

## 영상 특징 추출기 오차를 고려한 쿨백-라이블러 발산

홍경우\*, 박준우, 방효충

한국과학기술원(KAIST)

## Kullback-Leibler Divergence for Visual Detector Errors

Kyungwoo Hong\*, Junwoo Park, Hyochoong Bang

**Key Words** : Similarity Measure(유사도 측정), Gaussian Mixture Model(가우시안 혼합 모델), Vision-based Navigation(영상 기반 항법)

## 서론

영상 기반의 지도 대조 항법은 항공기에서 촬영한 영상과 데이터베이스를 대조하여 항공기의 위치를 추정하는 기법이다. 데이터베이스 제작 시점과 비행 시점 차이에도 강건한 결과를 얻기 위해 인공지능 기반의 의미론적 특징을 영상 대조에 이용할 수 있다. 특히, 영상 특징을 가우시안 혼합 모델(Gaussian mixture model)로 근사하고 두 가우시안 혼합간의  $L_2$  거리를 이용한 방법이 제안되었다<sup>(1)</sup>.

$L_2$  거리와 같은 거리 척도는 두 분포가 유사할수록 작은 특성을 보여주지만, 영상 특징 추출기의 오차는 거리의 우도 함수를 감마(Gamma) 분포와 유사한 형태로 만든다. 즉, 0이 아닌 특정 값에서 최대 확률을 가져 거리 척도의 특성을 활용하기 어렵게 한다. 반면, 단조 감소하는 형태의 우도 함수는 분포를 위한 별도의 매개 변수 추정 없이 직관적으로 사용할 수 있다는 장점이 있다.

본 연구에서는 영상 특징 추출기의 오차를 고려한 거리 함수를 제안한다. 먼저, 1종, 2종 오류 및 추출 오차를 반영한 측정치 모델을 설계하며, 쿨백-라이블러 발산(Kullback-Leibler divergence)을 이용하여 두 분포 간 유사도를 측정한다. 가우시안 혼합 내의 개별 가우시안 간 발산을 계산하고, 해당 발산의 합이 최소가 되는 조합을 이용하여 추출기 오차의 영향을 제거한다. 마지막으로, 몬테카를로 시뮬레이션을 통해 제안한 방법의 성능을 검증한다.

## 본론

## 영상 특징 추출기의 오차

인공지능 기반의 분할(Segmentation) 및 객체 검출(Object detection) 기술은 항공 영상에서 의미론적 특징 추출을 가능케 한다<sup>(2)</sup>. 하지만, 해당 추출기 또한 1종, 2종 오류 및 오차를 포함하고 있다. 따라서, 해당 오류 및 오차가 반영된 측정치는 아래와 같다.

$$z_k = \sum_i \gamma_i \alpha_i' N(\mu_i', \Sigma_i') + \sum_{j=0}^{A_c} \alpha_{C,j} N(\mu_{C,j}, \Sigma_{C,j}) \quad (1)$$

여기서, 임의의 위치와 크기의 클러터(Clutter)로 2종 오류를 고려하며, 베르누이(Bernoulli) 분포를 따르는  $\gamma_i$ 를 이용하여 1종 오류를 반영한다. 클러터의 수는 포아송(Poisson) 분포를 따른다. 또한, 옳게 추출된 특징들도 중심의 위치, 공분산의 크기 및 각도에 오차를 주입한다.

$$\begin{aligned} \mu' &= \mu + e_\mu \\ \Sigma' &= R(\theta + e_\theta) \begin{bmatrix} 3(k_x + e_{k_x})^2 & 0 \\ 0 & 3(k_y + e_{k_y})^2 \end{bmatrix} R(\theta + e_\theta)^T \\ \text{where, } \Sigma &= R(\theta) \begin{bmatrix} 3k_x^2 & 0 \\ 0 & 3k_y^2 \end{bmatrix} R(\theta)^T \end{aligned} \quad (2)$$

## 쿨백-라이블러 발산

쿨백-라이블러 발산은 두 분포의 유사도를 측정하는데 널리 사용되는 척도 중 하나이다. 연속 확률 분포에서는 수식 (3)과 같이 계산되며, 두 분포가 가우시안이면 수식 (4)와 같이 해석적으로 계산할 수 있다.

$$D_{KL}(P \parallel Q) = \int_{-\infty}^{\infty} p(x) \log \left( \frac{p(x)}{q(x)} \right) dx \quad (3)$$

$$\begin{aligned} D_{KL}(N(\mu_1, \Sigma_1) \parallel N(\mu_2, \Sigma_2)) &= \frac{1}{2} (tr(\Sigma_2^{-1} \Sigma_1) \\ &+ (\mu_2 - \mu_1)^T \Sigma_2^{-1} (\mu_2 - \mu_1) - k_d + \ln \frac{|\Sigma_2|}{|\Sigma_1|}) \end{aligned} \quad (4)$$

가우시안 혼합 모델 간 발산은 해석적으로 계산할 수 없으며, 몬테카를로 추출(Monte-Carlo sampling)을 활용하여 근사한다<sup>(3)</sup>.

$$D_{KL}(P \parallel Q) \approx \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \log \left( \frac{p(x_i)}{q(x_i)} \right) \quad (5)$$

where,  $x_i \sim P(X)$

### 데이터 할당 기반의 쿨백-라이블러 발산

가우시안 혼합 모델 간 발산 값은 추출기의 오차로 인해 참값에서 0이 되지 않는다. 따라서, 전체 분포 간의 비교를 연관이 있는 개별 가우시안 간의 비교로 접근한다. 가우시안 간 관계는 개별 발산을 비용 함수로 하는 할당 문제로 구한다.

$$\begin{aligned} \arg \min_{r_{i,j}} \sum \sum C_{i,j} r_{i,j} \\ \text{where, } C_{i,j} = D_{KL}(N(\mu_i, \Sigma_i) \| N(\mu_j, \Sigma_j)) \\ P = \sum \alpha_i N(\mu_i, \Sigma_i), Q = \sum \alpha_j N(\mu_j, \Sigma_j) \end{aligned} \quad (6)$$

Fig. 1은 두 분포 간 데이터 할당 결과를 보여준다. 그림과 같이 클러스터나 하나의 특징을 분리된 특징으로 인식하는 등의 이유로 가우시안 성분 수가 달라진다. 검은 화살표는 데이터 할당 결과로, 앞서 언급하였듯이 연관된 개별 가우시안 간 발산의 합을 두 분포의 유사도로 사용한다. 추가로, 개별 가우시안의 발산은 수식 (4)와 같이 해석적으로 계산할 수 있어 몬테카를로 추출 기반의 과도한 연산 부하를 없앨 수 있다.

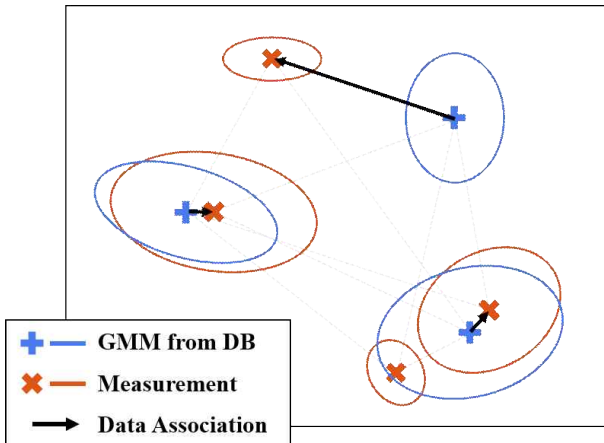


Fig. 1. Data association between two Gaussian mixture models

### 시뮬레이션 결과

임의의 가우시안으로 구성된 데이터베이스를 생성하고 수식 (1)에서 모델링된 측정치 함수를 이용하여 정규화된 히스토그램을 계산한다. 하나의 데이터베이스에 300개의 측정치를 생성하여 발산 값을 계산하며, 이를 100번 반복하여 총 30,000개의 발산 값을 획득한다. 수식 (2)의 평균의 위치 오차, 공분산의 크기 및 각도 오차는 모두 평균이 0, 분산이 각각  $4m^2, 16m^2, 1rad^2$ 인 정규분포를 따른다.

Fig. 2은 발산 값의 정규화된 히스토그램을 보여준다. 하늘색과 주황색은 각각 제안한 방법의 발산과 가우시안 혼합 모델 간의 발산(KLD-GMM)을 의미한다. 참값에서 측정치를 추출하였지만, 추출기의 오차로 인

해 KLD-GMM은 1 근처에서 가장 높은 확률을 보여준다. 반면에 제안한 방법은 가장 높은 확률의 발산이 KLD-GMM 보다 작은 것을 확인할 수 있다. 클러스터 이외의 오차 요인으로 0 근처에서 다시 확률이 낮아지지만 KLD-GMM보다 단조 감소 형태임을 확인할 수 있다.

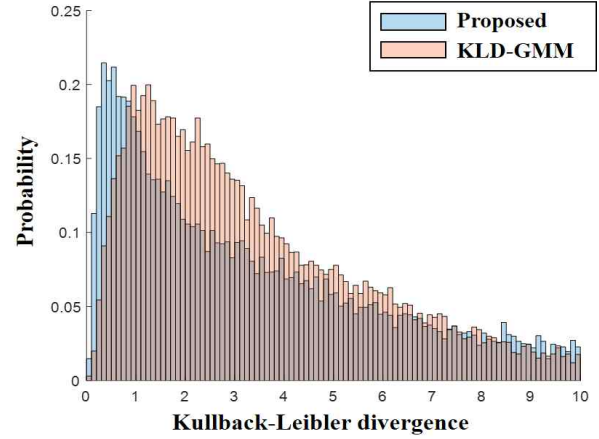


Fig. 2. Likelihood with the detector errors

### 결론

본 연구에서는 추출기의 오차를 고려한 거리 함수를 제안하였다. 먼저, 추출기 오차를 반영한 측정치 모델을 설계하였으며, 데이터 할당 기법을 이용하여 가우시안 혼합 내의 개별 가우시안 간 거리로 두 분포의 유사도를 측정하였다. 시뮬레이션에서 가우시안 혼합 모델 간 쿨백-라이블러 발산과 비교하였으며, 제안한 방법이 단조 감소 형태의 확률을 보여주는 것을 확인하였다.

### 참고문헌

- 1) Hong, K., Kim, S., Park, J., and Bang, H., "Particle Filter Approach to Vision-Based Navigation with Aerial Image Segmentation," Journal of Aerospace Information Systems, Vol. 18, No. 12, 2021, pp. 964-972.
- 2) Li, W., Chen, Y., Hu, K., and Zhu, J., "Oriented reppoints for aerial object detection," Proceedings of the IEEE/CVF Conference on Computer Vision and Pattern Recognition, 2022, pp. 1829-1838.
- 3) Hershey, J. R., and Olsen, P. A., "Approximating the Kullback Leibler divergence between Gaussian mixture models." 2007 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing-ICASSP'07. Vol. 4, 2007, pp. IV-317.