第二十章

成本最小化

成本最小化问题

对于给定的w_1, w_2 和 y, 厂商成本最小化问题就是解如下方程:

$$\min_{x_1,x_2\geq 0} \; w_1x_1 + w_2x_2$$

st $$f(x_1,x_2) = y.$$

成本最小化问题

在最小成本投入束中要素投入量$x_1^*(w_1,w_2,y)$和$x_1^*(w_1,w_2,y)$ 为有条件的要素需求函数或派生的要素需求。它度量的是，在厂商生产某个既定产量y的条件下，要素价格以及厂商的最优要素选择之间的关系

生产y单位产出时的最小可能总成本为:

$$c(w_1,w_2,y) = w_1x_1^*(w_1,w_2,y) + w_2x_2^*(w_1,w_2,y).$$

等成本线

同一条等成本线上的每一个点都具有相同的成本C

给定w_1 和w_2, 总成本为$c 的等成本线方程为：

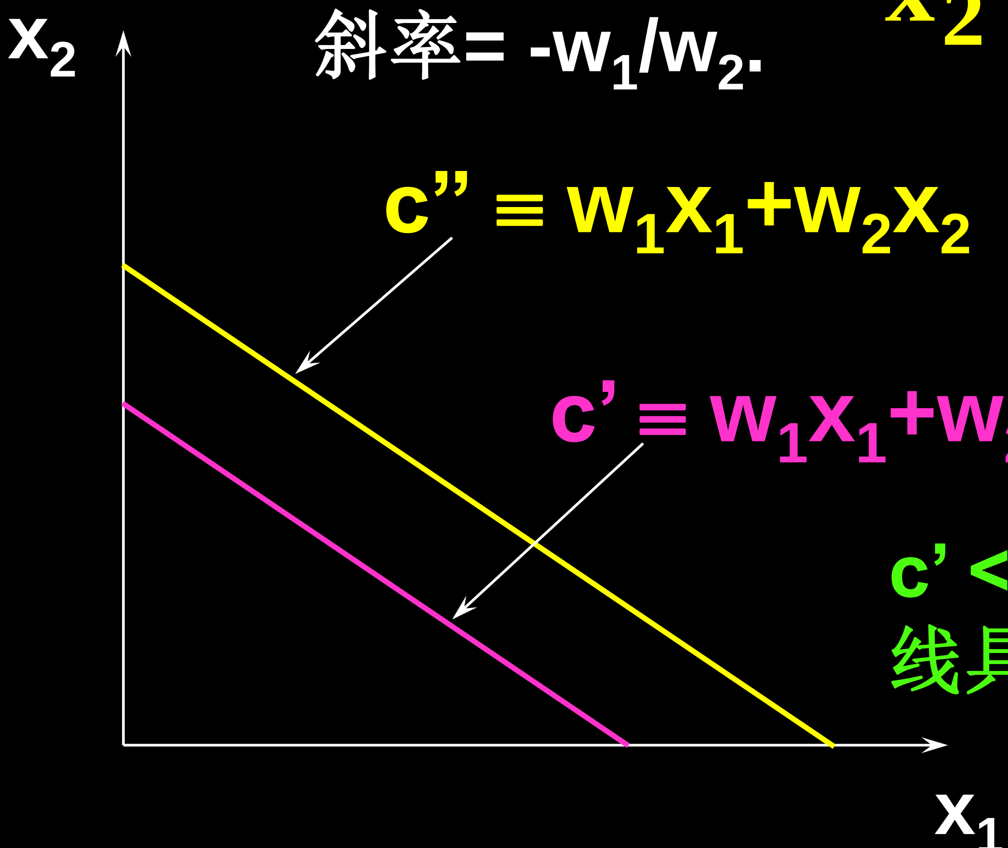
$$w_1 x_1 + w_2 x_2 = c$$

$$x_2 = -\frac{w_1}{w_2} x_1 + \frac{c}{w_2}.$$

斜率为- w_1/w_2; 纵截距c/w_2

等成本线

$$x_2 = -\frac{w_1}{w_2}x_1 + \frac{c}{w_2}.$$



$c' < c''$：较高的等成本线具有较高的成本

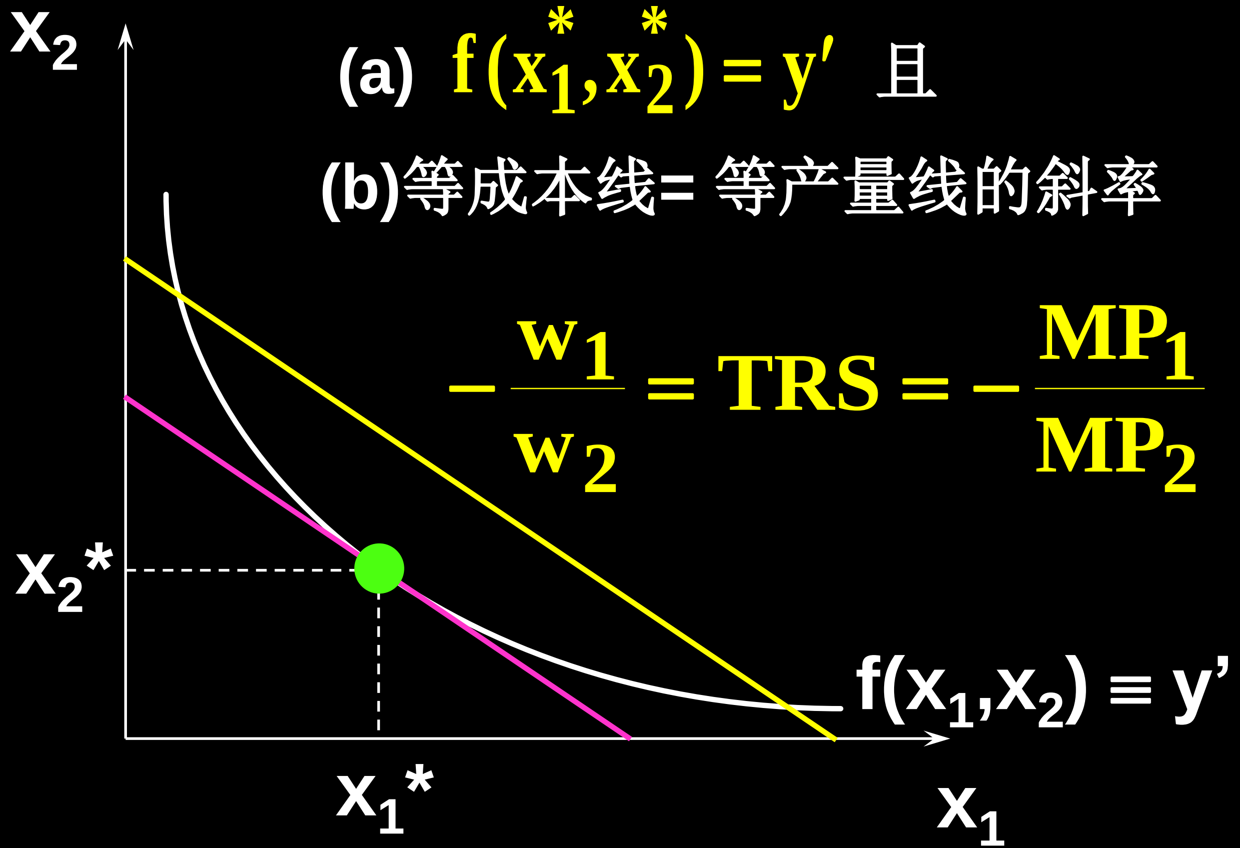
成本最小化问题

一个内部成本最小化投入束满足：

(a) $f(x_1^*, x_2^*) = y'$ 且

(b)等成本线= 等产量线的斜率

$$-\frac{w_1}{w_2} = TRS = -\frac{MP_1}{MP_2} \text{ at } (x_1^*, x_2^*).$$



成本最小化问题：在等产量线上找到某个位于最低的等成本线上的点

成本最小化的完全互补品的例子

厂商的生产函数为：

$$y = \min\{4x_1, x_2\}.$$

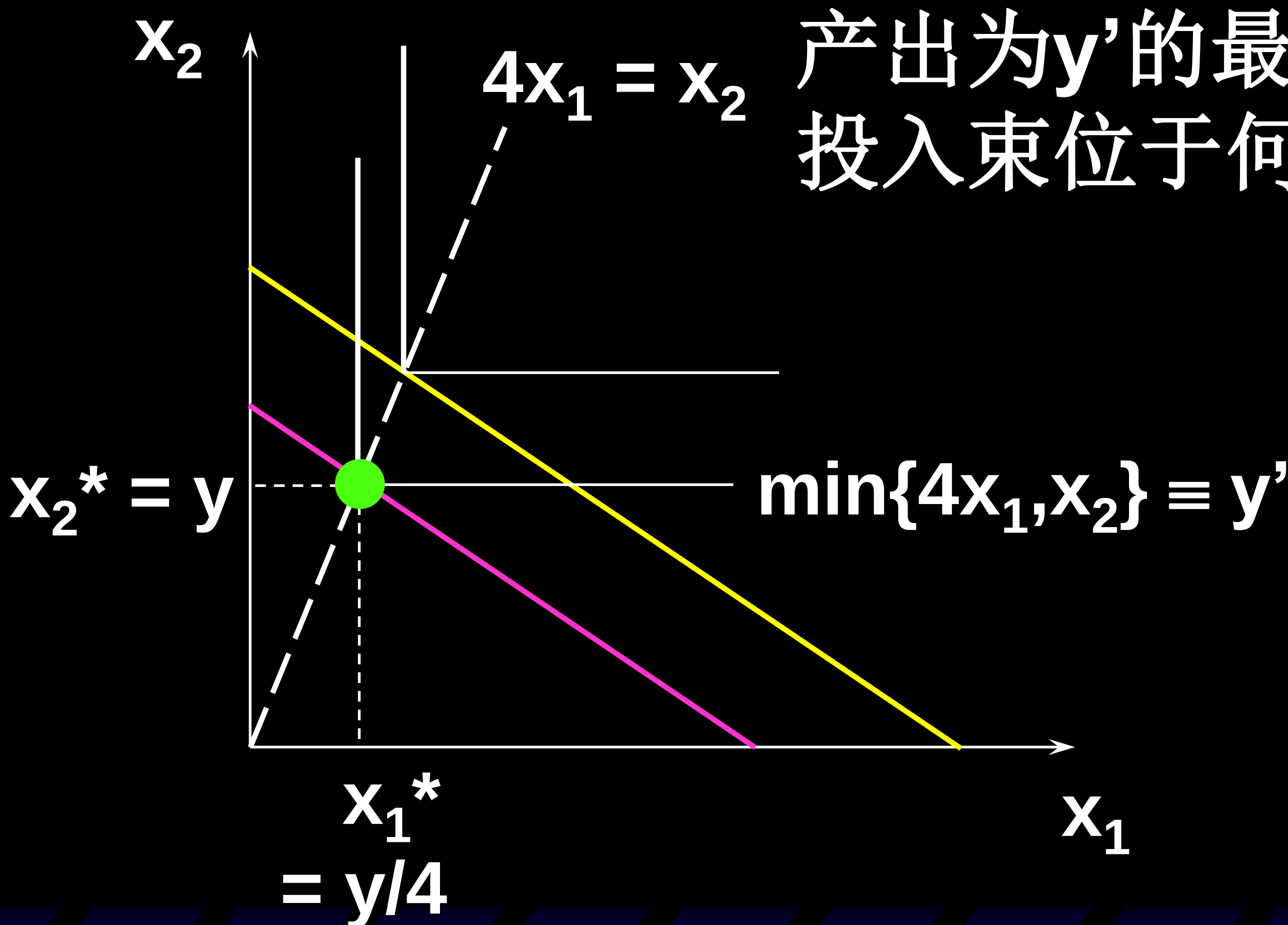
给定投入要素价格w_1 和 w_2 。

厂商对于要素1和2的条件需求为多少？

厂商的中成本函数为什么？

成本最小化的完全互补品的例子

产出为y’的最小成本投入束位于何处？



成本最小化的完全互补品的例子

厂商的生产函数为：

$$y = \min\{4x_1, x_2\}$$

条件要素需求函数为：

$$x_1^*(w_1, w_2, y) = \frac{y}{4} \quad 且 \quad x_2^*(w_1, w_2, y) = y.$$

厂商的总成本函数为：

$$\begin{aligned} c(w_1, w_2, y) &= w_1 x_1^*(w_1, w_2, y) \\ &\quad + w_2 x_2^*(w_1, w_2, y) \\ &= w_1 \frac{y}{4} + w_2 y = \left(\frac{w_1}{4} + w_2\right) y. \end{aligned}$$

显示成本最小化

假定我们考虑两组要素价格(w_1^t,w_2^t)和(w_1^s,w_2^s)，与此相关的厂商的选择为(x_1^t,x_2^t)和(x_1^s,x_2^s)

假定这两个选择都生产同样的产量y

显示成本最小化

一个寻求成本最小化的厂商（在产出不能变化时），其实际生产选择一定满足：

$$w_1^t x_1^t + w_2^t x_2^t \le w_1^t x_1^s + w_2^t x_2^s$$

$$w_1^s x_1^s + w_2^s x_2^s \le w_1^s x_1^t + w_2^s x_2^t$$

将这些不等式称作成本最小化的弱公理

将第二个不等式变形，再与第一个不等式相加，得到：

$$(w_1^t - w_1^s)x_1^t + (w_2^t - w_2^s)x_2^t \le (w_1^t - w_1^s)x_1^s + (w_1^t - w_1^s)x_2^s$$

$$(w_1^t - w_1^s)(x_1^t - x_1^s) + (w_2^t - w_2^s)(x_2^t - x_2^s) \le 0$$

$$\Delta\omega_1\Delta x_1 + \Delta\omega_2\Delta x_2 \le 0$$

显示成本最小化

$$\Delta\omega_1\Delta x_1 + \Delta\omega_2\Delta x_2 \leq 0$$

- 如果第一种要素的价格上涨，而第二种要素的价格保持不变，即 $\Delta\omega_2 = 0$

$$\Delta\omega_1\Delta x_1 \leq 0$$

- 如果要素1的价格上涨，该不等式表明对要素1的需求必定减少，因此，有条件的要素需求曲线必定是向下斜率的

不变规模报酬与平均总成本

对于正的产出水平y, 厂商生产y单位产出的平均总成本为:

$$\mathbf{AC}(w_1, w_2, y) = \frac{c(w_1, w_2, y)}{y}.$$

厂商技术的规模报酬决定着平均成本如何随着产出改变。

假如厂商的技术为不变规模报酬，那么产出加倍时要求要素投入也加倍。

总成本也加倍。

平均总成本不变。

递减的规模报酬与平均总成本

如果一个厂商的技术是规模报酬递减的，产出加倍时要求投入要素投入量超过两倍。

总成本增加超过一倍。

平均生产成本上升。

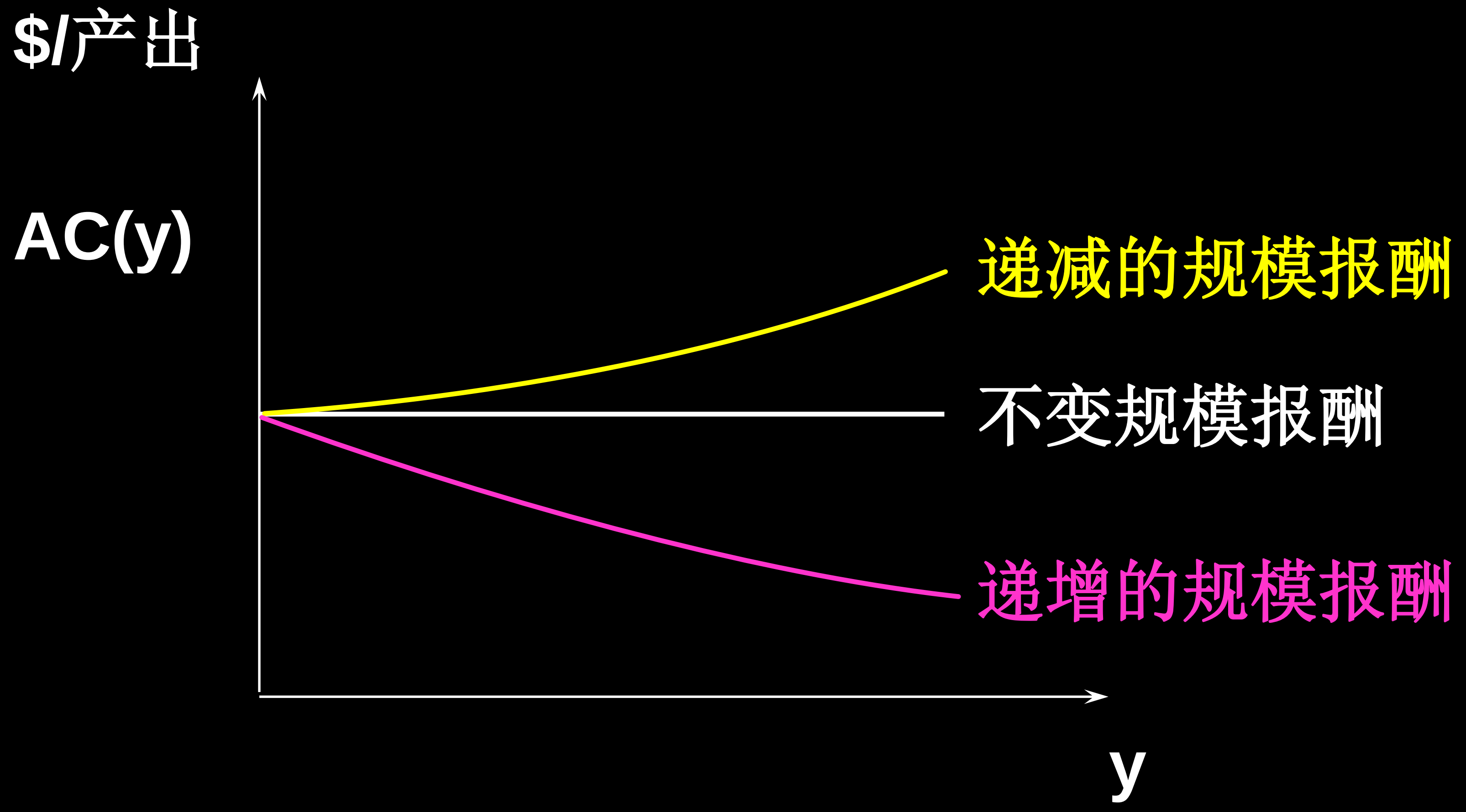
递增的规模报酬与平均总成本

如果厂商的技术为规模报酬递增的，那么产出加倍时要求投入要素的增加量少于加倍量。

总成本增加少于一倍。

平均生产成本下降。

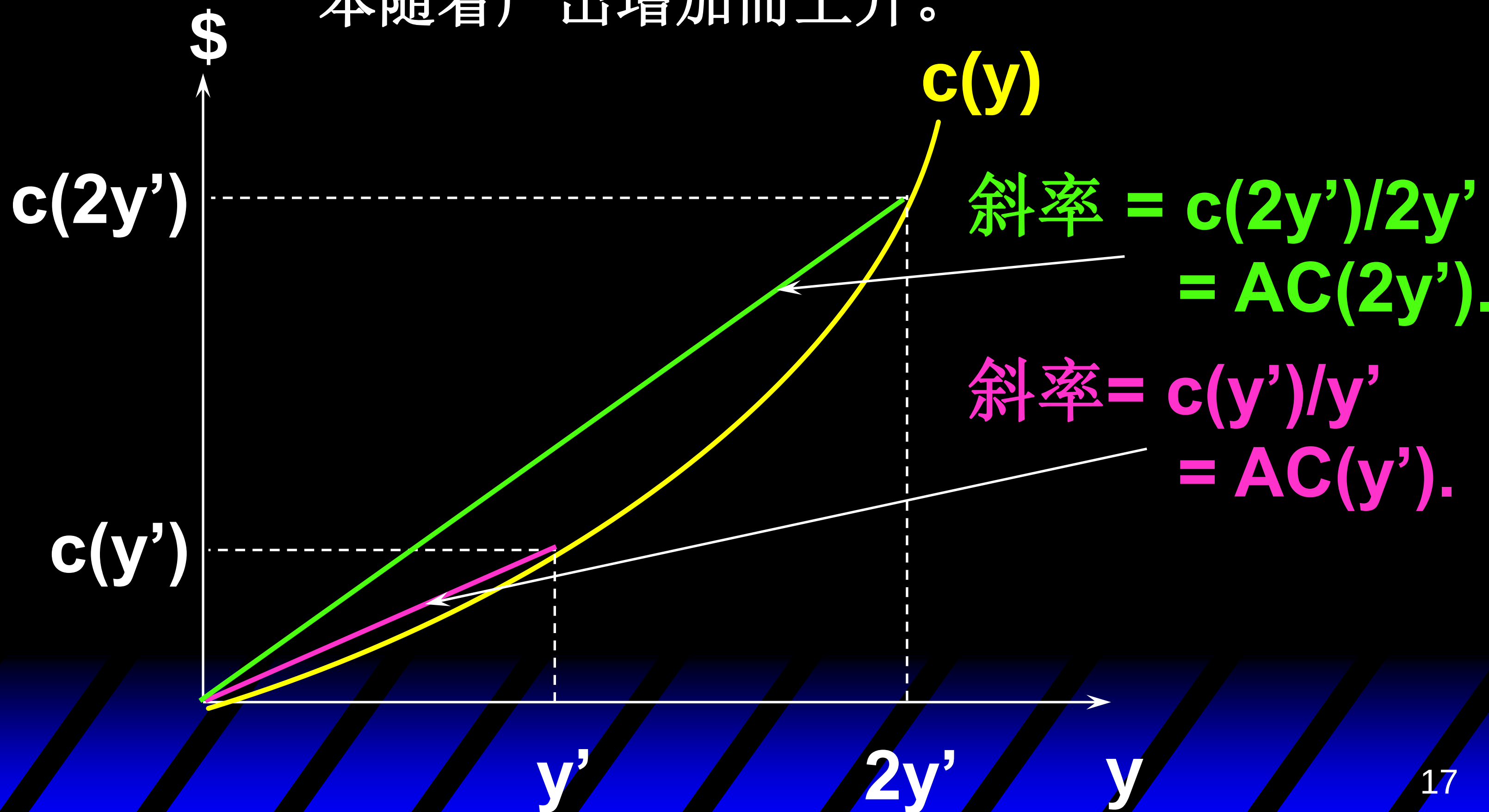
规模报酬与平均总成本



规模报酬与总成本

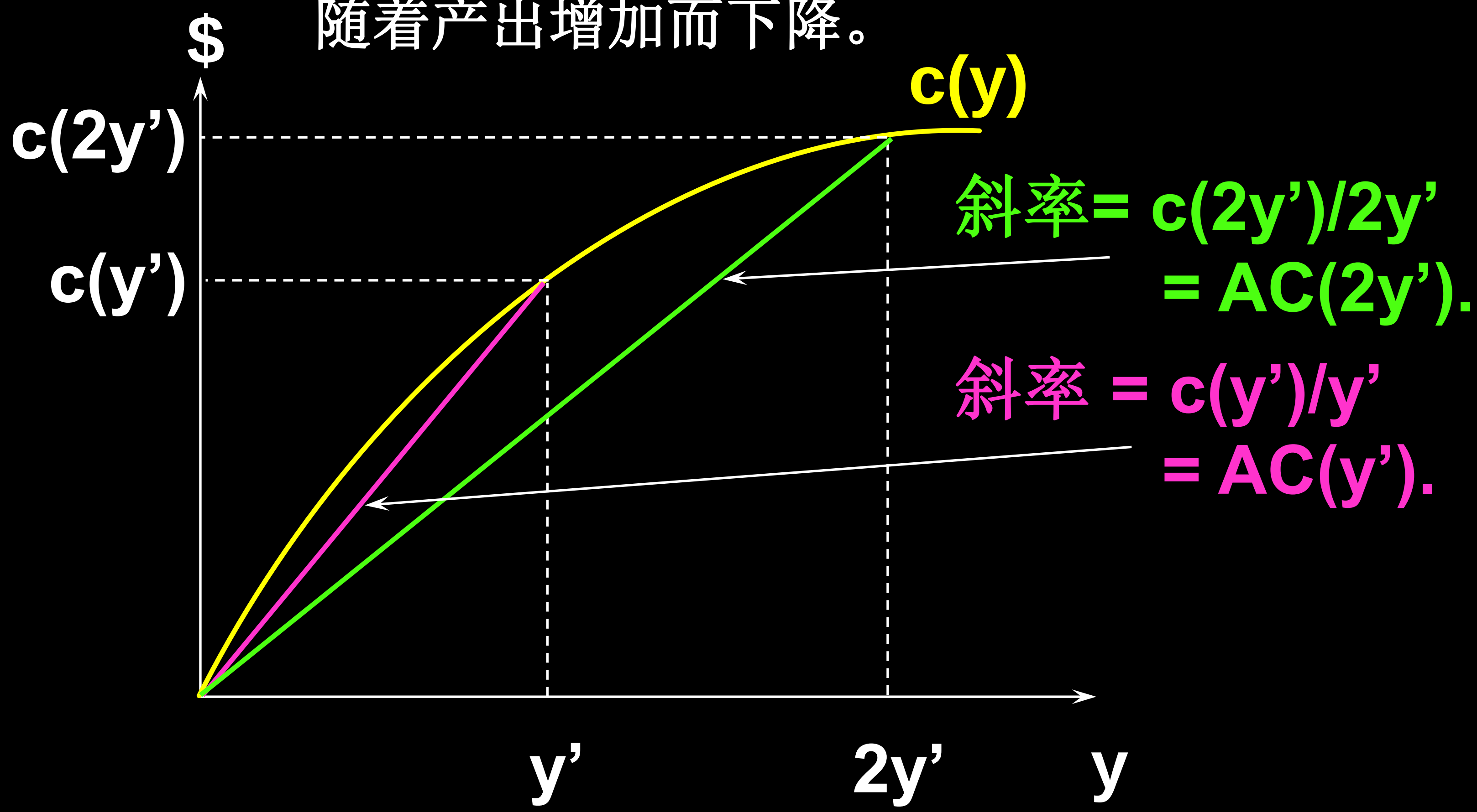
这对总成本函数意味着什么？

假如厂商技术为规模报酬递减的，平均成本随着产出增加而上升。



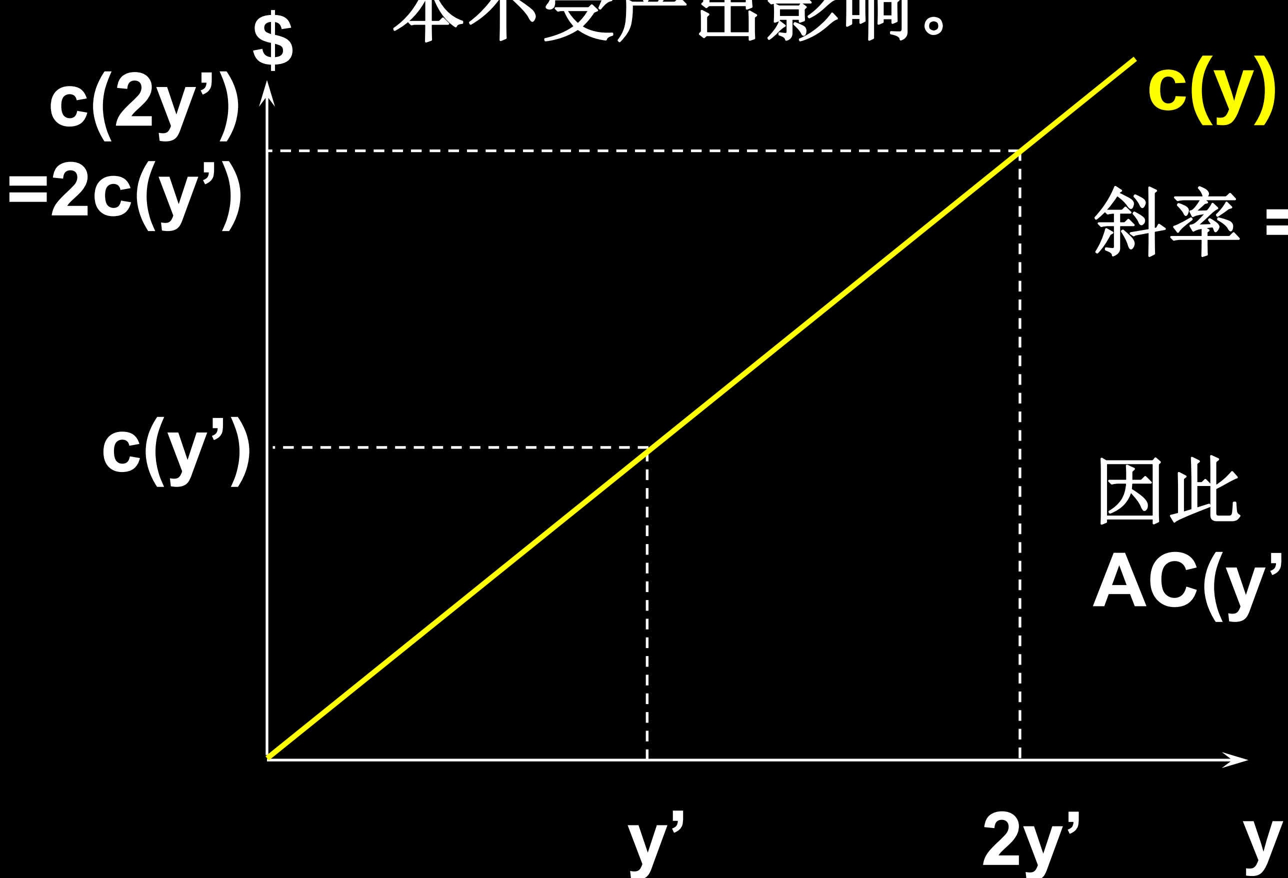
规模报酬与总成本

假如厂商技术为规模报酬递增的，平均成本随着产出增加而下降。



规模报酬与总成本

假如厂商技术为规模报酬不变的，平均成本不受产出影响。



斜率 = c(2y')/2y'
= 2c(y')/2y'
= c(y')/y'

因此

AC(y') = AC(2y').

短期与长期总成本

长期来看所有投入要素均可改变。

假设厂商不能改变投入要素2的投入量x_2'

生产y单位产出长期与短期总成本相比有什么特点?

长期成本最小化问题为：

$$\min_{x_1, x_2 \geq 0} \quad w_1 x_1 + w_2 x_2$$

$$\text{st} \quad f(x_1, x_2) = y.$$

短期成本最小化问题为：

$$\min_{x_1 \geq 0} w_1 x_1 + w_2 x_2'$$

$$\text{st} \quad f(x_1, x_2') = y.$$

短期与长期总成本

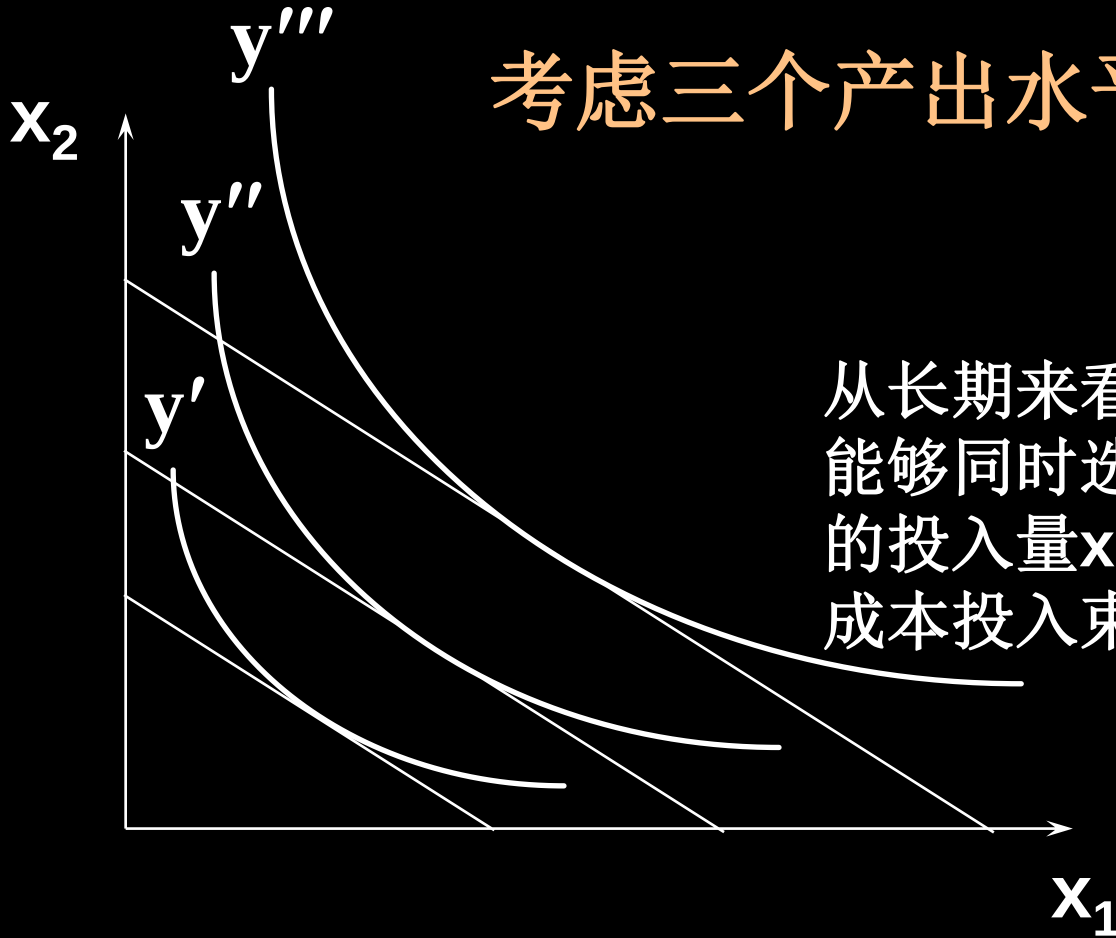
短期成本最小化问题就是就是在约束条件$x_2 = x_2'$下的长期成本最小化问题。

假如长期对于x_2的选择为x_2'，那么$x_2 = x_2'$就不成为长期约束条件。因此产出为y时的长期和短期总成本是一样的。

假如长期选择$x_2 \neq x_2''$，那么约束条件$x_2 = x_2''$使得厂商在短期无法将成本降至长期时的生产成本，使得产出为y时的短期总成本超过长期总成本。

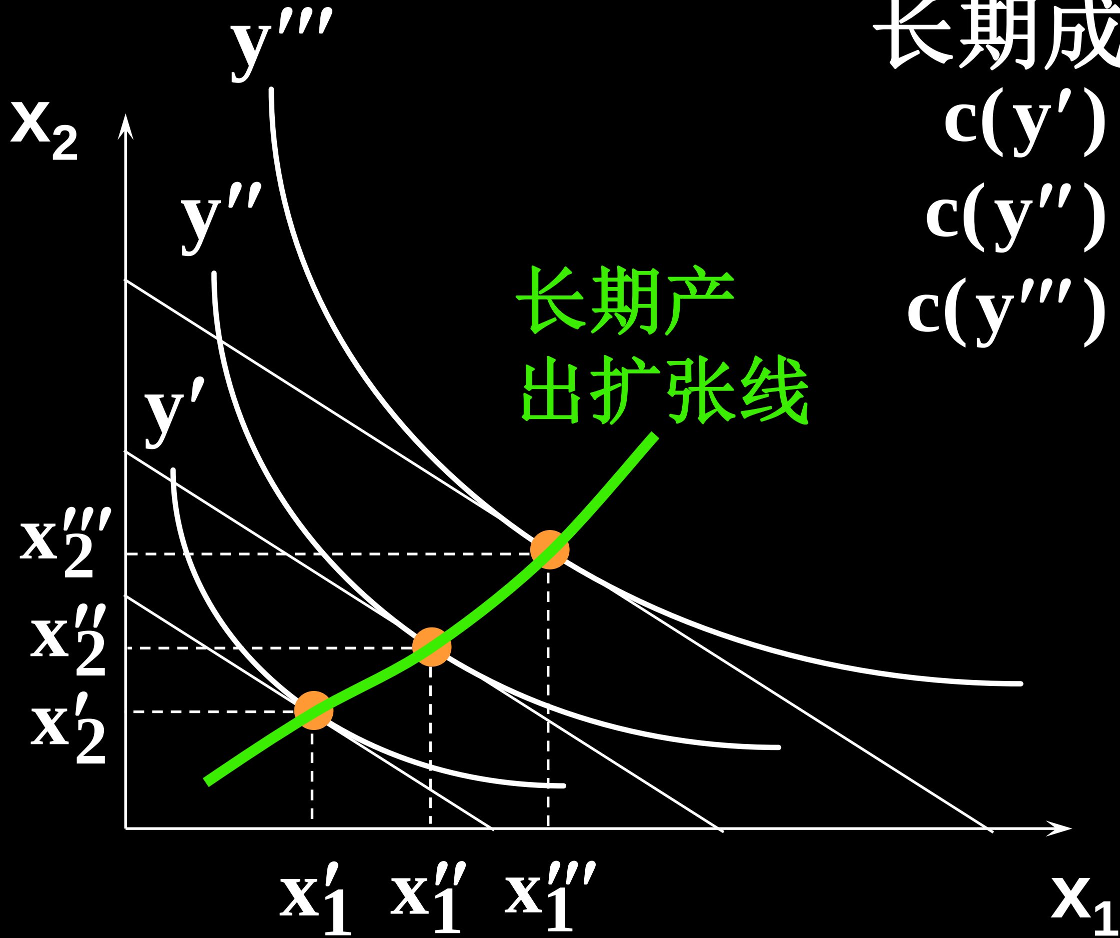
短期与长期总成本

考虑三个产出水平



从长期来看，当厂商能够同时选择要素1和2的投入量x_1和x_2时，最小成本投入束为：

短期与长期总成本

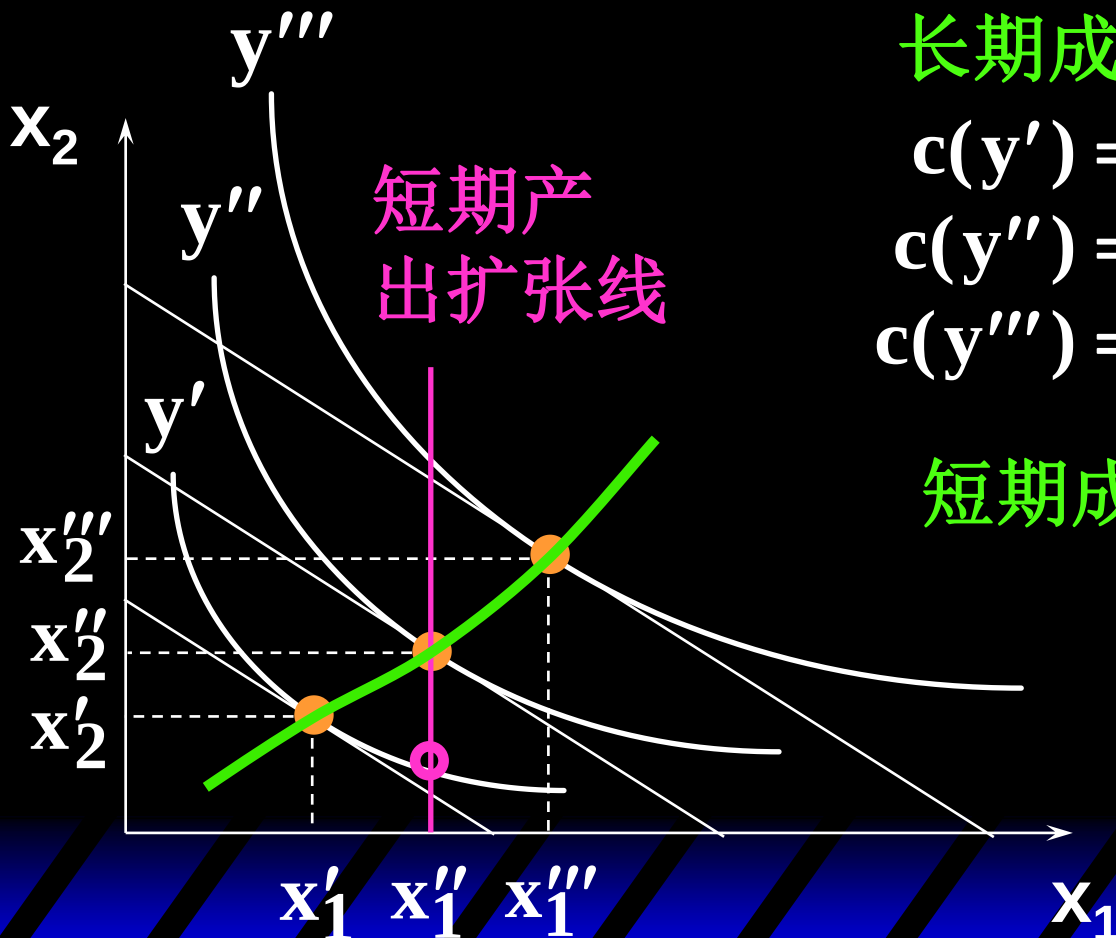


长期成本为：

$$c(y') = w_1 x_1' + w_2 x_2'$$
$$c(y'') = w_1 x_1'' + w_2 x_2'''$$
$$c(y''') = w_1 x_1''' + w_2 x_2'''$$

短期与长期总成本

假设厂商的短期约束条件为$x_1 = x_1''$。



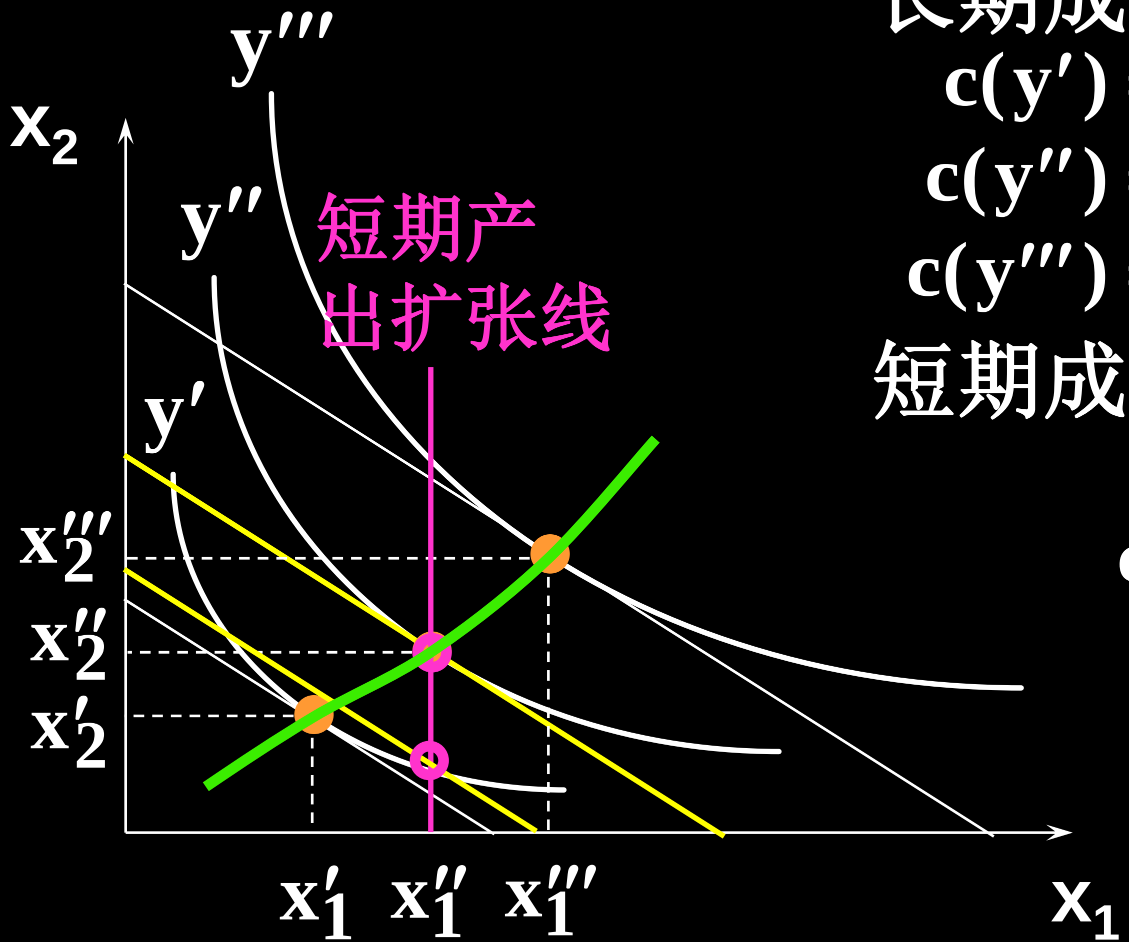
长期成本为：

$$c(y') = w_1 x_1' + w_2 x_2'$$
$$c(y'') = w_1 x_1'' + w_2 x_2''$$
$$c(y''') = w_1 x_1''' + w_2 x_2'''$$

短期成本为：

$$c_s(y') > c(y')$$

短期与长期总成本



长期成本为：

$$c(y') = w_1x_1' + w_2x_2'$$

$$c(y'') = w_1x_1'' + w_2x_2''$$

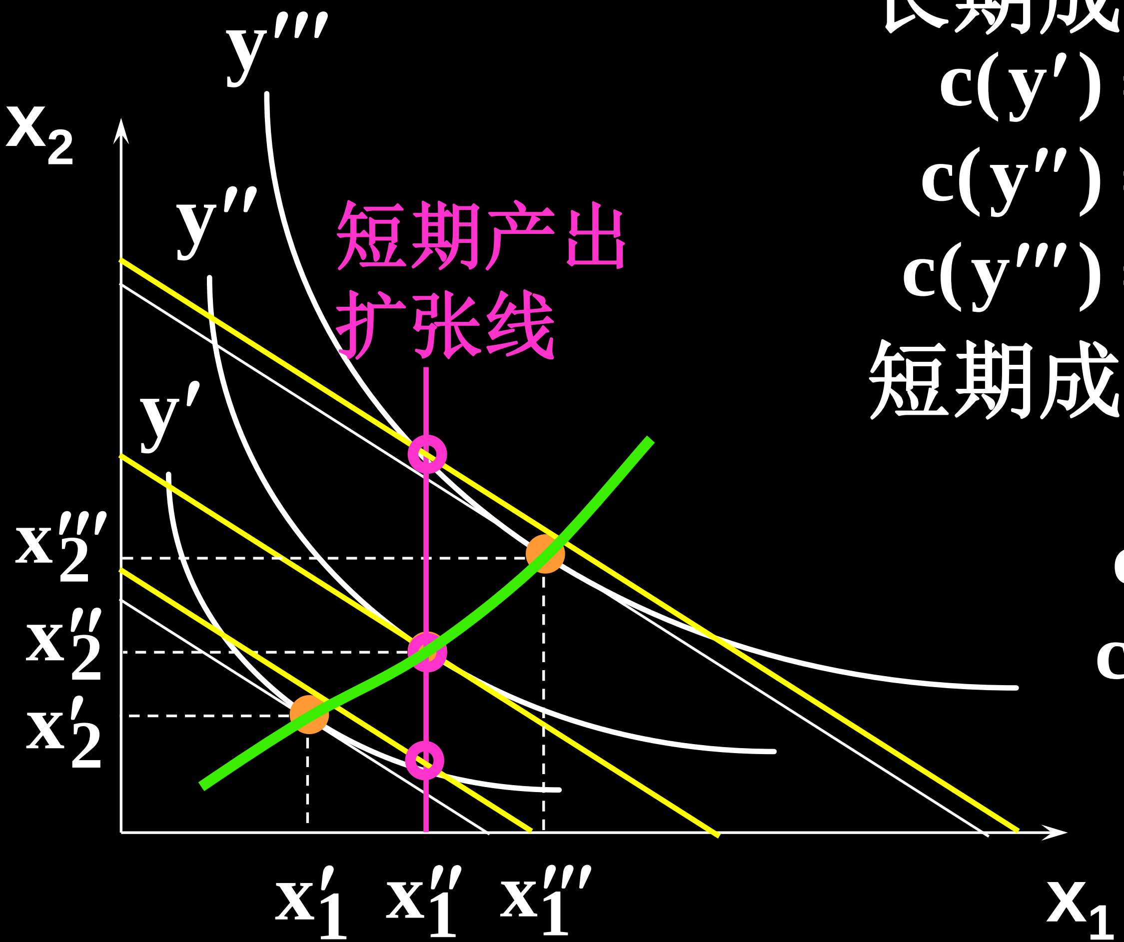
$$c(y''') = w_1x_1''' + w_2x_2'''$$

短期成本为：

$$c_s(y') > c(y')$$

$$c_s(y'') = c(y'')$$

短期与长期总成本



长期成本为：

$$c(y') = w_1 x_1' + w_2 x_2'$$
$$c(y'') = w_1 x_1'' + w_2 x_2''$$
$$c(y''') = w_1 x_1''' + w_2 x_2'''$$

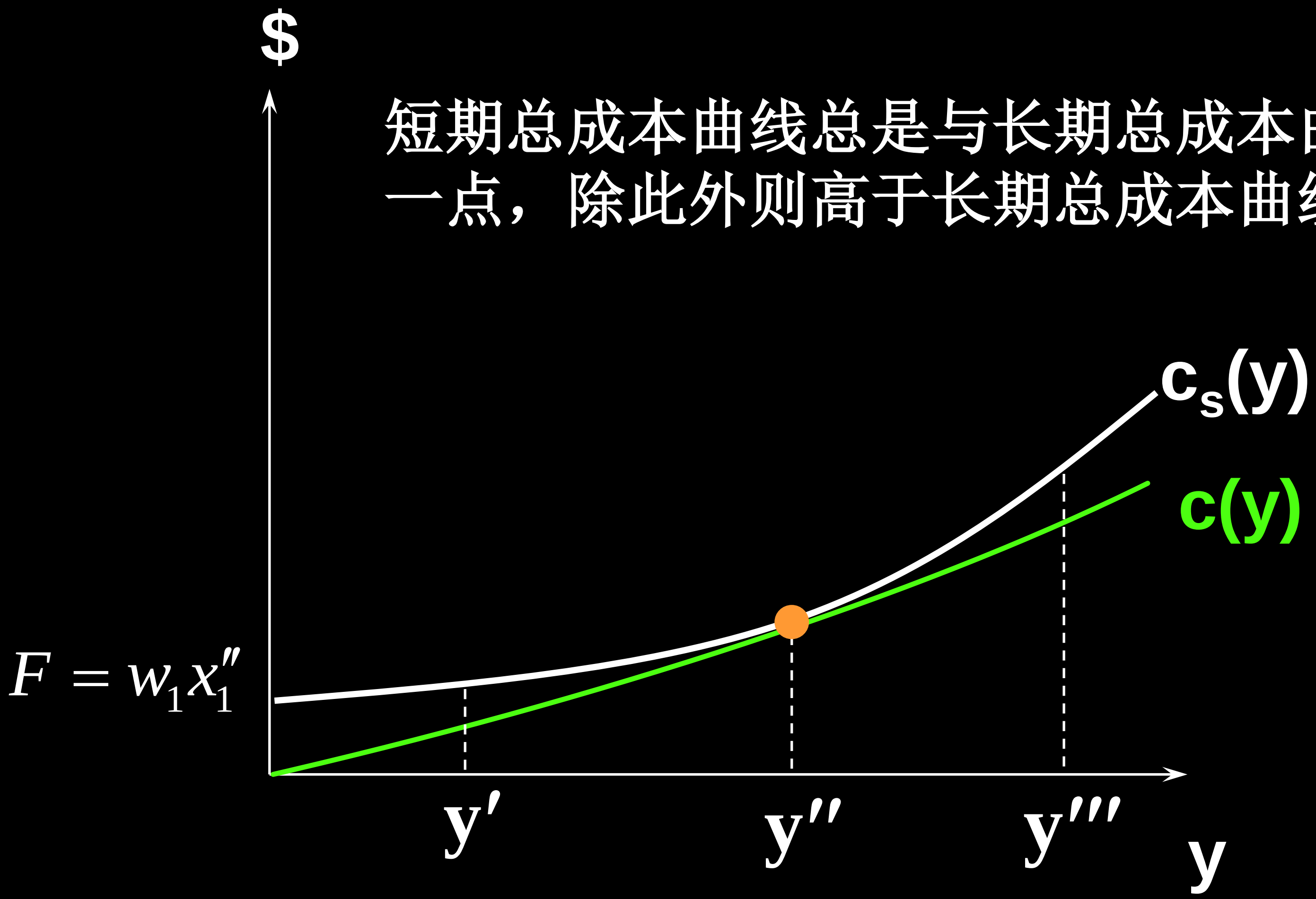
短期成本为：

$$c_s(y') > c(y')$$
$$c_s(y'') = c(y'')$$
$$c_s(y''') > c(y''')$$

除非短期投入水平约束就是长期投入选择量，否则短期总成本超过长期总成本。

短期与长期总成本

短期总成本曲线总是与长期总成本曲线相切与一点，除此外则高于长期总成本曲线。



不变成本、准不变成本与沉没成本

不变成本与产出水平无关，无论厂商是否生产都必须支付这种成本

准不变成本也是与产量水平无关的成本，但只要厂商生产一定单位的产量，它就必须支付这种成本

在长期内不存在不变成本，但在长期内很容易产生准不变成本

不变成本、准不变成本与沉没成本

沉没成本：这种成本一旦支出就不能再收回。

例：假定你在年初按10%的利率借入2万美元。你签订一份租赁办公室的合同，并事先支付一年的的租金1.2万美元。你又支出6000美元购买家具，花费2000美元粉刷办公室。在年末，你偿还2万美元的借款以及2000美元的利息，并按5000美元的价格将旧家具出售。

事项	支出费用	沉没成本（无法收回）
租金	12000	12000
家具费用	6000	（－5000）＝1000
粉刷费用	2000	2000
利息	2000	2000
合计	22000	17000