

VEŽBA 1 – Decimacija i interpolacija

Potrebno predznanje

- Poznavanje programskog jezika C
- FIR filtri

Šta će biti naučeno tokom izrade vežbe

Tokom izrade vežbe biće naučene osnovne metode decimacije i interpolacije digitalnih signala sa ili bez korišćenja decimacionih odnosno interpolacionih filtara, kao i metode za konverziju učestanosti odabiranja digitalnog signala sa racionalnim faktorom L/M.

Motivacija

Konverzija frekvencije odabiranja predstavlja veoma bitan process u obradi kako audio signala, gde se koristi za prilagođavanje snimljenog signala sistemima za reprodukciju koji koriste različitu izlaznu frekvenciju odabiranja, tako i u obradi slike i videa, gde se koristi za promenu rezolucije slike, odnosno skaliranje.

1 Decimacija

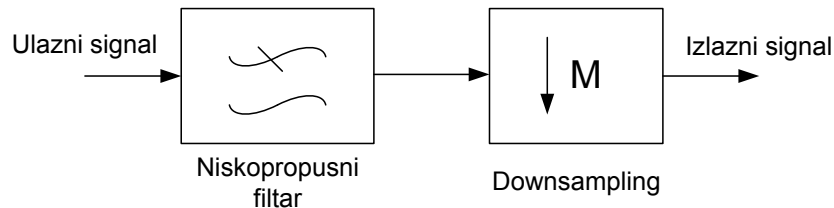
Uopšteno govoreći, decimacija je proces redukcije frekvencije odabiranja ulaznog signala za neki celobrojni faktor. Faktor decimacije predstavlja odnos frekvencije odabiranja ulaznog signala i frekvencije odabiranja signala nastalog decimacijom. On se najčešće obeležava sa M i predstavlja sledeći količnik:

$$M = \frac{f_{si}}{f_{so}}$$

Decimacija se u praksi obično realizuje filtriranjem ulaznog signala niskopropusnim filtrom i potom odbacivanjem određenog broja odbiraka (Slika 1). Odbacivanje odbiraka (engl. downsampling) odnosi se na proces prostog odbacivanja odbiraka ulaznog signala bez filtriranja. Ulazni signal može biti decimiran na ovaj način ukoliko je signal odabiran sa frekvencijom odabiranja dovoljno većom od one koja je potrebna da bi se signal mogao rekonstruisati (Nikvistov uslov). Ukoliko ovaj uslov nije ispunjen, doći će do pojave preslikavanja spektra (engl. aliasing). Zbog toga je u takvim slučajevima neophodno

filtrirati signal niskopropusnim filtrom pre odbacivanja odbiraka. Granična frekvencija ovog filtra treba da odgovara polovini frekvencije odabiranja decimiranog signala:

$$f_c = \frac{f_{so}}{2} = \frac{f_{si}}{2M}$$



Slika 1 Decimacija signala za faktor M

Najočigledniji razlog upotrebe decimacije je da se smanji frekvencija odabiranja na izlazu jednog sistema, da bi se taj izlaz mogao proslediti sistemu koji radi na nižoj frekvenciji odabiranja. Mnogo značajnija motivacija za primenu decimacije je smanjenje cene obrade (po broju instrukcija i količini memorije) implementacije na DSP sistemima. Broj instrukcija i količina memorije potrebna za obradu obično je proporcionalna frekvenciji odabiranja ulaznog signala, tako da implementacija na nižim frekvencijama odabiranja rezultuje jeftinijom implementacijom. Niskopropusni filter može biti bilo FIR, bilo IIR tipa. Odbacivanje odbiraka se svodi na zadržavanje svakog M-tog odbirka filtriranog signala.

Ukoliko faktor decimacije nije prost broj, decimacija se može izvršiti u nekoliko uzastopnih faza. Npr. ukoliko je faktor decimacije 24, decimacija se može izvršiti na sledeće načine:

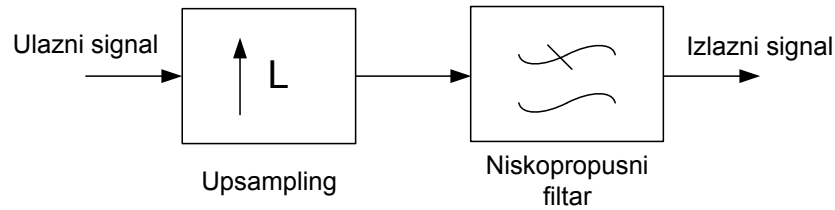
- jedna faza: $M = 24$
- dve faze: $M = 6$ i $M = 4$, ili $M = 8$ i $M = 3$
- tri faze: $M = 4$, $M = 3$ i $M = 2$
- četiri faze: $M = 3$, $M = 2$, $M = 2$, $M = 2$

2 Interpolacija

Interpolacija je proces suprotan decimaciji odnosno predstavlja proces povećanja frekvencije odabiranja ulaznog signala za neki celobrojni faktor. Kao i faktor decimacije, i faktor interpolacije se definiše kao odnos frekvencije odabiranja ulaznog signala i frekvencije odabiranja signala nastalog interpolacijom. On se najčešće obeležava sa L i predstavlja sledeći količnik:

$$L = \frac{f_{so}}{f_{si}}$$

Kao i decimacija, i interpolacija se u praksi sastoji iz 2 faze: ubacivanja odbiraka u signal (engl. upsampling) i filtriranja niskopropusnim filtrom (Slika 2).



Slika 2 Interpolacija signala za faktor L

Proces ubacivanja odbiraka najčešće se realizuje ubacivanjem $L-1$ nula odbiraka između svaka 2 uzastopna ulazna odbirka (engl. zero-stuffing). Filtriranje je neophodno jer unošenje nula odbiraka u ulazni signal dovodi do pojave neželjenih spektralnih slika u izlaznom signalu koje se nalaze na umnošku originalne frekvencije odabiranja. Filtar može biti FIR ili IIR tipa, ali se u praksi češće koriste FIR filtri pošto omogućavaju jednostavniju implementaciju.

Najočigledniji razlog upotrebe interpolacije je da se poveća frekvencija odabiranja na izlazu jednog sistema, da bi se taj izlaz mogao proslediti sistemu koji radi na višoj frekvenciji odabiranja.

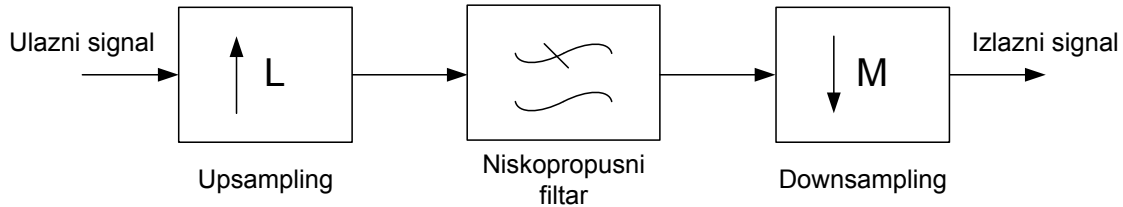
S obzirom da je interpolacija bazirana na dodavanju nula odbiraka, interpolacija je moguća samo sa faktorom interpolacije koji je ceo broj. Ne postoji ograničenje što se ulaznih signala tiče. S obzirom da je u pitanju proces povećanja frekvencije odabiranja, bilo koji ulazni sistem ne može ugroziti Nikvistov kriterijum.

Kao i kod decimacije, ukoliko faktor interpolacije nije prost broj, interpolacija se može izvršiti u nekoliko uzastopnih faza. Npr. ukoliko je faktor interpolacije 16, interpolacija se može izvršiti na sledeći način:

- jedna faza: $L = 16$
- dve faze: $L = 4$ i $L = 4$ ili $L = 8$ i $L = 2$
- tri faze: $L = 2$, $L = 2$ i $L = 4$
- četiri faze: $L = 2$, $L = 2$, $L = 2$ i $L = 2$

3 Konverzija frekvencije odabiranja sa racionalnim faktorom

U slučaju kada je odnos izlazne i ulazne frekvencije odabiranja racionalan broj izražen kao količnik L/M , konverzija frekvencije odabiranja realizuje se kombinacijom interpolacije za faktor L i decimacije za faktor M (Slika 3). Naravno, ovde nije potrebno 2 puta filtrirati signal, već je dovoljno koristiti jedan filtir čija granična frekvencija odgovara minimumu graničnih frekvencija interpolacionog i decimacionog filtra, u zavisnosti od toga koji od 2 faktora (L ili M) je manji.



Slika 3 Konverzija frekvencije odabiranja za racionalni faktor

Konverzija sa racionalnim faktorom se najčešće koristi prilikom povezivanja sistema koji rade sa različitim frekvencijama odabiranja. Ukoliko je količnik između frekvencija odabiranja ceo broj ili recipročna vrednost celog broja, tada su decimacija ili interpolacija dovoljne. Ukoliko je količnik racionalan broj, tada je potrebna kombinacija decimacije i interpolacije da bi se postigla željena promena frekvencije odabiranja.

Najtipičniji primer korišćenja konverzije sa racionalnim faktorom je konverzija frekvencije odabiranja od 48 kHz (koju koristi profesionalna audio oprema) na frekvenciju odabiranja od 44.1 kHz (koju koristi standardni audio CD). Stoga, transfer muzike sa profesionalne trake na CD zahteva promenu frekvencije odabiranja za faktor:

$$\frac{44100}{48000} = \frac{441}{480} = \frac{147}{160}$$

Da bi se ova konverzija implementirala, potrebno je uraditi interpolaciju za faktor $L = 147$ i zatim decimaciju za faktor $M = 160$.

Zadaci

Zadatak 1

- Implementirati funkciju `downsample(Int16 *input, Int16 *output, int M, int N)` koja vrši decimaciju ulaznog signala dužine N za faktor M odbacivanjem odbiraka bez filtriranja.
- Primeriti funkciju na ulazni signal dat u projektu sa faktorom decimacije $M = 4$
- Prikazati vremenski oblik i amplitudski spektar ulaznog i decimiranog signala. Koristiti veličinu FFT-a 1024.

Zadatak 2

- Implementirati funkciju `decimate(Int16 *input, Int16 *output, int M, int N)` koja vrši decimaciju ulaznog signala dužine N za faktor M filtriranjem ulaznog signala niskopropusnim filtrom i odbacivanjem odbiraka. Koeficijenti i implementacija filtra dati su u projektu.

- Primeniti funkciju na ulazni signal dat u projektu sa faktorom decimacije $M = 4$
- Prikazati vremenski oblik i amplitudski spektar decimiranog signala. Koristiti veličinu FFT-a 1024.

Zadatak 3

- Implementirati funkciju `upsample(Int16 *input, Int16 *output, int L, int N)` koja vrši interpolaciju ulaznog signala dužine N za faktor M ubacivanjem nula-odbiraka bez filtriranja.
- Primeniti funkciju na ulazni signal dat u projektu sa faktorom interpolacije $L = 4$
- Prikazati vremenski oblik i amplitudski spektar ulaznog i interpoliranog signala. Koristiti veličinu FFT-a 1024.

Zadatak 4

- Implementirati funkciju `interpolate(Int16 *input, Int16 *output, int L, int N)` koja vrši interpolaciju ulaznog signala dužine N za faktor M ubacivanjem nula-odbiraka i filtriranjem izlaznog signala niskopropusnim filtrom. Koeficijenti i implementacija filtra dati su u projektu.
- Primeniti funkciju na ulazni signal dat u projektu sa faktorom interpolacije $L = 4$
- Prikazati vremenski oblik i amplitudski spektar interpoliranog signala. Koristiti veličinu FFT-a 1024.

Zadatak 5

- Implementirati funkciju `resample(Int16 *input, Int16 *output, int L, int M, int N)` koja vrši konverziju frekvencije odabiranja ulaznog signala dužine N za faktor L/M kombinacijom interpolacije za faktor L i decimacije za faktor M.
- Primeniti funkciju na ulazni signal dat u projektu sa faktorom konverzije $3/4$ i $4/3$.
- Prikazati vremenski oblik i amplitudski spektar izlaznog signala. Koristiti veličinu FFT-a 1024.