第十章

跨时期选择

跨时期选择

人们经常会收到的收入是一次性的，*例如.* 每月薪水。

这种一次性收入如何在余下时期进行分配？（现在储蓄以后消费）

或者如何通过借贷来进行即期消费并以月末收入来进行偿还?

仅考虑两期; 第1 、 2期

令r表示每期的利率。

终值

例如，假如r = 0.1 那么当期储蓄 \$100 在第2期末就会变成\$110。

现在储蓄1美元所获得的下期价值称为1美元的终值。

给定利率r，\$m将来一期的终值为

$$FV = m(1 + r).$$

现值

Q:那么为了下期得到$1，那么现在要储蓄多少钱?

A: 现期储蓄$m下期将会变成 $m(1+r), 因此我们想得到满足如下方程的m值

$$m(1+r) = 1$$

也即， $m = 1/(1+r)$,

在下期得到$1的现值。

下期得到$m的现值为:

$$PV = \frac{m}{1+r}.$$

跨时期选择问题

m_1和 m_2分别表示消费者在第1、2期得到的收入

c_1 和 c_2 分别表示消费者在第1、2期的消费

p_1 和 p_2 分别表示消费品在第1、2期的价格

跨时期选择问题

跨时期选择问题:

给定收入水平m_1 和 m_2, 和消费品价格p_1 和 p_2, 什么是最优的跨期消费束 (c_1, c_2)?

为了得到答案我们需要知道:

– 跨期预算约束
– 跨期消费偏好

跨期预算约束

起初，我们不考虑价格因素的影响，假定

$p_1 = p_2 = \$1.$

假设消费者既不储蓄也不借贷。

Q: 消费者在第1期将消费多少？

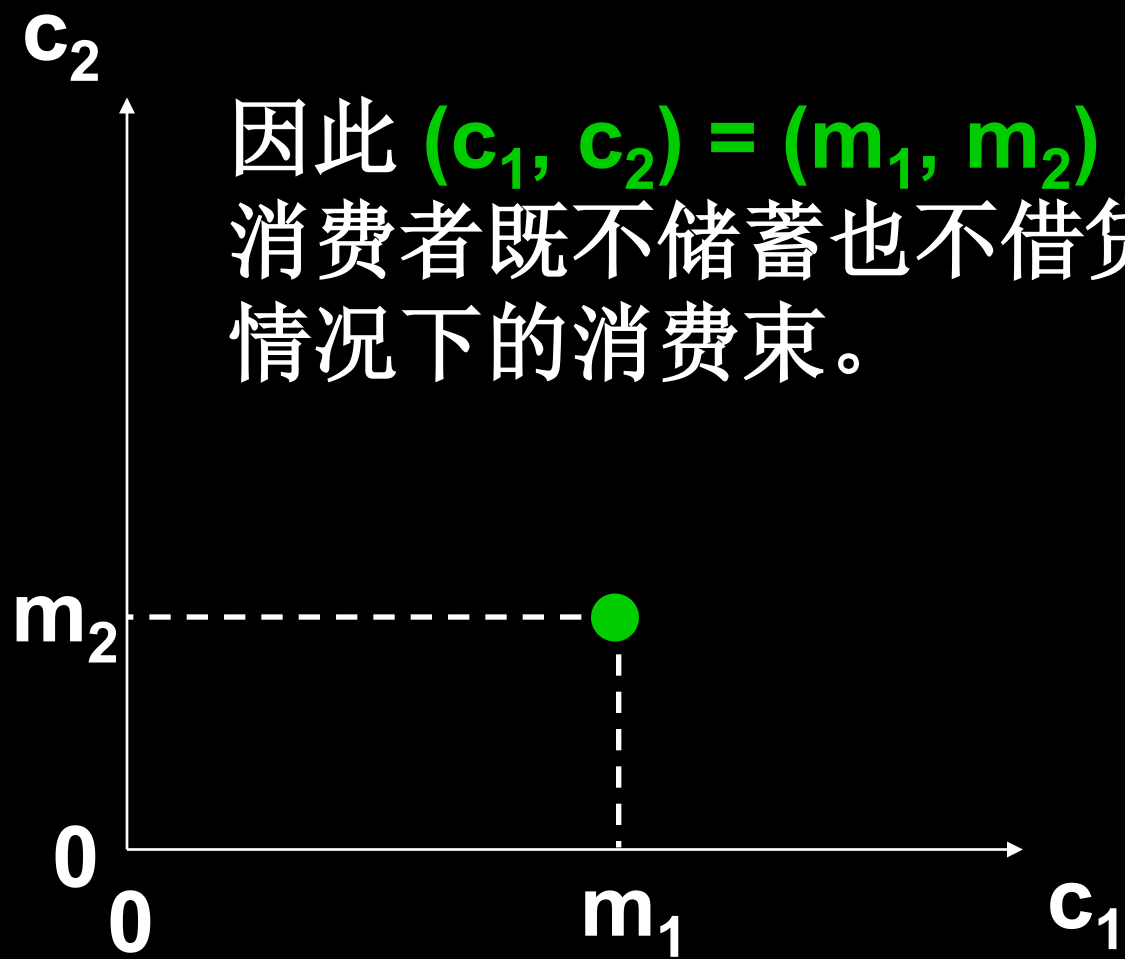
A: $c_1 = m_1$.

Q:消费者在第2期将消费多少？

A: $c_2 = m_2$.

跨期预算约束

因此 $(c_1, c_2) = (m_1, m_2)$ 是在消费者既不储蓄也不借贷的情况下的消费束。



跨期预算约束

现在假设消费者第1期不消费;即, $c_1 = 0$
消费者的储蓄额为:

$$s_1 = m_1$$

利率水平为r。

消费者第2的消费水平为多少?

跨期预算约束

第2期的收入为 m_2.

第1期的储蓄所得本息和为： $(1 + r)m_1$.

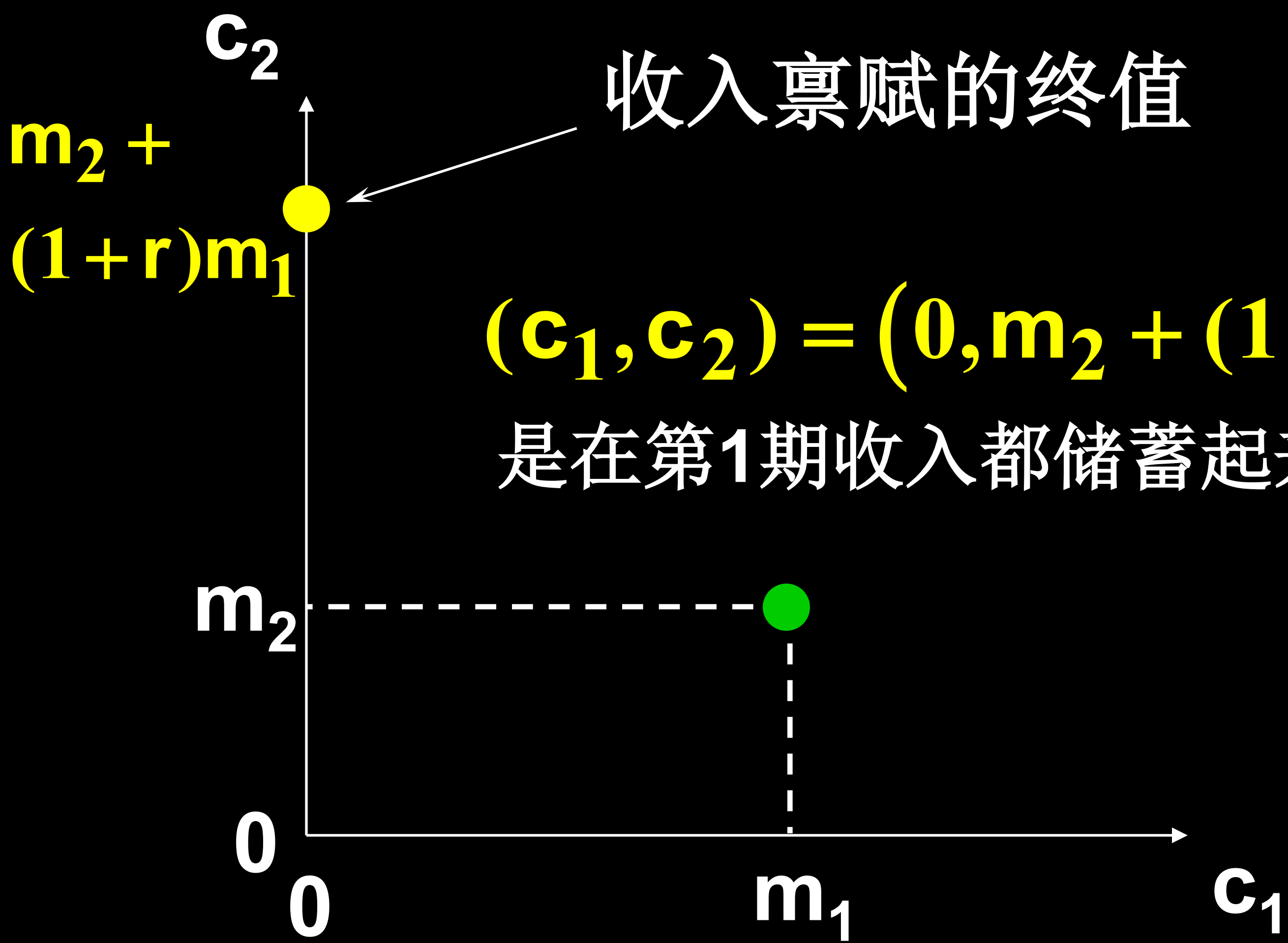
因此第2期可供消费者支配的收入为：

$$m_2 + (1 + r)m_1.$$

因此第2期的消费额为：

$$c_2 = m_2 + (1 + r)m_1$$

跨期预算约束



$$(c_1, c_2) = \left(0, m_2 + (1+r)m_1\right)$$

是在第1期收入都储蓄起来后的消费束

跨期预算约束

现在假设消费者在第1期消费掉所有可能获得的收入，因此 $c_2 = 0$。

如果消费者以第2期的收入\$$m_2$偿还，他在第一期最多可以借到多少资金？

令b_1表示消费者在第1期所借到的资金金额。

跨期预算约束

在第2期的收入仅有$\$m_2$ 来偿还在第1期所借负债$\$b_1$

因此 $b_1(1 + r) = m_2.$

$b_1 = m_2 / (1 + r).$

所以第1期的最高消费水平为:

$$c_1 = m_1 + \frac{m_2}{1+r}$$

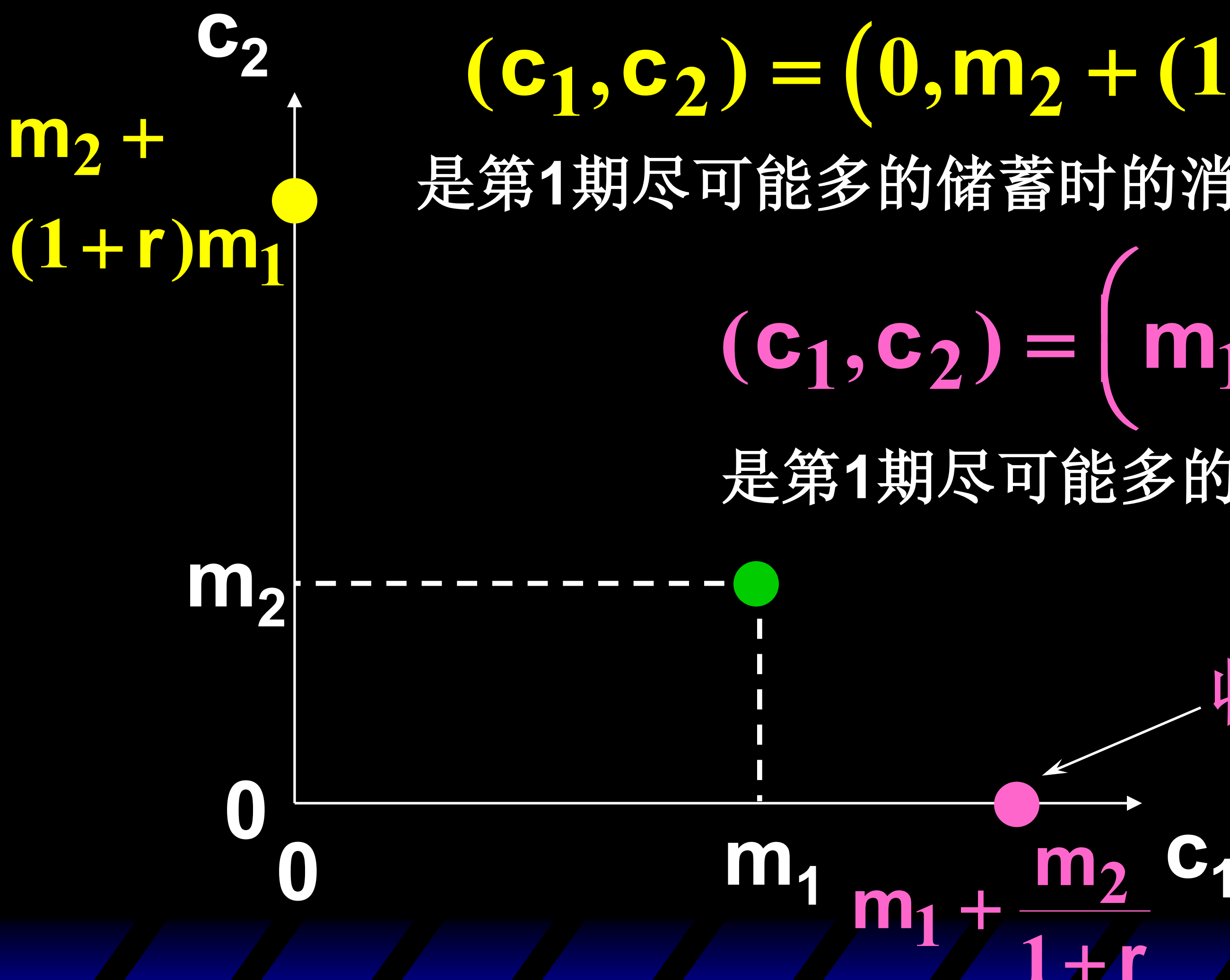
跨期预算约束

$$(c_1, c_2) = \left(0, m_2 + (1+r)m_1\right)$$

是第1期尽可能多的储蓄时的消费束

$$(c_1, c_2) = \left(m_1 + \frac{m_2}{1+r}, 0\right)$$

是第1期尽可能多的借贷时的消费束



跨期预算约束

假定第1期消费掉c_1 单位商品，其成本为\$$c_1$，因此储蓄额为$m_1$- c_1。第2期的消费将是

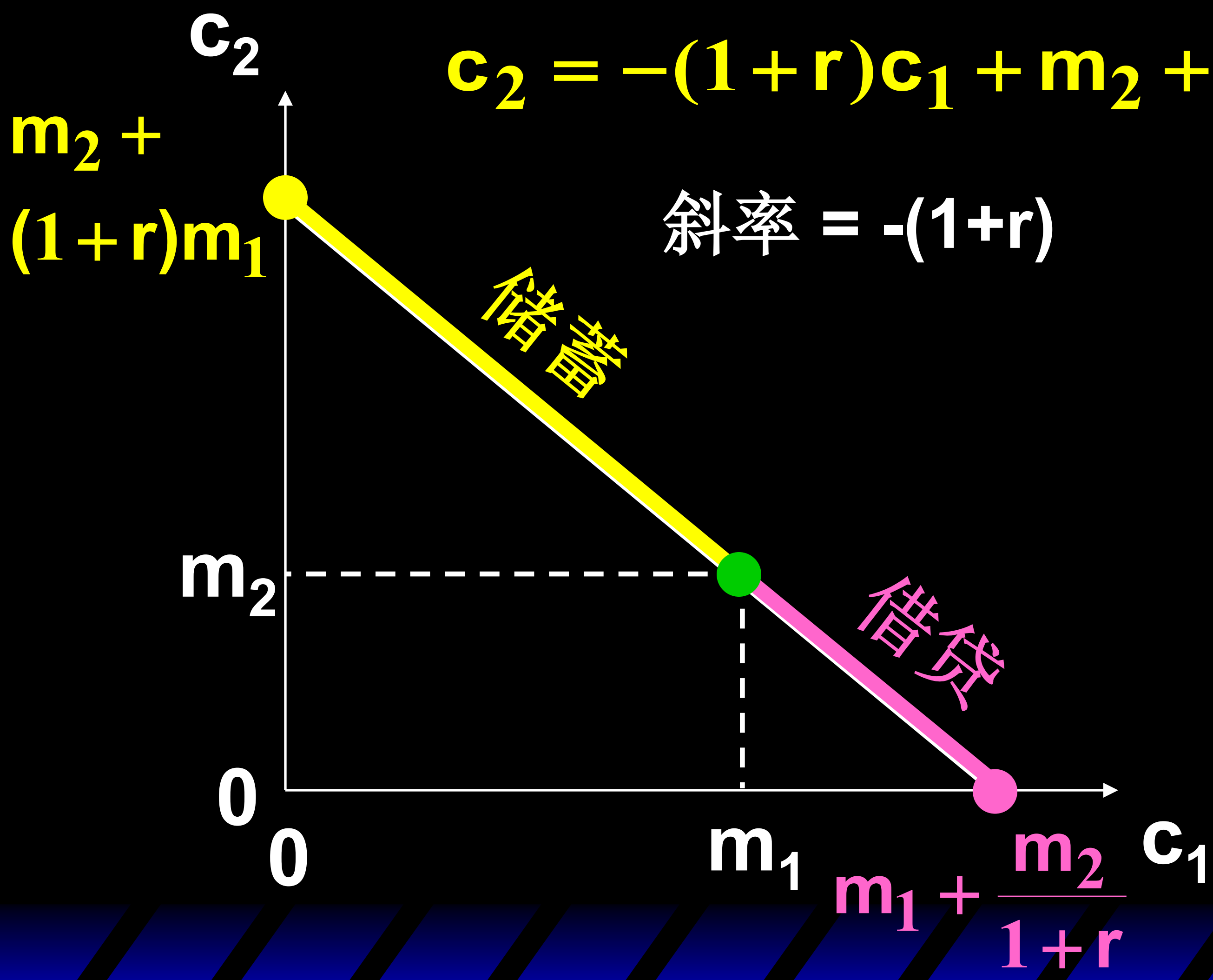
$$c_2 = m_2 + (1+r)(m_1 - c_1)$$

也即

$$c_2 = \underbrace{-(1+r)}_{\text{斜率}} c_1 + \underbrace{m_2 + (1+r)m_1}_{\text{截距}}.$$

跨期预算约束

$$c_2 = -(1+r)c_1 + m_2 + (1+r)m_1.$$



跨期预算约束

$$(1+r)c_1 + c_2 = (1+r)m_1 + m_2$$

为预算约束的终值形式，因其所有项都是在第2期的值。它等价于

$$c_1 + \frac{c_2}{1+r} = m_1 + \frac{m_2}{1+r}$$

为预算约束的现值形式，因其所有项都是在第1期的值。

现在把第1、2期的价格因素p_1 和 p_2加进来分析。
这会对预算约束有什么影响？

跨时期选择

给定消费者禀赋(m_1,m_2) 和价格水平p_1, p_2 消费者将会选择怎样的跨期消费束(c_1^*,c_2^*)?

第2期的最大可能消费额为

$$m_2 + (1+r)m_1$$

第2期的最大可能消费量为

$$c_2 = \frac{m_2 + (1+r)m_1}{p_2}.$$

跨时期选择

类似地, 第1期的最大可能消费额为

$$m_1 + \frac{m_2}{1+r}$$

1期最大可能消费量为

$$c_1 = \frac{m_1 + m_2/(1+r)}{p_1}.$$

跨时期选择

最终, 消费者在第1期消费 c_1 单位的商品，其在第1期的消费额为p_1c_1, 第1期储蓄额为$m_1 - p_1c_1$. 第2期的可支配收入为

$$m_2 + (1+r)(m_1 - p_1c_1)$$

因此

$$p_2c_2 = m_2 + (1+r)(m_1 - p_1c_1).$$

跨时期选择

$$p_2c_2 = m_2 + (1+r)(m_1 - p_1c_1)$$

也即

$$(1+r)p_1c_1 + p_2c_2 = (1+r)m_1 + m_2.$$

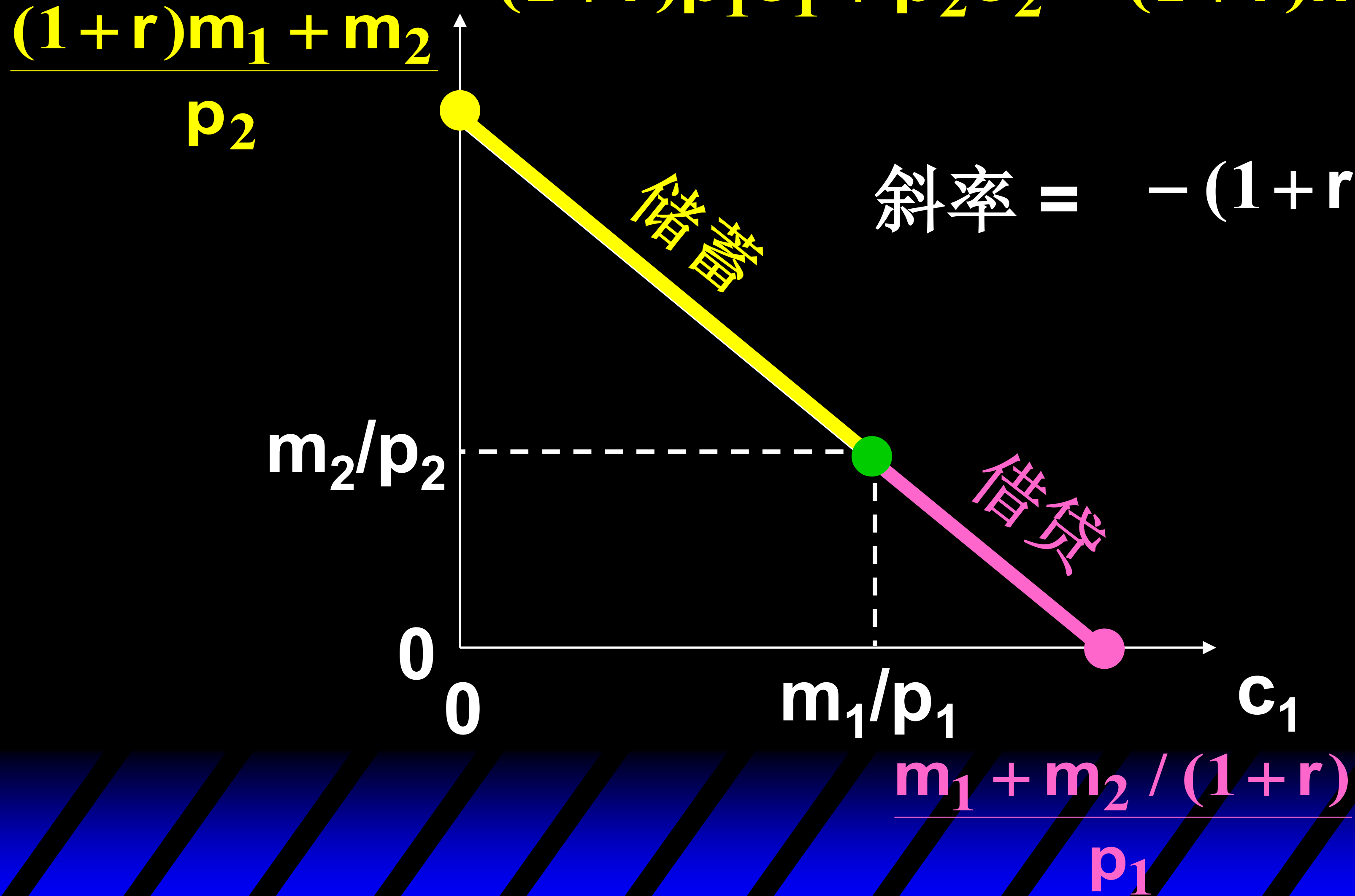
这是预算约束的终值形式，因其所有项都是第2期价值来表示。等价的现值形式为

$$p_1c_1 + \frac{p_2}{1+r}c_2 = m_1 + \frac{m_2}{1+r}$$

所有项都以第1期价值来表示

跨期预算约束

$$(1+r)p_1c_1 + p_2c_2 = (1+r)m_1 + m_2$$



通货膨胀

假定通货膨胀率为 π 所以

$$p_1(1+\pi) = p_2.$$

例如,

π = 0.2 表示 20%的通胀率,

π = 1.0 表示 100%的通胀率。

通货膨胀

假定$p_1=1$，因此 $p_2 = 1+\pi$.

重新编写预算约束，即

$$p_1c_1 + \frac{p_2}{1+r}c_2 = m_1 + \frac{m_2}{1+r}$$

$$c_1 + \frac{1+\pi}{1+r}c_2 = m_1 + \frac{m_2}{1+r}$$

因此跨期预算约束线的斜率为

$$-\frac{1+r}{1+\pi}.$$

通货膨胀

假设没有通货膨胀 ($p_1=p_2=1$) 预算约束线的斜率为-(1+r).

在有通货膨胀的情况下, 预算约束线的斜率为-(1+r)/(1+ π). 可用如下形式来表示

$$-(1+\rho)=-\frac{1+r}{1+\pi}$$

ρ 为实际利率。得

$$\rho=\frac{r-\pi}{1+\pi}.$$

对于低的通胀率 ($\pi \approx 0$), $\rho \approx r - \pi$.

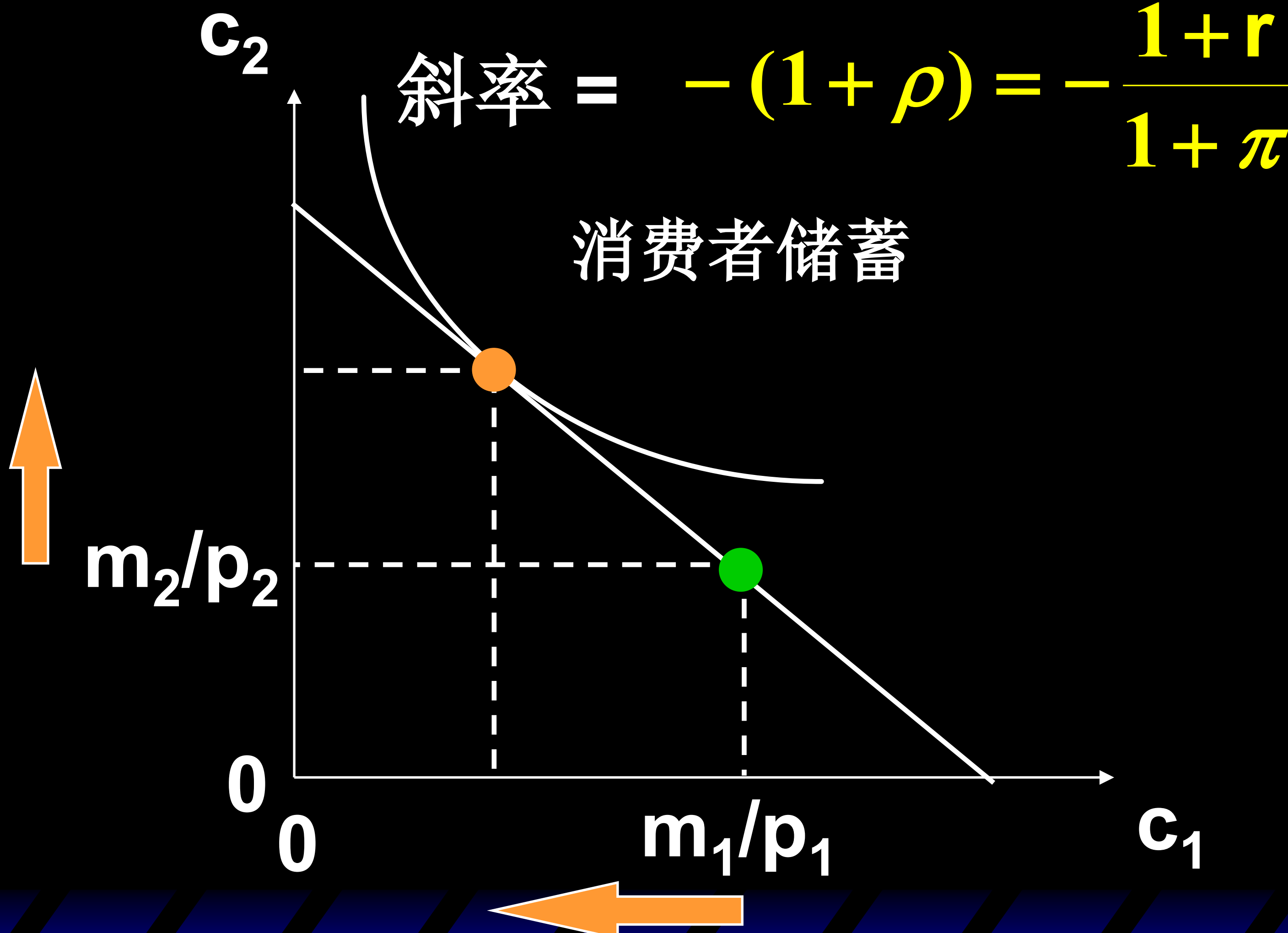
比较静态分析

预算约束的斜率为

$$-(1+\rho)=-\frac{1+r}{1+\pi}.$$

如果r下降或者通胀率 π上升，预算约束线变得更加平缓 (二者都降低实际利率)

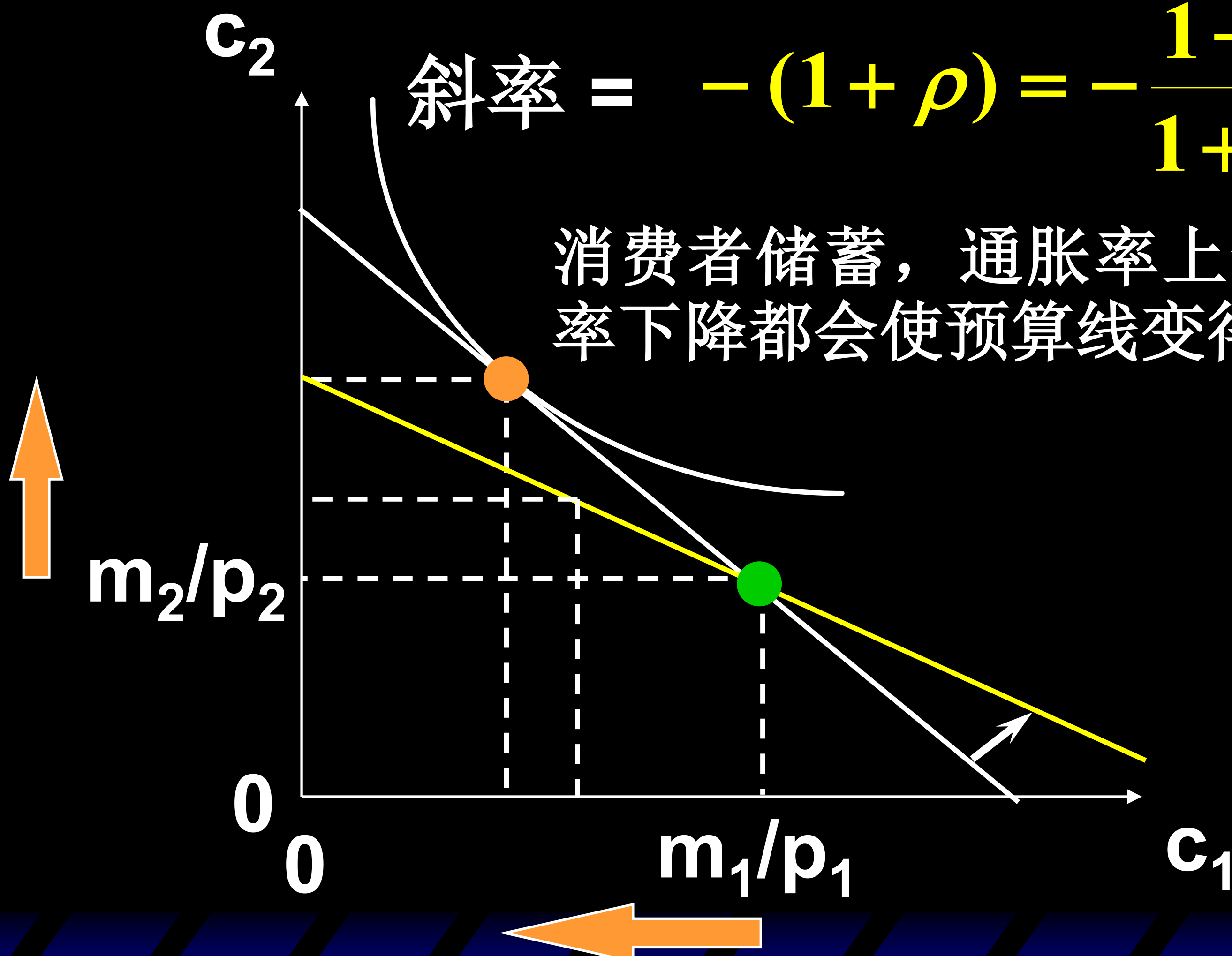
比较静态分析



比较静态分析

斜率 = $-(1+\rho) = -\dfrac{1+r}{1+\pi}$

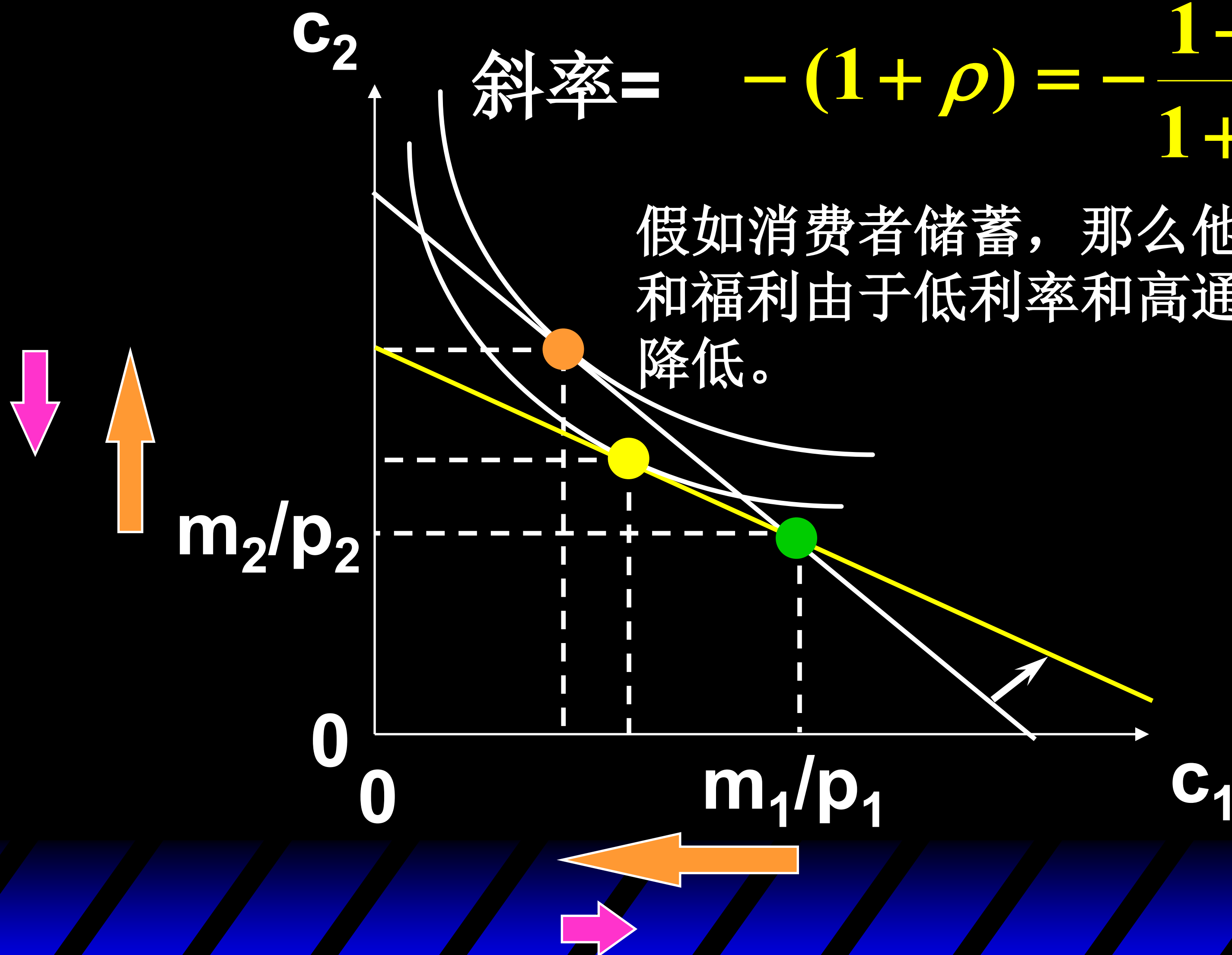
消费者储蓄，通胀率上升或者利率下降都会使预算线变得平缓。



比较静态分析

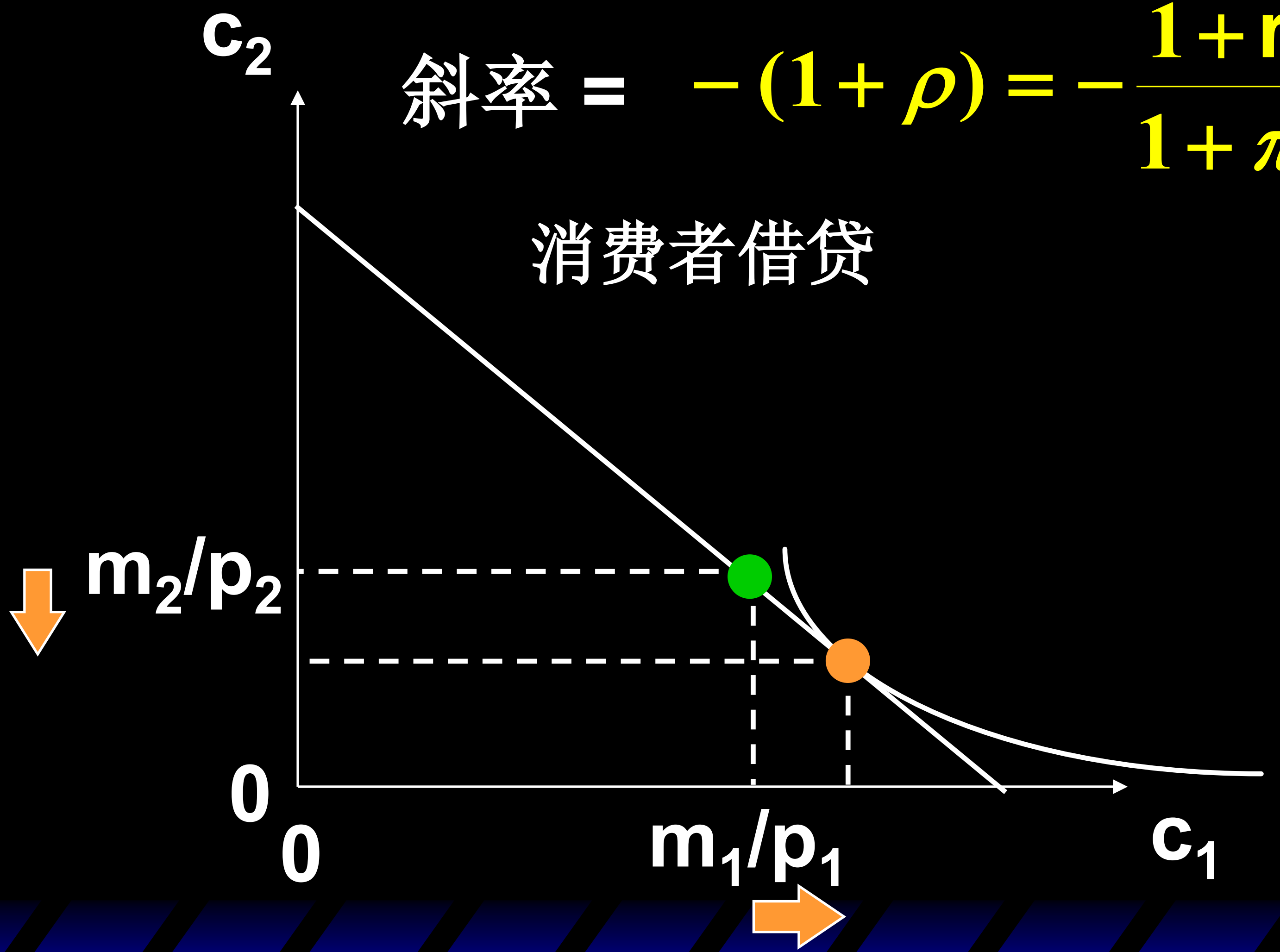
斜率= $-(1+\rho)=-\dfrac{1+r}{1+\pi}$

假如消费者储蓄，那么他的储蓄和福利由于低利率和高通胀率而降低。



比较静态分析

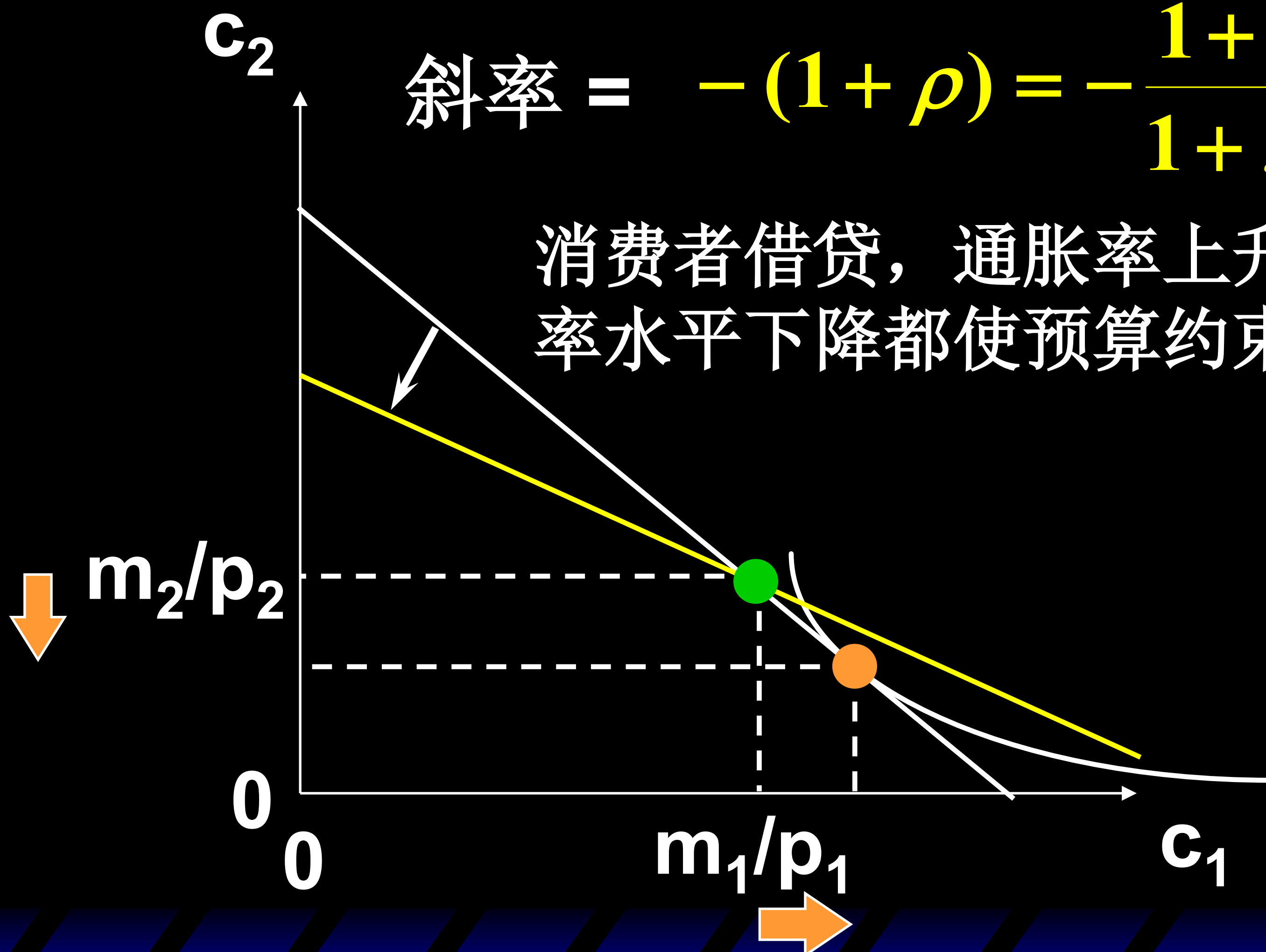
斜率 = $-(1+\rho) = -\dfrac{1+r}{1+\pi}$



比较静态分析

$$斜率 = -(1+\rho) = -\frac{1+r}{1+\pi}$$

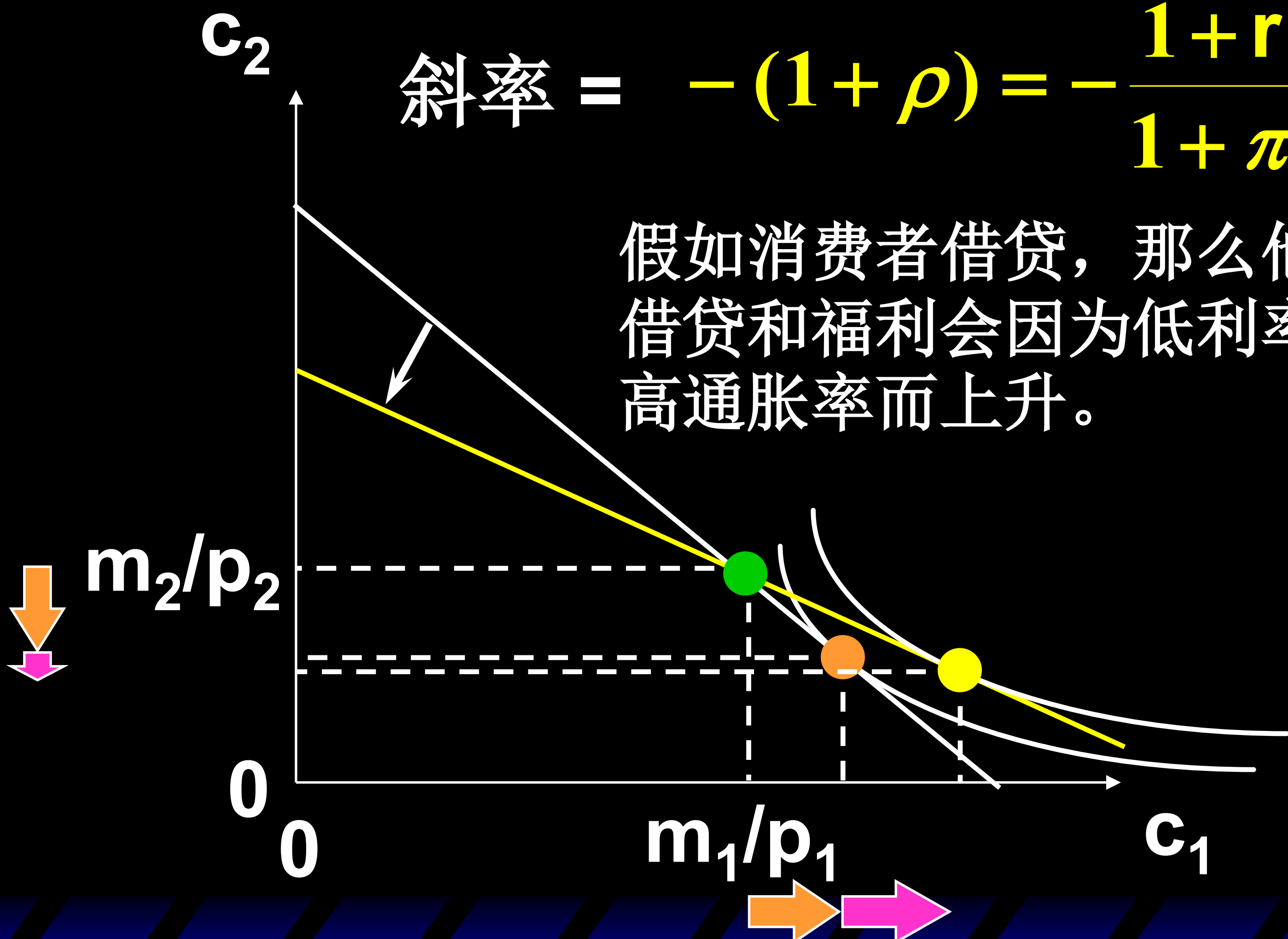
消费者借贷，通胀率上升或者利率水平下降都使预算约束变平缓。



比较静态分析

斜率 = $-(1+\rho) = -\dfrac{1+r}{1+\pi}$

假如消费者借贷，那么他的借贷和福利会因为低利率和高通胀率而上升。



证券评估

金融证券是指承诺给予现金收入流的金融工具。

例如：一种证券支付如下

第一年末支付$\$m_1$，

第二年末支付$\$m_2$，

第三年末支付$\$m_3$。

购买此证券现在最多需要支付多少？

证券评估

第一年末支付$\$m_1$ 的现值为

$$m_1/(1+r)$$

第二年末支付$\$m_2$的现值为

$$m_2/(1+r)^2$$

第三年末支付$\$m_3$ 的现值为

$$m_3/(1+r)^3$$

证券的现值为

$$m_1/(1+r)+m_2/(1+r)^2+m_3/(1+r)^3.$$

债券评估

债券是指一种在T年（它的到期日）内支付固定数额$x并在到期日支付面值$F的特殊证券。

现在购买此债券最多需要支付多少？

债券评估

End of Year	1	2	3	…	T-1	T
Income Paid	$x	$x	$x	$x	$x	$F
Present -Value	$\frac{\$x}{1+r}$	$\frac{\$x}{(1+r)^2}$	$\frac{\$x}{(1+r)^3}$	…	$\frac{\$x}{(1+r)^{T-1}}$	$\frac{\$F}{(1+r)^T}$

$$PV = \frac{x}{1+r} + \frac{x}{(1+r)^2} + \ldots + \frac{x}{(1+r)^{T-1}} + \frac{F}{(1+r)^T}.$$

永久债券评估

永久债券是指该债券没有到期日，且每年支付收益$x 。

那么永久债券的现值为多少？

永久债券评估

End of Year	1	2	3	…	t	…
Income Paid	\$x	\$x	\$x	\$x	\$x	\$x
Present -Value	$\frac{\$x}{1+r}$	$\frac{\$x}{(1+r)^2}$	$\frac{\$x}{(1+r)^3}$	…	$\frac{\$x}{(1+r)^t}$	…

$$PV = \frac{x}{1+r} + \frac{x}{(1+r)^2} + \ldots + \frac{x}{(1+r)^t} + \ldots.$$

永久债券评估

$$PV = \frac{x}{1+r} + \frac{x}{(1+r)^2} + \frac{x}{(1+r)^3} + \dots$$

$$= \frac{1}{1+r}\left[x + \frac{x}{1+r} + \frac{x}{(1+r)^2} + \dots\right]$$

$$= \frac{1}{1+r}[x + PV].$$

现值公式为 $PV = \dfrac{x}{r}.$

永久债券评估

例如，假设利率固定且 r = 0.1， 购买一个每年支付$1000的永久债券最多需要支付多少？

$$PV = \frac{x}{r} = \frac{\$1000}{0\cdot 1} = \$10,000.$$