于市场扰动所引起净收益或者净损失的货币价值？例如，一项市场规制的实施或者取消。
- ◆ 答案是肯定的，可以利用测量消费者剩余与生产者剩余的方法来测量。

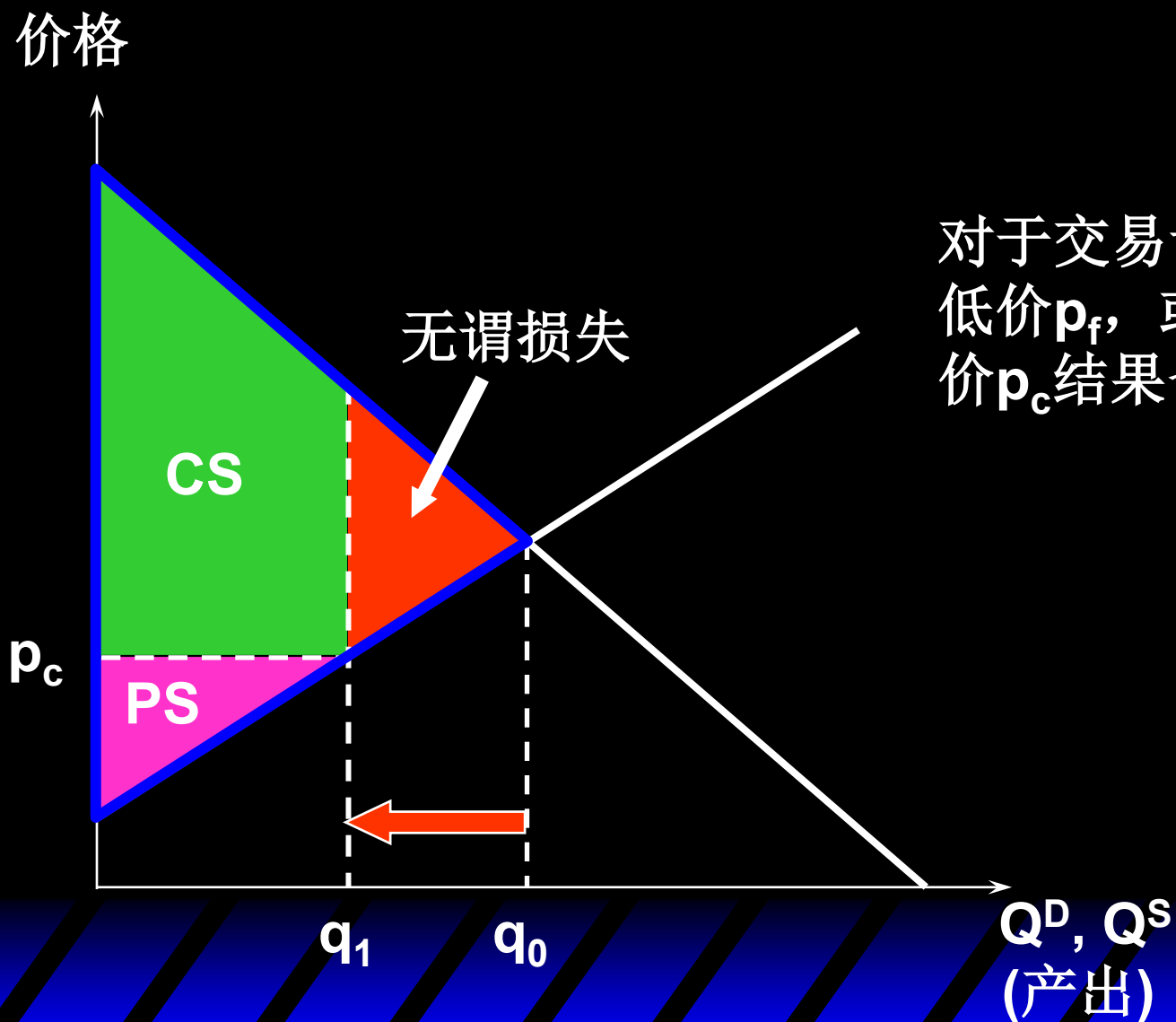


一项对每份交易征收 $\$t$ 的税收政策
会造成无谓损失。



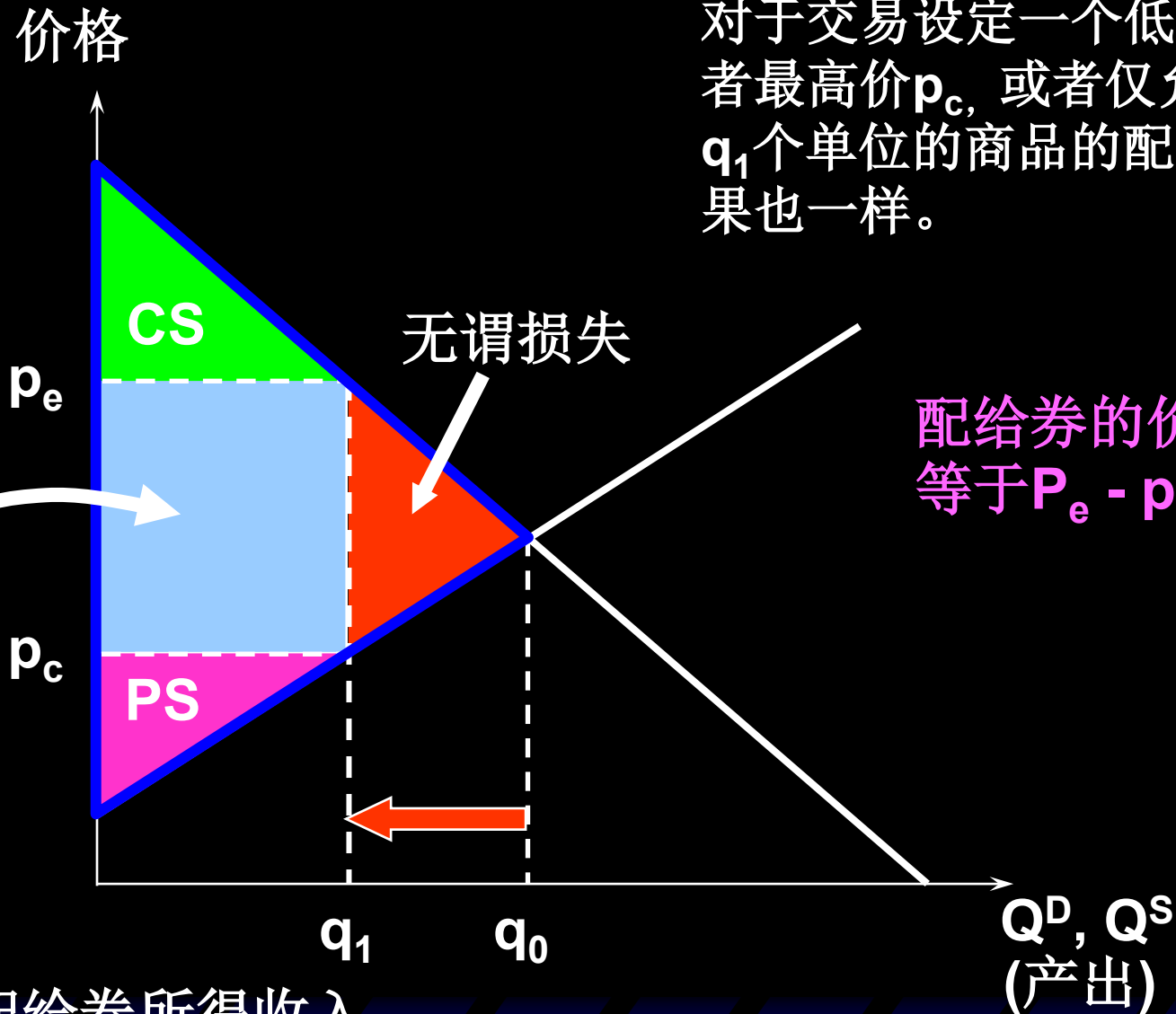


对于交易设定一个
低价 p_f ，结果也一样。



对于交易设定一个
低价 p_f ，或者最高
价 p_c 结果也一样。

对于交易设定一个低价 p_f ，或者最高价 p_c ，或者仅允许交易 q_1 个单位的商品的配给券，结果也一样。



持有配给券所得收入。