

Министерство образования Республики Беларусь
Учреждение образования
БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИНФОРМАТИКИ И РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ
Факультет компьютерных систем и сетей
Кафедра электронных вычислительных машин
Дисциплина: Моделирование
ОТЧЕТ
по лабораторной работе № 4
на тему
«Построение и исследование аналитической модели непрерывно –
стохастической СМО»
Вариант № 1

Студенты:

Киреев Ю.В.

Денисов В.А.

Проверила:

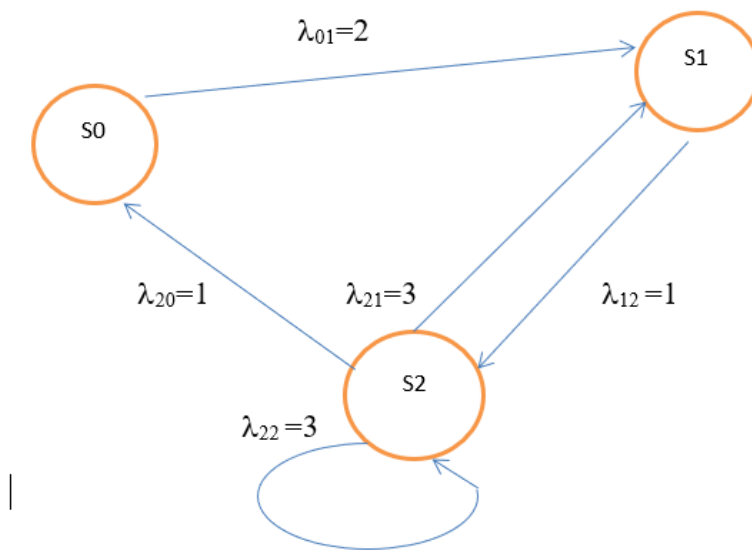
Ю.О. Герман

МИНСК 2022

1. Цель работы

Изучить методы аналитического моделирования поведения непрерывно-стохастической СМО.

Вариант 1. Произвести аналитический расчет вероятностей для графа



2. Выполнение

Составим систему линейных дифференциальных уравнений

$$dp_0(t)/dt = p_2(t) - 2p_0(t)$$

$$dp_1(t)/dt = 2p_0(t) - p_1(t) + 3p_2(t)$$

$$p_0(t) + p_1(t) + p_2(t) = 1$$

Напомним, что если стрелка выходит из вершины, то соответствующее слагаемое берется со знаком минус, а если заходит в вершину – то со знаком плюс. Пусть, кроме того, заданы начальные условия:

$$p_0(0) = 1, \quad p_1(0) = 0, \quad p_2(0) = 0.$$

Выразим $p_2(t)$ из

$$p_0(t) + p_1(t) + p_2(t) = 1$$

$$p_2(t) = 1 - p_0(t) - p_1(t)$$

и подставим в систему. Получим

$$dp_0(t)/dt = 1 - 3p_0(t) - p_1(t)$$

$$dp_1(t)/dt = 3 - p_0(t) - 4p_1(t)$$

$$p_0(0) = 1, \quad p_1(0) = 0, \quad p_2(0) = 0.$$

Будем искать решение в общем виде:

$$p_0(t) = a + b \cdot e^{kt}$$

$$p_1(t) = c + d \cdot e^{ht}$$

Находим производные:

$$dp_0(t)/dt = bk \cdot e^{kt}$$

$$dp_1(t)/dt = dh \cdot e^{ht}$$

Воспользуемся граничными условиями.

Для $t=0$ имеем

$$p_0(0) = 1 = a + b$$

$$p_1(0) = 0 = c + d$$

Итак,

$$b = 1 - a$$

$$d = -c$$

Для $t=\infty$ вероятности состояний следует найти для установившегося режима.

Для этого производные приравняем 0 и имеем алгебраическую систему

$$0 = p_2(\infty) - 2p_0(\infty)$$

$$0 = 2p_0(\infty) - p_1(\infty) + 3p_2(\infty)$$

$$p_0(\infty) + p_1(\infty) + p_2(\infty) = 1$$

Подставим

$$p_2(\infty) = 1 - p_0(\infty) - p_1(\infty)$$

Получим

$$0 = 1 - 3p_0(\infty) - p_1(\infty)$$

$$0 = 3 - 3p_0(\infty) - 4p_1(\infty)$$

$$p_0(\infty) = 1/11$$

$$p_1(\infty) = 8/11$$

$$1/11 = a + b \cdot e^{kt}$$

$$8/11 = c + d \cdot e^{ht}$$

Здесь члены e^{kt} (e^{ht}) стремятся к 0 при t стремящемся к бесконечности (полагаем k и h отрицательными). Получаем

$$a = 1/11$$

$$c = 8/11$$

$$b = 1 - a = 10/11$$

$$d = -c = -8/11$$

Остается найти значения k и h . Перепишем, что у нас есть:

$$p_0(t) = a + b \cdot e^{kt} = 1/11 + 10/11 e^{kt}$$

$$p_1(t) = c + d \cdot e^{ht} = 8/11 - 8/11 e^{ht}$$

Как и ранее

$$dp_0(t)/dt = 1 - 3p_0(t) - p_1(t)$$

$$dp_1(t)/dt = 3 - p_0(t) - 4p_1(t)$$

Но теперь

$$10/11 k e^{kt} = 1 - 3(1/11 + 10/11 e^{kt}) - (8/11 - 8/11 e^{ht}) = -30/11 e^{kt} + 8/11 e^{ht}$$

$$-1/11 h e^{ht} = 3 - (1/11 + 10/11 e^{kt}) - 4(8/11 - 8/11 e^{ht}) = -10/11 e^{kt} + 32/11 e^{ht}$$

Итак, имеем

$$10/11 k e^{kt} = -30/11 e^{kt} + 8/11 e^{ht}$$

$$-1/11 h e^{ht} = -10/11 e^{kt} + 32/11 e^{ht}$$

Нужно найти h и k ($k=-1$ из уравнения выше). Для этого нужно задать два любых момента времени t (если достаточно одного, то и хватит). Зададим $t=0$. Тогда из первого уравнения получим сразу

$$k = -2.2$$

Из второго уравнения для $t=0$ имеем

$$h = -22$$

Все коэффициенты найдены. Получили окончательно

$$p_0(t) = 1/11 + 10/11 e^{-2.2t}$$

$$p_1(t) = 8/11 - 8/11 e^{-22t}$$

$$p_2(t) = 1 - p_0(t) - p_1(t)$$

Вывод

Изучены методы имитационного моделирования поведения дискретно-стохастической СМО.