



**P. J. ŠAFÁRIK UNIVERSITY  
FACULTY OF SCIENCE  
INSTITUTE OF PHYSICS**  
Park Angelinum 9, 040 01 Košice, Slovakia  
[www.science.upjs.sk](http://www.science.upjs.sk)



**Peter Štrauch, Jozef Hanč**

***Quantitative diagnostics of misconceptions  
in science education***  
*(Kvantitatívna diagnostika miskonceptíí  
v prírodovednom vzdelávaní)*

**paper**

<https://upjs.academia.edu/PeterStrauch>

---

**How to cite:**

ŠTRAUCH, Peter and HANČ, Jozef. Kvantitatívna diagnostika miskonceptíí v prírodovednom vzdelávaní [Quantitative diagnostics of misconceptions in science education]. *Edukácia: vedecko-odborný časopis*. 2017. Vol. 2, no. 1, p. 291–302.

# KVANTITATÍVNA DIAGNOSTIKA MISKONCEPCIÍ V PRÍRODOVEDNOM VZDELÁVANÍ

## QUANTITATIVE DIAGNOSTICS OF MISCONCEPTIONS IN SCIENCE EDUCATION

**Peter Štrauch, Jozef Hanč**

Oddelenie didaktiky fyziky, ÚFV, PF UPJŠ v Košiciach

### **Abstrakt:**

In science, the results of education are significantly affected by prior knowledge, beliefs and experience of students on what they learn. Teacher's competence to diagnose the incorrect prior knowledge, also known as incorrect preconceptions or misconceptions, belongs to the key teaching skills. Considering quantitative diagnostics of misconceptions where basic technique is a concept survey, teachers in Slovakia either do not know these surveys or do not use them due to difficult and time-consuming processing the test results.

Our main aim was to investigate the opportunities of today's technology in the development of diagnostic tools for collecting and processing data from concept surveys. On the basis of detailed study in this field, we have chosen a free, open-source software, called R and an interactive, dynamic document (2013), which is easy to control even for the layman and which provides quick, comfortable and reproducible statistical analysis. We applied diagnostic tools for a teacher designed by us to the particular concept survey named „Calculus Concept Inventory“ (2007) that probes student's concepts of higher mathematics in real situations in science. In the contribution, subsequently, we present the main results of the quantitative diagnostics of misconceptions on a sample of students ( $N = 60$ ) who was taught by three different teaching methods.

### **Kľúčové slová:**

classical test theory, concentration analysis, e-form, dynamical document, calculus

### **Úvod**

Rozsiahly didaktický výskum v posledných 25 rokoch preukázal, že aj na proces učenia a jeho výsledky vo fyzike, resp. v prírodných vedách (Brandsford, Brown a Cocking 2000; Turek 2008; Reif 2008; Redish 2014) majú značný vplyv vlastné predstavy, skúsenosti a postoje študentov o tom, čo sa učia, pričom svoje poznanie si na základe týchto predstáv študenti aktívne vytvárajú. Hovoríme o konštruktivistickom ponímaní výučby (Seel 2012, A. Gogus, h. Constructivism learning, s. 783).

Tieto predstavy, ak sú nesprávne, sa v didaktike nazývajú viacerými pojmami ako chybné prekonceptie, prvotné predstavy, miskonceptie, alternatívne predstavy (Mandíková a Trna 2011; Haverlíková 2013). V odbornej literatúre sa stretávame ešte aj s pojmom nesprávny mentálny model (Redish 2003; Reif 2008; Seel 2012, S. Al-Diban, h. Mental Models). Pojem miskonceptia možno tak chápať aj ako výsledok uvažovania zahrňujúci nesprávne mentálne modely, pričom takýto výsledok sa vyskytuje v danej populácii študentov s významnými pravdepodobnosťami.

Vzhľadom na dôležitosť vplyvu mentálnych modelov na výsledky fyzikálneho, resp. prírodovedného vzdelávania by mal každý aktívny učiteľ získať znalosti a spôsobilosti, ako ich odhaliť a diagnostikovať (Mandíková a Trna 2011; Haverlíková 2013). Existuje viacero spôsobov a metód identifikácie mentálnych modelov u študentov, pričom za hlavné sa považujú analýza slovných odpovedí na otvorené otázky, interview (rozhovory), testy a dotazníky s výberom odpovedí. Drvivá väčšina z nich odhaľuje len ich existenciu, t. j. ide o kvalitatívnu diagnostiku (Doulík a Škoda 2003).

Predmetom nášho vedeckého záujmu sú kvantitatívne diagnostické nástroje a metódy, ktoré dokážu zistiť nielen existenciu, ale kvantifikovať aj rozsah a mieru používania mentálnych modelov. Z hľadiska výskumu, či praxe sú pritom ideálne nástroje, ktoré to dokážu v krátkom reálnom čase s rozumnou mierou námahy. Následne štandardizovaná kvantitatívna diagnostika dovoľuje rozšírenie didaktického výskumu, porovnanie kvality vzdelávania u rôznych vzoriek študentov v rámci školy, krajiny alebo sveta.

V našom prípade sme sa rozhodli vo forme kvantitatívneho neexperimentálneho prístupu aplikovať nástroje a metódy kvantitatívnej diagnostiky v oblasti výučby jazyka prírodných vied – vyššej matematiky. Vďaka týmto nástrojom sme analyzovali a porovnali kvalitu porozumenia a rozsah mentálnych modelov študentov z dostupných dát reálnej výučby vyššej matematiky (vzorka 60 študentov), kde študenti boli učení tromi rôznymi didaktickými prístupmi (Hejného metóda, obrátená výučba, tradičná výučba).

## **Teoretické východiská**

### **Kvantitatívna diagnostika miskoncepcií**

V osemdesiatych rokoch 20. storočia sa prvý štandardizovaný nástroj kvantitatívnej diagnostiky prekonceptcií a miskonceptcií študentov podarilo vytvoriť tímu D. Hestenesa (Halloun a Hestenes 1985b, 1985a; Hestenes, Wells a Swackhamer 1992). Tento dnes celosvetovo uznávaný nástroj, nazývaný Force Concept Inventory (FCI), odhaľuje mentálne modely, resp. predstavy študentov z newtonovskej mechaniky (hovoríme o tzv. konceptuálnom porozumení) a má podobu didaktického testu obsahujúceho 30 otázok (úloh) s výberom odpovedí (každá otázka ponúka 5 odpovedí – jednu správnu a ďalšie sú najčastejšie typické distraktory). Preto nástroje tohto druhu dostali všeobecné pomenovanie *konceptuálny test s výberom odpovedí*, skr. *konceptuálny (pojmový) test*.

Vznik FCI, ktorý patrí dnes medzi najvýznamnejšie a najdôkladnejšie vedecky prepracované testy s vysokou validitou a reliabilitou, odštartoval búrlivý vedecký vývoj konceptuálnych testov takmer vo všetkých oblastiach fyziky, resp. prírodných vedách a matematike (Hanč, Králík a Končelová 2010). Ako príklad konceptuálneho testu, ktorého vznik v roku 2007 inšpiroval práve FCI, spomenieme test CCI (Calculus Concept Inventory; Epstein 2013) z oblasti jazyka prírodovedných vied – diferenciálneho počtu. Test CCI skúma cez 22 konceptuálnych úloh predstavy o pojmoch funkcia a derivácia. Obr.1 ukazuje typickú algoritmickú a konceptuálnu úlohu s úspešnosťou pri ich riešení.

Konceptuálne testy viedli aj k vytvoreniu testov sledujúcich metakognitívne predstavy a postoje študentov, ktoré tiež významne ovplyvňujú kvalitu vyučovacieho procesu (napr. MPEX, CLASS, CHEMX, MBEX; Redish 2014). Dnes konceptuálne (ang. conceptual multiple-choice tests alebo tiež skrátené content surveys) a postojové testy (ang. attitude surveys) v štandardizovanej podobe patria k moderným výskumným technikám didaktického výskumu a taktiež k meraniam kvality výučby (Redish 2014).

Skutočnosť, že konceptuálne testy pozostávajú len z otázok s výberom odpovedí ponúka možnosť efektívneho použitia štatistických metód. Vďaka výskumu v posledných 10-tich rokoch bola vytvorená bohatá metodológia analýzy a spracovania dát konceptuálnych testov. V prehľadovom článku (Ding a Beichner 2009) možno nájsť veľmi prístupný úvod a sumár týchto metód vhodný pre didaktické potreby.

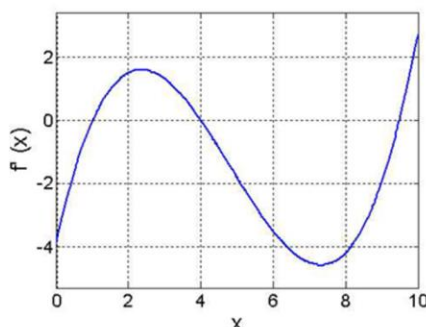
### Štandardná kvantitatívna úloha:

Nájdite lokálne extrém a tiež maximum a minimum (ak existujú) funkcie  $f(x)=2x^3 - 3x^2 - 12x+1$  na intervale  $(-2,4)$ .

71%

### Konceptuálna úloha:

Na obrázku je graf derivácie funkcie  $f'(x)$ . Približne, v ktorom bode  $x$ , má funkcia  $f(x)$  na  $(0,10)$  lokálne maximum?



- A) 2,25
- B) 0,5
- C) 4
- D) 7
- E) 9,75
- F) 10
- G) nemá

43%

Obr. 1: Ukážka algoritmickej a konceptuálnej úlohy z vyššej matematiky.

Viacero matematicko-štatistických metód pre konceptuálne testy bolo prevzatých priamo zo všeobecnej metodológie spracovania testov (McDonald 1999), ako sú klasická teória testovania (ang. skratka CTT) zahrňujúca sumarizačnú deskriptívnu štatistiku a teória odpovede na položku (IRT), resp. zo štatistiky spracovania viacrozmerných dát ako faktorová analýza (FA), analýza hlavných zložiek (PCA), či zhluková analýza (CA). K týmto metódam existuje množstvo zdrojov v slovenskej a českej psychometrickej, či matematicko-štatistickej literatúre (napr. Urbánek, Denglerová a Širůček 2011; Halama 2011; Hebák et al. 2007; Král' et al. 2009). Niektoré metódy naopak vznikli priamo z potrieb kvantitatívneho didaktického výskumu miskoncepcií pomocou konceptuálnych testov. Konkrétne ide o koncentračnú a modelovú analýzu (Bao a Redish 2001, 2006). Vzhľadom na to, že posledné dve metódy nie sú u nás štandardne uvádzané, pripomenieme podstatu týchto metód.

Jednou zo základných vlastností mentálnych modelov (resp. prekonceptií alebo miskoncepcií) je ich invariancia – nezávislosť na type školy, národnosti či štátnej príslušnosti (Keeley 2008; Mandíková a Trna 2011). Inými slovami, očakávame výskyt, resp. opakovanie tých istých miskoncepcií u rôznych učiteľov, v rôznych triedach, školách, štátoch. Z diagnostického hľadiska nám kvantifikuje rozsah miskoncepcií, t. j. v akej miere sa nám koncentrujú predstavy študentov na jednotlivé mentálne modely (správne alebo nesprávne), tzv. koncentračná analýza (Bao a Redish 2001). Matematicky využíva aparát vektorových priestorov a výpočet euklidovskej normy. Náš čitateľ môže viac o koncentračnej analýze nájsť v Štrauch a Hanč (2016).

Mentálne modely študentov veľmi často netvoria jednu prepojenú a súvislú štruktúru, ale sú to ostrovčeky menších lokálnych štruktúr (Redish 2003; Keeley 2008; Haverliková 2013). Lokálnosť prepojení má za následok aj to, že prejavovanie konkrétneho modelu u študenta silne závisí od situácie a kontextu, v ktorom jav pozoruje. Metóda, ktorá kvantifikuje s akou pravdepodobnosťou použije študent daný model a to v závislosti na kontexte, odhaľuje modelovú analýzu (Bao a Redish 2006). Východiskovým bodom tejto analýzy je identifikácia modelov pomocou už vysvetlenej koncentračnej analýzy, preto sa koncentračná analýza chápe niekedy ako súčasť modelovej. Z matematického hľadiska využíva metóda matematické prostriedky kvantovej štatistiky (matica hustoty, vlastné čísla matice).

## Digitálne nástroje pre zber a spracovanie dát

Vďaka otázkam s výberom odpovedí ponúkajú konceptuálne testy aj jednoduchú administráciu, či už ide o zaznamenávanie odpovedí študentov, alebo ich spracovanie. Dnešné digitálne nástroje nielen urýchľujú obidva tieto procesy, ale najmä minimalizujú chybovosť – pri odpovedaní na jednotlivé položky (pri papierových verziách často študenti neodpovedali na všetky otázky testu) a pri prepise dát z (papierového) formulára do elektronickej tabuľky.

Pre zber dát sa podľa našich skúseností ako najjednoduchšie, najekonomickejšie a najuniverzálnejšie javí použitie *online formulárov (e-formulárov)*, ktoré bežia v ľubovoľnom prehliadači digitálneho zariadenia. Tvorba, ovládanie a vyplňanie dnešných e-formulárov je natoľko intuitívne a jednoduché, že človek so základnou digitálnou gramotnosťou to zvládne do niekoľkých minút. V súčasnosti existuje rad softvérových nástrojov pre e-formuláre komerčnej povahy (napr. SurveyMonkey, QuestionPro, eSurvey) alebo bez poplatku (napr. Google forms, KwikSurveys, eSurv).

Študenti môžu vyplniť e-formuláre buď na PC, notebooku v počítačovej učebni alebo ak má škola wifi pripojenie, resp. študenti vlastný mobilný internet, tak možno využiť inteligentné telefóny či tablety v akomkoľvek učebnom priestore, prípadne doma. Okrem toho digitálne technológie (ako spomenuté notebooky, inteligentné telefóny či tablety) sú už pre dnešných študentov bežnou osobnou záležitosťou. V nasledujúcich rokoch sa preto očakáva (Johnson a Becker 2015) ich širšia implementácia práve v školskom prostredí podľa koncepcie „Bring your own device“ (BYOD).

Štandardne, ak chce výskumník (ale aj učiteľ) spracovať dáta z výskumu, aké poskytujú aj konceptuálne a postojové testy, musí najprv dáta importovať (ručne z papierov do softvéru alebo zo softvéru na zber dát do štatistického softvéru na spracovanie dát). Následne v štatistickom softvéri vykoná potrebné matematické procedúry (napr. číselné charakteristiky, grafy, tabuľky). Ak nie je profesionál, spracovanie pomocou softvéru musí sledovať pomocou ďalšej IKT – podľa návodu v odbornej knihe alebo digitálnom dokumente (napr. v elektronickej návode, či videotutoriáli).

Po spracovaní dát všetky výsledky musí výskumník prekopírovať do softvéru pre písanie textu, pridať popis a interpretáciu dát, a tým skompletizovať výskumnú správu z uvedených dát. Pritom opäť, ak nie je profesionál, musí spôsob interpretácie a popis dát sledovať v ďalšej IKT. Pri zmene vstupných dát je potrebné prejsť celým týmto postupom ešte raz. Celkovo to prináša niekoľko nevýhod naraz ako náchylnosť k chybovosti, strata času aj vynaloženého úsilia, strata tzv. reprodukovateľnosti výskumu a je potrebné vyvíjať neustále únavné úsilie, aby analýza, interpretácia a písanie správy boli neustále zosynchronizované (Xie 2013).

Moderným riešením tohto problému je použitie tzv. *dynamického dokumentu* pre štatistické spracovanie dát a ich analýzu (Xie 2013). Ide o interaktívny dokument, kde v jednom priestore je prehľadne skombinovaný text, štatistické procedúry, výstupy analýzy, ale aj pomocné komentáre a návody pre vykonanie procedúr či interpretáciu. Tvorbu dynamických dokumentov poskytuje napr. R jazyk (Chambers 2008; Peng 2015; R Development Core Team 2016) pomocou knižnice Knitr (Xie 2013). R je dnes navyše jedným z najkvalitnejších, najrozšírenejších a voľne dostupných štatistických jazykov. Momentálne je v jazyku R naprogramovaných vyše 9000 knižníc poskytujúcich množstvo užitočných funkcií a procedúr a to aj pre spracovanie výsledkov testov. Pracovať pomocou dynamických dokumentov cez knitr je pritom možné vo viacerých editoroch ako je napr. RStudio, RCommander, LyX, ESS (Xie 2013).

## Ciele výskumu

Hlavným cieľom nášho výskumu sa stala aplikácia kvantitatívnej diagnostiky na dostupné dáta z reálnej výučby v Slovenských podmienkach vo vybranej aktuálnej oblasti prírodovedného vzdelávania. Zvolili sme si prvotné zmapovanie rozsahu mentálnych modelov v oblasti vyššej matematiky (diferenciálny počet) pomocou testu CCI, kde podľa našich informácií na Slovensku neboli zatiaľ publikované vedecké výsledky. Významnosť tejto oblasti vzdelávania spočíva aj v tom, že je dôležitá pre úspešné štúdium prírodných a technických vied využívajúce vyššiu matematiku ako svoj jazyk. V praktickej rovine sme sledovali funkcionality a efektívnosť moderných digitálnych nástrojov (e-formuláre a interaktívne dynamické dokumenty) pre zber a spracovanie dát konceptuálnych testov. Tieto výstupy výskumu sa stali nevyhnutným stupienkom pre ďalší výskum v rámci doktorandského štúdia jedného z autorov (PS).

## Výskumný súbor

V našej štúdii sme využili všetky pre nás dostupné dáta z reálnej výučby vyššej matematiky na Slovensku, kde bol použitý konceptuálny test CCI. Našu vzorku tak tvorilo celkovo  $N = 60$  študentov.

Tab. 1: Zloženie skúmanej vzorky študentov

škola	vyučovacia metóda	akademický rok	muži	ženy
ŠpMNDaG	Hejného metóda	2015 – 2016	11	4
PF UPJŠ	obrátená výučba	2015 – 2016	5	4
		2014 – 2015	6	8
		2012 – 2013	7	3
PF UPJŠ	tradičná metóda	2011 – 2012	3	9

Z hľadiska typu výučby sa vzorka delila na 3 podskupiny:

(A) Stredoškolská skupina ( $N_S=15$ ) z gymnázia ŠpMNDaG (Škola pre Mimoriadne Nadané Deti a Gymnázium) v Bratislave z októbra, ktorí sa v 2. polroku zúčastnili experimentálnej výučby matematickej analýzy (vyučujúci A. Belan). Tento kurz postavený na myšlienkach konštruktivismu sa snažil rešpektovať, čo najviac zo zásad Hejného vyučovacej metódy (Belan 2016). Uvedená škola patrí podľa rebríčka INEKO ([skoly.ineko.sk/rebricky](http://skoly.ineko.sk/rebricky)) medzi najlepšie slovenské gymnáziá. Podľa vyučujúceho (A. Belan) sa však jednalo o štandardnú triedu gymnázia (neorientovanú na matematiku), pričom výučbu vnímali pozitívne.

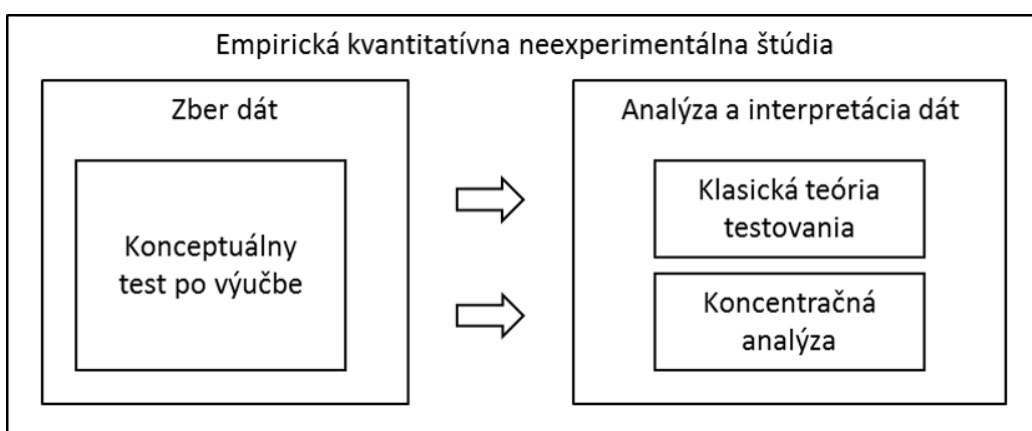
(B) Vysokoškolská skupina ( $N_V=45$ ) z Prírodovedeckej fakulty (PF) UPJŠ v Košiciach obsahovala 33 študentov, ktorí absolvovali kurz „Základy matematiky pre fyzikov“ (2012-2015, vyučujúci J. Hanč). Tento kurz je učený pomocou obrátenej výučby s dôrazom na konceptuálne porozumenie pojmu derivácia a integrál, ich praktické aplikácie a počítanie (Hanč 2013; Paňková a Hanč 2016). Všetci boli z 1. ročníka fyziky a medziodborového štúdia v kombinácii s fyzikou. Napriek tomu, že PF UPJŠ sa podľa ARRA ([arra.sk](http://arra.sk)) dlhodobo radí medzi 3 najlepšie prírodovedecké fakulty, podskupinu obrátenej výučby považujeme tiež len za priemernú (na základe nášho vstupného testovania), t. j. záujem o fyziku nekoreloval s potrebnou matematickou erudíciou.

(C) Zvyšných 12 študentov PF UPJŠ pochádzalo z testovania slovenského prekladu testu CCI (Karľová a Hanč 2013). Boli to študenti kombinácie s matematikou 2. ročníka medziodborového štúdia, ktorí prešli tradičnými kurzami (prednášky a cvičenia) matematickej analýzy, kde je kladený dôraz na štruktúru teórie, definície, vety a dôkazy. Kým vekovo je podskupina stredoškolákov a obrátenej výučby takmer identická (rozdiel

je len niekoľko mesiacov), podskupina tradičnej výučby vykonala test o rok a pol neskôr vzhľadom na svoj vek. Navyše v tejto podskupine si študenti vybrali štúdium matematiky a po 1. ročníku zostali len tí s lepšími učebnými návykmi a výsledkami.

## Výskumné metódy

V našom výskume sa prevzali dostupné dáta z konceptuálneho testu CCI, ktorý vypracovali skúmaní študenti po absolvovaní výučby. Dáta sme analyzovali dvomi základnými metódami spracovania dát konceptuálnych testov klasickou teóriou testovania a koncentračnou analýzou. Z pohľadu empirického kvantitatívneho výskumu v pedagogických vedách (Kerlinger a Lee 1999; Johnson a Christensen 2010) náš výskum tak spadá pod tzv. neexperimentálny výskum, v ktorom výskumník nemá možnosť kontrolovať nezávislé premenné a realizovať náhodný výber. Dizajn nášho výskumu spolu s použitými metódami prehľadne sumarizuje obr.2.



Obr. 2: Dizajn nášho výskumu

Pri analýze dát sme otázky konceptuálneho testu CCI rozdelili z obsahového hľadiska navyše do 3 pojmových oblastí – dimenzií (tab.2): (1) funkcie, (2) derivácie, (3) limity.

Tab. 2: Tri pojmové oblasti testu CCI

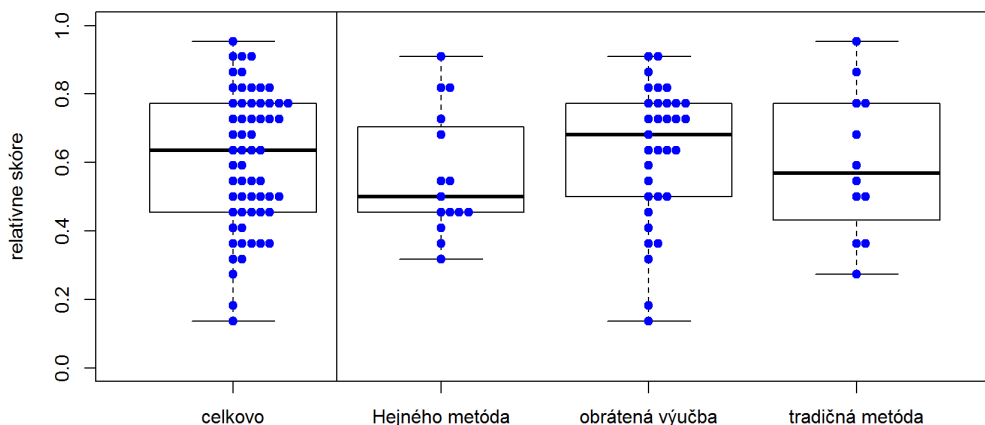
dimenzia	otázky
1. funkcie	4, 5, 10, 12, 13, 14, 16, 17, 20
2. derivácie	2, 3, 7, 8, 9, 11, 15, 19, 21, 22
3. limity	1, 6, 18

Z hľadiska použitia digitálnych nástrojov sme vytvorili elektronickú verziu slovenského prekladu testu CCI vo formáte voľne dostupných Google formulárov, ktoré dáta automaticky ukladajú do Google tabuľky veľmi podobnej Excelu. Pomocou matematického modelovania v softvéri Geogebra ([www.geogebra.org](http://www.geogebra.org)) sme navyše vytvorili nové kvalitné obrázky testu s vysokým rozlíšením (počet 16). Táto verzia testu bola pre zber dát použitá na UPJŠ v 2014/2015 a 2015/2016 (inak bola použitá papierová verzia).

Pri analýze dát sme využili dynamický dokument a jazyk R v editore RStudio. V prípade klasickej teórie testovania sú už v jazyku R vytvorené knižnice, ktoré sme si vyskúšali. Využili sme tak možnosť výpočtu štatistických mier, tvorby tabuliek a grafov, pričom v R sa dajú grafy jednoducho kombinovať (napr. boxplot a dotplot). Pre koncentračnú analýzu sme naprogramovali nové funkcie a overili sme ich funkčnosť.

## Hlavné zistenia

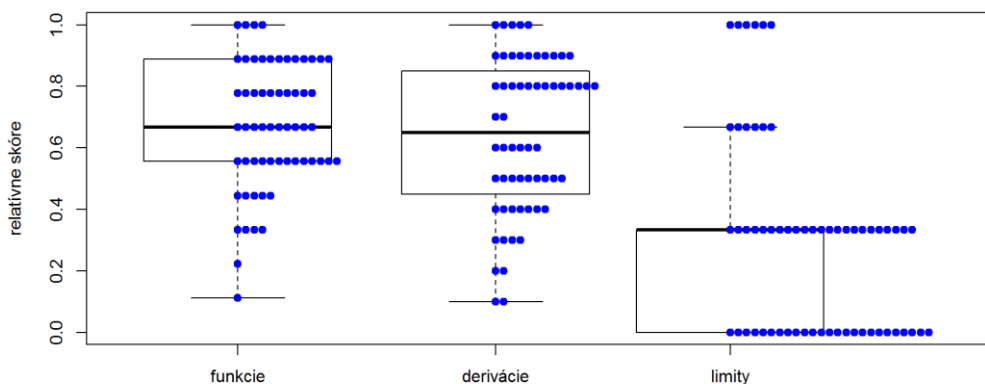
**Hlavné výsledky.** V klasickej teórii testov východiskovým krokom analýzy je deskriptívna štatistika (grafická a číselná sumarizácia). Z distribúcie dát (obr.3, kat. celkovo) vi-  
díme, že dáta sú heterogénne, preto v grafickej sumarizácii úspešnosti (relatívneho skóre) sú uvedené výsledky aj podľa faktora typ výučby, ktorý rešpektuje povahu jednotlivých podskupín. V číselnej sumarizácii je zase vhodné popísať dáta kvantilovými štatistikami (medián MD, kvartily), ktoré sú robustné voči extrémnym hodnotám.



Obr. 3: Grafická sumarizácia úspešnosti študentov v teste CCI

Celkovo dosiahli v CCI študenti mediánovú úspešnosť  $MD=0.64$  ( $IQR=0.32$ ). Najlepšie výsledky dosiahla podskupina učená obrátenou výučbou ( $MD=0.68$ ,  $IQR=0.27$ ). Podľa obr. 2 študenti učení v zmysle Hejného metódy ( $MD=0.50$ ,  $IQR=0.25$ ) mali zhruba rovnakú úspešnosť ako pri tradičnej výučbe ( $MD=0.57$ ,  $IQR=0.31$ ). Vo všetkých prípadoch sa dosiahla približne rovnaká variabilita výsledkov.

Dôležitý pohľad pri pochopení pojmov nám dáva obr.4, kde úspešnosť v dimenziách funkcie ( $MD=0.67$ ,  $IQR=0.33$ ) a derivácie ( $MD=0.65$ ,  $IQR=0.35$ ) má podobné rozdelenie s takmer rovnakou mediánovou úspešnosťou. Najhoršie výsledky boli v dimenzii limity.



Obr. 4: Úspešnosť študentov v pojmových dimenziách CCI

Z hľadiska úspešnosti v jednotlivých otázkach len 2 úlohy (1 a 18) pri našom testovaní skončili s hodnotou indexu obťažnosti  $P$  pod 0.3, ostatné úlohy boli v rozmedzí 0.3 až 0.9. Diskriminačný index  $D$  otázok (koeficient ULI; Pelikán 2011) sme vypočítali pri rozdelení našej vzorky do 3 skupín (lepší, priemerní, horší; Allen a Yen 1979): 16 úloh bolo



v rozpätí od 0.3 do 0.6 (vhodné úlohy), 3 úlohy (2, 9, 20) nad 0.6 (excelentné úlohy) a 3 úlohy pod 0.3 (nevhodné úlohy). Súčasne sme overili reliabilitu CCI pomocou Cronbachovho  $\alpha$ , pričom sme dosiahli hodnoty celkovo  $\alpha=0.80$  a v podskupinách: Hejného metóda  $\alpha=0.77$ , obrátená výučba  $\alpha=0.82$ , tradičná výučba  $\alpha=0.83$ .

Výsledky koncentračnej analýzy orientovanej na rozsah správnych a nesprávnych mentálnych modelov, dominujúcich v danej výučbe a ktoré prejavili študenti pri voľbe odpovedí na jednotlivé otázky, sú zosumarizované v tab.3.

Tab. 1: Počet možných mentálnych modelov študentov pri jednotlivých otázkach CCI

mentálne modely	Hejného metóda	obrátená výučba	tradičná metóda
žiadny	1,3,11,16	6,11,16	1,6,11,16
dva nesprávne	14,18	1,18	18,19
dva (správny a nesprávny)	2,5,6,7,8,9,10,12,19,20,21,22	3,5,8,9,10,12,19,20	3,5,8,9,10,12,13,15
jeden správny	4,13,15,17	2,4,7,13,14,17,21,22	2,4,7,14,17,20,21,22

*Zhodnotenie kvality nástroja CCI.* Vzhľadom na to, že CCI je štandardizovaný test vyvíjaný niekoľko rokov (Epstein 2013), považujeme ho za validný nástroj. V prípade reliability, sa ukázalo, že test CCI je aj pri našej málopočetnej vzorke spoľahlivý nielen pre skupinovú meranie (0.7–0.8), ale pri hodnote 0.8 (a viac) je spoľahlivý aj pre individuálne merania. Obťažnosť testu (20 úloh z 22 dosiahlo index  $P$  od 0.3 až 0.9) aj jeho schopnosť diferencovať medzi študentmi (19 úloh malo index  $D$  vhodnej, resp. excelentnej úrovne) možno považovať za veľmi dobrú (Ding a Beichner 2009). V našom neexperimentálnom prístupe dáta nemožno považovať za reprezentatívne. Preto ich zovšeobecňovanie a interpretácia musí byť veľmi obozretné. Na druhej strane možno využiť tieto výsledky pre konfrontáciu s existujúcimi poznatkami, resp. využiť pri tvorbe hypotéz a všeobecnej teórie o skúmaných javoch overiteľnej v ďalšom výskume.

*Celková úspešnosť a faktor typ výučby.* Celkovo (aj vo všetkých podskupinách) dosiahli naši študenti v porozumení základných pojmov vyššej matematiky vyššiu alebo porovnateľnú úspešnosť so zdokumentovanými inovatívnymi výučbami matematickej analýzy (okolo 50%; Epstein 2013). Po tradičnej výučbe sa v CCI na VŠ dosahujú výsledky najvyššie 40%. To, že naša podskupina tradičnej výučby dosiahla oveľa vyšší výsledok (57%) si vysvetľujeme skôr povahou podskupiny (selektívny výber lepších študentov), nie kvalitou výučby, čo naznačujú ďalšie naše výsledky (jednoznačne by to potvrdil až ďalší výskum). Výsledky nášho výskumu hovoria v prospech oboch inovatívnych prístupov vo výučbe (v zmysle Hejného a obrátená výučba) oproti tradičnej, pretože dosiahli lepšie alebo porovnateľné rozloženie úspešnosti ako motivovaní, na matematiku zameraní, starší, selekciou VŠ štúdia vybraní študenti PF UPJŠ.

Z hľadiska pochopenia pojmov celkovo úspešnosť v dimenzii limity ( $MD=0.33$ ; 2 otázky s  $P$  pod 0.3) bola 2x nižšia ako u funkcií a derivácií ( $MD$  okolo 0.65). Tento výsledok je v súlade s poznatkami, že pojem limity je najabstraktnejší a najťažší v analýze (Hughes-Hallet 1999). Lenže kým tradičná výučba sa pojmu limity venuje ťažiskovo a v podskupine boli kvalitnejší študenti zameraní na matematiku, obe inovatívne výučby nekládli vôbec dôraz na pojem limity (v obrátenej výučbe takmer žiaden). Napriek tomu nízka úspešnosť v limitách bola porovnateľná vo všetkých skupinách. Tento záver je potvrdený aj koncentračnou analýzou (tab. 3), kde študenti pri otázkach súvisiacich s limitou nemajú žiaden mentálny model, alebo dominantne dva nesprávne modely.

Ukazuje sa, že riadenie sa dôležitosťou štruktúry teórie, ktorej podlieha tradičná výučba, je vo výučbe vyššej matematiky kontraproduktívne.

V oblasti pochopenia derivácií výrazne lepšie výsledky dosiahla obrátená výučba ( $MD=0.80$ ) v porovnaní s ostatnými dvomi skupinami ( $MD$  okolo 0.55). V tomto prípade nám koncentračná analýza ukazuje, že podskupina obrátenej výučby demonštrovala v menšom, prípadne nanajvýš v rovnakom počte otázok žiaden model alebo dominante dva nesprávne modely, resp. jeden nesprávny model. Naproti tomu vo funkciách dosiahli všetky tri podskupiny porovnateľné výsledky aj v celkovej úspešnosti aj v počte správnych, resp. nesprávnych modelov. Jednou z možných príčin týchto zistení môže byť skutočnosť, že s funkciami sa všetky podskupiny stretli už aj pred výučbou vyššej matematiky, kým s deriváciami len počas vyššej matematiky.

To, že obe inovatívne výučby dosiahli u priemerných vzoriek študentov v porozumení pojmov minimálne taký výsledok ako lepší študenti v tradičnej výučbe, vidíme v konštruktivistickom ponímaní oboch inovácií. Navyše sa domnievame, že dôvodom toho, že priemerní študenti sa v obrátenej výučbe posunuli ešte ďalej ako pri výučbe v zmysle Hejného metódy, je v ponímaní úlohy konštruktivismu vo výučbe. Rozdiel by mohol byť v tom, že v obrátenej výučbe je základná podstata pojmu derivácia predstavená v príprave pred výučbou (na reálnych príkladoch a v analógiách), kde študenti využívajú jednoduchšie myšlienkové procesy. Vzniknuté miskoncepce sa potom odstraňujú priamo v triede použitím konštruktivistického prístupu v kvalitatívnych úlohách a pri riešení problémov vyžadujúcich hlavne vyššie myšlienkové procesy (analýza, syntéza, hodnotenie, tvorivosť). Naproti tomu v prístupe v zmysle Hejného možnou príčinou je prílišný dôraz na konštruktivismus, kde študenti musia prísť takmer na všetko, o čom sa učia a nezostáva tak čas na efektívne odstránenie nesprávnych modelov. Tieto tvrdenia sú však len v rovine hypotéz, ktoré je potrebné preukázať ďalším experimentálnym výskumom s priamou manipuláciou premenných a náhodným výberom.

## Záver

Kvantitatívna diagnostika miskoncepcií pomocou konceptuálnych testov, akým je napr. test CCI pre zmapovanie mentálnych modelov vo vyššej matematike, spolu s klasickou teóriou testovania a koncentračnou analýzou dokáže zhodnotiť a kvantifikovať rozsah porozumenia študentov v danej oblasti, a pri rôznych vzorkách. V našom výskume sme pritom úspešne otestovali aj zvolené digitálne nástroje (e-formulár, dynamický dokument). Tieto nástroje výrazným spôsobom uľahčujú zber a spracovanie výsledkov oproti tabuľkovému procesoru Excel, ktorý je dnes najrozšírenejším digitálnym nástrojom pre zber, uchovávanie a spracovanie dát z výučby, resp. didaktického výskumu.

Ďalším pokračovaním nášho výskumu okrem navrhovaného experimentálneho výskumu pri hlavných zisteniach, by mala byť didaktická analýza mentálnych modelov v zmysle modelovej analýzy (Bao a Redish 2006), ktorá by presnejšie kvantifikovala používanie konkrétnych mentálnych modelov. Na základe jej výsledkov by bolo možné priamo zlepšiť slabé a posilniť silné stránky danej výučby v porozumení pojmov. Významne by v tom pomohla ďalšia spolupráca s didaktikmi matematiky. Vhľad do vlastností jednotlivých otázok, ale aj charakteristických parametrov respondentov by mohla priniesť teória IRT.

## Podakovanie

Táto práca je podporovaná Agentúrou na podporu výskumu a vývoja (APVV) na základe Zmluvy č. APVV-0715-12. Ďalej práca vychádza, resp. nadväzuje na výstupy projektu SCIENCE NET finančne podporovaným grantom LPP-0134-09 APVV v programe LPP. Naše podakovanie patrí aj A. Belanovi z UK v Bratislave za poskytnutie dát CCI zo svojho výskumu a I. Semanišínovej z UPJŠ pri zbere dát z tradičnej výučby.

## Literatúra

- ALLEN, M.J. a YEN, W.M., 1979. *Introduction to Measurement Theory*. Monterey, CA: Brooks/Cole. ISBN 0-8185-0283-5.
- BAO, L. a REDISH, E.F., 2001. Concentration analysis: A quantitative assessment of student states. *Am. J. Phys.*, roč. 69, č. 7, s. 45–53. ISSN 0002-9505.
- BAO, L. a REDISH, E.F., 2006. Model analysis: Representing and assessing the dynamics of student learning. *Physical Review Special Topics - Physics Education Research*, roč. 2, č. 1, s. 10103-1-10103–16. ISSN 1554-9178.
- BELAN, A., 2016. Creating the Constructivist Calculus Course. In: I. JANČIGOVÁ a R. TÓTHOVÁ (ed.), *Proceedings of the MIST conference 2015(January 2-7, 2016, Fačkovské sedlo)*. Wroclaw: CreateSpace, s. 15–22. ISBN 978-1-5336-0566-5.
- BRANDSFORD, J.D., BROWN, A.L. a COCKING, R.R. (ed.), 2000. *How people learn: Brain, mind, experience, and school (expanded edition)*. Washington, D.C.: National academy press. ISBN 0-309-07036-8.
- DING, L. a BEICHNER, R., 2009. Approaches to data analysis of multiple-choice questions. *Physical Review Special Topics - Physics Education Research*, roč. 5, č. 2, s. 20103-1-20103–17. ISSN 1554-9178.
- DOULÍK, P. a ŠKODA, J., 2003. Tvorba a ověření nástrojů kvantitativní diagnostiky prekonceptů a možnosti jejího vyhodnocení. *Pedagogika*, č. 2, s. 177–189. ISSN 0031-3815.
- EPSTEIN, J., 2013. The Calculus Concept Inventory-Measurement of the Effect of Teaching Methodology in Mathematics. *Notices of AMS*, roč. 60, č. 8, s. 1018–1026.
- HALAMA, P., 2011. *Princípy psychologické diagnostiky*. 2. doplnené vydanie. Trnava: FF Trnavská Univerzita. ISBN 978-80-8082-451-8.
- HALLOUN, I.A. a HESTENES, D., 1985a. Common sense concepts about motion. *Am. J. Phys.*, roč. 53, č. 11, s. 1056–1065. ISSN 0002-9505.
- HALLOUN, I.A. a HESTENES, D., 1985b. The initial knowledge state of college physics students. *Am. J. Phys.*, roč. 53, č. 11, s. 1043–1055. ISSN 0002-9505.
- HANČ, J., 2013. Application of the flipped classroom model in science and math education in Slovakia. *HSCI 2013: Proceedings of the 10th International conference on Hands-on Science (1st-5th July 2013, Košice)*. Košice, Slovakia: P.J. Šafárik University, s. 229–234. ISBN 978-989-98032-2-0.
- HANČ, J., KRÁLÍK, J., KONČELOVÁ, J., 2010. Současné poznatky teorie vyučování fyziky. In: ŠKODA, J., DOULÍK, P. a kol., *Prekoncepce a miskoncepce v oborových didaktikách*. Ústí nad Labem: UJEP, s. 68–98. ISBN 978-80-7414-290-1.
- HAVERLÍKOVÁ, V., 2013. *Alternatívne predstavy žiakov vo fyzikálnom poznávaní*. Bratislava: FMFI UK. ISBN 978-80-8147-005-9.
- HEBÁK, P. a kol., 2007. *Vícerozměrné statistické metody* 3. Praha: Informatorium. ISBN 978-80-7333-001-9.
- HESTENES, D., WELLS, M. a SWACKHAMER, G., 1992. Force concept inventory. *The Physics Teacher*, roč. 30, č. 3, s. 141–158. ISSN 0031-921X.
- HUGHES-HALLET, D., 1999. Are We Encouraging Our Students to Think Mathematically. In: S.G. KRANTZ, *How to Teach Mathematics*. 2. Providence: AMS, s. 215–220. ISBN 978-0-8218-1398-0.
- CHAMBERS, J.M., 2008. *Software for Data Analysis: Programming with R*. New York: Springer. ISBN 978-0-387-75935-7.
- JOHNSON, B. a CHRISTENSEN, L., 2010. *Educational Research: Quantitative, Qualitative, and Mixed Approaches*. 4. London: SAGE. ISBN 978-1-4129-7828-6.
- JOHNSON, L. a BECKER, S.A., 2015. *NMC Horizon Report: 2015 Higher Education Edition*. Austin, Texas: The New Media Consortium. ISBN 978-0-9906415-8-2.

- KARLOVÁ, K. a HANČ, J., 2013. Tvorba efektívnych otázok na e-hlasovanie. *Zborník ČSSVK 2013* [online]. Bratislava: Univerzita Komenského, Dostupné na: <http://neon.dpp.fmph.uniba.sk/svk13/zbornik.html>.
- KEELEY, P.D. (ed.), 2008. *Science Formative Assessment: 75 Practical Strategies for Linking Assessment, Instruction, and Learning*. Thousand Oaks, CA: Corwin. ISBN 978-1-4129-4180-8.
- KERLINGER, F.N. a LEE, H.B., 1999. *Foundations of Behavioral Research*. 4 edition. Fort Worth, TX: Wadsworth Publishing. ISBN 978-0-15-507897-0.
- KRÁL', P. a kol., 2009. *Viacrozmerné štatistické metódy so zameraním na riešenie problémov ekonomickej praxe*. Banská Bystrica: EF UMB. ISBN 978-80-8083-840-9.
- MANDÍKOVÁ, D. a TRNA, J., 2011. *Žakovské prekoncepty ve výuce fyziky*. Brno: Paido. ISBN 978-80-7315-226-0.
- MCDONALD, R.P., 1999. *Test Theory: A Unified Treatment*. Mahwah, N.J: Lawrence Erlbaum Associates. ISBN 978-0-8058-3075-0.
- PAŇKOVÁ, E. a HANČ, J., 2016. Obrátená výučba a jej evalvácia pomocou CEQ. *Zborník z konferencie Tvorivý učiteľ fyziky VIII (7.-9. apríla 2015, Smolenice)*. Bratislava: SFS, s. 177–182. ISBN 978-80-971450-8-8.
- PELIKÁN, J., 2011. *Základy empirického výzkumu jevů pedagogických*. Praha: Karolinum, Univerzita Karlova. ISBN 978-80-246-1916-3.
- PENG, R.D., 2015. *R Programming for Data Science*. Victoria: Leanpub.
- R DEVELOPMENT CORE TEAM, 2016. *R: A language and environment for statistical computing* [online]. Vienna, Austria: R Foundation for Statistical Computing. ISBN 3-900051-07-0. Dostupné na: <http://www.r-project.org/>.
- REDISH, E.F., 2003. *Teaching Physics with the Physics Suite CD*. New York: Wiley. ISBN 978-0-471-39378-8.
- REDISH, E.F., 2014. Oersted Lecture 2013: How should we think about how our students think? *Am. J. Phys.*, roč. 82, č. 6, s. 537–551. ISSN 0002-9505.
- REIF, F., 2008. *Applying Cognitive Science to Education*. Cambridge: MIT Press. ISBN 978-0-262-18263-8.
- SEEL, N.M., 2012. *Encyclopedia of the Sciences of Learning*. New York: Springer. ISBN 978-1-4419-1428-6.
- ŠTRAUCH, P. a HANČ, J., 2016. Identifikácia mentálnych modelov pomocou koncentračnej analýzy. *Zborník z konferencie Tvorivý učiteľ fyziky VIII (7.-9. apríla 2015, Smolenice)*. Bratislava: SFS, s. 209–214. ISBN 978-80-971450-8-8.
- TUREK, I., 2008. *Didaktika*. Bratislava: Wolters Kluwer. ISBN 8080781989.
- URBÁNEK, T., DENGLEROVÁ, D. a ŠIRŮČEK, J., 2011. *Psychometrika: Měření v psychologii*. Praha: Portál. ISBN 978-80-7367-836-4.
- XIE, Y., 2013. *Dynamic Documents with R and knitr*. London: Chapman and Hall/CRC. ISBN 978-1-4822-0353-0.

## Adresa autora

### **RNDr. Peter Štrauch; doc. RNDr. Jozef Hanč, PhD.**

Oddelenie didaktiky fyziky, Ústav fyzikálnych vied, Prírodovedecká fakulta,  
Univerzita Pavla Jozefa Šafárika v Košiciach  
Park Angelinum 9, 040 01 Košice  
[peter.strauch@student.upjs.sk](mailto:peter.strauch@student.upjs.sk), [jozef.hanc@upjs.sk](mailto:jozef.hanc@upjs.sk)