

# **로봇학 실험4**

## **(Motor Modeling & Control)**

## I MATLAB 기초

1. MATLAB 소개
2. 기본연산·함수·문법
3. MATLAB Graph

## III Motor Control

1. Motor control
2. PID 제어
3. 제어기 설계
4. 전류,속도,위치 제어기 Simulink Model

## II Motor Modeling

1. Dc Motor의 구조 및 구동원리
2. Motor관련 기초이론
3. DC Motor Modeling
4. Simulink
5. DC Motor simulation

## III Geared Motor

1. Geared Motor Modeling
2. Inertia
3. Geared Motor Simulink Model

# □ Motor Modeling

---

## ❖ 실험 개요

### ◆ 실험 목적

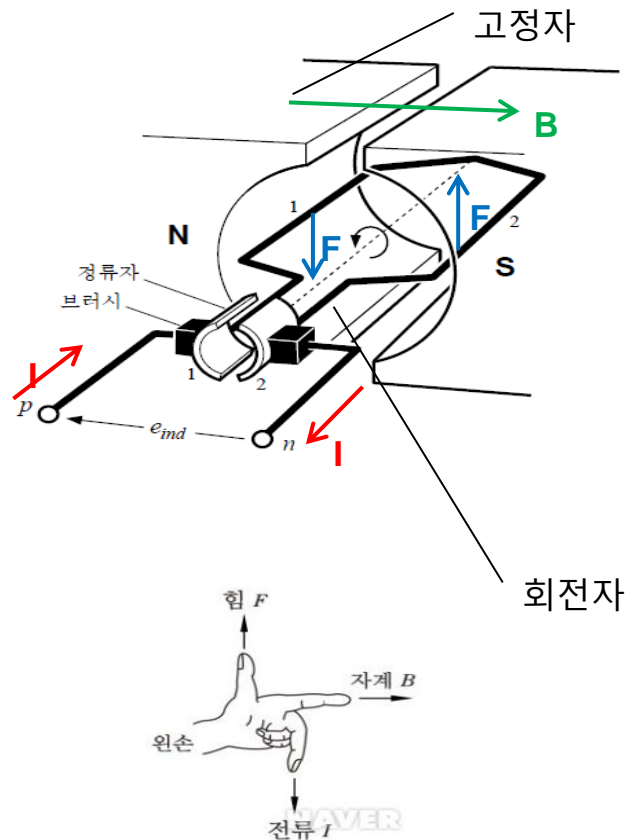
- 기본적인 모터 구조에 대해 이해한다
- 모터의 구동원리를 이해한다.
- 모터 모델링 과정을 이해한다.

### ◆ 실험 의미

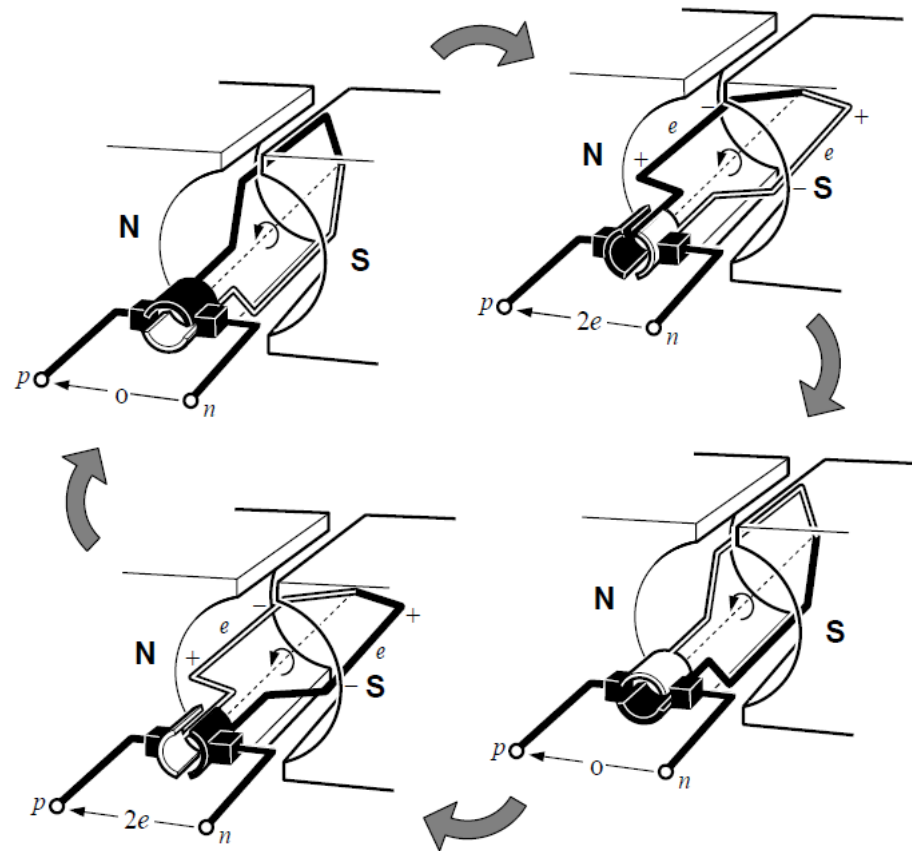
- 모터를 수치화 시킨다.
- DC 모터 모델링을 통해 각 파라미터의 의미를 이해한다.
- Maxon motor 스펙을 통해 실제 모델을 디자인 하고 시뮬레이션 한다.

# Motor Modeling

## ❖ DC Motor의 구조 및 구동원리



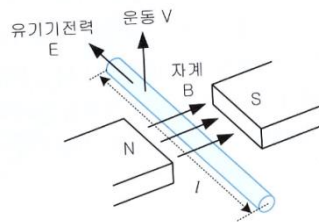
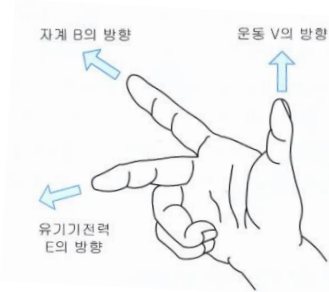
[플레밍의 왼손 법칙]



# Motor Modeling

## ❖ Motor관련 기초 이론

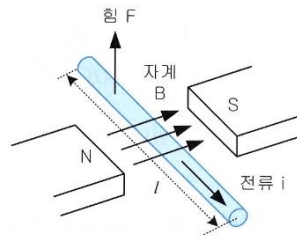
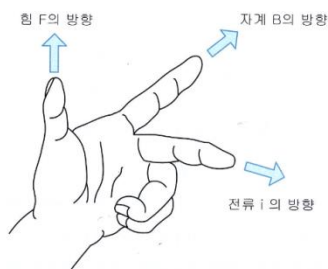
### ◆ EMF(유기 기전력)



자속  $\phi_f$  가 형성되어 있는 공간 내에 각속도  $\dot{\theta}_m$  으로 회전하는 직류 전동기의 유기 기전력.  $k_e$  [Vs/rad/Wb]는 역기전력 상수이다.

$$e_a = k_e \phi_f \dot{\theta}_m = K_e \dot{\theta}_m (K_e = k_e \phi_f)$$

### ◆ Torque(회전력)



자속  $\phi_f$  가 형성되어 있는 공간 내에 전류  $i_a$  가 흐르는 직류 전동기의 회전력.  $k_T$  [Nm/Wb/A] 는 토크 상수이다.

$$T_e = k_T \phi_f i_a = K_T i_a (K_T = k_T \phi_f)$$

### ◆ 에너지 보존법칙

- 전기적 에너지

$$P_e = e_a i_a = k_e \phi_f \dot{\theta}_m i_a$$

- 기계적 에너지

$$P_m = T_e \dot{\theta}_m = k_T \phi_f i_a \dot{\theta}_m$$

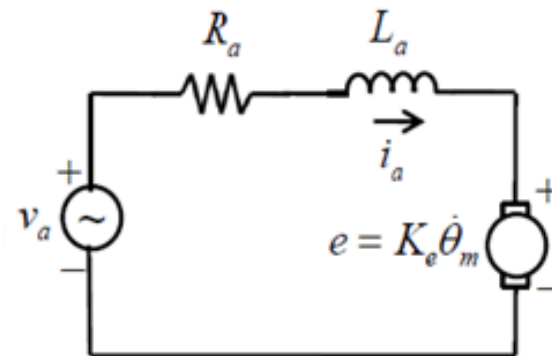
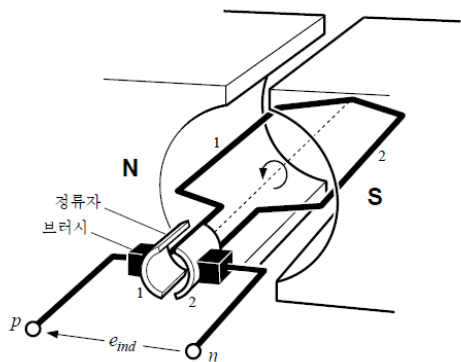
$$\begin{aligned} P_m &= P_e \\ k_T \phi_f i_a \dot{\theta}_m &= k_e \phi_f i_a \dot{\theta}_m \\ k_T &= k_e \end{aligned}$$

$$K_T = K_e$$

# □ Motor Modeling

## ❖ DC Motor Modeling

### ◆ DC Motor의 전기방정식



$$V_a = R_a i_a + L_a \frac{di_a}{dt} + e_a + \cancel{V_b}$$

$V_a$  : 전기자 회로의 전압

$i_a$  : 전기자 권선의 전류

$L_a$  : 전기자 권선의 인덕턴스

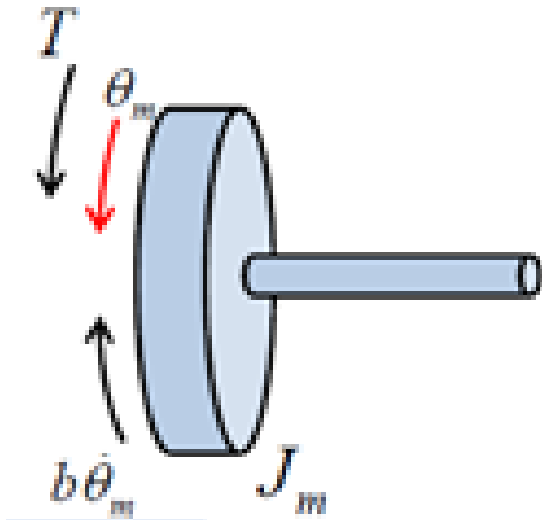
$e_a$  : 유기 기전력(EMF – Electro-Motive Force)

$V_b$  : 브러시에 의한 전압강하(무시)

➔ 직류 전동기에 전압  $V_a$  를 인가하였을 때 전류를 구하기 위해선  $e_a$  를 알아야 한다!!!

# □ Motor Modeling

## ◆ DC Motor 기계 시스템의 운동방정식



• 무 부하 시스템

$$\sum T = J \frac{d\dot{\theta}_m}{dt}$$

$$T_e - b\dot{\theta}_m = J \frac{d\dot{\theta}_m}{dt}$$

$$T_e = b\dot{\theta}_m + J \frac{d\dot{\theta}_m}{dt}$$

• 부하 시스템

$$\sum T = J \frac{d\dot{\theta}_m}{dt}$$

$$T_e - b\dot{\theta}_m - T_L = J \frac{d\dot{\theta}_m}{dt}$$

$$T_e = T_L + b\dot{\theta}_m + J \frac{d\dot{\theta}_m}{dt}$$

$T_e$  : 회전력     $b$  : 마찰 계수     $\dot{\theta}_m$  : 각속도     $J$  : Rotor inertia     $T_L$  : Load Torque

➔ 모터의 속도  $\dot{\theta}_m$ 을 구하기 위해 모터에 가해지는 Torque  $T_e$ 를 알아야 함!

# Motor Modeling

## ◆ DC Motor 전달함수

### • 전기 방정식

$$V_a - e_a = R_a i_a + L_a \frac{di_a}{dt} \cdots (1) \quad e_a = K_e \dot{\theta}_m \cdots (2)$$

↓ Laplace transform

$$V_a(s) = R_a I_a(s) + L_a (s I_a(s) - i_a(0)) + K_e \dot{\theta}_m(s)$$

$$I_a(s) = \frac{V_a(s) - K_e \dot{\theta}_m(s)}{L_a s + R_a} \quad (i_a(0) \text{는 } 0 \text{으로 가정})$$

①

### • 운동 방정식

$$T_e - T_L = b \dot{\theta}_m + J \frac{d\dot{\theta}_m}{dt} \cdots (1) \quad T_e = K_T i_a \cdots (2)$$

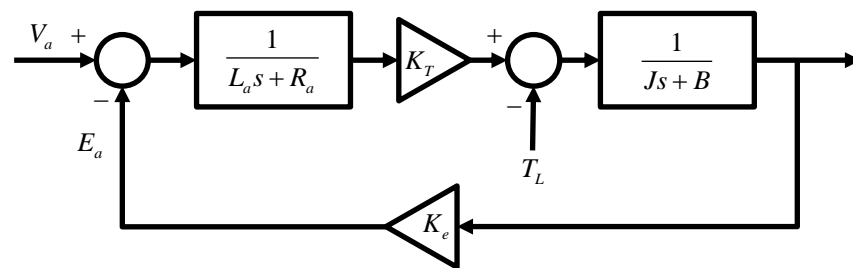
↓ Laplace transform

$$K_T I_a(s) = b \dot{\theta}_m(s) + J (s \dot{\theta}_m(s) - \dot{\theta}_m(0)) + T_L$$

$$\dot{\theta}_m(s) = \frac{K_T I(s) - T_L}{J s + b} \quad (\omega_m(0) \text{는 } 0 \text{으로 가정})$$

②

### • DC Motor Block Diagram



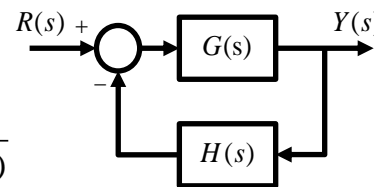
①, ② 식을 통해 Block Diagram을 구성하고

입력  $V_a$  와 출력  $\dot{\theta}_m$ 의 전달함수 계산 가능  
(Load Torque = 0으로 가정)

$$\frac{\dot{\theta}_m(s)}{V_a(s)} = \frac{K_T}{(L_a s + R_a)(J s + b) + K_e K_T}$$

### • Feedback Loop의 전달 함수 식

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{G(s)}{1 + G(s)H(s)}$$





# Motor Modeling

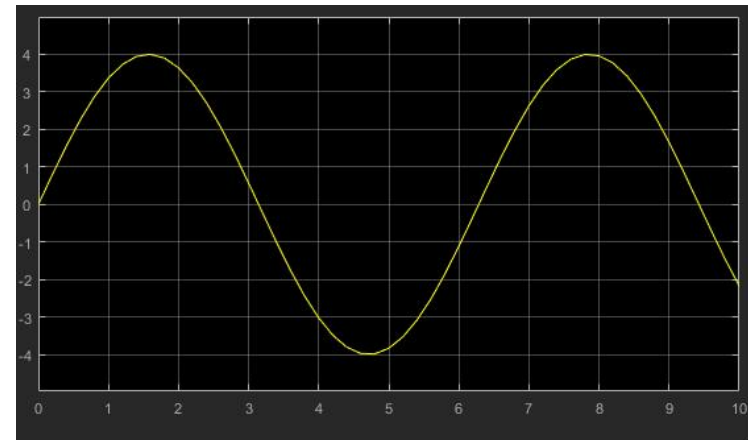
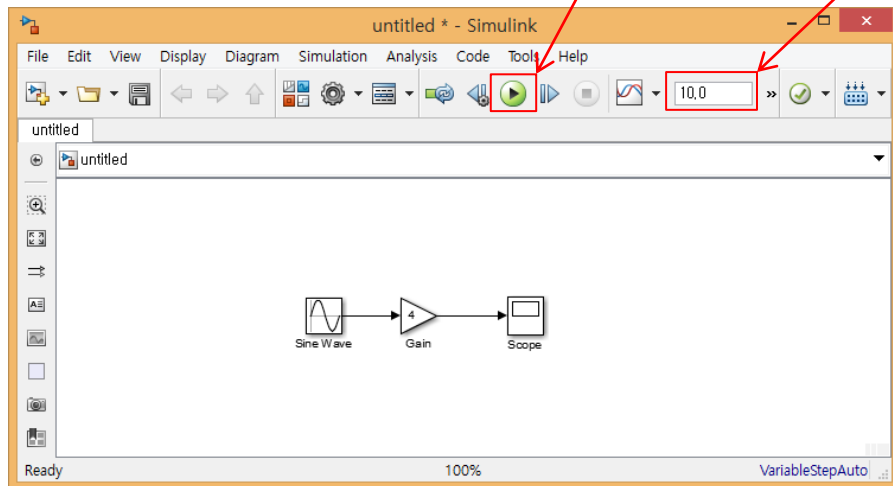
## ❖ Simulink

- 동적으로 데이터를 분석 및 시뮬레이션을 위한 도구
- GUI환경을 제공하여 사용하기 편리함.
- 블록을 배치하여 다양한 시뮬레이션 가능.

예제1 ) sin 그래프

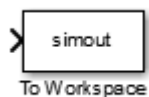
Simulation 시작

Simulation 시간(sec)

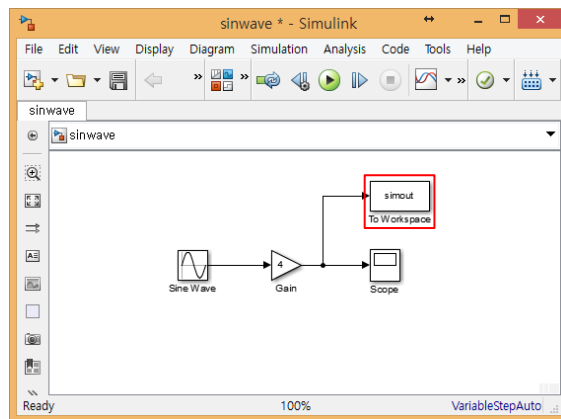


# Motor Modeling

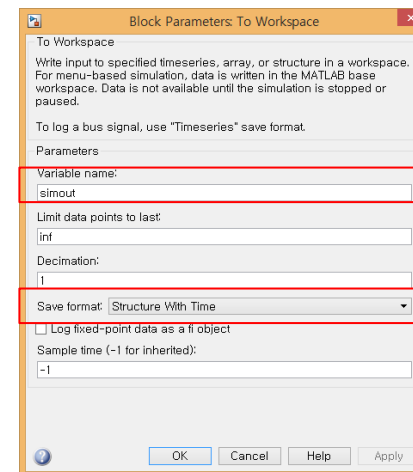
## ◆ 예제1의 Simulink model에서 data 추출해서 그래프 그리기



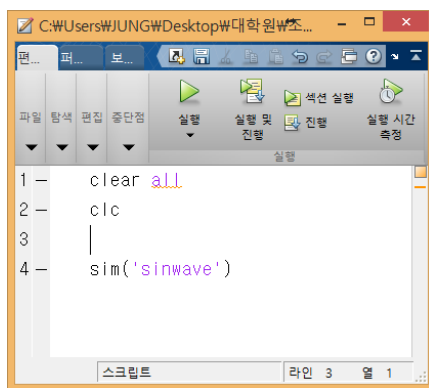
workspace에 data를  
저장해주는 도구



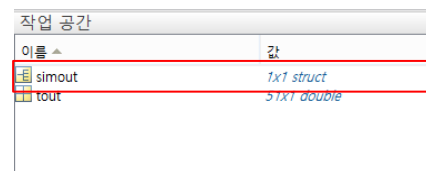
추출을 원하는 data에  
To Workspace 연결



Variable name을 정하고 Save format은  
Structure With Time 선택 후 Apply  
Simulink model을 저장한다.



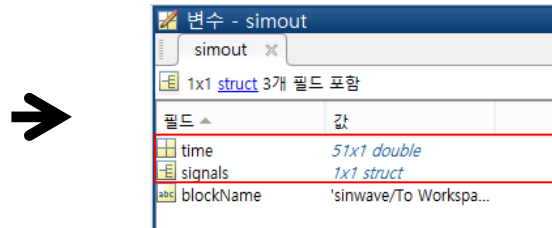
Script창에서 sim('Simulink model이름')  
함수를 이용해 Simulink model을 실행



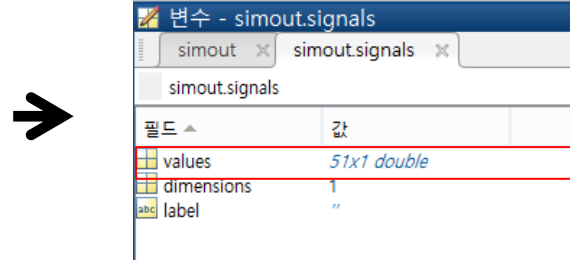
workspace에 저장된 data 확인 가능

# Motor Modeling

## ◆ 예제1의 Simulink model에서 data 추출해서 그래프 그리기



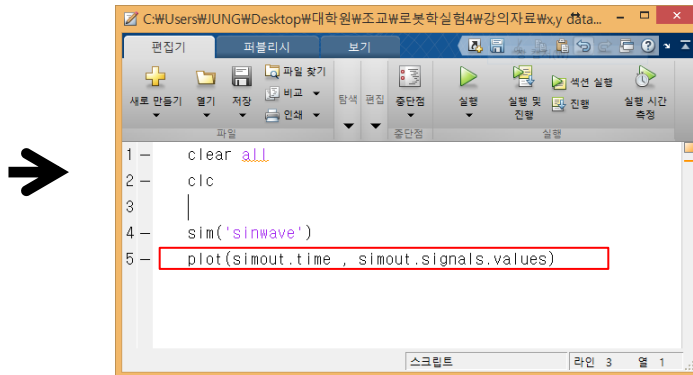
저장된 data를 더블 클릭하면  
하위 항목 확인 가능  
(signals에 하위 항목이 있다는걸 알 수 있다.)



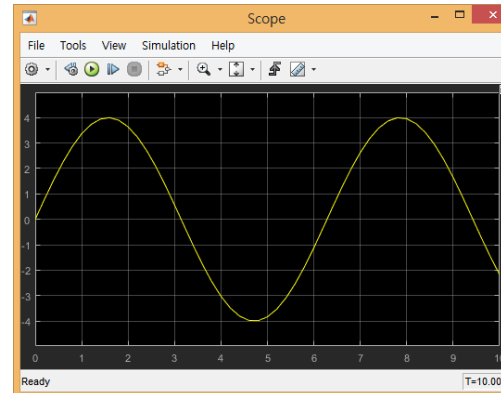
signals를 더블클릭  
values 확인가능

X축 성분은 simout.time

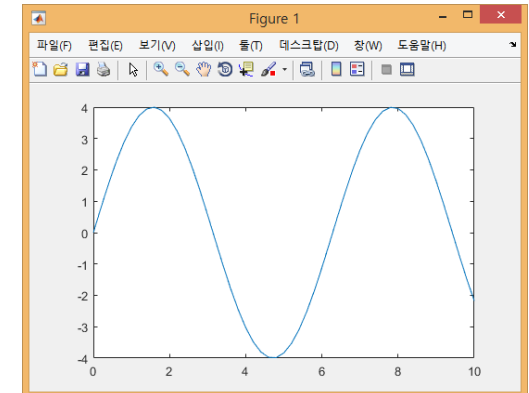
Y축 성분은 simout.signals.values



plot()을 이용해 그래프를 그릴 수 있다.







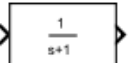
Scope 그래프

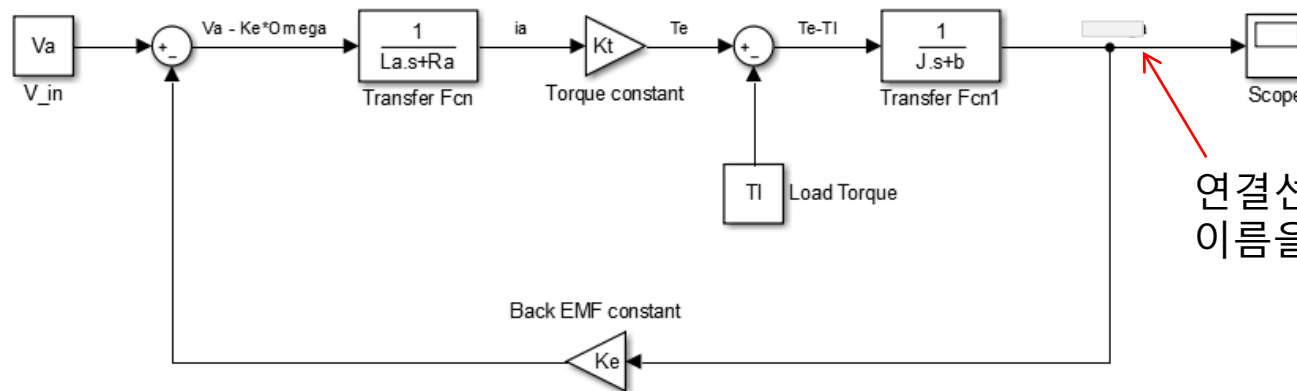


plot 그래프

# Motor Modeling

## ◆ DC Motor system의 제어 블록도

 Constant	상수를 출력으로 가진다.	 Scope	결과를 출력한다.
 Gain	입력에 Gain값을 곱해 출력한다.	 Sum	두 개 이상의 입력의 합 또는 차를 출력한다.
 Transfer Fcn	입력에 전달함수를 곱해 출력한다. 더블클릭 시 Numerator coefficients 에는 전달함수 분자의 계수, Denominator coefficients 에는 전달함수 분모의 계수를 입력하면 된다.		



연결선을 더블 클릭하면 이름을 작성할 수 있다.

# □ Motor Modeling

## ❖ DC Motor simulation – Maxon DCX35L Motor spec

### ◆ mfile에 parameter 작성

#### Values at nominal voltage

Nominal voltage	48 V
No load speed	6670 rpm
No load current	58.6 mA
Nominal speed	6140 rpm
Nominal torque (max. continuous torque)	138 mNm
Nominal current (max. continuous current)	2.08 A
Stall torque	1860 mNm
Starting current	27.3 A
Max. efficiency	90.1 %

#### Characteristics

Max. output power	132 W
Terminal resistance	1.76 Ohm
Terminal inductance	0.658 mH
Torque constant	68.3 mNm/A
Speed constant	140 rpm/V
Speed/torque gradient	3.61 rpm/mNm
Mechanical time constant	3.76 ms
Rotor inertia	99.5 gcm <sup>2</sup>

$$\frac{\dot{\theta}_m(s)}{V_a(s)} = \frac{K_T}{(L_a s + R_a)(J s + b) + K_e K_T}$$

- 마찰 계수  $b$  (Friction Coefficient)  
 → Datasheet 에서 제공 하지 않음  
 → **Mechanical Time Constant**를 이용하여 계산

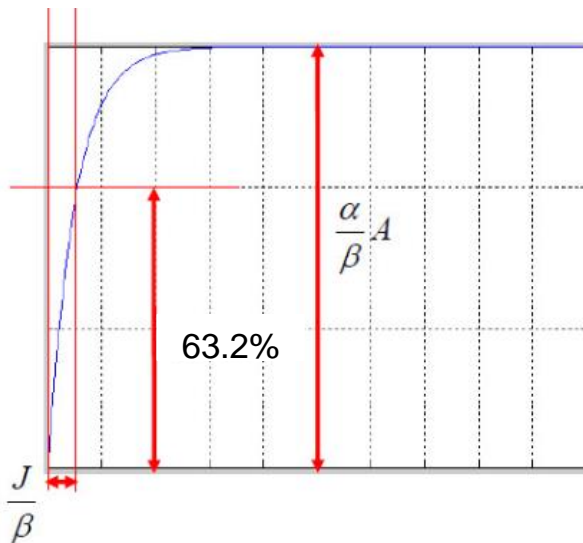
# Motor Modeling

## ❖ DC Motor simulation – Maxon DCX35L Motor spec

### ◆ mfile에 parameter 작성

- Mechanical Time Constant (기계적 시정수)

정상값의 63.2%에 도달할 때까지의 시간(sec)



1차 시스템의 시정수  $t$

$$G(s) = \frac{\alpha}{s + \frac{1}{t}}$$

기계 시스템의 운동방정식

$$\dot{\theta}_m(s) = \frac{K_T I(s)}{JS + b} = \frac{T_e(s)}{JS + b}$$



$$\frac{\dot{\theta}_m(s)}{T_e(s)} = \frac{1}{JS + b} = \frac{\frac{1}{J}}{s + \frac{b}{J}} = \frac{1}{t}$$

$$b = \frac{J}{t} \text{ [Nms/rad]}$$

# □ Motor Modeling

## ❖ DC Motor simulation – Maxon DCX35L Motor spec

### ◆ mfile에 parameter 작성

- Parameter 단위

parameter의 단위는 기본단위를 사용한다. (V, A, Ohm, sec, rad.....)

Datasheet에서 Terminal inductance의 단위는 mH이지만 계산을 위해 H로 변경 해야 한다.

$1000\text{mH} = 1\text{H}$
$1000\text{mNm/A} = 1\text{Nm/A}$
$10000000\text{gcm}^2 = 1\text{kgm}^2$

# □ Homework 안내

## ❖ 양식

◆ 과제 기한 : 제출일로 부터 1주

◆ 제출 : code file -> 압축(HW2\_2021741000\_name.zip)  
+ 보고서 : PDF(HW2\_2021741000\_Name.pdf)

양식 틀리면 과제인정 x

◆ 서론 : 수업 내용 요약 및 정리 등

◆ 본론 : 소스 코드 및 결과 분석

◆ 결론 : 결과 정리 및 **고찰**

### ◆ 주의 사항

- 강의 자료 복사/붙여넣기 x
- 그래프 표현 주의-> Only Plot (Scope x) -> 과제 인정 x
  - 타이틀 및 라벨 필수
  - 배경 흰색



# Motor Modeling

## ❖ Homework1

- ◆ DC Motor simulation – Maxon DCX35L Motor spec
- ◆ 입력  $V = 5, 12, 24, 48[V]$  일 때 시간에 따른 각도와 각속도 비교 분석
- ◆ 입력  $V = 48[V]$ 이고 Load Torque 가  $0, 0.5, 1[Nm]$  일 때 비교 분석

(각속도 단위는 rad/sec, 각도 단위는 rad → degree)

