

Veamos ahora que $P_n: \sum_{i=2}^n k^{n-i} = \frac{(k^{n-1} - 1)}{k - 1}$; $n \geq 2$; $k \neq 1$

1. Caso Base $n=2$

$$\sum_{i=2}^2 k^{n-i} = k^{2-2} = k^0 = 1, \quad \text{Adicionalmente}$$

$$\frac{k^{2-1} - 1}{k - 1} = \frac{k - 1}{k - 1} = 1$$

Donde $1 = 1$, por lo que P_2 se cumple.

2. Caso Inductivo.

Sea $n \in \mathbb{Z}$ cualquiera, tal que $n \geq 2$ y P_n se cumple.
Operando a partir de lo anterior; tomando cualquier $k \neq 1$

$$\begin{aligned} P_{n+1} &= k^{n-1} + k^{n-2} + k^{n-3} + \dots + 1 \\ &= k^{n-1} + P_n, \quad \text{Donde } P_n = \frac{k^{n-1} - 1}{k - 1} \\ &= k^{n-1} + \frac{(k^{n-1} - 1)}{(k - 1)} \\ &= \frac{k^{(n+1)-1} - k^{n-1}}{k - 1} + \frac{k^{n-1} - 1}{k - 1} \\ &= \frac{k^{(n+1)-1} - 1}{k - 1} \end{aligned}$$

De modo que P_{n+1} se cumple dado P_n .

Q.E.D