Министерство образования Республики Беларусь

Учреждение образования

БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

ИНФОРМАТИКИ И РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ

Факультет компьютерных систем и сетей

Кафедра электронных вычислительных машин

Дисциплина: Моделирование

ОТЧЕТ

по лабораторной работе № 4

на тему

«Построение и исследование аналитической модели непрерывно – стохастической СМО»

Вариант № 1

Студенты: Киреев Ю.В.

Денисов В.А.

Проверила: Ю.О. Герман

МИНСК 2022

# **Цель работы**

Изучить методы аналитического моделирования поведения непрерывно-стохастической СМО.

**Вариант 1**. Произвести аналитический расчет вероятностей для графа

## 

# **Выполнение**

Составим систему линейных дифференциальных уравнений

dp0(t)/dt = p2(t) − 2p0(t)

dp1(t)/dt = 2p0(t) − p1(t) + 3p2(t)

p0(t) + p1(t) + p2(t) = 1

Напомним, что если стрелка выходит из вершины, то соответствующее слагаемое берется со знаком минус, а если заходит в вершину – то со знаком плюс. Пусть, кроме того, заданы начальные условия:

p0(0) = 1, p1(0) = 0, p2(0) = 0.

Выразим p2(t) из

p0(t) + p1(t) + p2(t) = 1

p2(t) = 1 − p0(t) − p1(t)

и подставим в систему. Получим

dp0(t)/dt = p1(t) + 1 − p0(t) − p1(t) − 2p0(t)

dp1(t)/dt = 2p0(t) −2p1(t)

p0(0) = 1, p1(0) = 0, p2(0) = 0.

Итак, имеем следующую систему

dp0(t)/dt = 1 −3 p0(t)

dp1(t)/dt = 2p0(t) −2p1(t)

p0(0) = 1, p1(0) = 0, p2(0) = 0.

Будем искать решение в общем виде:

p0(t) = a+b⋅ekt

p1(t) = c+d⋅eht

Находим производные:

dp0(t)/dt = bk⋅ekt

dp1(t)/dt = dh⋅eht

Воспользуемся граничными условиями.

Для t=0 имеем

p0(0) =1 = a+b

p1(0) = 0 = c+d

Итак,

b= 1 –a

d = -c

Для t=∝ вероятности состояний следует найти для установившегося режима. Для этого производные приравниваем 0 и имеем алгебраическую систему

0 = p1(∝) + p2(∝) − 2p0(∝)

0 = 2p0(∝) −2p1(∝)

p0(∝) + p1(∝) + p2(∝) = 1

Подставим

p2(∝) = 1 - p0(∝) - p1(∝)

Получим

0 = p1(∝) + 1 - p0(∝) - p1(∝) − 2p0(∝) =1 - 3p0(∝)

0 = 2p0(∝) −2p1(∝)

p0(∝) = 1/3

p1(∝) = 1/3

1/3 = a+b⋅ekt

1/3 = c+d⋅eht

Здесь члены ekt (eht) стремятся к 0 при t стремящемся к бесконечности (полагаем k и h отрицательными). Получаем

a= 1/3

c = 1/3

b= 1 –a = 2/3

d = -c = -1/3

Остается найти значения k и h. Перепишем, что у нас есть:

p0(t) = a+b⋅ekt = 1/3+2/3 ekt

p1(t) = c+d⋅eht =1/3 – 1/3 eht

Как и ранее

dp0(t)/dt = 1 −3 p0(t)

dp1(t)/dt = 2p0(t) −2p1(t)

Но теперь

2/3 kekt =1 -3(1/3+2/3 ekt) = -2 ekt

-1/3 heht = 2(1/3+2/3 ekt) −2(1/3 – 1/3 eht) = 4/3 ekt +2/3 eht

Итак, имеем

2/3 kekt = -2 ekt

-1/3 heht = 4/3 ekt +2/3 eht

Нужно найти h и k (k=-1 из уравнения выше). Для этого нужно задать два любых момента времени t (если достаточно одного, то и хватит). Зададим t=0. Тогда из первого уравнения получим сразу

k = - 3.

Из второго уравнения для t=0 имеем

-1/3 h = 4/3 +2/3 = 2

h = -6

Все коэффициенты найдены. Получили окончательно

p0(t) = 1/3+2/3 e-3t

p1(t) = 1/3 – 1/3 e-6t

p2(t) = 1- p0(t) - p1(t)

## Вывод

Изучены методы имитационного моделирования поведения дискретно-стохастической СМО.