결정론적 표본 재추출 파티클 필터와 표적 추적 문제로의 활용

박준우*, 방효충
한국과학기술원

Deterministic Resampling Particle Filter and Its Application to Target Tracking

Junwoo Park*, Hyochoong Bang

Key Words : Particle Filter(파티클 필터), Resampling(재추출), Deterministic Resampling(결정론적 표본 재추출)

서 론

파티클 필터는 비선형 베이지안 추정 기법의 하나로, 기동하는 목표물의 추적이나 항공기의 상태추정 문제와 같은 넓은 범위의 문제에 활용되고 있다. 특히, 비선형, 비가우시안 문제들에도 적용 가능하다는 점 때문에 선형-가우시안 문제에 대해 최적 해를 제공하는 칼만 필터 등의 접근법과 비교했을 때, 특정 종류의 문제들에 대해서는 더 선호된다.

상태 공간을 확률적이고 (stochastic) 이산적인 샘플을 통해 장악하고, 중요도 샘플링 (importance sampling) 원리에 입각해 재귀적인 필터링 과정을 이루게 된다. 아울러 아래 식과 같이 상태 공간에서의 적분 형태로 표현되는 특정 함수의 기댓값을 수치적인 형태로 근사할 수 있다는 점에서 큰 장점이 있다.

$$\int_{X_k} g(x_k)p(x_k)dx_k \approx \sum_{i=1}^{N} w_k^{[i]} g(x_k^{[i]}) \tag{1}$$

특히, 아래의 Chapman-Kolmogorov 방정식이 대표적이며 이들이 재귀적 필터링 과정의 핵심을 이룬다.

$$p(x_{k+1}|y_{1:k}) = \int_{X_k} p(x_{k+1}|x_k)p(x_k|y_{1:k})dx_k \tag{2}$$

$$p(x_k|y_{1:k}) = \frac{p(y_k|x_k)p(x_k|y_{1:k-1})}{\int_{X_k} p(y_k|x_k)p(x_k|y_{1:k-1})dx_k} \tag{3}$$

다만, 상태 공간을 채우는 파티클을 어떤 방식으로 샘플링할 것인가는 사후 분포와 비례 관계에 있는 우도와 사전 분포의 곱과 중요도 샘플링을 원리를 이용해 필터 설계자가 고안하는 것으로 문제 특성에 따라 최적의 제안 분포가 존재하기도 한다. 식 (4)와 같은 과정으로 샘플링된 파티클의 가중치를 매긴다.

$$w_k^{[i]} \propto w_{k-1}^{[i]} \frac{p(y_k|x_k^{[i]})p(x_k^{[i]}|x_{k-1}^{[i]})}{q(x_k^{[i]}|x_{k-1}^{[i]},y_k)} \tag{4}$$

$$\mathrm{ESS} = \frac{N}{1+N^2\mathrm{var}(w_k)} \approx 1 \Big/ \sum_{i=1}^{N} (w_k^{[i]})^2 \tag{5}$$

이후, 식 (5)와 같은 지표를 활용해 유효한 파티클 수를 추정하게 되는데, 이 값이 특정 문턱값 보다 작은 경우 ($\mathrm{ESS} < \eta N$) 표본 재추출 (resampling)을 수행한다. 종래의 표본 재추출은 이산적인 누적 분포 함수와 Inverse transform sampling (ITS) 원리에 기반하여 [0,1]의 균일 분포에서 생성한 N개의 난수에 대응대는 파티클들을 추출하여 1/N의 가중치를 매긴다. 측정치가 매우 정확하여 우도가 좁은 경우나 운동 모델의 정확성이 떨어지는 경우에는 쉽게 파티클 퇴화 문제가 발생할 수 있는데[1], 이러한 상황에서의 확률적 표본 재추출은 분포의 꼬리 부분을 대부분 제거하여 이른바 두터운 꼬리 (heavy tail) 분포를 유지하는 것에 매우 불리하고 즉각적인 파티클 궁핍 문제가 발생한다. 파티클 분포 최적화[2] 분야에서 기존 표본 재추출 문제를 다루며 상기와 같은 종래의 방식의 문제점을 지적한다. 이에, 본 연구는 확률론적인 표본 재추출 방법과 비교하여 결정론적 표본 재추출 기법 하나를 제안하며, 특히 두터운 꼬리를 가진 분포가 중요한 상황 중 하나인 기동하는 목표물 추적 문제에서 비교해 봄으로써 제안하는 방식의 효과성을 보인다.

제안하는 방식은 각각의 파티클을 +/- 전하로 여기고 가중치를 전하량으로 고려하여 낮은 가중치의 파티클이 확률적으로 사라지는 것이 아닌 적절한 위치로 자동적으로 재조정되는 것을 주요 아이디어로 한다. 각 파티클을 $\delta x_k^{[i]}$만큼 움직이며, 상세 계산 과정은 뒤따르는 식 (6)~(9)를 따른다.

$$\delta x_k^{[i]} = \sum_{j=1, j\neq i}^{N} G(x_k^{[i]}, x_k^{[j]}) F(x_k^{[i]}, x_k^{[j]}) \tag{6}$$

$$G(x_k^{[i]}, x_k^{[j]}) = \begin{cases} \alpha_k, \text{ if } |\, h(x_k^{[i]}) - h(x_k^{[j]}) \,| > \epsilon \\ 0, \text{ otherwise.} \end{cases} \tag{7}$$

$$F(x_k^{[i]}, x_k^{[j]}) = -C(w_k^{[j]}) \frac{x_k^{[j]} - x_k^{[i]}}{\| x_k^{[j]} - x_k^{[i]} \|^3} \tag{8}$$

$$C(w_k^{[j]}) = \begin{cases} w_k^{[j]}, & \text{if } w_k^{[j]} > \mathrm{median}[w_k] \\ -w_k^{[j]}, & \text{otherwise.} \end{cases} \tag{9}$$

제안하는 과정은 높은 가중치의 크기가 상반되는 파

티클 끼리는 서로 당기고 비슷한 파티클들 끼리는 서로 밀어내는데, 식 (8)에 근거하여 비슷한 우도를 가지지 않는 경우에만 상기 과정을 수행하는 것으로 이해할 수 있다. 단, 파티클의 위치만 재조정하면 식 (3)이 기술하는 사후 분포와 다른 분포가 되기 때문에, 제안하는 방법에서는 커널 분포 추정 기법을 활용해 측정치가 갱신된 사후 분포를 유지한다.

이산적인 파티클, 가중치와 커널을 이용해 연속 상태 공간의 확률 분포를 식 (10)과 같이 근사할 수 있는데, 여기서 K는 가우시안 커널, 혹은 2차 커널 등이 가능하다. 나아가, 상태 공간의 차원 d와 대역폭 h를 이용해 정규화한 식 (11)의 커널도 활용할 수 있다. 본 연구에서는 가우시안 커널을 활용하였으며, 차원과 샘플 수에 따른 최적 대역폭을 활용하였다.

$$\tilde{p}(x_k) \approx \sum_{i=1}^{N} w_k^{[i]} K\left(\| x_k - x_k^{[i]} \| \right) \tag{10}$$

$$K_h(x) = \frac{1}{h^d} K\left(\frac{x}{h}\right) \tag{11}$$

재조정된 파티클 위치에서의 식 (10)을 계산하여 새로운 가중치를 식 (12)과 같이 매기며, 추후 정규화 과정을 통해 유효한 분포로 성형한다.

$$\tilde{w}_k^{[i]} = \tilde{p}(\tilde{x}_k^{[i]}) \rightarrow \tilde{w}_k^{[i]} = \tilde{w}_k^{[i]} \Big/ \sum_{j=1}^{N} \tilde{w}_k^{[j]} \tag{12}$$

제안하는 방식은 ITS 및 난수에 기반하는 종래의 확률론적 표본 재추출 방식이 아니라, 측정치를 활용한 필터 업데이트가 완료된 파티클 분포의 보다 나은 표현을 찾는 시도이다. 특히, 이미 획득한 파티클 및 가중치 튜플의 집합만으로 자가 규제 성격을 띠는 파티클 위치 조정 및 중요도 재할당이 이루어지므로 결정론적 (deterministic) 접근이라고 할 수 있다.

본 연구에서는 2차원 표적 추적 예제를 통해 제안하는 기법의 개선점을 보인다. 표적은 가속하는 선회율을 가진 상태로 기동하고, 이를 추적하는 필터는 해당 사실을 알지 못하여 등속도 (이하 CV) 모델만을 활용해 전파를 수행한다. 따라서 본 수치 실험에서는 표적이 지속적으로 파티클 분포의 외곽에 위치할 확률이 높아진다. CV 모델은 식 (15)와 같이 기술할 수 있으며, 레이더 측정치를 가정하여 식 (16)과 같이 표적까지의 거리와 방위각을 획득하여 필터링을 수행한다.

$$x_k = \begin{bmatrix} \mathrm{x}_k \\ \mathrm{y}_k \\ \mathrm{V}_k \\ \psi_k \end{bmatrix}, x_{k+1} = x_k + \begin{bmatrix} \mathrm{V}_k \cos(\psi_k) \\ \mathrm{V}_k \sin(\psi_k) \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + v_k \tag{15}$$

$$y_k = h(x_k) + e_k = \begin{bmatrix} \sqrt{\mathrm{x}_k^2 + \mathrm{y}_k^2} \\ \tan^{-1}\left(\dfrac{\mathrm{y}_k}{\mathrm{x}_k}\right) \end{bmatrix} + e_k \tag{16}$$

Fig. 1은 매 시간간격에서 식 (5)의 조건에 따라 확률론적 표본 재추출을 수행하는 SIR 세팅의 파티클 필터와 해당 과정을 제안하는 방식으로 치환한 파티클 필터의 추적 성능 결과를 보여준다. h^{-1}로 기술한 그래프는 잡음을 포함한 식 (16)의 역변환이다.

필터가 상정한 모델과 비슷한 수준으로 기동하는 초반의 경우에는 측정치가 상태 공간의 극단 (분포의 꼬리)에서 발생하지 않을 가능성이 크므로, 두 필터 모두 표적을 놓치지 않는 모습을 보인다. 하지만, 표적의 기동이 필터가 상정한 모델과 달라질수록 선술한 상황이 빈번하게 일어난다. 확률론적 표본 재추출 방식은 가중치가 낮은 분포의 꼬리 근처의 파티클을 없애려는 경향이 있으므로, 특정 순간 이후에는 발산한다. 이에 반해 제안하는 방식으로 표본 재추출 과정을 치환한 필터는 꼬리 근처의 파티클을 없애지 않고, 적절한 재배치 및 가중치 재할당을 통해 두터운 꼬리를 유지하였으므로, 지속해서 표적에 수렴하는 모습을 보인다. 표적 모델의 불확실성 잡음의 공분산 크기에 따라 추적 성능이 달라질 수 있으나, 이는 인위적인 요소가 지배적으로 작용하거나 반대로 임의로 수정할 수 있는 값이 아닐 때가 많다. 아울러, 큰 값을 사용하면 오랜 기간 수렴하는 것이 가능하겠지만 이는 분포를 뭉개는 효과를 불러오므로 추적 정확성이 떨어진다.

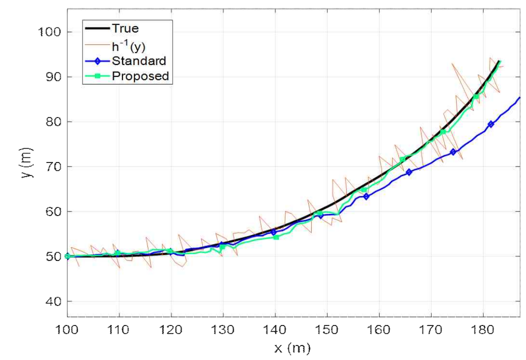

Fig. 1. 2차원 표적 추적 결과 성능 비교

결 론

파티클 가중치만 활용하는 확률론적 표본 재추출보다 상태 공간 내의 파티클 분포와 가중치를 동시에 고려할 수 있는 제안하는 표본 재추출 방법이 사후 분포의 두터운 꼬리를 유지하는 데 더 유리하며, 이를 표적 추적 문제를 통해 보였다.

참고문헌

1) Gustafsson, Fredrik., "Particle Filter Theory and Practice With Positioning Applications," *IEEE Aerospace and Electronic Systems Magazine*, Vol. 25, No. 7, 2010, pp. 53~82.

2) Li, Tiancheng., Sun, S., Sattar, T. P., and Corchado, J. M. "Fight Sample Degeneracy and Impoverishment in Particle Filters: A Review of Intelligent Approaches," *Expert Systems with Applications,* Vol. 41, No. 8, 2014, pp. 3944~3954.