

Simulación en PYTHIA de decaimientos de Bosones W y Z: Estudio comparativo con datos del CERN

Juan D. Rueda Mantilla, Carlos Galvis Palacio, Gabriela Narváez Arango.
Introducción a la física subatómica,
Universidad Nacional de Colombia, sede Bogotá, Bogotá, Colombia

22 de Noviembre de 2023

Resumen

Se investigó el decaimiento de los bosones W y Z, analizando específicamente los procesos $W^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu$ y $Z^0 \rightarrow \mu^- + \mu^+$. Mediante simulaciones en Pythia, se determinaron los valores del momentum transversal y la masa invariante para ambos procesos. La comparación de estos resultados con datos experimentales del CERN confirmó la coherencia de la simulación, evidenciando que las masas invariantes se comportan según lo esperado y los valores del momentum transversal presentan similitudes notables y consistentes entre ambos resultados.

1. Motivación

En el centro de los experimentos de física de partículas se encuentran las colisiones de alta energía que nos permiten explorar partículas subatómicas. Este estudio se centra en la simulación y análisis de los decaimientos de dos de estas partículas elementales: el bosón W y el bosón Z.

Estos bosones tienen diversos posibles decaimientos, siendo el hadrónico el más probable de todos ellos [1] [2]. Sin embargo, con el fin de reducir el background de otros procesos y poder centrarse de mejor manera en la reconstrucción de los bosones en cuestión, se estudian canales menos probables pero con una señal más limpia. Para el caso del W es su decaimiento en un muón y un antineutrino muónico, y para el Z es su decaimiento en un muón y un antimuón. Estos procesos han sido detectados en diversas ocasiones en el 'Compact Muon Solenoid' (CMS) y se han subido algunas de las bases de datos provenientes de estas detecciones al Opendata del CERN.

A través de este artículo, presentaremos los fundamentos teóricos que respaldan nuestras simulaciones realizadas en el software Pythia, describiremos el proceso de generación de eventos y discutiremos los métodos utilizados para analizar los resultados. Así mismo, examinaremos las propiedades de las partículas resultantes, como el momento transversal y la masa invariante. Finalmente, compararemos nuestros hallazgos con los datos recopilados por los el detector CMS.

2. Descripción teórica

2.1. Decaimientos del bosón W y Z

El bosón W, mediador de la interacción débil en el marco del modelo estándar de la física de partículas, puede decaer de diversas maneras, dando lugar a la generación de distintas combinaciones de partículas finales. Los canales de decaimiento más comunes para el bosón W^- son en un electrón y un neutrino electrónico ($W^- \rightarrow e^- + \nu_e$), en un muón y un neutrino muónico ($W^- \rightarrow \mu^- + \nu_\mu$), en un tau y un neutrino tauónico ($W^- \rightarrow \tau^- + \nu_\tau$) y el canal hadrónico ($W^- \rightarrow q + \bar{q}$). [1] Similarmente, los bosones W^+ pueden decaer en las antipartículas correspondientes.

Dentro de este trabajo nos centramos específicamente en el canal muónico $W^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu$ (el diagrama de Feynmann de este proceso se puede ver en la [Figura 1](#)). Resulta conveniente centrarnos en este canal puesto que en comparación con los canales hadrónicos, donde se producen jets y donde la QCD introduce complejidades adicionales, el canal muónico a menudo tiene un fondo experimental más limpio y bien definido. Esto facilita la identificación y el estudio de los muones y neutrinos muónicos. [3]

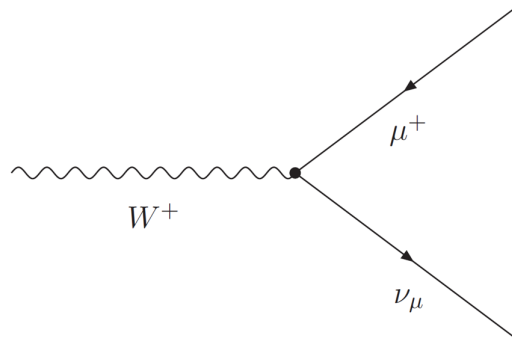


Figura 1: Decaimiento $W^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu$

Ahora bien, al igual que el bosón W, el bosón Z también presenta diversos canales de decaimiento, en este caso su decaimiento implica la creación de un par partícula-antipartícula, como lo son muones ($Z^+ \rightarrow \mu^+ + \mu^-$), electrones ($Z^+ \rightarrow e^+ + e^-$) e incluso el canal hadrónico ($Z^+ \rightarrow q + \bar{q}$). En este trabajo, nos centramos en el proceso $Z \rightarrow \mu^- + \mu^+$ mostrado en la [Figura 2](#).

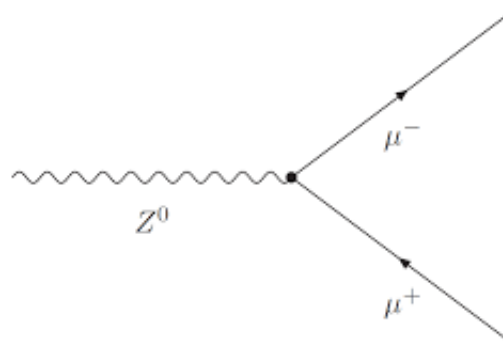


Figura 2: Decaimiento $Z \rightarrow \mu^- + \mu^+$

2.2. Pseudorapidez y momentum transversal

La pseudorapidez describe el ángulo relativo de la partícula con el eje del haz. Se define de la siguiente manera

$$\eta = -\ln \left[\tan \left(\frac{\theta}{2} \right) \right] \quad (1)$$

donde θ corresponde al ángulo entre el momentum de la partícula y el eje positivo del haz [7].

Por otro lado, el momentum transversal p_T se refiere al componente del momentum de una partícula que se encuentra perpendicular al haz de partículas [7].

$$p_T = \sqrt{p_x^2 + p_y^2} \quad (2)$$

Tanto el momentum transversal como la pseudorapidez son variables fundamentales ya que permiten derivar el valor de la masa sin requerir información sobre todas las componentes del momentum, esto gracias a la aproximación de alta energía para la masa invariante.

2.3. Masa invariante

Para una partícula pesada que decae en dos partículas ($a \rightarrow b + c$), sabemos que

$$\begin{aligned} M^2 &= E^2 - |\vec{p}|^2 \\ M &= \sqrt{(E_b + E_c)^2 - |p_b + p_c|^2} \end{aligned} \quad (3)$$

Esta ecuación describe el valor preciso de la masa invariante. Sin embargo, para hacer uso de ella hace falta conocer todos los componentes del momentum; en las bases de datos del Opendata del CERN no suele aparecer esta información, por lo cual hacemos una aproximación de altas energías $E \gg m$ y usamos las relaciones con el momentum transversal p_T , la pseudo rapidez η y el ángulo azimutal ϕ :

$$|P| = p_T \cdot \cosh(\eta) \quad p_x = p_T \cdot \cos\phi \quad p_y = p_T \cdot \sin\phi \quad p_z = p_T \cdot \sinh(\eta)$$

Así, obtenemos los siguientes cuadri-vectores del momentum.

$$\begin{aligned} P_a^\mu &= (E, 0, 0, 0) \\ P_b^\mu &= (p_{Tb} \cdot \cosh(\eta_b), p_{Tb} \cdot \cos(\phi_b), p_{Tb} \cdot \sin(\phi_b), p_{Tb} \cdot \sinh(\eta_b)) \\ P_c^\mu &= (p_{Tc} \cdot \cosh(\eta_c), p_{Tc} \cdot \cos(\phi_c), p_{Tc} \cdot \sin(\phi_c), p_{Tc} \cdot \sinh(\eta_c)) \end{aligned}$$

Por la conservación del momentum sabemos que $P_a^\mu = P_b^\mu + P_c^\mu$, así:

$$(P_a^\mu)^2 = (P_b^\mu + P_c^\mu)^2$$

Teniendo en cuenta que $|P_a^\mu| = E$ y desarrollando el término de la derecha de la ecuación anterior, se obtiene

$$E^2 = 2 \cdot p_{Tb} \cdot p_{Tc} \cdot \cos(\eta_b - \eta_c) - 2 \cdot p_{Tb} \cdot p_{Tc} \cdot \cos(\phi_b - \phi_c)$$

Finalmente, usando $E = |\vec{p}|^2 + m^2$ y teniendo en cuenta que $|\vec{p}_a| = 0$, se obtiene

$$M = \sqrt{2 \cdot p_{Tb} \cdot p_{Tc} (\cosh(\eta_c - \eta_b) - \cos(\phi_c - \phi_b))} \quad (4)$$

3. Planteamiento del problema

3.1. Bases de datos

La selección de los datos cobra un rol fundamental si se espera tener una representación experimental correcta de lo que se está buscando, por lo que se optó por investigar en el Opendata del CERN, el cual es un portal que permite acceder a datos de libre acceso provenientes de diferentes procesos ocurridos en el LHC a lo largo de su existencia.

Para el bosón Z se analizó una base de datos recopilada en el año 2011, la cual contiene alrededor de 10000 eventos seleccionados a partir de desintegraciones con una energía de centro de masa de 7 TeV que tuvieran una masa invariante entre 60 GeV y 120 GeV, un momento trasversal para ambos muones mayor a 20 GeV y una pseudorapidez entre -2.1 y 2.1

Por otra parte, para el bosón W se tuvo en cuenta una base de datos del año 2010 que contiene 1000 eventos que fueron seleccionados a partir de desintegraciones con una energía de centro de masa de 7TeV, que tuvieran un momento trasversal del muón mayor a 25 GeV y una pseudorapidez entre -2.1 y 2.1. Sin embargo, al ser un decaimiento que contiene un neutrino, el momento trasversal y el ángulo de este se reconstruye como la energía trasversal faltante y el ángulo de esta.

Estas bases de datos fueron seleccionadas ya que permiten la reconstrucción de la masa invariante de los bosones, debido a que contienen los diferentes valores que se muestran en la ecuación 4 (momentos trasversales, pseudorapideces y ángulos ϕ). Esto permite una comparación suficientemente rigurosa entre la simulación y algunos datos experimentales.

3.2. PYTHIA

Como se mencionó anteriormente, el programa utilizado para realizar la simulación de los decaimientos del bosón W y Z fue Pythia. De manera general, Pythia es un generador de eventos de Monte Carlo utilizado en la física de partículas para simular colisiones de alta energía y estudiar la producción y desintegración de partículas subatómicas.

La generación de eventos se realiza a partir de las configuraciones establecidas. En este caso, se especificó que la desintegración requerida para el caso del bosón Z sea a un muón y un antimuón y la del bosón W a un muón y un antineutrino muónico. Así mismo, para que los datos obtenidos se asemejaran con los de las bases de datos, se tomaron las mismas consideraciones que se mencionaron anteriormente.

Finalmente Pythia proporciona resultados detallados y estadísticas sobre los eventos generados. En este caso nos interesa la creación de histogramas para el momento transversal de las partículas y la masa invariante. La simulación se realizó con 100000 eventos. El código completo se encuentra en la [Sección 6](#).

4. Resultados y discusión

Para determinar qué tan cercanos son los resultados obtenidos a partir de las simulaciones con Pythia con los datos del CMS se compararon las cantidades anteriormente mencionadas de los decaimientos en cuestión.

4.1. Bosón W

Inicialmente, la atención se centra en el comportamiento del momento trasversal del muón resultante del decaimiento, ya que si se presentan similitudes en los valores más repetidos de esta cantidad para los diferentes eventos, es un buen indicio de que la teoría detrás de la simulación es correcta y se puede abrir paso a analizar cantidades características como la masa invariante. Sabiendo esto, se obtienen las figuras 3(a) y 3(b).

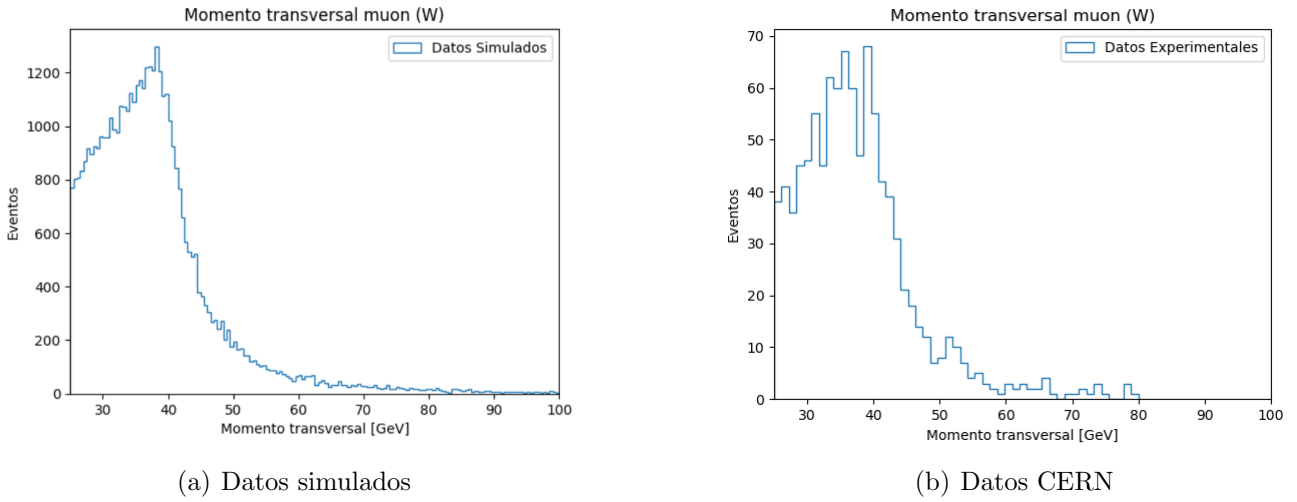


Figura 3: Comparación del momento transversal del muon simulado con el experimental

En estas gráficas se puede evidenciar un comportamiento muy parecido desde regiones previas al máximo, situándose cerca a los 40 GeV y mostrando una decaída bastante similar posterior a este. Sin embargo, para lograr un análisis completo del decaimiento, no es suficiente con el momento trasversal del muón.

Otra cantidad relevante es el momento del neutrino, la cual presenta una dificultad experimental que debe ser tomada en cuenta para los análisis posteriores. Esta dificultad es que esta cantidad no es medida por el detector CMS, por lo que es reconstruida según la energía trasversal faltante y asignada al neutrino. Por otra parte, la simulación sí permite conocer el valor real de esta cantidad. Al comparar los valores experimentales y los simulados se obtiene la siguiente figura.

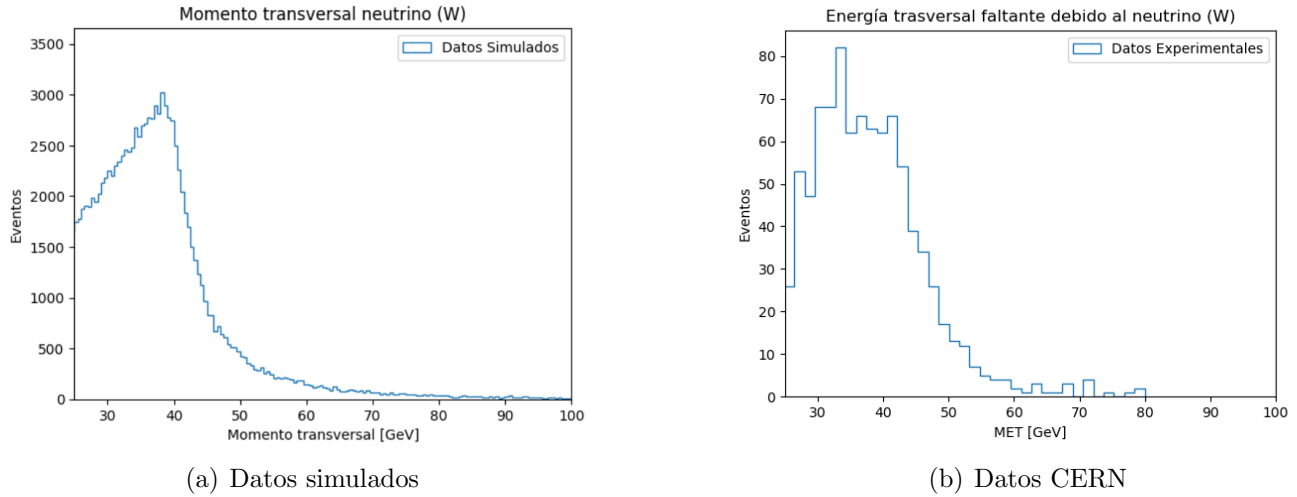


Figura 4: Comparación del momento transversal del neutrino simulado con el experimental

Observando las gráficas 4(a) y 4(b) se puede observar que, aunque la decaída posterior es muy similar, la posición y la forma del máximo no coinciden. Esto se puede deber a la forma en la que se reconstruyó el momento trasversal del neutrino para la parte experimental.

Ya habiendo comparado los momentos trasversales, se puede dar inicio a analizar la masa invariante. Para este caso, la reconstrucción se hace a partir de los valores de momento transversal, pseudo rapidez y ángulo azimutal del muón y neutrón usando la Ecuación 4. Como se muestra en la figura 5(a), correspondiente a los datos simulados, y tras hacer un ajuste gaussiano, vemos que está centrado en 80.35 GeV que se alinea con la expectativas teóricas para el valor de la masa del bosón W (80.378 ± 0.012 GeV según el Particle Data Group [6]), lo cual nos indica que los métodos utilizados fueron consistentes con la teoría.

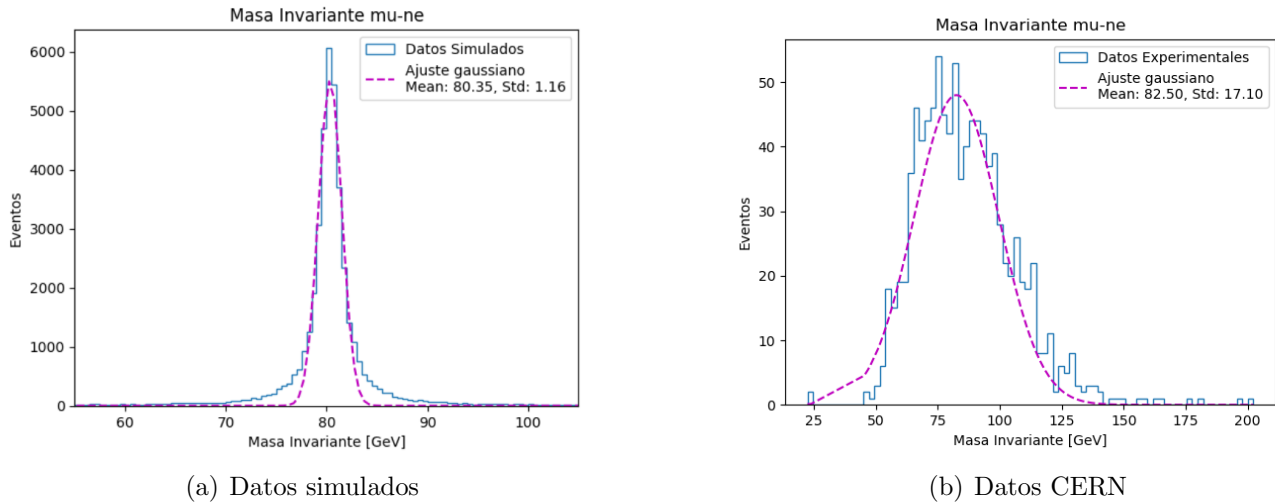


Figura 5: Comparación de la masa invariante simulada con la experimental

Ahora bien, si analizamos la figura 5(b) correspondiente a los datos experimentales del CERN podemos ver que el ajuste gaussiano se centra al rededor de 82.50 GeV, esto es de esperar puesto que, como

se mencionó con anterioridad, el CMS no detecta al neutrino, así, no tenemos valores para su pseudo rapidez, por lo que resultaba previsible esta discrepancia.

4.2. Bosón Z

Para poder realizar una comparación rigurosa entre una simulación en Pythia y experimentos del CERN se necesita un proceso al que, a diferencia del decaimiento del bosón W, se le puedan medir todas las cantidades necesarias para hallar correctamente la masa invariante. Este es el caso del decaimiento del bosón Z profundizado anteriormente, ya que al decaer en un muón y un antimuón, a ambos se le pueden realizar las mediciones de las cantidades que se necesitan.

Al igual que para el caso anterior, se empieza comparando los momentos trasversales de las partículas resultantes. A continuación se muestran las gráficas obtenidas para los muones del decaimiento.

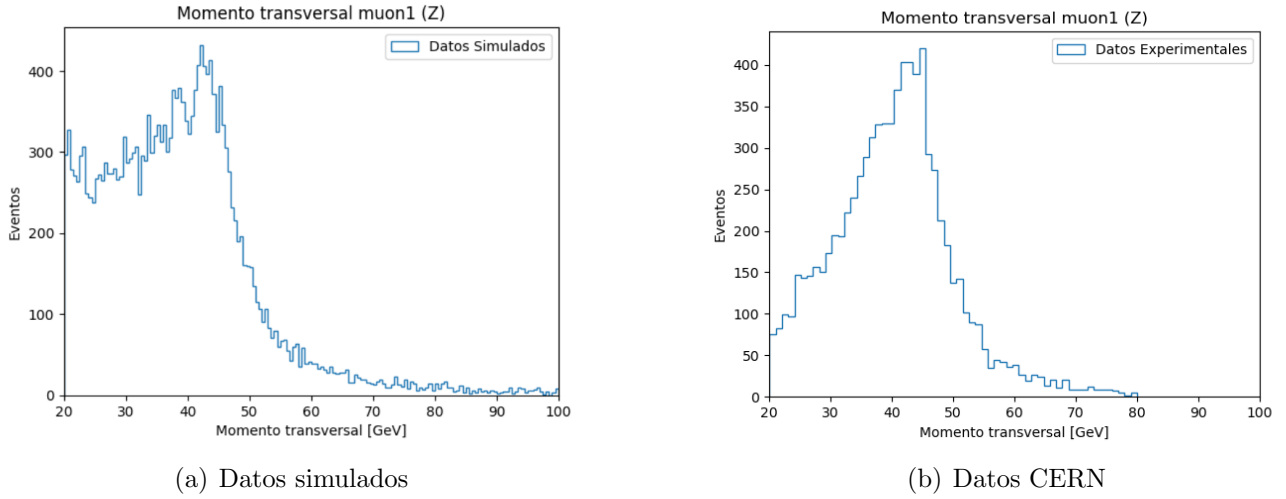


Figura 6: Comparación del momento transversal del primer muón simulado con el experimental

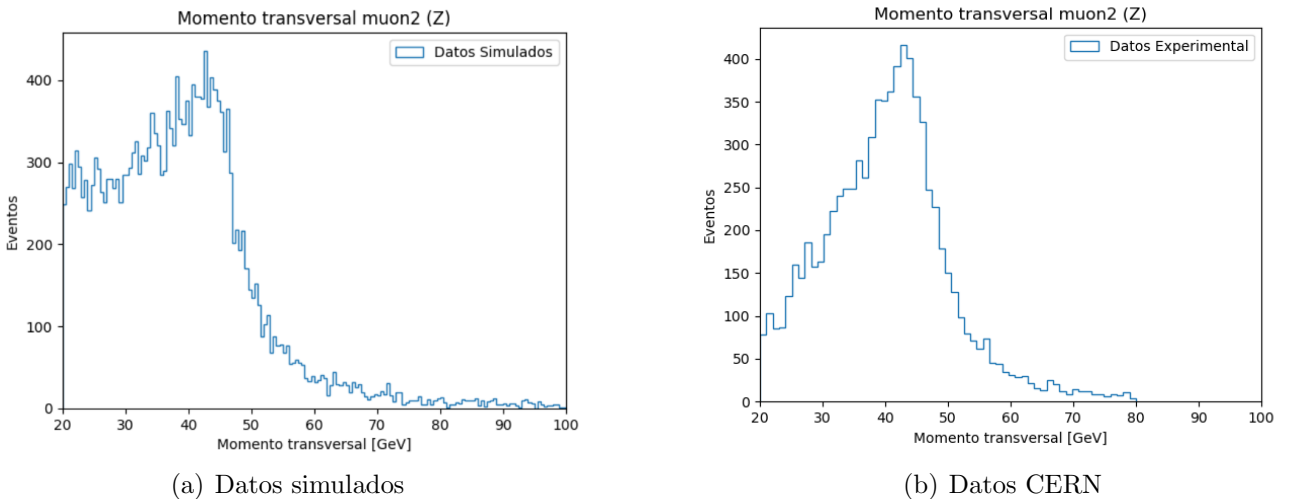


Figura 7: Comparación del momento transversal del antimuón simulado con el experimental

Como se puede evidenciar, en ambos casos no hay una coincidencia inicial para ninguno de los muones pero el máximo coincide en posición y forma. También se puede evidenciar que el descenso de los datos es similar en cada comparativa.

Estas semejanzas abren paso al estudio de la masa invariante, la cuál se halla de manera análoga al caso del bosón W (haciendo uso de la [Ecuación 4](#)), lo que produce las siguientes figuras

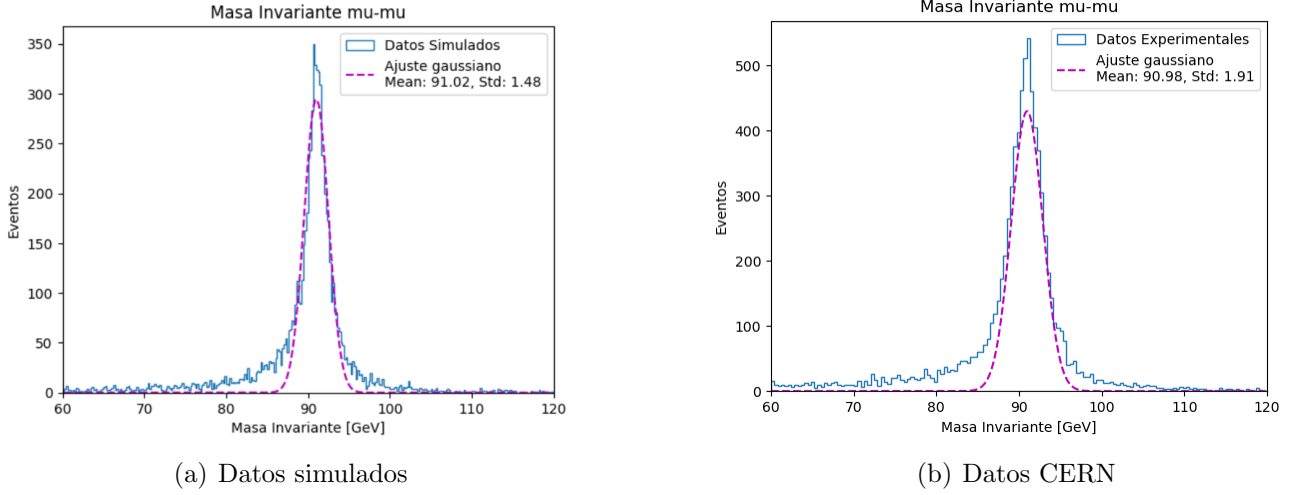


Figura 8: Comparación de la masa invariante simulada con la experimental

Analizando estas gráficas, se tiene que para los datos simulados de la gráfica 8(a) hay un comportamiento muy similar al del bosón W, mostrando un pico pronunciado alrededor de la masa del bosón original.

La masa para este caso es la del bosón Z, la cual es de 91.1876 ± 0.0021 GeV según el Particle Data Group [6]. Este valor es muy cercano al centro del ajuste gaussiano realizado, 91.02 GeV, confirmando nuevamente la precisión de la simulación realizada.

Por otra parte, los datos del CMS mostrados en la gráfica 8(b) presentan un comportamiento casi idéntico a los simulados, mostrando un ajuste gaussiano con centro en 90.98 GeV. Esto era de esperarse, ya que para este decaimiento sí se tienen en cuenta todas las cantidades necesarias. Gracias a esto se puede mostrar que tanto la simulación como la parte experimental da como resultado una gaussiana centrada en el valor de la masa del bosón Z, tal y como era de esperarse.

5. Conclusiones

Se puede afirmar que la comparación entre las simulaciones y los datos experimentales reveló una notoria coherencia en los resultados. Para el bosón W, la masa invariante simulada se centra en el valor esperado y la experimental se centra un poco corrida de este valor, algo que se preveía debido a la imposibilidad de medir directamente ciertas cantidades al neutrino resultante. Esto también se demuestra en la similitud de los comportamientos simulados y experimentales del momento trasversal del muón y las discrepancias mostradas en el caso del neutrino.

Por parte del bosón Z, tanto la simulación como los datos obtenidos experimentalmente se centran alrededor de la masa encontrada en la literatura y muestran a su vez comportamientos muy similares

entre sí para los momentos transversales. Por lo tanto, se puede concluir que la generación de eventos de Monte Carlo realizada por Pythia es correcta y se adapta en una muy buena medida tanto a los datos encontrados en la literatura como a los datos experimentales.

Referencias

- [1] W BOSON DECAYS. (s.f.). <https://www.hep.ucl.ac.uk/jpc/all/ulthesis/node45.html>
- [2] M.TANABASHI ETAL. (PARTICLEDATAGROUP),Phys.Rev.D98,030001(2018)
- [3] THE ATLAS COLLABORATION. (2023). *Measurement of the W boson mass in the muon decay channel with the ATLAS detector. Journal of High Energy Physics, 2023:124.*
- [4] R. FRANCESCHINI (2013) *Hands on Transverse Variables*. INSTITUT DE PHYSIQUE THÉORIQUE
- [5] BIERLICH, C., CHAKRABORTY, S., DESAI, N., GELLERSEN, L., HELENIUS, I., ILTEN, P., LÖNNBLAD, L., MRENNNA, S., PRESTEL, S., PREUSS, C. T., SJÖSTRAND, T., SKANDS, P., UTHEIM, M., VERHEYEN, R. (2022). *A comprehensive guide to the physics and usage of PYTHIA 8.3. SciPost Physics Codebases. https://doi.org/10.21468/scipostphyscodeb.8*
- [6] PYTHIA 8.3 - PYTHIA 8.3. (S.F.). <https://pythia.org/>
- [7] IMADTYX. (S.F.). *Applying-Machine-Learning-to-CERN-Experiments/Project 1 - Z-Boson Mass Measurement at Master. GITHUB https://github.com/imadtyx/Applying-Machine-Learning-to-CERN-Experiments/tree/master/Project20120-20Z-Boson20mass20measurement*
- [8] J. KONRAD, M. KOBEL, ET.AL (s.f.). *International Masterclasses - Hands on Particle Pysics. Recorrido Z. https://atlas.physicsmasterclasses.org/es/zpathlhcpysics2.htm*
- [9] J. KONRAD, M. KOBEL, ET.AL (s.f.). *International Masterclasses - Hands on Particle Pysics. Clase Magistral de CMS. Mediciones de WZH. https://web.quarknet.org/mc/cms/imc2021/pages/cmswzsp.html*
- [10] ANON. (S.F.) *Calculating the invariant mass — physics https://opendataeducation.github.io/en-Physics/Exercises-wit-open-data/Warming-up/Calculate-invariant-mass.html*
- [11] N. MAHMOOD, A. AHMAD. (S.F.) *Reconstruction of W and Z bosons mass*

6. Anexo 1

6.1. Bosón W a muón-neutrino muónico

```
" Pythia8/Pythia.h"
#include <iostream>
#include <math.h>
using namespace Pythia8;
using namespace std;

int main() {
    //variables
    double muone, muonpx, muonpy, muonpz;
    double neutrinoe, neutrinoe, neutrinoe, neutrinoe;
    double neutrinoe, neutrinoe, neutrinoe;
    double muonpt, muonphi, muoneta;
```



```

        neutrino.py();
        neutrino.pz();
        neutrino.pt();
        neutrino.eta();
        neutrino.phi();

        hpt.fill(neutrino.pt());
        hpr.fill(neutrino.eta());

    }
}
//ecuación larga
MasaInv2=pow(muone+neutrinoe, 2)-pow(muonpx+neutrinox, 2)- pow(muonpy +
        neutrinox, 2) - pow(muonpz + neutrinoz, 2);
MasaInv = (MasaInv2 > 0) ? sqrt(MasaInv2):0.0;

hmi.fill(MasaInv);

//ecuación simplificada  $E \gg m$ 
MasaInv2Sim=2*neutrinopt*muonpt*(cosh(muoneta-neutrinoeta)-cos(muonphi-
        neutrinophi))
MasaInvSim = (MasaInv2Sim > 0) ? sqrt(MasaInv2Sim):0.0;

hmi2.fill(MasaInvSim);

}

//HISTOGRAMAS
std::cout << hpt <<std::endl;
Pythia8::HistPlot hpln("histograma_neutrino");
hpln.frame("pt_neutrino", "Momento-Transversal-Neutrino", "Momento", "Entradas");
hpln.add(hpt);
hpln.plot();

std::cout << hptm <<std::endl;
Pythia8::HistPlot hpl("histograma_muon");
hpl.frame("pt_muon", "Momento-Transversal-Muon", "Momento", "Entradas");
hpl.add(hptm);
hpl.plot();

std::cout << hprm <<std::endl;
Pythia8::HistPlot hplm("histograma_muon");
hplm.frame("pr_muon", "Pseudo-Rapidez-Muon", "Pseudo-rapidez", "Entradas");
hplm.add(hprm);
hplm.plot();

std::cout << hpr <<std::endl;
Pythia8::HistPlot hpla("histograma_neutrino");
hpla.frame("pr_neutrino", "Pseudo-Rapidez-Neutrino", "Pseudo-rapidez", "Entradas")
;
hpla.add(hpr);
hpla.plot();

std::cout << hmi <<std::endl;
Pythia8::HistPlot hpli("histograma_masainv");
hpli.frame("mi", "Masa-Invariante", "Masa", "Entradas");
hpli.add(hmi);
hpli.plot();

```

```

std::cout << hmi2 <<std::endl;
Pythia8::HistPlot hpli1("histograma_masainv");
hpli1.frame("mi_2", "Masa-Invariante", "Masa", "Entradas");
hpli1.add(hmi2);
hpli1.plot();
return 0;
}

```

6.2. Bosón Z a muón-muón

```

#include "Pythia8/Pythia.h"
#include <iostream>
#include <math.h>

using namespace Pythia8;
using namespace std;

int main() {
    // Variables
    double muon1e, muon1px, muon1py, muon1pz;
    double muon2e, muon2px, muon2py, muon2pz;
    double MasaInv2, MasaInv;

    Pythia pythia;
    Event& event = pythia.event;

    pythia.readString("WeakSingleBoson:ffbar2gmZ=on");
    pythia.readString("23:onMode=off");
    pythia.readString("23:onIfAny=13-13");
    pythia.readString("Beams:eCM=7000.");

    // Histogramas
    Pythia8::Hist hpt1("Muon1-Transverse-Momentum", 200, 0, 100);
    Pythia8::Hist hpt2("Muon2-Transverse-Momentum", 200, 0, 100);
    Pythia8::Hist hpr1("Muon1-Pseudo-Rapidity", 200, -2, 2);
    Pythia8::Hist hpr2("Muon2-Pseudo-Rapidity", 200, -2, 2);
    Pythia8::Hist hmi("Invariant-Mass-of-Muons", 400, 0, 200);

    pythia.init();
    int nEvents = 100000;

    // Loop de eventos
    for (int iEvent = 0; iEvent < nEvents; ++iEvent) {
        if (!pythia.next()) continue;
        muon1e = muon1px = muon1py = muon1pz = 0.0;
        muon2e = muon2px = muon2py = muon2pz = 0.0;
        //Loop de partículas
        for (int i = 0; i < event.size(); ++i) {
            int id = event[i].id();

            // Muons
            if (id == 13) {
                const Particle& muon1 = event[i];
                if(muon1.pT()>20 && abs(muon1.eta())<2.1){
                    muon1e = muon1.e();

```

```

        muon1px = muon1.px();
        muon1py = muon1.py();
        muon1pz = muon1.pz();

        hpt1.fill(muon1.pT());
        hpr1.fill(muon1.eta());
    }
} else if (id == -13) {

    const Particle& muon2 = event[i];
    if(muon2.pT()>20 && abs(muon2.eta())<2.1){
        muon2e = muon2.e();
        muon2px = muon2.px();
        muon2py = muon2.py();
        muon2pz = muon2.pz();

        hpt2.fill(muon2.pT());
        hpr2.fill(muon2.eta());
    }
}

MasaInv2 = pow(muon1e + muon2e, 2) - pow(muon1px + muon2px, 2) - pow(muon1py +
        muon2py, 2) - pow(muon1pz + muon2pz, 2);
MasaInv = (MasaInv2 > 0) ? sqrt(MasaInv2) : 0.0;
if(MasaInv>60 && MasaInv<120){
    hmi.fill(MasaInv);
}
}

//HISTOGRAMAS
std::cout << hpt <<std::endl;
Pythia8::HistPlot hpln("histograma_neutrino");
hpln.frame("pt_muon1", "Momento-Transversal-Neutrino", "Momento", "Entradas");
hpln.add(hpt);
hpln.plot();

std::cout << hptm <<std::endl;
Pythia8::HistPlot hpl("histograma_muon");
hpl.frame("pt_muon2", "Momento-Transversal-Muon", "Momento", "Entradas");
hpl.add(hptm);
hpl.plot();

std::cout << hprm <<std::endl;
Pythia8::HistPlot hplm("histograma_muon");
hplm.frame("pr_muon1", "Pseudo-Rapidez-Muon", "Pseudo-rapidez", "Entradas");
hplm.add(hprm);
hplm.plot();

std::cout << hpr <<std::endl;
Pythia8::HistPlot hpla("histograma_neutrino");
hpla.frame("pr_muon2", "Pseudo-Rapidez-Neutrino", "Pseudo-rapidez", "Entradas");
hpla.add(hpr);
hpla.plot();

std::cout << hmi <<std::endl;
Pythia8::HistPlot hpli("histograma_masainv");
hpli.frame("mi", "Masa-Invariante", "Masa", "Entradas");

```

```
    hpli.add(hmi);  
    hpli.plot();  
  
    return 0;  
}
```