BCNF(扩充的3NF)

定义：关系模式R(U，F) $\in$1NF。若 $X \to Y$且$Y \nsubseteq X$时X必含有码，则R(U，F) $\in$BCNF。

即：关系模式R(U，F) 中，若每一个决定因素都包含码，则R(U，F) $\in$BCNF。

例：关系模式SJP（S，J，P）

S：学生 [学生选修课程有一定的名次]

J：课程 [每门课程中每一名次只有一个学生]

P：名次 （名次没有并列）

函数依赖： （S，J）→ P

（J，P）→ S

分析得知：SJP ∈ 3NF

SJP ∈ BCNF

例： 关系模式STJ（S，J，T）

S：学生 [某一学生选定某门课，就对应一个固定教师]

T：教师 [每个教师只教一门课]

J：课程 [每门课有若干教师]

函数依赖：（S，J）→ T

T → J [（S，T）→ J)]

分析得知：STJ ∈ 3NF

但是：STJ ∉ BCNF

STJ可以分解为：ST（S，J）TJ（T，J）

小结:

消除决定因素非码的非平凡函数依赖

1NF

消除非主属性对码的部分函数依赖

2NF

消除非主属性对码的传递函数依赖

3NF

消除主属性对码的部分和传递函数依赖

BCNF

指出下列关系模式属于第几范式，并说明理由。

(1) R（X,Y,Z） $F=\{XY \rightarrow Z\}$

(2) R（X,Y,Z） $F=\{Y \rightarrow Z, XZ \rightarrow Y\}$

(3) R（X,Y,Z） $F=\{Y \rightarrow Z, Y \rightarrow X, X \rightarrow YZ\}$

4.3 数据依赖的公理系统

4.3.1 函数依赖集闭包

4.3.2 函数依赖的推导规则

4.3.3 属性集闭包与F蕴含的充要条件

4.3.4 Armstrong 公理的正确性与完备性

4.3.5 函数依赖集等价与最小函数依赖集

4.3.1 函数依赖集闭包

定义 4.15 F的闭包

定义：在关系模式R(U，F)中F所逻辑蕴含的函数依赖的全体叫做F的闭包。记为F^+。

4.3.2 函数依赖的推导规则

Armstrong公理

1. 自反律
2. 增广律
3. 传递率
4. 合并规则
5. 分解规则
6. 伪传递规则

这套规则可以由给定的函数依赖集F推导出所有的函数依赖关系。

Armstrong公理系统

对于关系模式R(U，F)，有

- 公理1：自反律(Reflexivity)

  若$Y \subseteq X \subseteq U$，则$X \rightarrow Y$为F所蕴含。

- 公理2：增广律(Augmenttation)

  若$X \rightarrow Y$为F所蕴含，且$Z \subseteq U$，则$XZ \rightarrow YZ$为F所蕴含。

- 公理3：传递律(Transitivity)

  若$X \rightarrow Y$，$Y \rightarrow Z$为F所蕴含，则$X \rightarrow Z$为F所蕴含。

自反律、增广律、传递律是最基本的Armstrong公理。

由自反律、增广律、传递律可以导出下面三条推理规则。

公理4： 合并规则

由$X \rightarrow Y$，$X \rightarrow Z$，有$X \rightarrow YZ$。

公理5： 伪传递规则

由$X \rightarrow Y$，$WY \rightarrow Z$，有$XW \rightarrow Z$

公理6： 分解规则

由$X \rightarrow Y$及 $Z \subseteq Y$，有$X \rightarrow Z$。

定理 4.1

若A_i（i=1，2，…n)是关系模式R的属性，则$X \rightarrow \{A_1，A_2，…,A_n)$成立的充分必要条件是$X \rightarrow A_i$均成立。

例：关系模式R(U，F)

其中U(A，B，C，D，E，F，G)

F(A→B，C→D，AB→E，F→G)

问：F是否逻辑蕴含A→E

解：

∵ A→B （已知）

∴ A→AB （增广率）

∵ AB→E （已知）

∴ A→E （传递率）

4.3.3 属性集闭包与F蕴含的充要条件

定义 4.16

X关于函数依赖集F的闭包

定义：设F为属性集U上的一组函数依赖，$X \subseteq U$，$X_F^+ = \{A \mid X \to A$能由F根据Armstrong公理导出$\}$，X_F^+称为属性集X关于函数依赖集F的闭包。

定理 4.2：

设F为属性集U上的一组函数依赖关系，X，$Y \subseteq U$，$X \rightarrow Y$能由F根据Armstrong公理导出的充分必要条件是$Y \subseteq X_F^+$。

算法 4.1：属性集闭包的求解算法

求X_F^+的算法

算法：输入：X，F　　输出：X_F^+

(1)令$X^{(0)}=X$，$i=0$

(2)求B, $B=\{A|(\exists V)(\exists W)(V\rightarrow W\in F\wedge V\subseteq X^{(i)}\wedge A\in W)\}$

(3) $X^{(i+1)}=B\cup X^{(i)}$

(4)判断$X^{(i+1)}= X^{(i)}$吗？

(5)若相等或$X^{(i)}=U$则$X^{(i)}$就是X_F^+，算法终止。

(6)若否，则$i=i+1$，返回第(2)步。

例1： 已知关系模式R(U，F)，其中

U={A，B，C，D，E}；

F={AB→C，B→D，C→E，EC→B，AC→B}

求$(AB)_F^+$。

解：1：$X^{(0)}$=AB

找出左部为A，B或AB的函数依赖

2：计算$X^{(1)} = X^{(0)} \cup C \cup D = ABCD$

3：求$X^{(2)} = X^{(1)} \cup E \cup B = ABCDE$

4：由于$X^{(2)}$已经等于全部属性集合所以

$(AB)_F^+ = ABCDE$

例2： 已知关系模式R(U，F)，其中

U={A，B，C，D，E，F，G，H}；

F={A→D，AB→E，BH→E，CD→H，E→C}

令X=AE，求X^+。

解：1：$X^{(0)}=AE$

2：$X^{(1)} = X^{(0)} \cup D \cup C = AECD$

3：$X^{(2)} = X^{(1)} \cup H = ACDEH$

4：$X^{(3)} = ACDEH$不变，即$X^{(3)} = X^{(2)}$

所以 $X^+ = (AE)^+ = ACDEH$

4.3.4 Armstrong公理的正确性及完备性

定理： Armstrong公理系统是正确性、完备的。

正确性： 证明公理A1，A2，A3是正确的即可。

完备性： 指F^+中的每一个函数依赖，必定可以由F出发根据Armstrong公理推导出来。