



OSNOVE ELEKTROTEHNIKE

12. Načelo superpozicije, Theveninov i Nortonov teorem



© [Sveučilište u Zagrebu](#) · [Fakultet elektrotehnike i računarstva](#)
[Zavod za osnove elektrotehnike i električka mjerenja](#)



Ovo djelo je dano na korištenje pod licencom [Creative Commons Imenovanje-Nekomercijalno-Bez prerađivanja 3.0 Hrvatska](#).

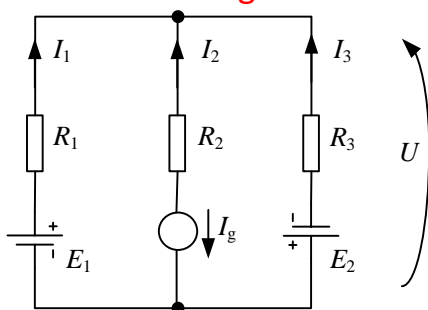


Načelo superpozicije, Theveninov i Nortonov teorem

- Direktna primjena Kirchhoffovih zakona – metoda usmjerena prema cjelovitom analiziranju električnih krugova (određivanje svih ili pak većine nepoznatih napona i struja u krugu).
- Često imamo potrebu odrediti samo jednu nepoznatu veličinu, na primjer struju u jednoj grani ili napon na određenom elementu mreže.
- **Metoda superpozicije, Theveninov i Nortonov teorem** predstavljaju tehnike za analizu kod kojih fokus može biti na samo jednom elementu ili nepoznatoj veličini. Također, radi se o tehnikama koje su efikasne u analizi složenijih krugova s više izvora. Njihova primjena po koracima često dovodi do smanjivanja broja čvorova i grana u mreži što analizu čini jednostavnijom.

Linearnost električnog kruga - preduvjet za primjenu metode superpozicije

- Nepoznate veličine U , I_1 , I_2 i I_3 u krugu treba izraziti kao funkcije aktivnih elemenata (pobuda) E_1 , E_2 i I_g i pokazati da vrijedi **svojstvo proporcionalnosti** i **načelo superpozicije** što su karakteristike **linearnih električnih krugova**.



Sl. 1

- Tražene funkcije dobit ćemo iz skupa jednažbi napisanih po KZS i KZN:

$$\begin{aligned} I_2 &= -I_g \\ I_1 + I_2 + I_3 &= 0 \\ R_1 I_1 - R_3 I_3 &= E_1 + E_2 \\ E_1 - R_1 I_1 &= U \end{aligned}$$

Svojstvo proporcionalnosti

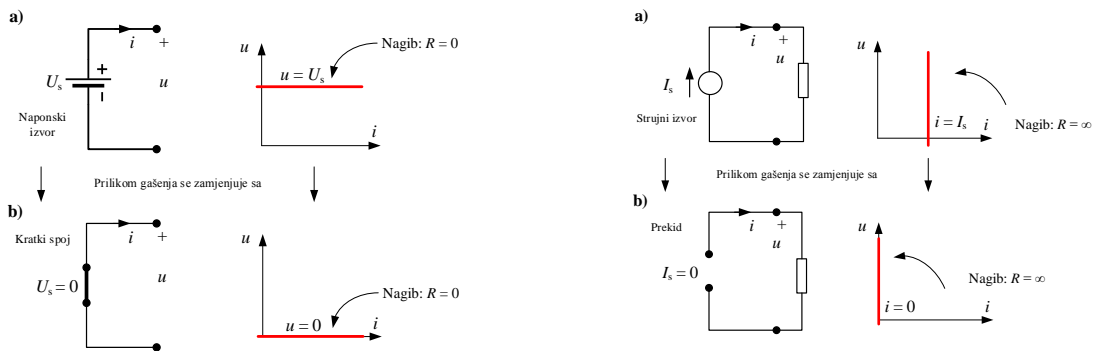
$$\begin{aligned} I_1 &= \frac{1}{R_1 + R_3} E_1 + \frac{1}{R_1 + R_3} E_2 + \frac{R_3}{R_1 + R_3} I_g \\ I_2 &= -I_g \\ I_3 &= -\frac{1}{R_1 + R_3} E_1 - \frac{1}{R_1 + R_3} E_2 + \frac{R_1}{R_1 + R_3} I_g \\ U &= \frac{R_3}{R_1 + R_3} E_1 - \frac{R_1}{R_1 + R_3} E_2 - \frac{R_1 R_3}{R_1 + R_3} I_g \end{aligned} \quad (1)$$

Iz dobivenih izraza (1) možemo zaključiti - ako pobude uvećamo za faktor p tj. $E_1 \rightarrow pE_1$, $E_2 \rightarrow pE_2$, $I_g \rightarrow pI_g$, nepoznate veličine uvećat će se točno za p puta.

- Svojstvo proporcionalnosti (razmjernosti)** vrijedi ako se s povećanjem pobude za p puta isto toliko puta poveća i odziv (nepoznati naponi i struje u mreži).

Načelo superpozicije

- Načelo superpozicije** - odziv na zbroj pobuda jednak je zbroju odziva na pojedinačne pobude (dakle, kad su one primijene odvojeno). Da bi pokazali primjenu načela trebamo znati kako se pobude tj. naponski i strujni izvori gase.



Ugasiti naponski izvor znači zamijeniti ga s kratkim spojem, a ugasiti strujni izvor znači zamijeniti ga s prekidom. To vrijedi za sve vrste naponskih/strujnih izvora - vremenski nepromjenjive, sinusne ili izvore drugačijeg valnog oblika.

Načelo superpozicije (2)

Aktivan E_1	Aktivan E_2	Aktivan I_g
$I'_1 = \frac{E_1}{R_1 + R_3}$ $I'_2 = 0$ $I'_3 = \frac{-E_1}{R_1 + R_3}$ $U' = \frac{E_1}{R_1 + R_3} R_3$	$I''_1 = \frac{E_2}{R_1 + R_3}$ $I''_2 = 0$ $I''_3 = \frac{-E_2}{R_1 + R_3}$ $U'' = \frac{-E_2}{R_1 + R_3} R_1$	$I'''_1 = \frac{R_3 I_g}{R_1 + R_3}$ $I'''_2 = -I_g$ $I'''_3 = \frac{R_1 I_g}{R_1 + R_3}$ $U''' = -I_g \frac{R_1 R_3}{R_1 + R_3}$

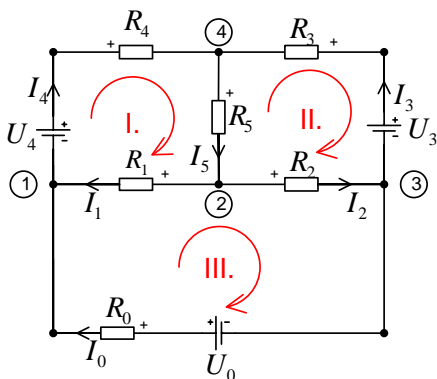
Izrazi za struje i napon koje dobivamo algebarskim zbrajanjem (superponiranjem) doprinosa pojedinačnih pobuda **jednaki su izrazima (1)** čime je pokazana valjanost načela superpozicije za krug sa slike 1.

$$\begin{aligned}
 I_1 &= I'_1 + I''_1 + I'''_1 \\
 I_2 &= I'_2 + I''_2 + I'''_2 \\
 I_3 &= I'_3 + I''_3 + I'''_3 \\
 U &= U' + U'' + U'''
 \end{aligned}$$

Metoda superpozicije

- Metoda superpozicije temelji se na načelu superpozicije koje vrijedi u sustavima koji se daju opisati linearnim sustavom jednačbi. Njezinu primjenu u analiziranju mreža moguće je opisati sljedećim koracima:
 - KORAK 1: Potrebno je ugastiti sve izvore u mreži osim jednog i zatim odrediti doprinos tog izvora promatranoj nepoznatoj veličini (napon ili struja u mreži). Za određivanje doprinosa možemo koristiti Kirchhoffove zakone ili bilo koju drugu metodu za analizu mreže.
 - KORAK 2: Potrebno je ponavljati korak 1 dok ne odredimo doprinose svih izvora nepoznatoj veličini.
 - KORAK 3: Računa se iznos nepoznate veličine algebarskim zbrajanjem (superponiranjem) doprinosa svih izvora koji su određeni dok su djelovali pojedinačno. Algebarski zbroj znači da u izračunu moramo paziti na smjerove parcijalnih napona i struja koji predstavljaju doprinose.

Primjer 1: električni krugovi s više izvora



Sl. 2

- U krugovima s više izvora transformacije mogu dati ograničeni rezultat. U krugu sa slike 2 moguće su transformacije zvijezde u trokut (zvijezde $R_1R_2R_5$ ili zvijezde $R_3R_4R_5$) ili transformacije naponskih izvora, no one ne smanjuju broj čvorova i grana u mreži i ne pomažu u rješavanju strujno-naponskih prilika.

Primjer 1: električni krugovi s više izvora (2)

Pri rješavanju krugova s više izvora polazište uvijek moraju biti jednadžbe Kirchhoffovih zakona:

$$\left. \begin{array}{rclcl}
 +I_0 & +I_1 & & -I_4 & = 0 \\
 & -I_1 & -I_2 & & +I_5 = 0 \\
 & & & +I_3 & +I_4 -I_5 = 0
 \end{array} \right\} \text{strujne}$$

$$\left. \begin{array}{rclcl}
 & +R_1 \cdot I_1 & & +R_4 \cdot I_4 + R_5 \cdot I_5 & = U_4 \\
 & & -R_2 \cdot I_2 - R_3 \cdot I_3 & -R_5 \cdot I_5 & = -U_3 \\
 +R_0 \cdot I_0 - R_1 \cdot I_1 + R_2 \cdot I_2 & & & & = U_0
 \end{array} \right\} \text{naponske}$$

Primjer 1: električni krugovi s više izvora (3)

One se u matričnom obliku pišu:

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & R_1 & 0 & 0 & R_4 & R_5 \\ 0 & 0 & -R_2 & -R_3 & 0 & -R_5 \\ R_0 & -R_1 & R_2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_0 \\ I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \\ I_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ U_4 \\ -U_3 \\ U_0 \end{bmatrix} \quad (2a)$$

$$\text{ili } \underline{R} \cdot \underline{I} = \underline{U} \quad (2b)$$

2(a-b) je Ohmov zakon u matričnom obliku. Struje, a time i odgovor na strujno-naponske prilike u krugu, dobivaju se određivanjem matrice \underline{R}^{-1} , inverzne matrice matrici \underline{R} , uz poznate vrijednosti napona izvora (U_0 , U_3 i U_4).

Primjer 1: električni krugovi s više izvora (4)

$$\underline{I} = \underline{R}^{-1} \cdot \underline{U} \quad (3)$$

U iole složenijim prilikama (već na primjeru sa sl. 2) ovo traži pomoć računala. Primjena metode superpozicije može nam olakšati analizu.

Primjer 1: primjena metode superpozicije

- Vektor napona \underline{U} iz (2), odnosno (3), može se pisati i ovako: $\underline{U} = \underline{U}_0 + \underline{U}_3 + \underline{U}_4$,

$$\underline{U}_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ U_0 \end{bmatrix}, \quad \underline{U}_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -U_3 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \underline{U}_4 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ U_4 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Uvrsti li se ova notacija u (3), dobiva se:

$$\underline{I} = \underline{R}^{-1} \cdot (\underline{U}_0 + \underline{U}_3 + \underline{U}_4) = \underline{R}^{-1} \cdot \underline{U}_0 + \underline{R}^{-1} \cdot \underline{U}_3 + \underline{R}^{-1} \cdot \underline{U}_4 \quad (4)$$

Dakle, struja \underline{I} dobiva se kao zbroj struja

$$\underline{I}' = \underline{R}^{-1} \cdot \underline{U}_0; \quad \underline{I}'' = \underline{R}^{-1} \cdot \underline{U}_3; \quad \underline{I}''' = \underline{R}^{-1} \cdot \underline{U}_4 \quad (5)$$

Primjer 1: primjena metode superpozicije (2)

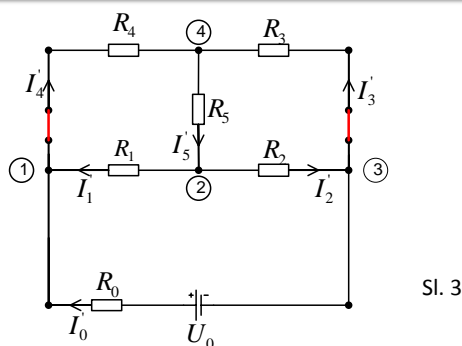
- Kako je vektor struje \underline{I} vektor bez 0-članova, ono što vrijedi za \underline{I}' vrijedi i za svaki član toga vektora:

$$I_i = I_i' + I_i'' + I_i''', i = 0, \dots, 5$$

gdje su pribrojnici odgovarajući članovi vektora $\underline{I}', \underline{I}'', \underline{I}'''$.

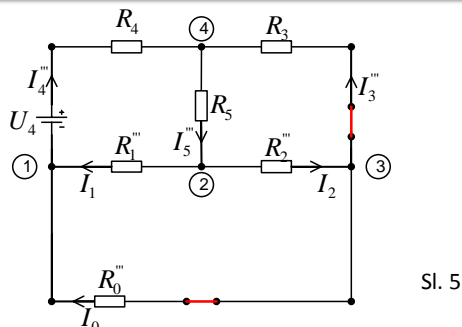
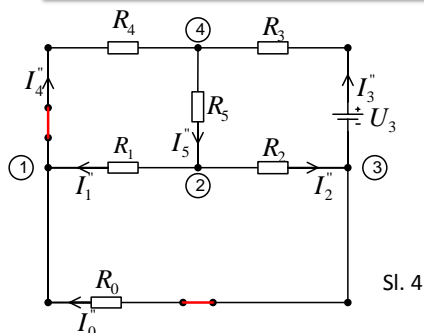
Promotrimo $\underline{I}' = \underline{R}^{-1} \cdot \underline{U}_0$. Ovom rješenju odgovara jednačba $\underline{R} \cdot \underline{I}' = \underline{U}_0$. Navedenoj jednačbi pridružuje se krug sa sl. 2 u kojem su izvori U_3 i U_4 ugašeni (sl. 3).

Primjer 1: primjena metode superpozicije (3)



Krug sa sl. 3 može se riješiti pretvorbom trokut-zvijezda ili, u slučaju ravnoteže mosta, i jednostavnijim postupkom. Dakle i bez upotrebe matričnog računa dadu se odrediti struje $I_i', i = 0, \dots, 5$, tj. vektor \underline{I}' .

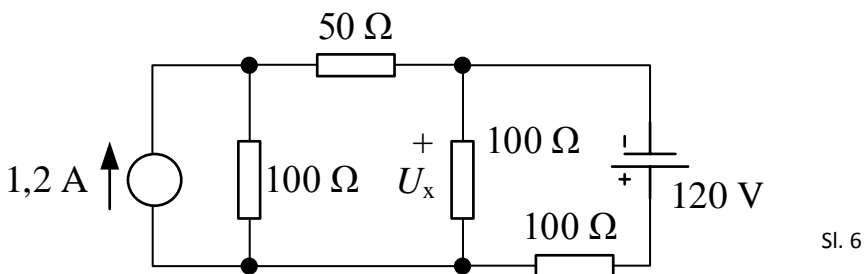
Primjer 1: primjena metode superpozicije (4)



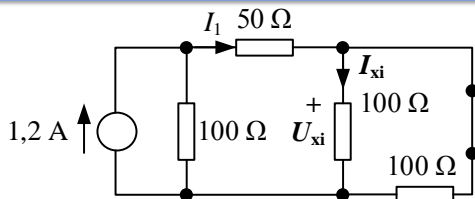
- Analogno, promatrajući \underline{I}'' i \underline{I}''' , odnosno krugove koji odgovaraju jednadžbama $\underline{R} \cdot \underline{I}'' = \underline{U}_3$ (sl. 4) i $\underline{R} \cdot \underline{I}''' = \underline{U}_4$ (sl. 5), dolazimo do parcijalnih rješenja koja ne traže primjenu matričnog računa.
- Smjerovi struja na sl. 3, 4, i 5 nisu proizvoljni. Oni odgovaraju odabranim smjerovima struja u izvornom krugu (sl. 2).

Primjer 2

- Koristite metodu superpozicije za određivanje napona U_x u mreži s dva izvora koja je prikazana na slici 6. Koliki će biti taj napon ako struja strujnog izvora promijeni smjer uz zadržavanje iznosa struje (1,2 A)?



Primjer 2 (2)

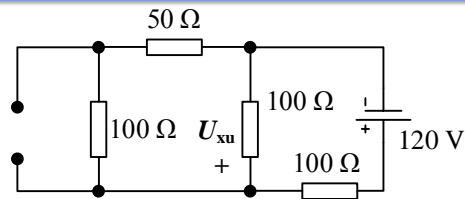


$$I_1 = \frac{1,2}{2}$$

Sl. 7

$$I_{xi} = \frac{I_1}{2} = 0,3 \text{ A}$$

$$U_{xi} = I_{xi} \cdot 100 = +30 \text{ V}$$



Sl. 8

$$U_{xu} = 120 \frac{60}{160} = 45 \text{ V}$$

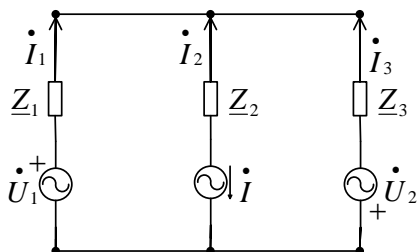
$$U_x = U_{xi} - U_{xu} = -15 \text{ V}$$

Primjer 2 (3)

- Budući da u metodi superpozicije računamo parcijalne doprinose pojedinih izvora, metoda je vrlo efikasna kad moramo izračunati nepoznatu veličinu nakon što se dogodi promjena na nekom od izvora u mreži. Općenito, moguće su promjene veličine i/ili smjera djelovanja izvora.
- Promatrajući sliku 7 možemo zaključiti da će, nakon promjene smjera struje izvora, struje u krugu i napon U_{xi} tada promijeniti svoj smjer tj. $U_{xi} = -30 \text{ V}$, pa će napon iznositi: $U_x = -30 - 45 = -75 \text{ V}$.

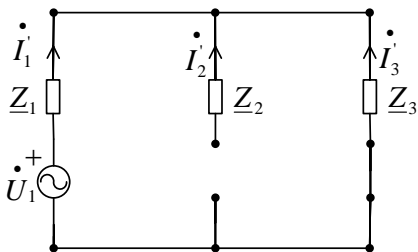
Primjer 3: primjena metode superpozicije u mrežama sa sinusnom pobudom

- Primjenom metode superpozicije odredite struje: $\dot{I}_1, \dot{I}_2, \dot{I}_3$



Primjer 3: primjena metode superpozicije u mrežama sa sinusnom pobudom (2)

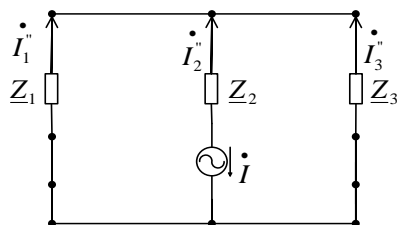
- Djeluje U_1 :



$$\begin{aligned}\dot{I}_1 &= \frac{\dot{U}_1}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_3} \\ \dot{I}_2 &= 0 \\ \dot{I}_3 &= -\frac{\dot{U}_1}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_3}\end{aligned}$$

Primjer 3: primjena metode superpozicije u mrežama sa sinusnom pobudom (3)

- Djeluje I :



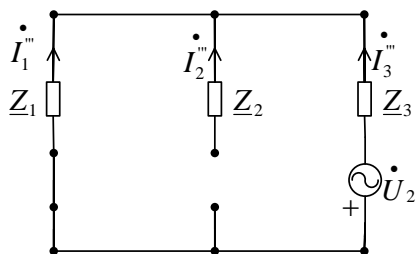
$$\dot{I}_1'' = \dot{I} \cdot \frac{\underline{Z}_3}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_3}$$

$$\dot{I}_2'' = -\dot{I}$$

$$\dot{I}_3'' = \dot{I} \cdot \frac{\underline{Z}_1}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_3}$$

Primjer 3: primjena metode superpozicije u mrežama sa sinusnom pobudom (4)

- Djeluje U_2 :



$$\dot{I}_1''' = \frac{\dot{U}_2}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_3}$$

$$\dot{I}_2''' = 0$$

$$\dot{I}_3''' = -\frac{\dot{U}_2}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_3}$$

Primjer 3: primjena metode superpozicije u mrežama sa sinusnom pobudom (5)

- Superponiranje doprinosa:

$$\dot{I}_1 = \dot{I}_1' + \dot{I}_1'' + \dot{I}_1''' = \frac{\dot{U}_1 + \dot{U}_2 + \dot{I} \cdot \underline{Z}_3}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_3}$$

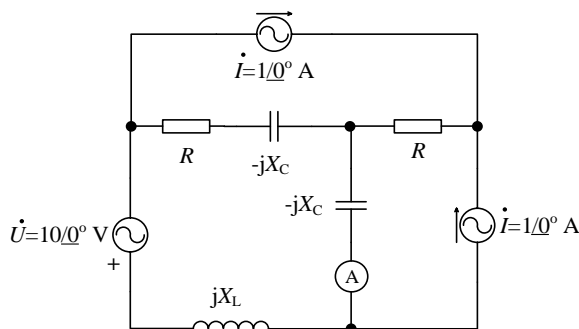
$$\dot{I}_2 = \dot{I}_2' + \dot{I}_2'' + \dot{I}_2''' = -\dot{I}$$

$$\dot{I}_3 = \dot{I}_3' + \dot{I}_3'' + \dot{I}_3''' = \frac{\dot{I} \cdot \underline{Z}_1 - \dot{U}_1 - \dot{U}_2}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_3}$$

Oprez: što ako je $\underline{Z}_1 + \underline{Z}_3 = 0$!

Primjer 4

- Odredite struju koju mjeri ampermetar u spoju prema slici. Koristite metodu superpozicije. Zadano: $R = X_C = 10 \, \Omega$ i $X_L = 20 \, \Omega$.



- Rješenje: $I_A = 1 \, \text{A}$

Primjeri 5 i 6

Primjer 5

Otpor $R = 5 \Omega$ spojen je u seriju s paralelnom kombinacijom induktiviteta i kapaciteta. Ako je spoj priključen na napon $u(t) = 50 + 20 \sin(500t) + 10 \sin(1000t)$ [V], a za osnovnu frekvenciju vrijedi $X_L = 2 \Omega$ i $X_C = 8 \Omega$, kolika je radna snaga spoja?

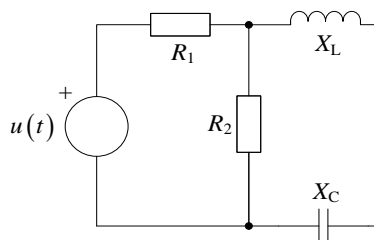
Rješenje: 531 W

Primjer 6

U krugu na slici odredite efektivnu vrijednost struje kroz otpornik $R_2 = 12 \Omega$ ako su vrijednosti reaktancija pri kružnoj frekvenciji ω jednake $X_L = 10 \Omega$, $X_C = 40 \Omega$.

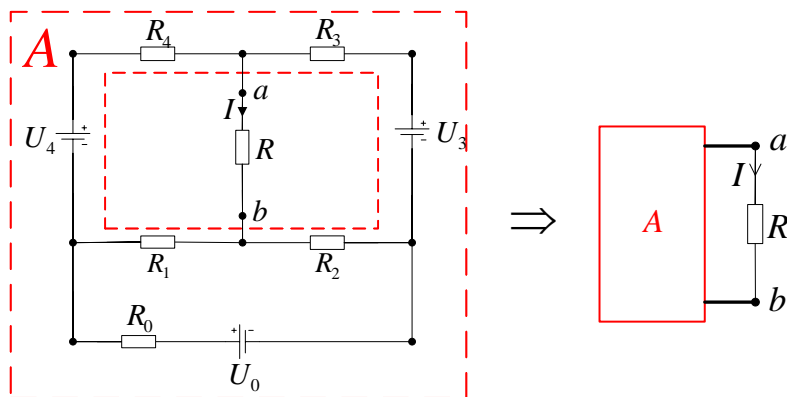
Zadano je $R_1 = 10 \Omega$, $u(t) = 10\sqrt{2} \sin(\omega t) + \sqrt{2} \sin(2\omega t + 30^\circ)$ V.

Rješenje: $I = 0,45$ A



Theveninov i Nortonov teorem

Aktivna linearna mreža

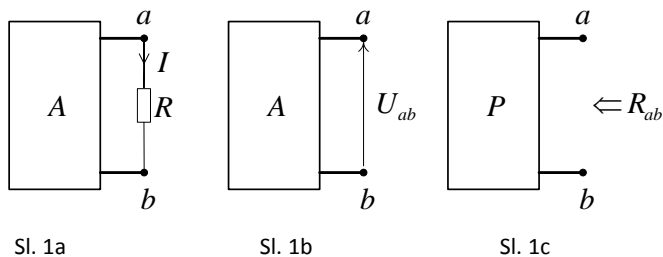


Theveninov teorem

- Tvrdnja: Struja kroz bilo koju granu **a - b** el. kruga (mreže), gdje se između točaka **a** i **b** nalazi otpor **R** , određuje se tako da se preostali dio kruga zamijeni ekvivalentnim naponskim izvorom. Elektromotorna sila ekvivalentnog izvora (**E_T**) jednaka je naponu koji vlada na krajevima grane **a - b** kada je ona otvorena. Unutarnji otpor ekvivalentnog izvora (**R_T**) jednak je ukupnom otporu pasivnoga kruga promatranog s otvorenih krajeva **a** i **b** . Pasivni krug nastaje od el. kruga (mreže) gašenjem izvora.

Theveninov teorem (2)

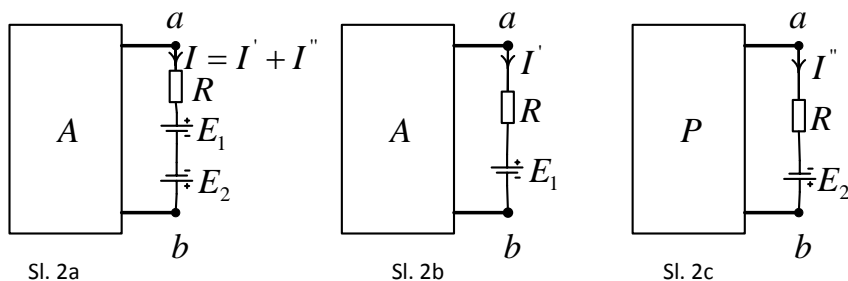
- Dokaz:



Na sl. 1a i sl. 1b **A** je **aktivni** krug. Sl. 1c predstavlja **pasivni** krug **P**, dobiven gašenjem izvora u **A**.

Theveninov teorem (3)

- Uzmimo dva naponska izvora E_1 i E_2 , $E_1 = E_2 = U_{ab}$, i spojimo ih u granu $a-b$ kako to pokazuje sl. 2a.



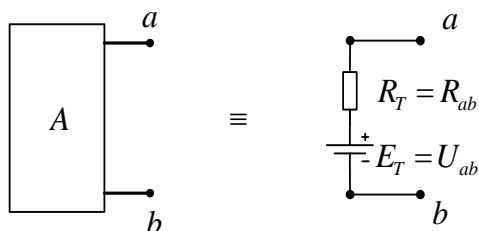
Primijenimo načelo superpozicije na način da ugasimo E_2 i ostavimo E_1 i sve izvore u aktivnom krugu **A**. Tada kroz R teče struja I' koja je, jer je $E_1 = U_{ab}$, jednaka 0 (sl. 2b).

Theveninov teorem (4)

- U drugom koraku superpozicije (sl. 2c) ugasimo sve izvore u A i E_1 , a ostavimo aktivnim samo E_2 . Sada kroz granu a-b teče struja I'' . Kako je $I = I' + I''$, $I' = 0$, slijedi da je

$$I = I'' = \frac{E_2}{R + R_{ab}}$$

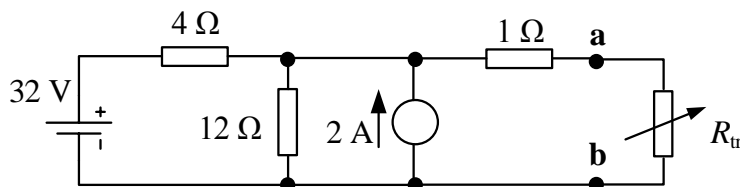
Iz svega slijedi da je



, što je trebalo dokazati.

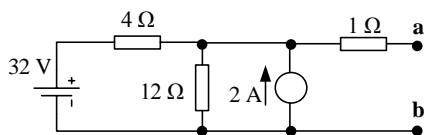
Primjer 1

- Za mrežu prikazanu na slici odredite Theveninov ekvivalentni spoj obzirom na stezaljke (a) i (b). Odredite kolika će biti struja kroz otpor trošila ako su njegove vrijednosti $R_{tr} = 6 \Omega$, 16Ω odnosno 36Ω . Također, odredite koliki mora biti otpor trošila da bi se na njemu razvijala maksimalna snaga i odredite tu snagu.

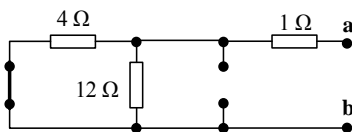


Primjer 1: rješenje

- 1. korak: najprije uklonimo trošilo iz mreže. Kao rezultat dobijemo ALM koju nadomještamo s obzirom na otvorene stezaljke (a) i (b).

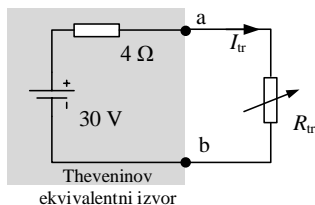


- 2. korak: određujemo Theveninov napon koji je jednak naponu na otvorenim stezaljkama (a) i (b). $E_T = E_{abo} = +30 \text{ V}$
- 3. korak: određujemo Theveninov otpor na pasivnoj mreži. Na slici vidimo ugašene izvore. $R_T = R_{abo} = 4 \Omega$



Primjer 1: rješenje

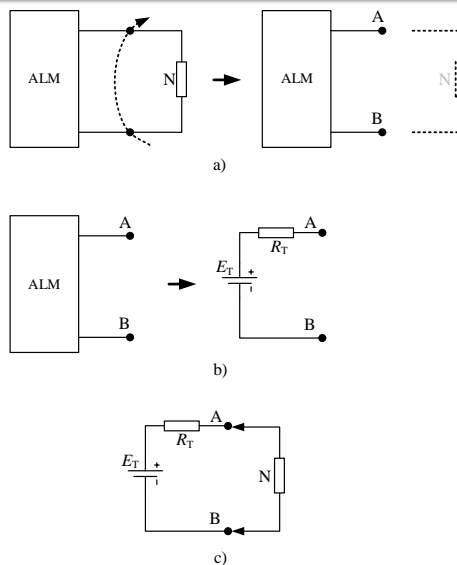
- 4. korak: vraćamo trošilo na stezaljke (a) i (b) Theveninovog ekvivalentnog izvora i analiziramo prilike na strani trošila.



- Za $R_{tr} = 6 \Omega$ $I_{tr} = 3 \text{ A}$, za $R_{tr} = 16 \Omega$ $I_{tr} = 1,5 \text{ A}$, a za $R_{tr} = 36 \Omega$ $I_{tr} = 0,75 \text{ A}$. Maksimalna snaga će se razvijati na trošilu $R_{tr} = R_T = 4 \Omega$ i biti će jednaka $56,25 \text{ W}$.

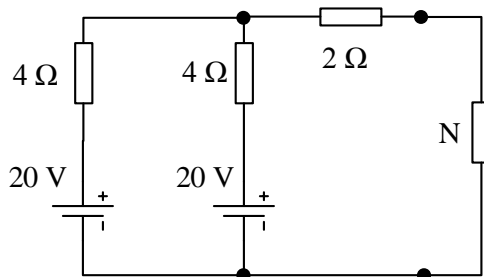
Theveninov teorem i nelinearni element u krugovima

- Složena električna mreža koja sadrži jedan nelinearni otpornik može se, primjenom Theveninovog teorema, svesti na jednostavan krug u kojem je nelinearni otpornik priključen na realni naponski izvor - Theveninov izvor. Pristup analizi prikazuju slike.



Primjer 2

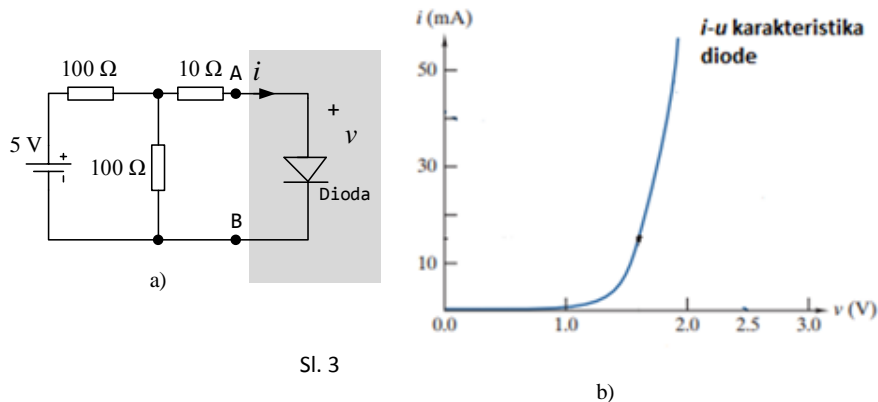
- Odredite radnu točku (U_N , I_N) nelinearnog otpornika koji se nalazi u električnom krugu koji je prikazan na slici. u - i karakteristika nelinearnog otpornika zadana je kao: $I = 0,01 U^2$. Zadatak riješite grafički i analitički.



- Rješenje: $U_N = 13,11 \text{ V}$, $I_N = 1,72 \text{ A}$.

Primjer 3

- Odredite snagu koja se razvija na diodi (nelinearni element) koja je spojena u krugu prema slici 3a. i - u karakteristika diode zadana je dijagramom na slici 3b.



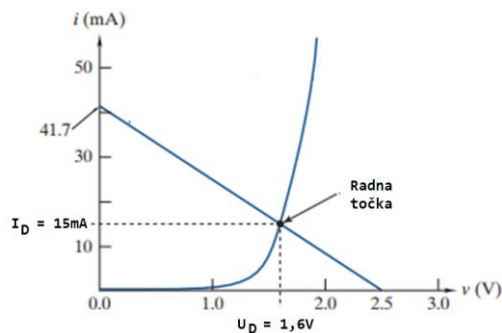
Sl. 3

Primjer 3: rješenje

Parametri Theveninovog nadomjesnog spoja s obzirom na stezaljke A i B: $U_T = 2,5$ V, $R_T = 60$ Ω. Vanjska karakteristika Theveninovog naponskog izvora jednaka je: $I = -U/60 + 2,5/60$.

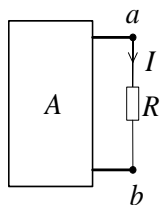
Kad vanjsku karakteristiku izvora ucrtamo u dijagram gdje je prikazana i - u karakteristika nelinearnog elementa, dobijemo presjecište krivulja koje predstavlja radnu točku nelinearnog elementa: $U_D = 1,6$ V, $I_D = 15$ mA te možemo izračunati snagu koja se razvija na diodi:

$$P_D = U_D I_D = 24 \text{ mW}$$

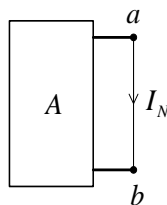


Nortonov teorem

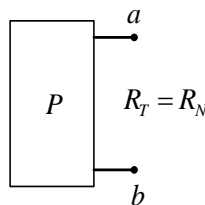
- Tvrdnja: Struja kroz bilo koju granu **a-b** el. kruga (mreže), gdje se između točaka **a** i **b** nalazi otpor **R**, određuje se tako da se preostali dio kruga zamijeni ekvivalentnim strujnim izvorom. Struja ekvivalentnog strujnog izvora (**I_N**) jednaka je struji kroz granu **a-b** kada se ona kratko spoji. Unutarnji otpor ekvivalentnog strujnog izvora (**R_N**) određuje se na isti način kao i u Theveninovom teoremu (iz čega slijedi da je **$R_N = R_T$**).



Sl. 4a



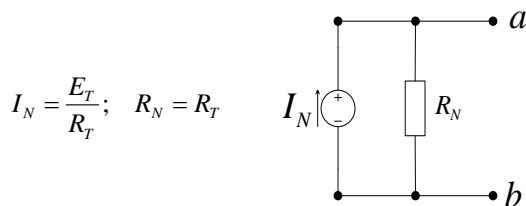
Sl. 4b



Sl. 4c

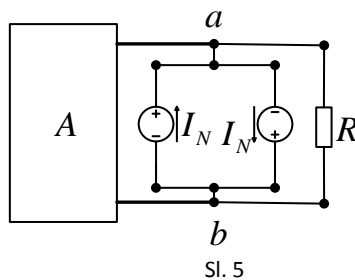
Nortonov teorem (2)

- Dokaz: Izravno slijedi iz Theveninova teorema i pretvorbe realnog naponskog u realni strujni izvor.



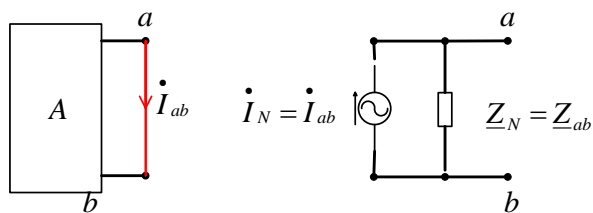
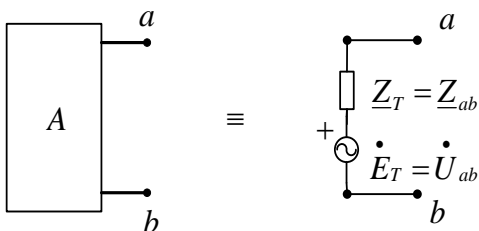
Alternativa je primjena načela superpozicije putem dodavanja dva strujna izvora istog iznosa struja a suprotnog smjera (iznos je I_N) paralelno grani a-b (sl. 5).

Nortonov teorem (3)



- U istosmjernim el. krugovima Theveninov i Nortonov teorem su ekvivalentne tvrdnje s različitim nadomjesnim parametrima za aktivnu linearnu mrežu A.

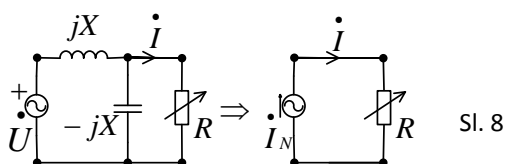
Krugovi sinusne struje



- U krugovima izmjenične struje ne postoji u svim slučajevima ekvivalencija Theveninovog (Sl. 6) i Nortonovog teorema (Sl. 7). Naime, postoje izmjenični el. krugovi u kojima se može primijeniti samo jedan od ova dva teorema i to opravdava zašto se odvojeno formuliraju.

Pravdanje Nortonovog teorema

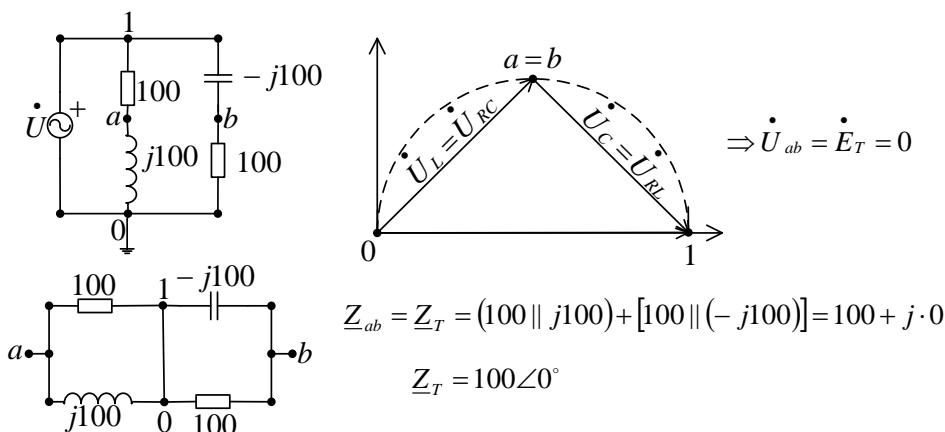
- Odredite kako se struja \dot{I} mijenja s porastom R !



- Ovdje je jedino moguće nadomještanje po Nortonu, gdje je nadomjestak aktivne mreže strujni dvopol

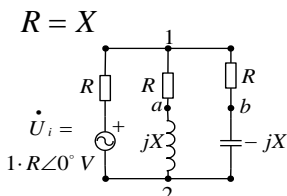
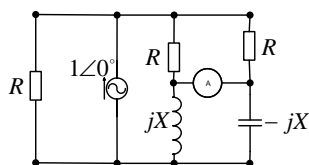
$$\dot{I}_N = \frac{\dot{U}}{jX}$$

Primjer 1 – Odredite $\dot{E}_T = \dot{U}_{ab}$ i $\underline{Z}_T = \underline{Z}_{ab}$



- Što će se dogoditi ako u jednoj grani omski i reaktivni element zamijene mjesta?

Primjer 2 – Odredite struju ampermetra!



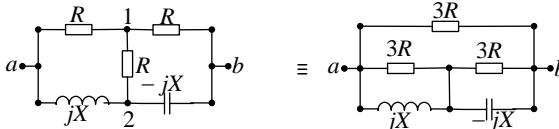
Kako je $\underline{Z}_{12} = (R + jX) \parallel (R - jX) = R \Rightarrow \dot{U}_{12} = \frac{1}{2} \dot{U}_i = \frac{R}{2} \angle 0^\circ \text{ V}$

$$\dot{I}_N = \frac{\dot{E}_T}{\underline{Z}_T} = 1 \angle 90^\circ \text{ A} \Rightarrow I_A = 1 \text{ A}$$

Određivanjem struje ampermetra svodi se na traženje iznosa Nortonove struje. Primijenimo Theveninov teorem i

$$\dot{I}_N = \frac{\dot{E}_T}{\underline{Z}_T}$$

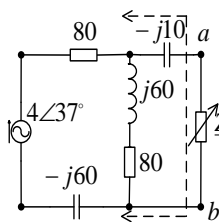
Iz mreže u kojoj je ugašen izvor određujemo \underline{Z}_{ab}



$$\underline{Z}_{ab} = 3R \parallel [3R \parallel jX + 3R \parallel (-jX)] = \frac{R}{2} = \underline{Z}_T$$

$$\dot{U}_{ab} = \dot{U}_{12} \angle 90^\circ = \frac{R}{2} \angle 90^\circ = \dot{E}_T$$

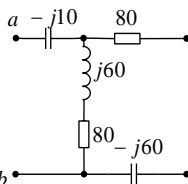
Primjer 3 – Odredite najveću moguću snagu na \underline{Z}



$$\underline{Z}_T = \underline{Z}_{ab}$$

Theveninov teorem i teorem maksimalne korisne snage na promjenjivoj impedanciji.

$$\dot{E}_T = \dot{U}_{ab} = 4 \angle 37^\circ \cdot (80 + j60) = 400 \angle 74^\circ \text{ V}$$



$$\underline{Z}_T = 80 + j50$$

$$\underline{Z} = \underline{Z}_T^* = 80 - j50$$

(na njoj se razvija najveća snaga)

$$P_{\text{maks}} = \left(\frac{E_T}{2 \text{Re}\{\underline{Z}_T\}} \right)^2 \cdot \text{Re}\{\underline{Z}\} = 500 \text{ W}$$

Primjer 4 – Odredite snagu na otporu $R=10\ \Omega$!

