

지형 고도 구배 기반의 제안 분포 파티클 필터를 활용한 지형 참조 항법

박준우*, 방효충

한국과학기술원

Terrain Referenced Navigation using Proposal Density Particle Filter based on Terrain Elevation Gradient

Junwoo Park*, Hyochoong Bang

Key Words : Terrain Referenced Navigation(지형 참조 항법), Particle Filter(파티클 필터), Proposal Density(제안 분포), Terrain Elevation Gradient(지형 고도 구배)

서론

파티클 필터는 임의의 비선형 상태 천이 모델 및 비선형 측정치 모델을 가지는 시스템의 추적 문제에 적용할 수 있는 비모수적 베이저안 추정 기법이다. 당 기법은 사전 및 사후 분포를 유한한 파티클과 상응하는 가중치들을 이용해 나타내는데, 소수 혹은 하나의 파티클들이 1에 가까운 가중치를 획득하여, 파티클 분포의 다양성과 비선형 측정치로의 추적 성능을 상실한 파티클 퇴화(Degeneracy) 상태에 갇히는 것이 대표적인 문제점이다. 이때 재표본추출(Resampling)을 수행하면 대부분의 파티클들이 소수 혹은 하나의 파티클을 복제한 것에 지나지 않기 때문에 강건한 추적 성능을 가지는 상태로의 회복이 어렵다. 이는 문제 시스템의 차원이 높거나, 측정치가 정확하여 가능도가 매우 좁게(Peaky) 형성되어 있을 때 빈번하다. 각각의 가중치들이 비슷한 값을 가지도록 가중치의 분산을 줄여⁽¹⁾ 파티클의 다양성을 유지하는 것이 강건한 파티클 필터링에서는 매우 중요한 요소이다. 가중치 퇴화를 막기 위해 요구되는 파티클의 수는 측정치 차원에 지수적으로 증가한다는 것이⁽²⁾ 알려져있다.

정해진 개수의 파티클을 가지는 설정에서 퇴화 문제를 다루는 방법의 하나로 제안(Proposal) 분포를 활용한 중요도(Importance) 샘플링 기법이 있다. 제안 분포의 선택에는 제한이 없으므로 사전 정보가 전무한 형태인 균일 분포를 사용해도 되며, 추출하기 쉬운 그 어떤 형태의 분포도 활용할 수 있다. Doucet 등⁽³⁾의 연구는 특히, 현재 획득된 측정치를 활용해 사후 분포의 파티클들이 비슷한 가중치를 가지도록 하는 제안 분포의 개념을 제시하였다.

한편, 높은 비선형성과 비정규(non-Gaussian) 특성을 가진 지형 참조 항법 문제에는 파티클 필터가 적극적으로 활용되고 있다⁽⁴⁾. 이는 확장성이 높는데, 비선형성을 참작할 수 있음에도 불구하고 시스템의 차원에 지수적으로 연산량이 증가해 간단한 설정의 지형 참조 항법에서만 활용이 가능한 PMF(Point Mass Filter) 등과 대조적이다. 항공기의 자세, 측정치 편향 등의 추가적인 상태 변수를 가지는 고차원의 복합항법 문제에서 강결합 형태의 단일 필터로도 활용 가능하다⁽⁵⁾. 본 연

구는 높은 비선형성을 지니는 지형 참조 항법 문제에 파티클 필터를 적용했을 때 발생할 수 있는 파티클 퇴화 문제를 지형 참조 항법 시스템에 적합한 제안 분포 모델을 활용하여 해소하고자 한다. 본 연구의 제안 분포는 특히 지형 고도의 구배를 이용하여 상태 천이 모델에서 추가로 파티클들을 이동시킨다. 사전 확률 분포의 파티클들을 높은 가능도를 가진 현재 고도의 등고선 근처로 위치시킴으로써 가중치 분산을 줄인다.

본론

지형 고도 구배 기반의 제안 분포

n 번째 시간 간격에서의 상태 변수와 측정치를 각각 x^n , y^n 이라고 했을 때 아래와 같은 형태의 제안 분포 q 를 생각해보자.

$$q = q(x^n | x^{n-1}, y^n) \quad (1)$$

이를 이용한 파티클 필터의 사전, 사후 분포는 아래와 같이 기술할 수 있다.

$$p(x^n) \approx \sum_{i=1}^N w_i^{n-1} \frac{p(x^n | x_i^{n-1})}{q(x^n | x_i^{n-1}, y^n)} q(x^n | x_i^{n-1}, y^n) \quad (2)$$

$$p(x^n | y^n) \approx \sum_{i=1}^N w_i^{n-1} \frac{p(y^n | x^n)}{p(y^n)} \times \frac{p(x^n | x_i^{n-1})}{q(x^n | x_i^{n-1}, y^n)} q(x^n | x_i^{n-1}, y^n) \quad (3)$$

파티클 필터의 기본 세팅에서는 아래와 같은 상태 천이 모델 f 를 활용하여 제안 분포로 사용한다.

$$x^n = f(x^{n-1}) + v^n \quad (4)$$

여기서 수반되는 상태 천이 확률 $p(x^{n+1} | x_i^n)$ 은 잡음 v^n 의 특성을 따라 아래와 같이 분포한다.

$$x^n \sim N(f(x^{n-1}), Q^n) \quad (5)$$

이때, 아래와 같은 모델을 활용하여 다음 상태의 파티

클을 샘플링하는 방법을 생각해보자.

$$x^n = f(x^{n-1}) + \alpha T\{y^n - h(f(x^{n-1}))\} + \bar{v}^n \quad (6)$$

여기서 T 는 측정치 혁신(Innovation)을 이용해 파티클들을 현재 측정치 y^n 에 더 가깝게 위치시키는 선형 변환, α 는 사용자 설정 비례 상수, h 는 측정치 모델, \bar{v}^n 은 공분산 \bar{Q}^n 를 따르는 정규 분포 잡음이다.

본 연구에서는 지형 고도의 지역적 구배를 이용하여 파티클들을 비슷한 수준의 등고선들로 위치시켜 문제를 완화하고자 한다. T 는 특히 지형 고도 구배의 역으로 아래와 같이 계산한다.

$$T = \left[\frac{\partial L}{\partial h} \frac{\partial \lambda}{\partial h} \right]^T = \left[\left(\frac{\partial h}{\partial L} \right)^{-1} \left(\frac{\partial h}{\partial \lambda} \right)^{-1} \right]^T \quad (7)$$

여기서 L , λ , h 는 각각 위도, 경도, 지표고를 나타내며 (7)의 각 요소는 아래와 같이 계산한다.

$$\frac{\partial h}{\partial L} \approx \frac{h_{DB}(L + \Delta L, \lambda) - h_{DB}(L - \Delta L, \lambda)}{2\Delta L} \quad (8)$$

$$\frac{\partial h}{\partial \lambda} \approx \frac{h_{DB}(L, \lambda + \Delta \lambda) - h_{DB}(L, \lambda - \Delta \lambda)}{2\Delta \lambda} \quad (9)$$

여기서 h_{DB} 는 지표고 데이터베이스를 의미한다. 수치적 안정성을 위해 (8), (9)의 값에 제한을 두어 다음과 같이 계산한다.

$$\frac{\partial h}{\partial l_i} = \text{sgn}\left(\frac{\partial h}{\partial l_i}\right) \max\left(\left|\frac{\partial h}{\partial l_i}\right|, dh_{\min}\right) \quad (10)$$

(10)에서 $l_i \in \{L, \lambda\}$, $\text{sgn}()$ 는 부호 함수이다.

시뮬레이션

제안하는 개념의 타당성을 검증하기 위해 아래와 같은 지형 참조 항법 운동 모델을 활용한다.

$$x^n = x^{n-1} + \Delta x_{INS}^n + v^n \quad (11)$$

여기서 Δx_{INS}^n 은 별도의 관성 항법 장치에서 획득한 위치의 증분값이며, 실제 순수 관성 항법이 지니는 표류를 작은 복잡도로 모사하기 위해 본 연구에서는 이를 아래와 같이 모델링한다.

$$\Delta x_{INS}^n = x_{\text{true}}^n - x_{\text{true}}^{n-1} + b^n \quad (12)$$

b^n 은 0이 아닌 특정 수준의 편향을 의미하며 (11)는 이를 순수하게 더하는 과정을 거치므로 필터 보정이 없을 시 선형적으로 발산하게 된다.

(2),(3)을 이용하면 (6)을 활용한 파티클의 가중치는 아래와 같이 재귀적으로 구할 수 있다.

$$w_i^n = w_i^{n-1} \frac{p(x_i^n | x_i^{n-1})}{q(x_i^n | x_i^{n-1}, y^n)} \frac{p(y^n | x_i^n)}{p(y^n)} \propto w_i^{n-1} \frac{p(y^n | x_i^n) e^{\left(\frac{1}{2}(\bar{v}_i^n)^T (\bar{Q})^{-1} \bar{v}_i^n\right)}}{e^{\left(\frac{1}{2}\{x_i^n - f(x^{n-1})\}^T \bar{Q}^{-1} \{x_i^n - f(x^{n-1})\}\right)}} \quad (13)$$

본 연구에서는 Table. 1과 같은 파라미터들을 활용하여 갱신 주기 1Hz의 지형 참조 항법 시뮬레이션을 수행하였으며, 가중치의 분산을 Fig. 1에 비교하여 나타내었다. 기본 세팅의 파티클 필터보다 작은 분산을 가질 경우 평균적으로 약 0.65배의 분산을 가진다.

결론

본 연구는 지형 고도 구배 기반의 제안 분포 파티클 필터에서 가중치 분산이 줄어드는 것을 검증하였다.

참고문헌

- 1) Van Leeuwen, P. J., Künsch, H. R., Nerger, L., Potthast, and R., Reich, S., "Particle filters for high-dimensional geoscience applications: A review," *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society*, Vol. 145 No. 723, 2019, pp. 2335~2365.
- 2) Snyder, C., Bengtsson, T., and Morzfeld, M., "Performance bounds for particle filters using the optimal proposal," *Monthly Weather Review*, Vol. 143, No. 11, 2015, pp. 4750~4761.
- 3) Doucet, A., de Freitas, N., and Gordon, N., *Sequential Monte Carlo Methods in Practice*, Springer, Berlin, 2013.
- 4) Park, J., Kim, Y., and Bang, H. "A new measurement model of interferometric radar altimeter for terrain referenced navigation using particle filter," *European Navigation Conference (ENC)*, 2017, pp. 57~64.
- 5) Nordlund, P. J., and Gustafsson, F., "Marginalized particle filter for accurate and reliable terrain-aided navigation," *Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, Vol. 45, No. 4, 2009, pp. 1385~1399.

Table 2. Simulation parameters

$Q, \bar{Q}(\text{m}^2)$	$b^n(\text{m})$	$p(y^n x^n)$	$R(\text{m}^2)$	dh_{\min}	α
$\begin{bmatrix} 100 & 0 \\ 0 & 100 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 5 \\ 5 \end{bmatrix}$	$N(h_{DB}(x^n), R)$	9	0.5	0.25

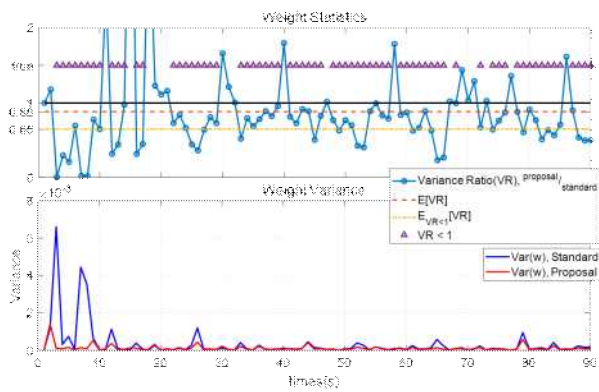


Fig. 1. Time history of weight variance