

## 파티클 필터 기반 지형 참조 항법의 가중치 평준화를 위한 보조 변수 추출 및 혼합 제안분포의 설계

박준우\*, 방효충

한국과학기술원

### Design of Mixture Proposal Distribution with Auxiliary Variable Sampling for Evenly Weighted Particle Filter in Terrain-referenced Navigation

Junwoo Park\*, Hyochoong Bang

**Key Words** : Terrain-referenced Navigation (지형 참조 항법), Particle Filter (파티클 필터), Even Weights (평준화된 가중치), Mixture Proposal Distribution (혼합 제안분포)

#### 서론

지형 참조 항법은 위성 항법 시스템이 기능하기 어려운 상황에서 보조 항법 수단으로 활용될 수 있는 데이터베이스 대조 항법의 일종으로, 종방향의 지표고 대조를 통해 수평축의 위치를 추정하는 문제로 요약된다. 단, 지형의 높은 비선형성과 모호함(ambiguity) 때문에 선형-가우시안 가정에 기반을 둔 확장 칼만 필터로는 항법 성능을 보장할 수 없으므로 본 문제를 푸는 데에는 일반적으로 비선형 및 비모수 형태의 파티클 필터가 활용된다. 파티클 필터는 유한한 개수의 표본과 가중치로 특정 확률 분포를 기술하는데, 제안분포를 통해 추출된 샘플이 높은 우도의 영역과 겹치지 않거나 추출된 파티클들이 사후분포를 잘 설명하지 못하는 영역에 속한다면 중요도 샘플링의 원리에 의해 가중치의 분산이 지나치게 커지게 된다. 이른바 파티클 필터의 퇴화 문제는 상태 추정을 가능케 하는 센서의 정확성 및 정밀성이 좋아져 우도가 좁아질수록, 우리가 가진 모델이 부정확할수록 심해진다.

한편, 지형 참조 항법에서는 기체와 지표고 사이의 종축 간격을 측정하기 위해 전파 고도계를 활용한다. 특히, 지표고의 측정 모델을 기술하기 위해 수치 지형표고 자료(DTED)가 활용되는데, DTED를 제작한 시간과 시스템에 활용되는 시간이 다르므로 이후에 형성된 표고의 높낮이 변화가 전파 고도계에 그대로 포착된다. 이런 변화는 주로 나무 등이 해당하는데, 이런 특징으로 인해 단일 정규분포 형태의 잡음이 아닌 다모드의(multimodal) 잡음이 형성된다<sup>(1)</sup>. 아울러, 약결합 방식의 지형 참조 항법은 관성 항법 시스템을 통해 획득한 위치 변화에 기반을 두는데, 초기 상태에서 증분을 적분하는 관성 항법의 특성 때문에 지형 참조 항법도 표류(drift)에 그대로 노출된다.

본 연구는 아래와 같은 문제로 인해 잠재적인 퇴화 상황에 노출된 파티클 필터 기반의 지형 참조 항법 문제에서 적합한 제안분포 설계를 통해 이를 방지하거나 지연하는 데 목적이 있다.

- 1) 높은 비선형성을 가진 측정 모델
- 2) 다모드의 측정치 잡음

3) 표류 무결성을 보장할 수 없는 관성 항법

특히, 선행 연구<sup>(3)</sup>에서는 전파 고도계 측정치의 다모드 잡음에서 각각의 모드와 연관된 제안분포를 혼합한 형태로 전체 제안분포를 설계한 바 있다. 본 연구는 해당 결과에 보조 변수 추출(auxiliary variable sampling)의 원리<sup>(4)</sup>를 적용해 확장하여 성능 개선을 이룬다.

#### 본론

약결합 형식의 지형 참조 항법은 관성 항법 시스템에서 획득한 위치를 보정하는 방식으로 동작한다. 특히, 가장 간단한 형태로는 식 (1)과 같이 기체의 위/경도로 이루어진 2차원 위치를 상태 변수로 가지고,

$$\mathbf{x}_k = [L_k, \lambda_k]^T, \quad (1)$$

시간에 따른 전파 모델은 식 (2)와 같다.

$$\mathbf{x}_k = f(\mathbf{x}_{k-1}) + \mathbf{v}_k = \mathbf{x}_{k-1} + \Delta \mathbf{x}_k^{\text{INS}} + \mathbf{v}_k. \quad (2)$$

여기서,  $\mathbf{v}_k$ 는 정규분포를 이루는 잡음으로 모델링하며, 관성 항법 시스템이 제공하는 위치 증분은 아래와 같이 표현할 수 있다.

$$\Delta \mathbf{x}_k^{\text{INS}} = \mathbf{x}_k^{\text{true}} - \mathbf{x}_{k-1}^{\text{true}} + \mathbf{b}_k. \quad (3)$$

이때,  $\mathbf{b}_k$ 는 결함 필터가 그 존재나 크기를 알지 못하는 관성 항법의 편차이며, 이는 측정치를 통한 지속적인 위치 보정이 이루어지지 않는다면 항법해의 선형적인 발산을 야기한다. 측정치로는 기체 직하방에 위치한 지표면의 지표고를 활용하며, 추정 위치에서의 지표고 데이터베이스와의 대조를 통해 위치를 갱신한다. 측정치 모델은 다음과 같이 기술할 수 있다.

$$y_k = h_{\text{DTED}}(\mathbf{x}_k) + \mathbf{e}_k \quad (4)$$

식 (4)의 비해석적이고 비선형적인 측정치 모델로 인해 지형 참조 항법은 칼만 필터와 같은 선형-가우시안 모델을 상정하는 추정 기법을 활용하였을 때 강건

하지 못한 해가 도출되며, 일반적으로 파티클 필터와 같은 비선형 및 비모수 추정 방법을 활용하게 된다. 아울러, 서론에서 기술한 것과 같이 측정치 잡음은 단일 정규분포가 아닌 식 (5)와 같은 여러 정규분포의 혼합 형태로 나타난다.

$$e_k \sim \sum_{n=1}^{N_m} \pi^{(n)} N(\mu_k^{(n)}, (\sigma_k^{(n)})^2). \quad (5)$$

한편, 파티클 필터는 다음과 같이 다수의 이산적인 표본과 가중치를 활용해 상태 공간에서의 특정 확률 분포를 근사하여 기술한다.

$$p(x_k) \approx \sum_{i=1}^N w_k^i x_k^i. \quad (6)$$

이때, 파티클을 필터가 기술하고자 하는 사후분포에서 직접적으로 추출하기 어려운 경우가 많으므로, 일반적으로는 추출하기 쉬우며 사후분포를 충분히 잘 포함할 수 있는 제안분포  $q(x_k)$ 를 설계하여 파티클을 추출한다. 사후분포를 적합하게 표현하지 못하는 제안분포에서 파티클을 추출한다면 중요도 샘플링의 원리에 의해 도출되는 각 파티클의 가중치들의 분산이 지나치게 커지게 된다<sup>(2)</sup>.

선행연구<sup>(3)</sup>에서는 식 (7)과 같이 다모드로 구성된  $e_k$ 의 분포에서 각 모드와 연결된 정규분포의 혼합 형태로 제안분포  $q$ 를 설계한 바 있다.

$$x_k \sim \sum_{n=1}^{N_m} N(f(x_{k-1}^i) + K_k^{i,(n)} \tilde{y}_k^{i,(n)}, (I - K_k^{i,(n)} H_k^i) Q_{k-1})$$

$$K_k^{i,(n)} = Q_{k-1} H_k^i (H_k^i Q_{k-1} H_k^{i,T} + (\sigma_k^{(n)})^2)^{-1}$$

$$\tilde{y}_k^{i,(n)} = y_k - h(f(x_{k-1}^i) + \mu_k^{(n)})$$

$$H_k^i = \left. \frac{\partial h_{\text{dted}}(x_k)}{\partial x_k} \right|_{x_k = f(x_{k-1}^i)} \quad (7)$$

또한, 아래와 같은 가중치 갱신 식을 유도하여 이런 방식이 가중치 분산을 낮추고 유효한 표본 수를 높인다는 것을 실험적으로 보인 바 있다.

$$w_k^i \propto w_{k-1}^i \frac{p(y_k | x_k^i) p(x_k^i | x_{k-1}^i)}{\sum_{n=1}^{N_m} \pi^{(n)} N(x_k^i; f(x_{k-1}^i) + K_k^{i,(n)} \tilde{y}_k^{i,(n)}, P_{k|k}^{i,(n)})} \quad (8)$$

본 연구는 이를 보조 변수 추출<sup>(4)</sup> 원리로 증강하여 식 (7)의 혼합 제안분포를 현재의 측정치를 생성할 확률이 높은  $j$ 번째 파티클에 대해서만 적용하여 그 효과를 극대화한다. 보조 변수를 통한 파티클 필터링의 상세 내용은 참고문헌<sup>(4)</sup>으로 대체하며, 제안하는 연구는 아래와 같은 재귀적인 가중치 갱신 관계식을 유도/제안한다.

$$w_k^i \propto \frac{p(y_k | x_k^i) p(x_k^i | x_{k-1}^i)}{p(y_k | \phi_k^j) \sum_{n=1}^{N_m} \pi^{(n)} N(x_k^i; f(x_{k-1}^i) + K_k^{j,(n)} \tilde{y}_k^{j,(n)}, P_{k|k}^{j,(n)})} \quad (9)$$

위 과정은 사후분포를 잘 기술할 수 있는 파티클을 추출함으로써 중요도 샘플링의 원리로 도출되는 파티

클의 가중치가 고르게 분포되도록 하는 목적이 있다.

본 연구에서는 제안하는 기법의 효과성을 보이기 위해 시간에 따른 가중치의 분산 및 엔트로피 그리고 유효 샘플 수(ESS) 값을 제시한다. 각각의 지표들은 모두 추출된 파티클들이 사후분포를 모사하는 데 있어 퇴화된 정도를 나타내며, 분산은 낮을수록 나머지 두 지표는 높을수록 확률적으로 강건한 파티클 필터라는 것을 지시한다. Fig. 1에 그 결과를 도시하였고, 제안하는 방식이 가장 좋은 지표를 가진다.

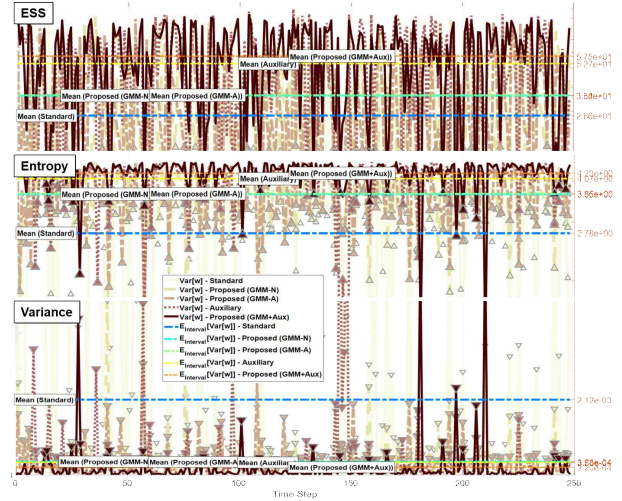


Fig. 1. Time history of ESS, weight entropy, and weight variance.

본 연구에서는 문제에 따른 제안분포의 적합한 설계가 파티클 필터의 건전성을 증가시킬 수 있다는 것을 실험적으로 보였다.

## 참고문헌

- 1) Schon, T., Gustafsson, F., and Nordlund, P. J., "Marginalized particle filters for mixed linear/nonlinear state-space models," *IEEE Transactions on signal processing*, Vol. 53, No. 7, 2005, pp. 2279~2289.
- 2) Thrun, S., Fox, D., and Burgard, W., "Monte carlo localization with mixture proposal distribution," In *A4A/IAAI*, 2000, pp. 859~865.
- 3) Park, J., and Bang, H., "Evenly Weighted Particle Filter for Terrain-referenced Navigation using Gaussian Mixture Proposal Distribution," In *2022 International Conference on Unmanned Aircraft Systems (ICUAS)*, 2022, pp. 177~183.
- 4) Pitt, M. K., and Shephard, N., "Filtering via simulation: Auxiliary particle filters," *Journal of the American statistical association*, vol. 94, No. 446, 1999, pp. 590~599.