4.3.5 函数依赖集的等价和最小函数依赖集

定义4.17

如果$G^+=F^+$，则称F与G等价，记为$F \equiv G$。

定理 4.7

$F^+=G^+$的充分必要条件是$F \subseteq G^+$且$G \subseteq F^+$

例：R(U)　U=ABC

F={A→B，B→C，A→C，AB→C,A → BC}

G={A→B，B→C}

F和G是否等价？

F与G等价

证明：

1：A→B，B→C 传递规则 A→C

2： A→B，扩展AB→BB 即 AB → B 再由 B→C 所以 AB→C

3： A→B，B→C 扩展 B→BC 所以 A → BC

定义 4.18：最小依赖集定义：

如果函数依赖集F满足下列条件，则称F为一个极小函数依赖集，也称最小依赖集或最小覆盖。

1)F中任一函数依赖的右部仅含有一个属性。

2)F中不存在这样的函数依赖X→A，使得F与F-{X →A}等价。[不存在冗余FD]

3) F中不存在这样的函数依赖X→A，X有真子集Z使得F-{X →A}∪{Z→A}与F等价。[决定因素不存在冗余]

算法 4.2

求F_m（F的最小依赖集）的算法

(1)将$X \to A_1A_2\ldots A_k (k>2)$转换为$X \to A_i (i=1,2,\ldots,k)$

[将右部属性分解为单个属性]

(2)逐个检查函数依赖$X \to A$，令$G=F-\{X \to A\}$，若$A \in (X)_G^+$，则从F中去掉$X \to A$。[逐个检查F中的每一项，看是否$F-\{X \to A\}$与F等价]

(3)逐个检查函数依赖$X \to A$，若$X=B_1B_2\ldots B_m$，逐个考查$B_i (i=1,2,\ldots,m)$，若$A \in (X-B_i)_F^+$，则以$X-B_i$取代X。[判每个函数依赖左部是否有冗余属性]

例： 将下列函数依赖集F划为最小函数依赖集。

$F=\{A\to B，B\to A，B\to C，A\to C，C\to A\}$

解： 1：分解为单个属性F1=F

2：消去F中冗余的函数依赖

考察A→B：令X=A 求X^+=？ $X^{(0)}=A$ $X^{(1)}=AC=X^+$

因为B不属于X^+ 所以A→B不冗余。

考察B→A：令X=B 求X^+=？ $X^{(0)}=B$ $X^{(1)}=BC$ $X^{(2)}=ABC=X^+$ 因为A属于X^+ 所以B→A冗余。

考察B→C：令X=B 求X^+=？ $X^{(0)}=B$ $X^{(1)}=B=X^+$ 因为C不属于X^+ 所以B→C不冗余。

$F=\{A\to B，B\to A，B\to C，A\to C，C\to A\}$

考察 $A\to C$：令 $X=A$ 求 $X^+=$？ $X^{(0)}=A$ $X^{(1)}=AB$ $X^{(2)}=ABC=X^+$ 因为C属于 X^+ 所以 $A\to C$ 冗余。

考察 $C\to A$：令 $X=C$ 求 $X^+=$？ 因为A不属于 X^+ 所以 $C\to A$ 不冗余。

$F2=\{A\to B，B\to C，C\to A\}$

3：判每个函数依赖左部是否有冗余属性

思考

$F_m=\{A\to B，B\to A，A\to C，C\to A\}$

设有关系模式R（U，F），U={CDE}，F＝{C →DE ,D →E，C → D，CD → E}，求F的最小覆盖。

(1)将F的右部分解为单一属性

F＝{C→D，C→ E ,D →E，CD → E}

(2) 去掉冗余的函数依赖

F＝{C→D，D →E}

(3) 去掉冗余的属性

F_m＝{C→D，D →E}

思考题

假定我们要够造一个数据库，属性集为｛A,B,C,D,E,F,G｝，给定的函数依赖集F如下：

F=｛BCD→A，BC→E，A→F，F→G，C→D，A→G｝.

找出这个函数依赖集的最小覆盖G

码值理论

对于给定的关系R（A1，A2，……，An）和函数依赖集F，可将其属性分为4类：

- L类 仅出现在F的函数依赖左部的属性
- R类 仅出现在F的函数依赖右部的属性
- N类 在F的函数依赖左右两边均未出现的属性
- LR类 在F的函数依赖左右两边均出现的属性

定理1

对于给定的关系模式R及其函数依赖集F，若X（X∈R）是L类属性，则X必是R的候选码的成员。

定理2

对于给定的关系模式R及其函数依赖集F，若X（X∈R）是N类属性，则X必是R的候选码的成员。

定理3

对于给定的关系模式R及其函数依赖集F，若X（X∈R）是R类属性，则X不在任何候选码中。

候选码求解推论

对于给定的关系模式R及其函数依赖集F，若X（X∈R）是R的L类或N类属性组成的属性集，且X^+包含了R的全部属性，则X是R的唯一候选码。

若X^+没有包含R的全部属性，则从LR类属性中取一个、两个、三个……属性，求属性闭包，若包含R的全部属性，则为候选码，否则调换属性，反复进行这一过程，直到试完R中全部属性。

举例：

设有关系模式R（A，B，C，D，E，P），R的函数依赖集为：

F{A→D,E→D,D→B,BC →D,DC →A},求R的候选码。

因为 C，E是L类属性，P是N类属性，所以CEP包含在所有候选码中；

因为（CEP）$^+$ = ABCDEP；

所以 CEP是R的唯一候选码。