第五章

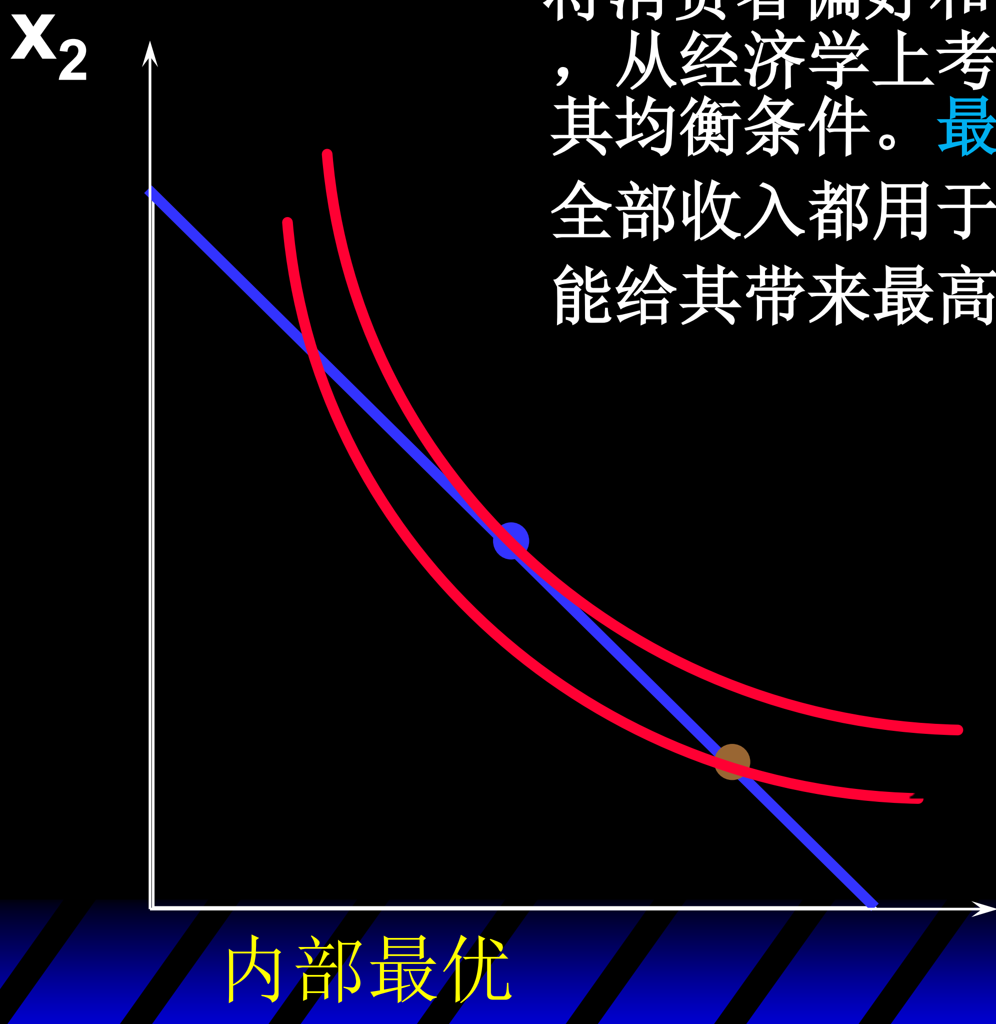
选　择

最优选择

将消费者偏好和预算约束结合在一起，从经济学上考察消费者最优选择及其均衡条件。最优选择(x_1^*,x_2^*)满足

全部收入都用于消费

能给其带来最高效用水平的消费束

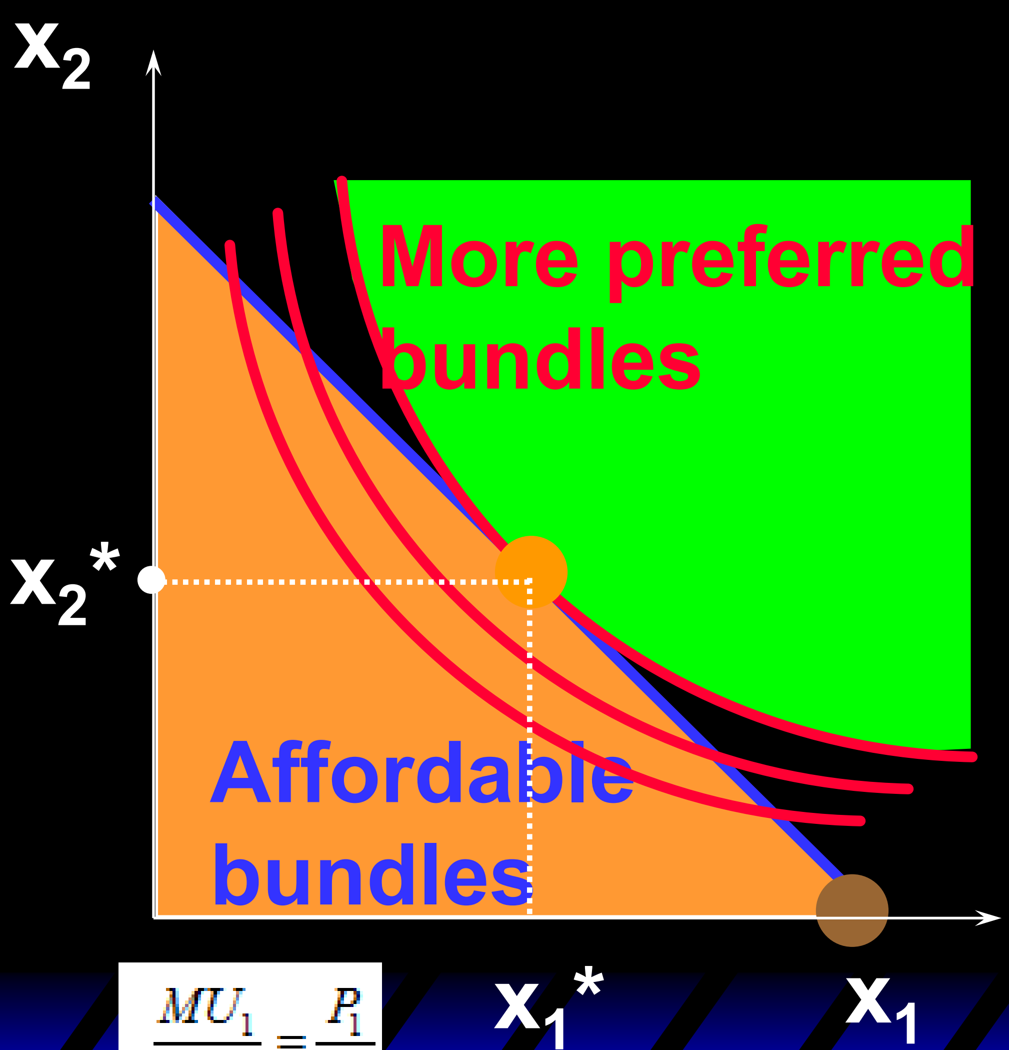


内部最优

$$Max\, u = u(x_1, x_2)$$

$$s.t.\ p_1 x_1 + p_2 x_2 = m$$

消费者需求



$$\frac{MU_1}{MU_2}=\frac{P_1}{p_2}$$

- $x_1^* > 0$ and $x_2^* > 0$称作内点解（内部最优）
- 消费者的均衡的条件是边际替代率等于预算线的斜率，这表明消费者消费两种商品的边际效用之比必须等于商品的价格之比

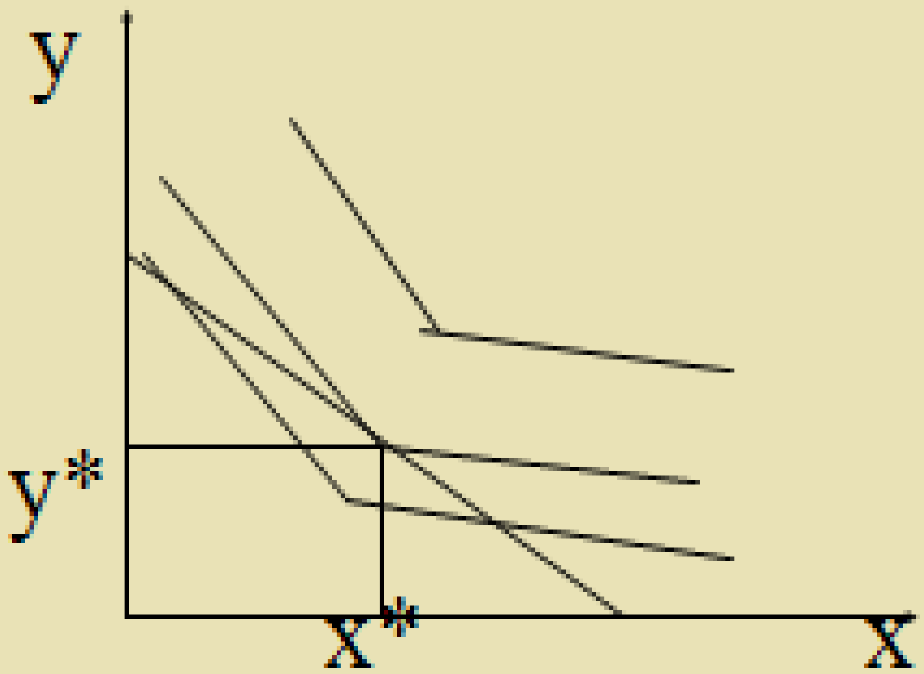
最优选择

最优消费束的一个重要特征是：在这种选择处，无差异曲线与预算线是相切的

最优选择必须真的符合相切条件吗？

- 并非所有的情况都是如此
- 在最优选择点上，无差异曲线不会穿过预算线始终是成立的

折拗的偏好

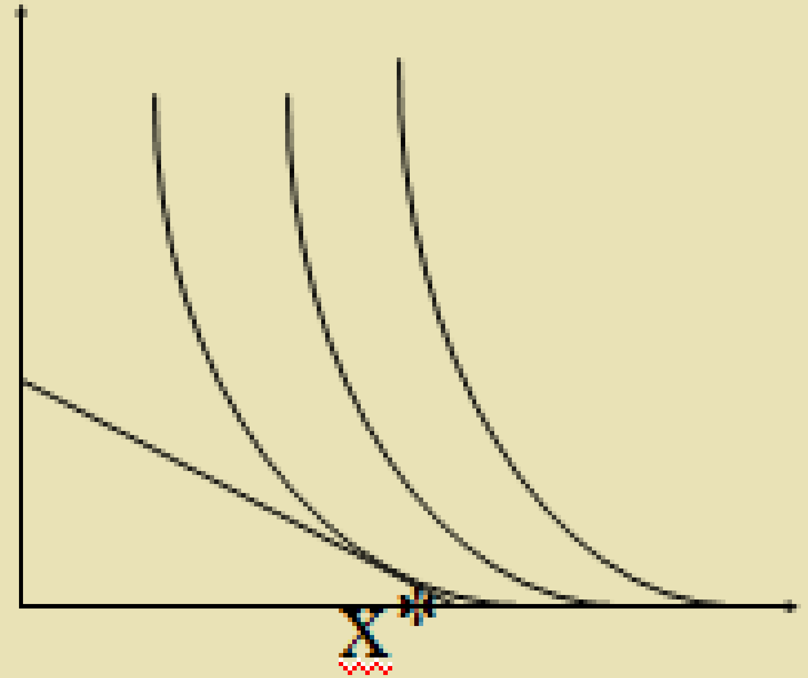


无差异曲线在最优消费点上
没有切线，有一个折点

无差异曲线没有切线

在最优选择点上，无差异曲线有一个折点，而没有确定的切线

边界最优

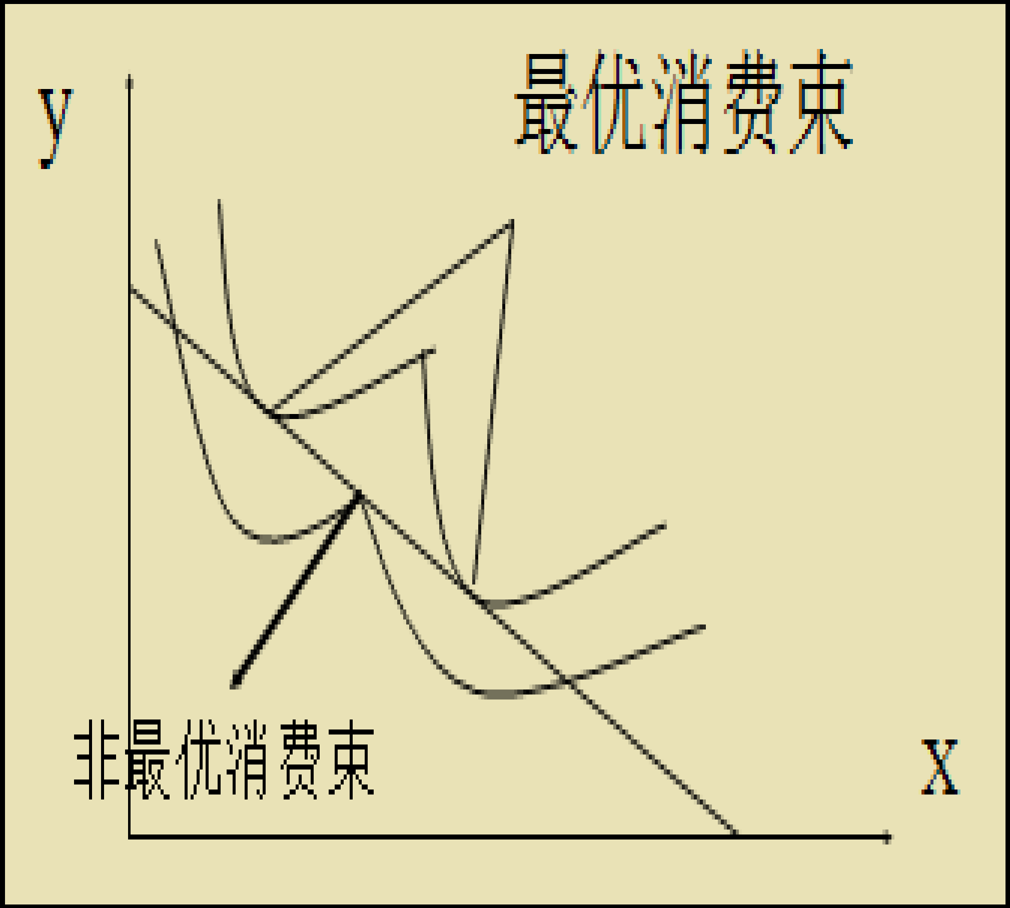


最优消费：包括零单位的y商品

假设最优选择出现在某些商品的消费为零的时候

虽然无差异曲线的斜率与预算线的斜率不相同，但无差异曲线却没有穿过预算线

不止一个切点



有三个切点，但只有两个最优点。因此，相切仅是最优选择的必要条件而不是充分条件。

注意：有一个重要例外，即在凸偏好情况下相切是最优选择的充分条件。因为凸形无差异曲线必定弯曲离开预算线，不可能再回来与之相切。

消费者需求

- 需求函数是将最优选择~需求数量与不同的价格和收入值联系在一起的函数。

- 将需求函数记为同时依赖于价格和收入的函数，表示为：

$$x_1^*(p_1,p_2,m) \quad \text{and} \quad x_2^*(p_1,p_2,m)$$

假如购买消费束 (x_1^*,x_2^*) 花费 \$m，且预算刚好花完

若干例子

研究一些需求函数的性状：当价格和收入变化时，最优选择如何变化

基本思想仍是：找出预算线与最高无差异曲线相切的点

柯布-道格拉斯偏好	完全替代
凹偏好	完全互补
中性商品和厌恶品	离散商品

计算一般需求- 以柯布-道格拉斯函数为例

假如消费者有一个柯布-道格拉斯的效用函数。

$$U(x_1, x_2) = x_1^a x_2^b$$

$$MU_1 = \frac{\partial U}{\partial x_1} = a x_1^{a-1} x_2^b$$

那么

$$MU_2 = \frac{\partial U}{\partial x_2} = b x_1^a x_2^{b-1}$$

计算一般需求- 以柯布-道格拉斯函数为例

因此MRS 为

$$MRS = \frac{dx_2}{dx_1} = -\frac{\partial U/\partial x_1}{\partial U/\partial x_2} = -\frac{ax_1^{a-1}x_2^b}{bx_1^a x_2^{b-1}} = -\frac{ax_2}{bx_1}.$$

在 (x_1^*, x_2^*)点, MRS = $-p_1/p_2$ 因此

$$-\frac{ax_2^*}{bx_1^*} = -\frac{p_1}{p_2} \qquad \Rightarrow \qquad x_2^* = \frac{bp_1}{ap_2}x_1^*. \qquad \text{(A)}$$

计算一般需求- 以柯布-道格拉斯函数为例

(x_1^*, x_2^*) 点刚好在预算线上，因此可知

$$x_2^* = \frac{bp_1}{ap_2}x_1^* \qquad \text{(A)}$$

代入

$$p_1x_1^* + p_2x_2^* = m. \qquad \text{(B)}$$

可得

$$p_1x_1^* + p_2\frac{bp_1}{ap_2}x_1^* = m.$$

可简化为

计算一般需求- 以柯布-道格拉斯函数为例

$$x_1^* = \frac{am}{(a+b)p_1}.$$

将x_1* 代入

$$p_1x_1^* + p_2x_2^* = m$$

便有

$$x_2^* = \frac{bm}{(a+b)p_2}.$$

得到柯布-道格拉斯效用函数的消费者最优可行消费束：

$$(x_1^*, x_2^*) = \left(\frac{am}{(a+b)p_1}, \frac{bm}{(a+b)p_2}\right).$$

计算一般需求- 以柯布-道格拉斯函数为例

考察一个具有柯布-道格拉斯偏好的消费者在商品1上的花费占他收入的比重

如果他消费x_1单位的商品1，花费p_1x_1，那么，这部分消费占他全部收入的比例就为p_1x_1/m

用需求函数代替x_1，则有

$$p_1x_1/m= p_1/m*a/(a+b)*m/p_1 = a/(a+b)$$

类似地，消费者在商品2上的花费占他收入的比重为b/(a+b)——这个固定份额的大小取决于柯布-道格拉斯函数中的指数

理性的受约束选择

当 $x_1^* > 0$， $x_2^* > 0$

且 (x_1^*,x_2^*) 在预算线上，

且 无差异曲线没有拐点，一般需求可通过解方程

(a) $p_1x_1^* + p_2x_2^* = y$

(b) 在点(x_1^*,x_2^*)预算约束线的斜率为 $-p_1/p_2$, 与在该点的无差异曲线的斜率相等。

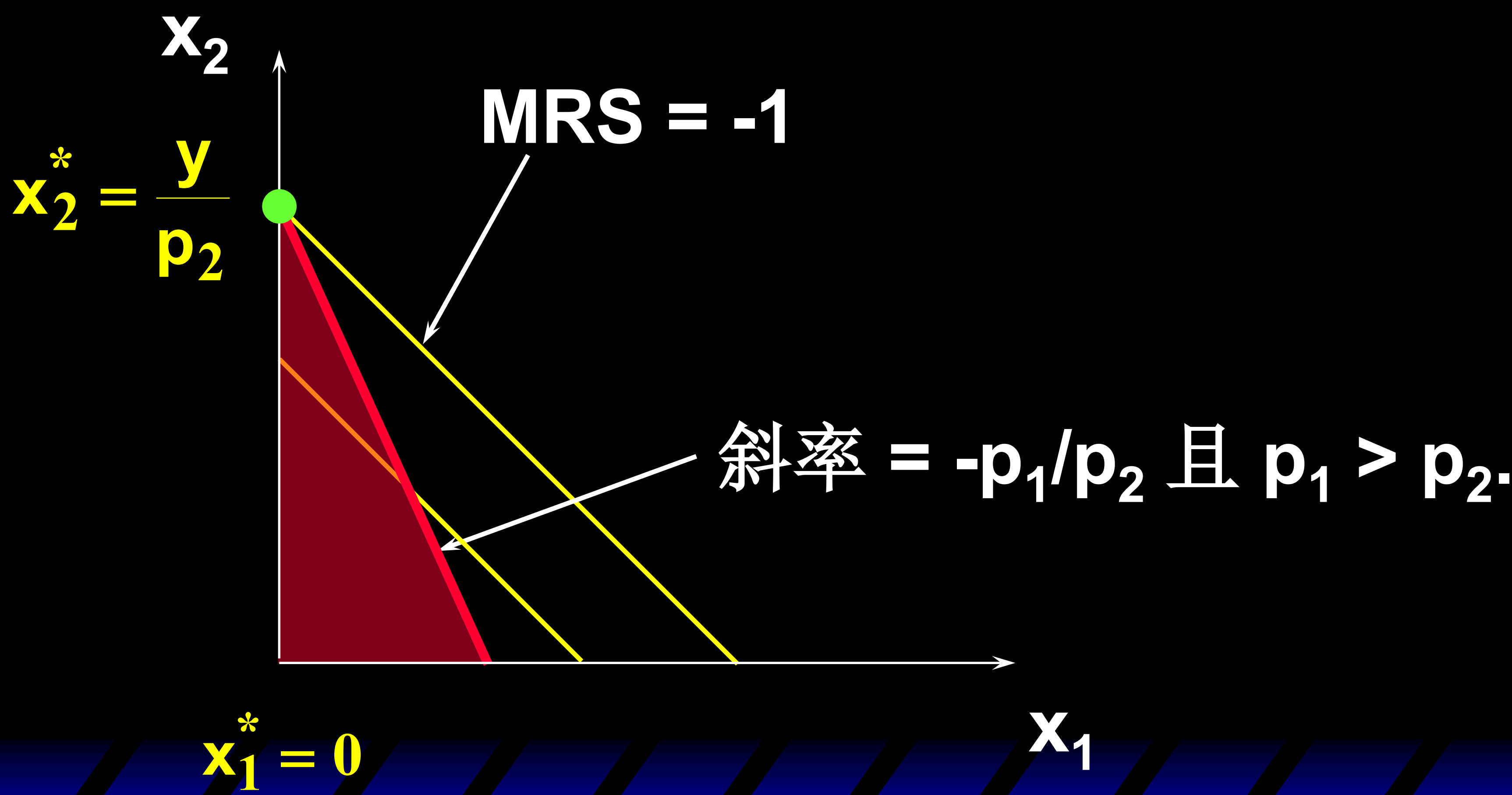
理性的受约束选择

假如$x_1^* = 0$?

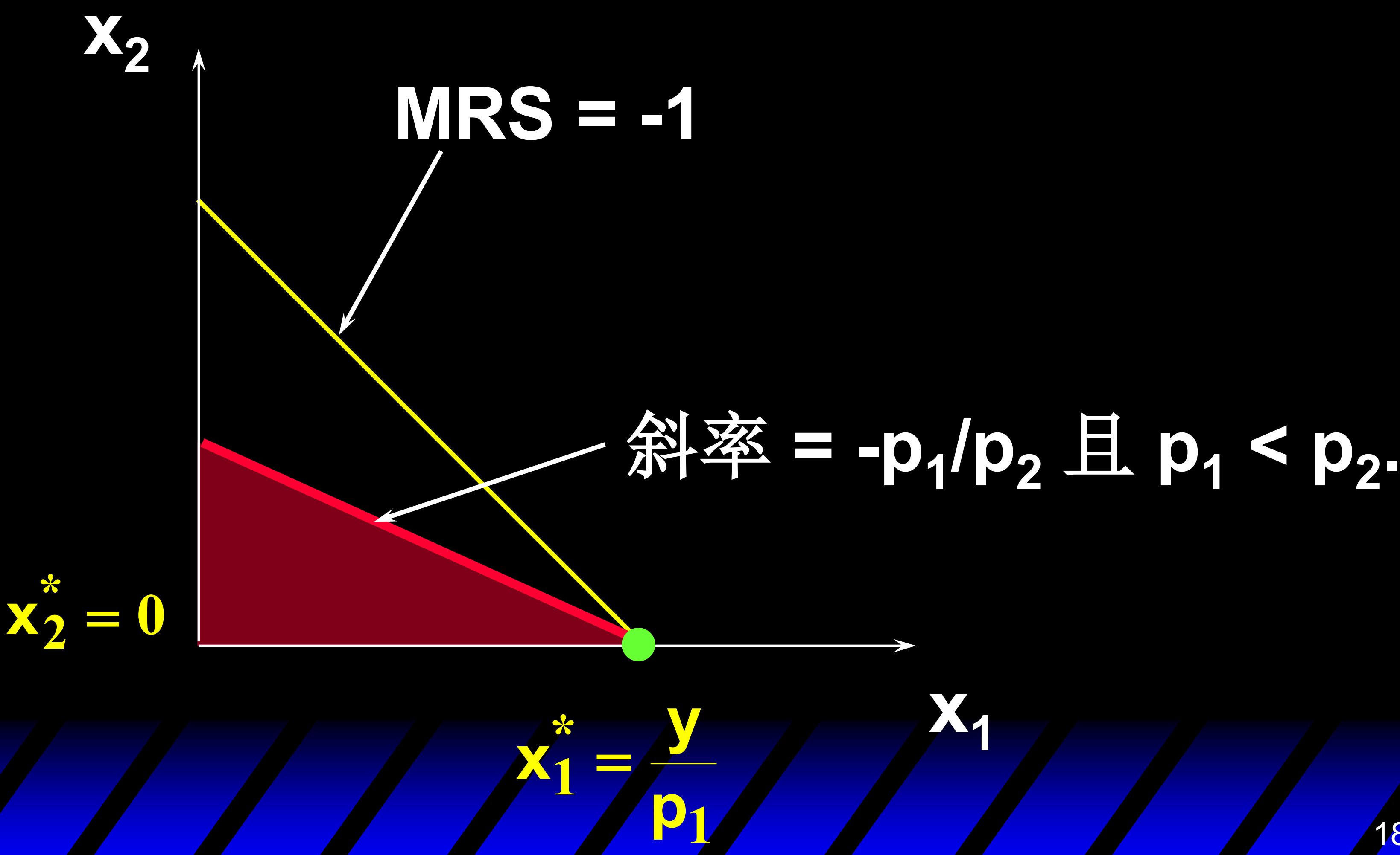
或者$x_2^* = 0$，情况会怎么变化?

假如$x_1^* = 0$ 或者 $x_2^* = 0$, 那么在既定约束限制下效用最大化问题的一般需求的解(x_1^*,x_2^*) 为边角解。

边角解的例子– 完全替代品的情况



边角解的例子– 完全替代品的情况



边角解的例子– 完全替代品的情况

当效用函数为$U(x_1,x_2) = x_1 + x_2$, 最优可行消费束为 (x_1^*,x_2^*)

在该点

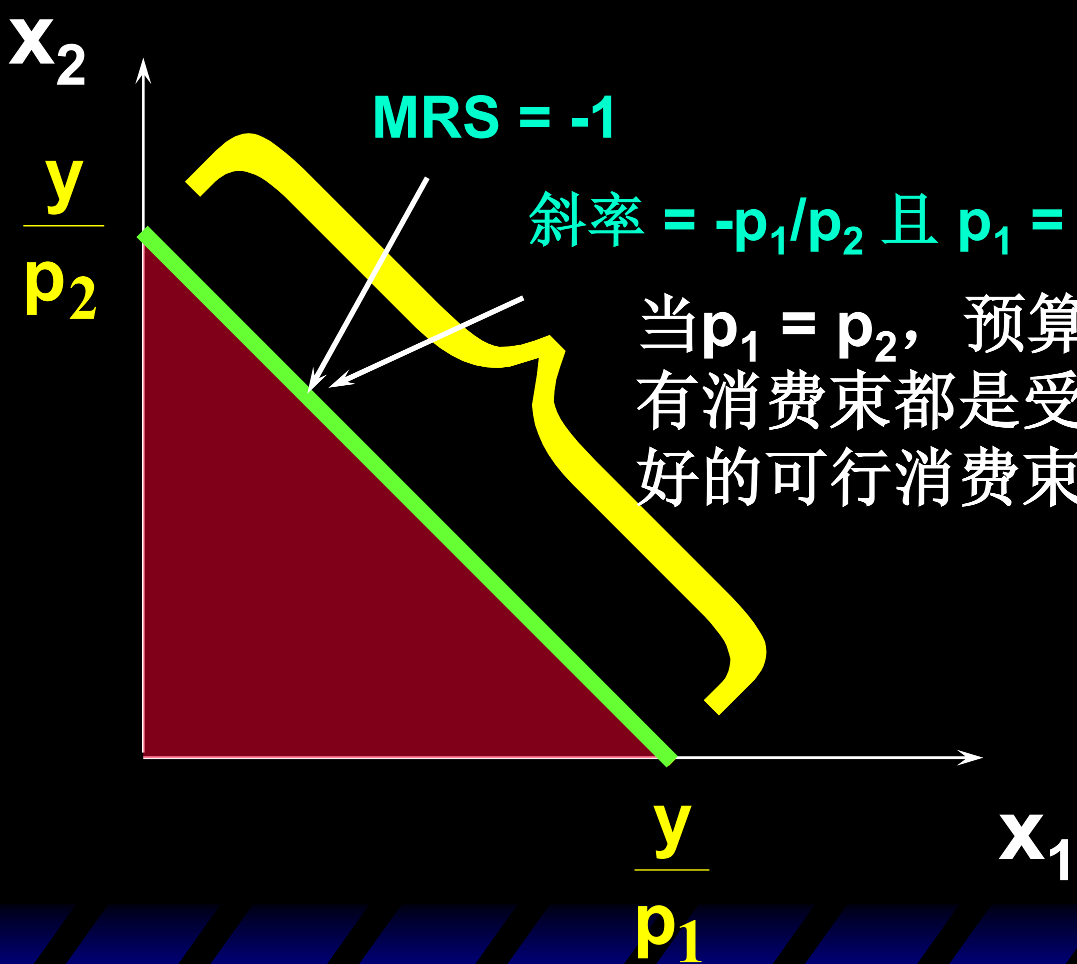
$$(x_1^*, x_2^*) = \left(\frac{y}{p_1}, 0\right)$$ 如果$p_1 < p_2$

且

$$(x_1^*, x_2^*) = \left(0, \frac{y}{p_2}\right)$$ 如果$p_1 > p_2$.

最优选择点通常在边界上，消费者将会购买较便宜的一种

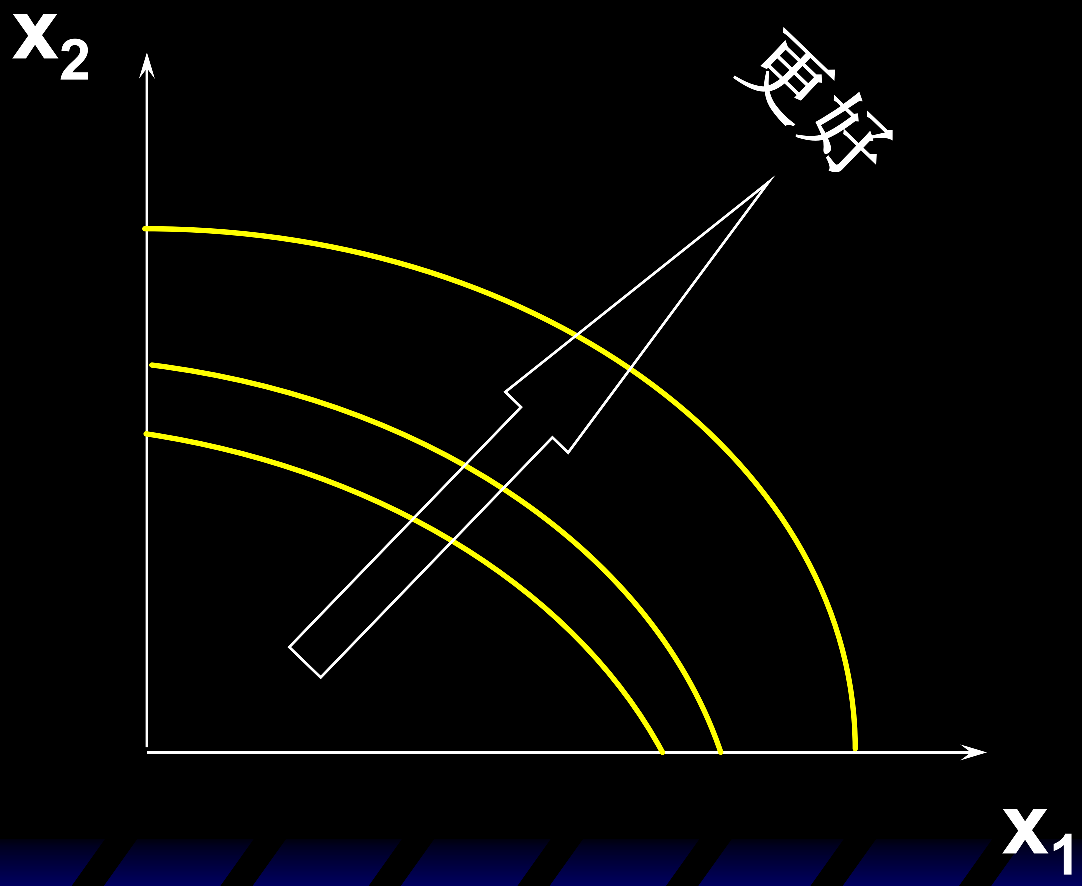
边角解的例子– 完全替代品的情况



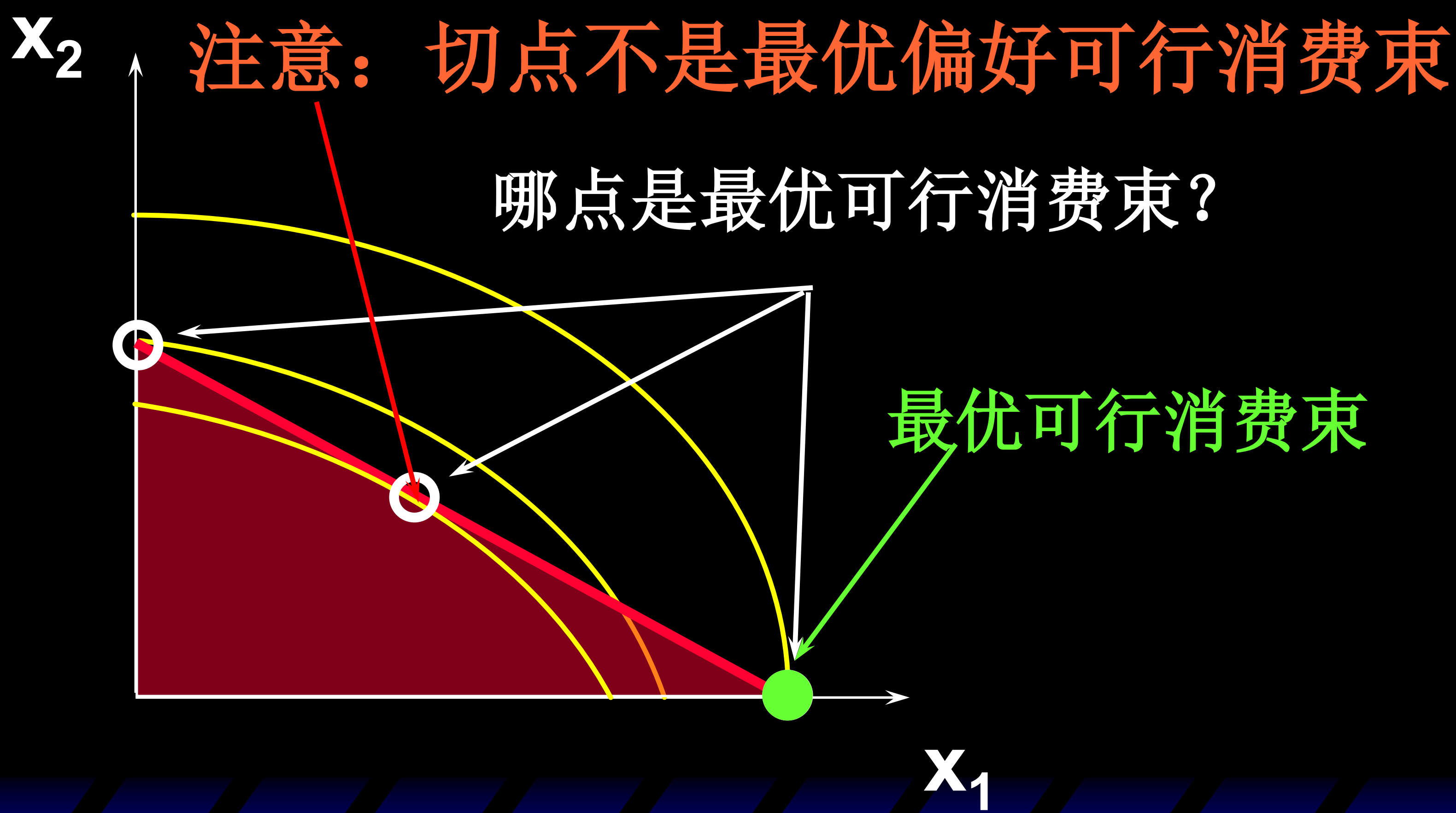
当$p_1 = p_2$，预算约束线上的所有消费束都是受到同等最优偏好的可行消费束。

如果价格相同消费者就不会在意购买哪一种

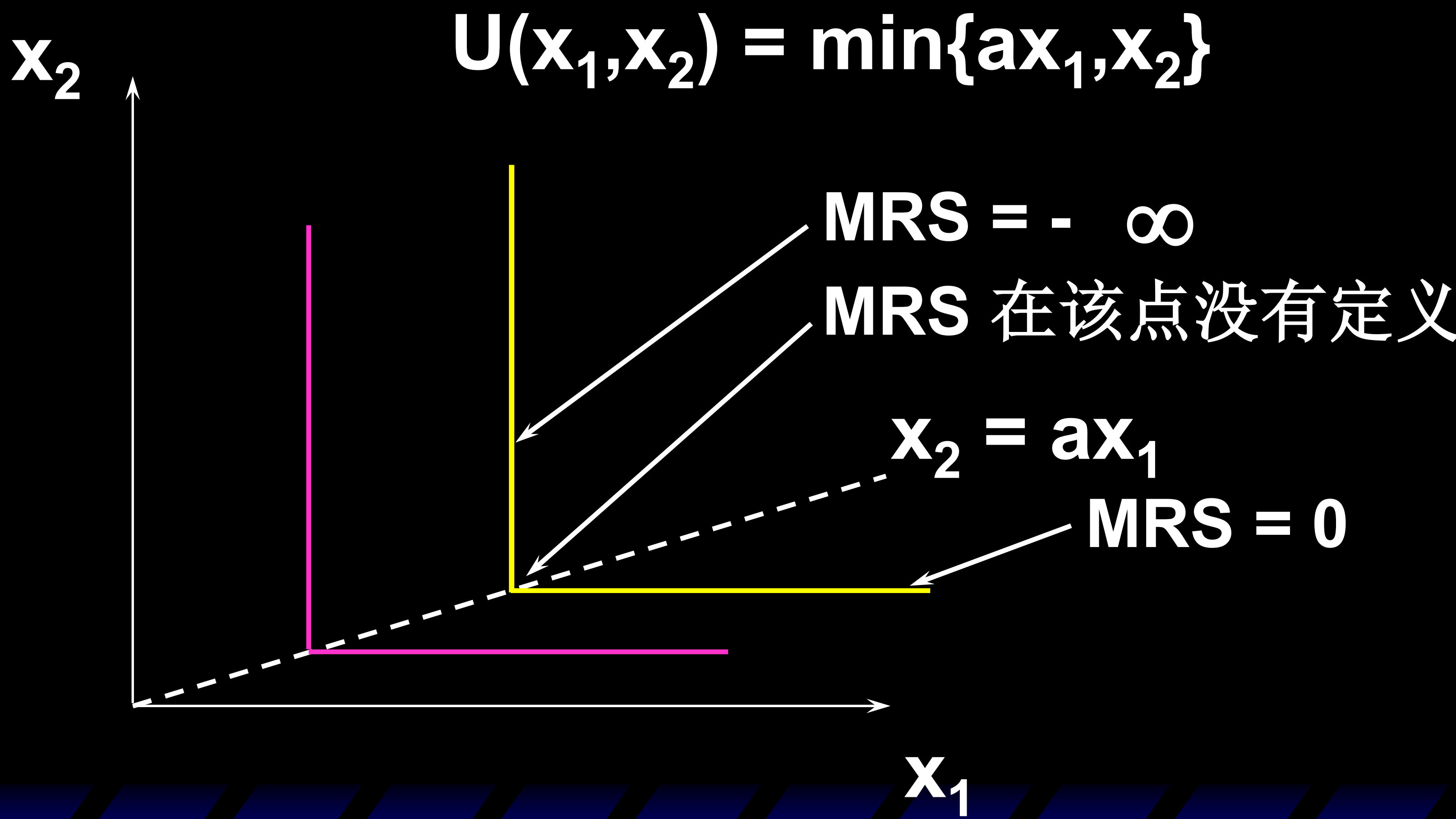
边角解的例子 – 非凸性偏好的情况



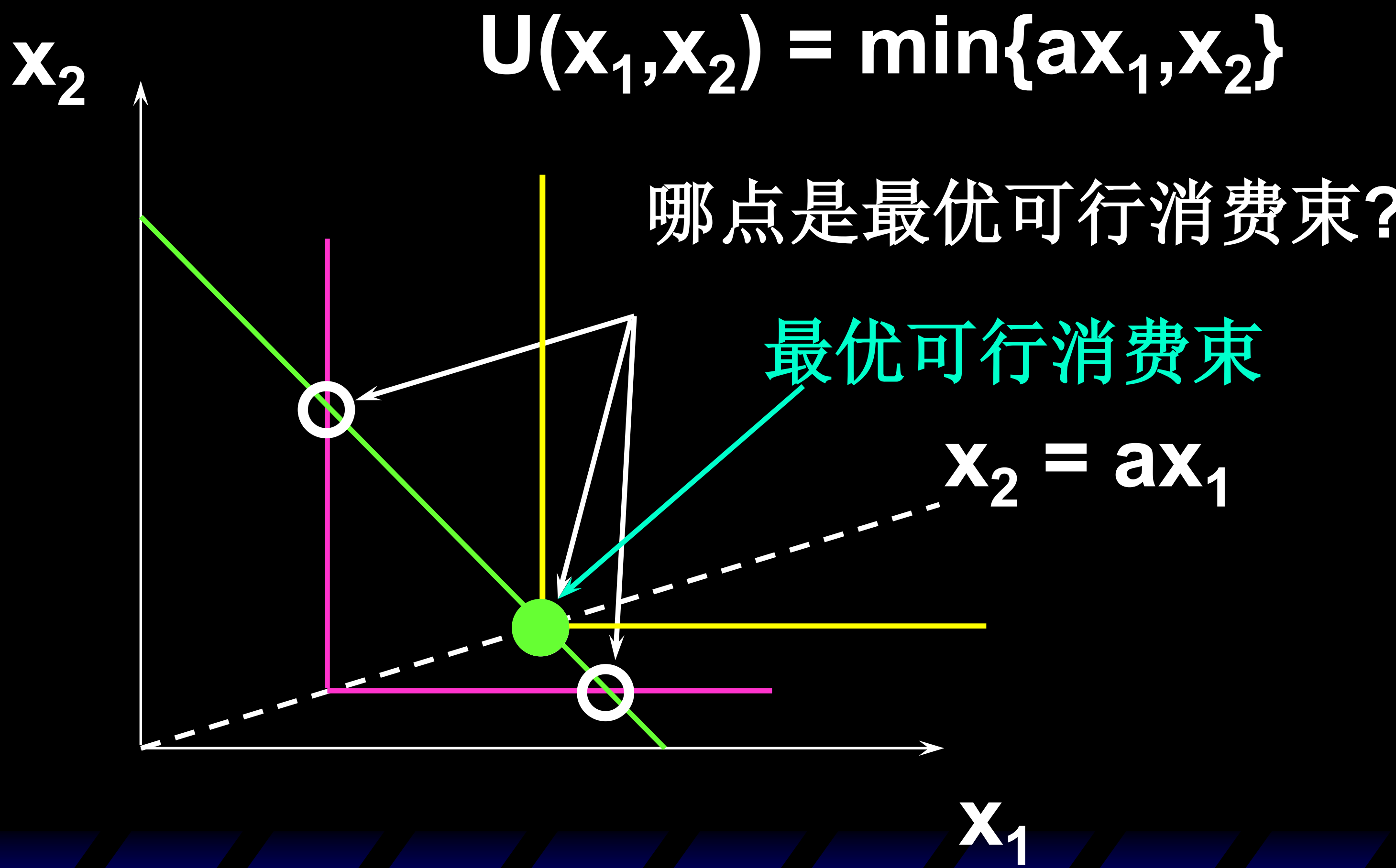
边角解的例子 – 非凸性偏好的情况



拐点解的例子–完全互补品的情况



拐点解的例子–完全互补品的情况

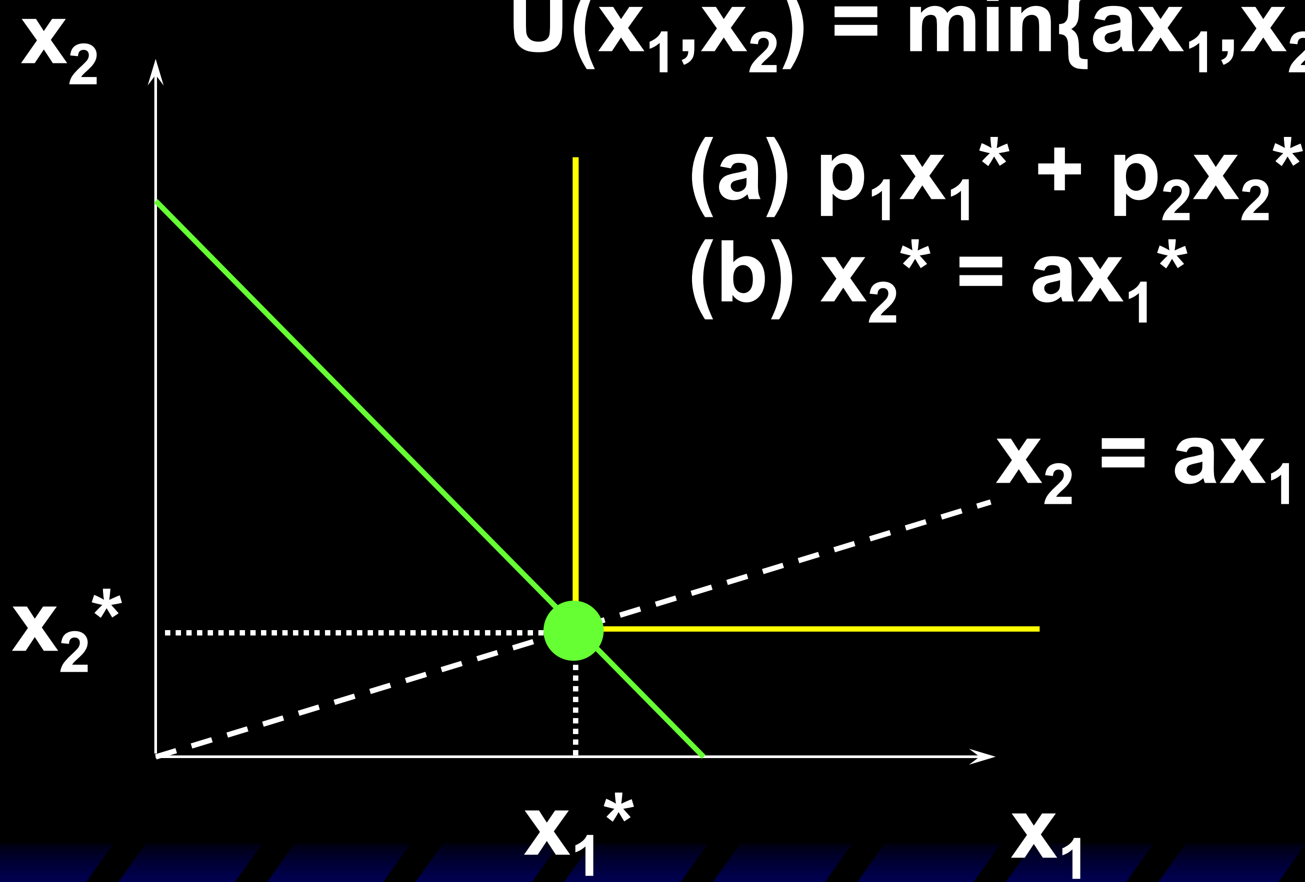


拐点解的例子–完全互补品的情况

$U(x_1,x_2) = \min\{ax_1,x_2\}$

(a) $p_1x_1^* + p_2x_2^* = m$

(b) $x_2^* = ax_1^*$



拐点解的例子–完全互补品的情况

(a) $p_1x_1^* + p_2x_2^* = m$; (b) $x_2^* = ax_1^*$.

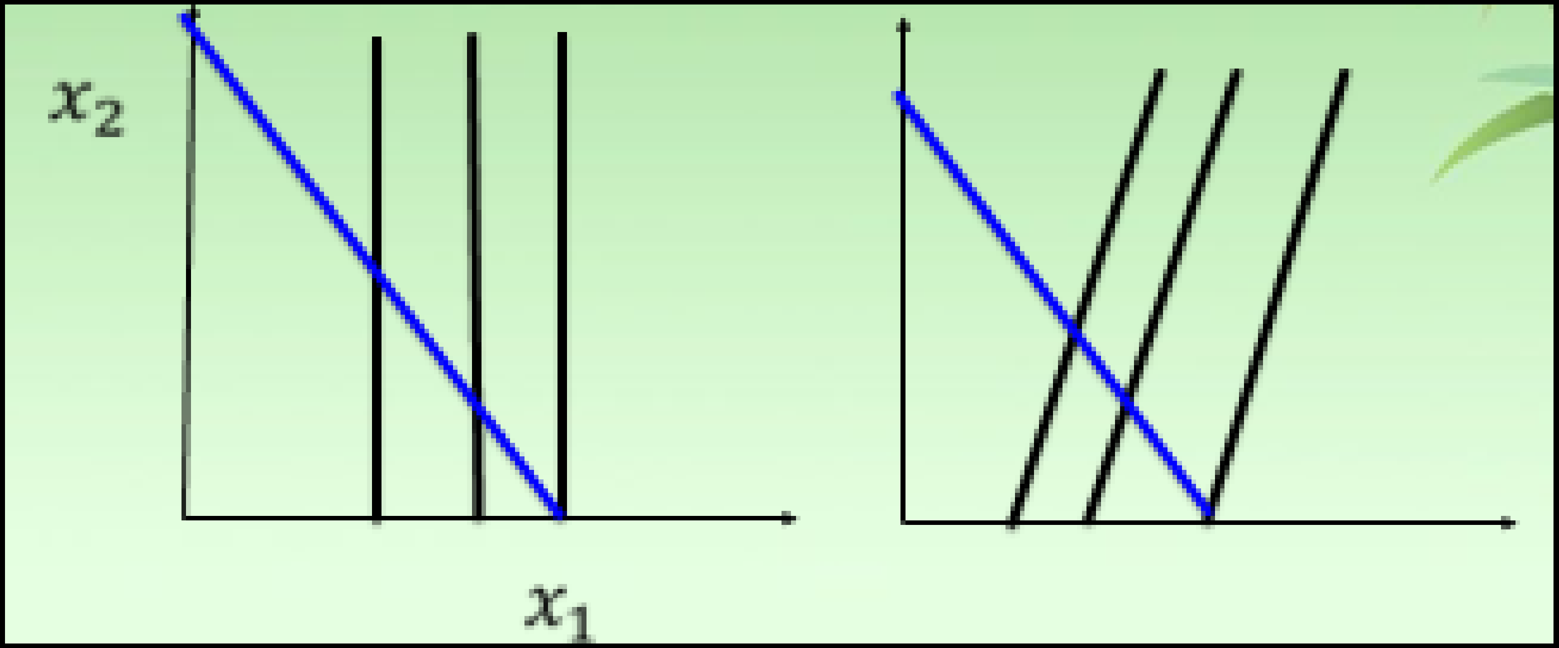
将(b) 中的 x_2^* 代入 (a)式中得

$p_1x_1^* + p_2ax_1^* = m$

从而可得 $$x_1^* = \frac{m}{p_1 + ap_2}; \; x_2^* = \frac{am}{p_1 + ap_2}.$$

中性商品和厌恶品

如果x_2是中性商品或厌恶品，消费者把所有收入花费在所喜爱的商品上，而不会购买任何中性商品或厌恶品



那么，需求函数为：$x_1=m/p_1$　　$x_2=0$

离散商品

假设商品1是只能以整数单位获得的商品，而商品2是可用来购买一切东西的货币

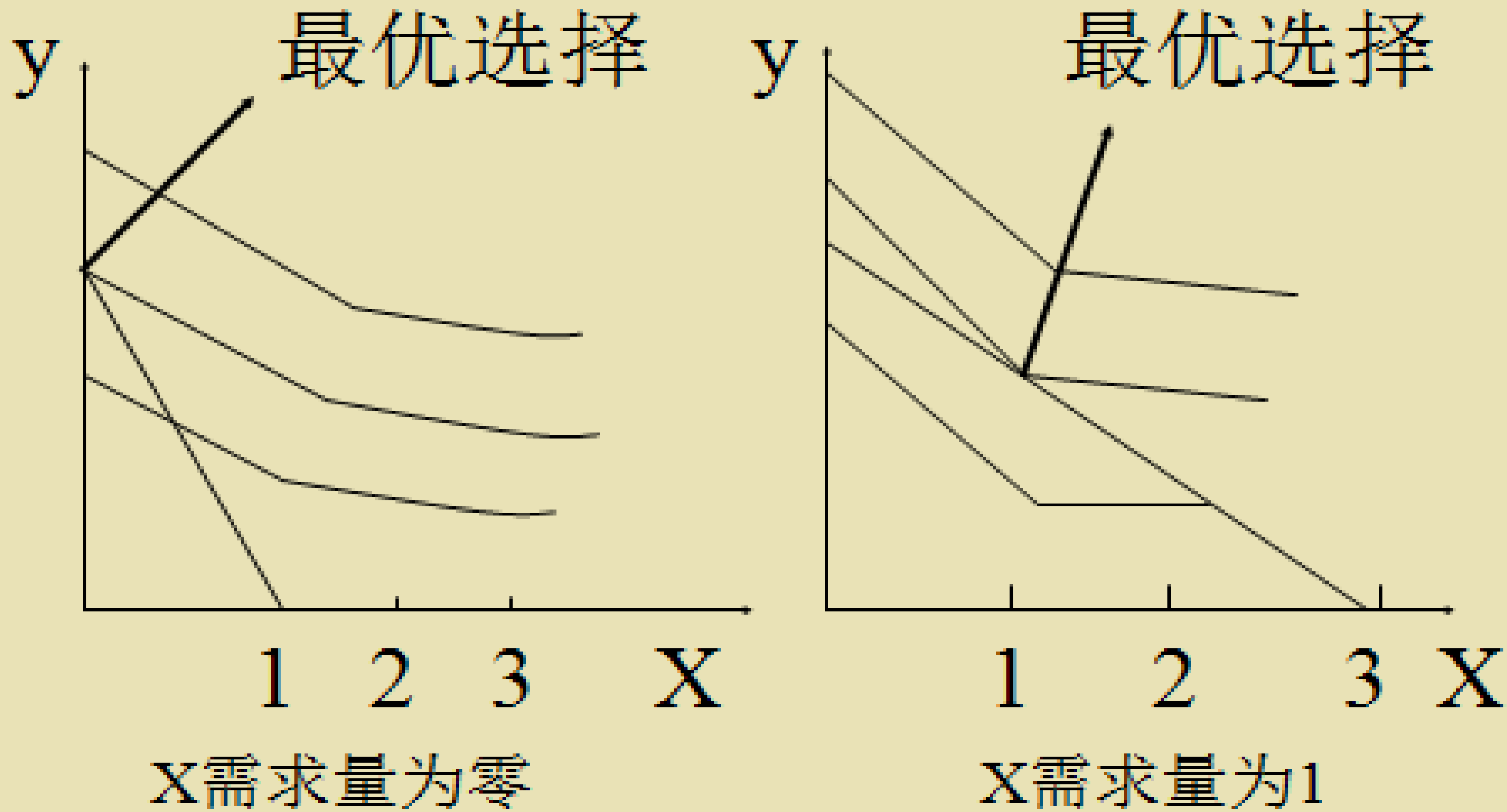
如果消费者分别选择1，2，3…单位的商品1，那他也就是分别选择了消费束$(1, m-p_1)$，$(2, m-2p_1)$，$(3, m-3p_1)$，依此类推。

离散商品

如果商品1的价格非常高，消费者就会做出消费零单位的选择；随着价格的下降，消费者将会发现消费1个单位是最优的。

随着价格的进一步下降，消费者会选择消费更多单位的商品1.

离散商品



（最优消费束仍处于最高无差异曲线上）

估计效用函数

消费者在两种商品上的花费占收入的比重：

支出份额：$s_1=p_1x_1/m=1/4$　$s_2=p_2x_2/m=3/4$

效用函数：$u(x_1,x_2)=x_1^{s1}x_2^{s2}$

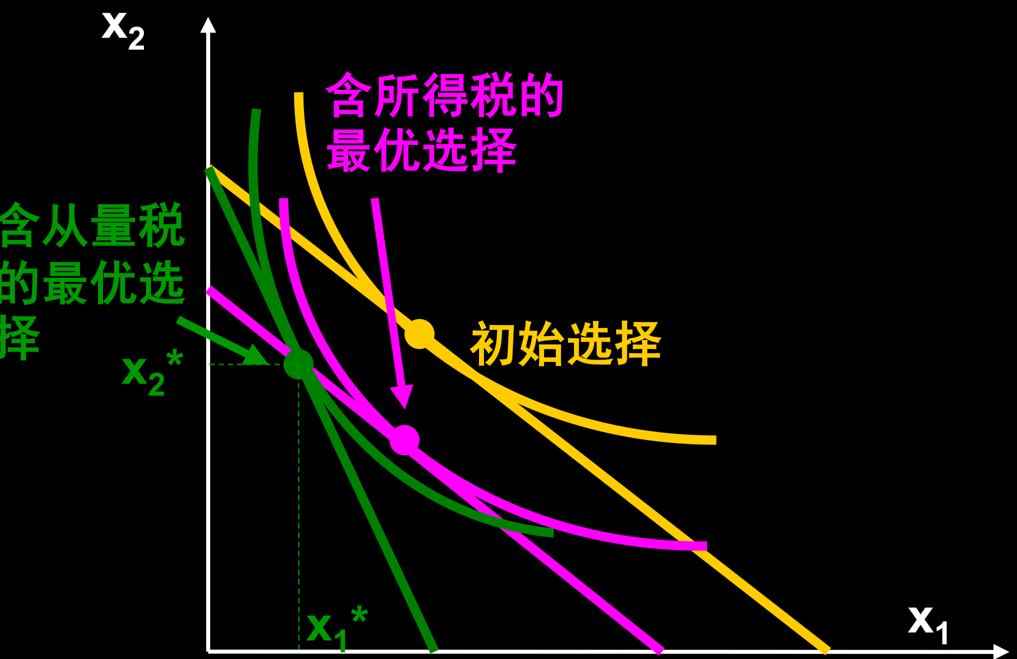
假设在政府实施税制的情况下，消费者面临的价格为（2，3），他拥有的收入为200。代入这些价格下的需求束中，最后可以得到这个需求束的估计效用

意图：评价拟推出的新政策对这个消费者的影响

税收类型的选择

政府想要增加一定数量的收入

从量税 VS 所得税？



含从量税的预算约束斜率= $-(p_1+t)/p_2$

含所得税的预算约束斜率= $-p_1/p_2$

初始预算约束线：$p_1x_1+p_2x_2=m$

从量税预算约束线：$(p_1+t)x_1+p_2x_2=m$

税收额：$R^*=tx_1^*$

所得税预算约束线：$p_1x_1+p_2x_2=m-R^*=m-tx_1^*$

此线正好经过点（x_1^*, x_2^*）

但（x_1^*, x_2^*）不是最优点，因为其边际替代率$=-(p_1+t)/p_2$，$\neq -p_1/p_2$

结论：只有一个消费者的情况下，所得税优于从量税

税收类型的选择

问题：当有很多消费者时，是否对每个人都是所得税优于从量税？

- 对全体消费者来说，统一的所得税并不一定比统一的从量税更好
- 比如：一些消费者不消费任何数量的商品1，这些消费者肯定偏好从量税而不喜欢统一的所得税