

报名序号：4904

论文题目：电源规划

电源规划

摘 要

电源规划是电力工业必不可少的前期工作，合理的规划是电力系统安全、可靠、经济运行的前提和基础。本文主要探讨和解决了不同情况下的电源规划问题，通过构建合理的规划模型，使得电力系统的总费用最小。

问题一，根据不同时刻投建发电机组所需的成本及其获得的利润的价值不同，利用表格中年投资成本现值，把不同时间的投资成本折算为同一时间的投资成本，得到每种投资方案发电机组投资成本在第一年的等年值，通过比较选出经济性最好的投资方案。

问题二，从负荷要求、待建发电机容量和总装机台数上限以及投资费用方面考虑，通过线性目标规划得到待建发电机装机台数，再结合机组等年值投资成本和年最大投运台数最后给出 2030 年当年增装机组的类型和数量。

问题三，第一问对原有的 9 个类型的发电机组的容量和运行成本进行分析，结合不同时间段的负荷需求，转化为多元函数求条件极值问题，应用拉格朗日乘数法和考虑发电机组发电容量上下限求解出典型日第 12 和第 24 小时现有系统各机组的最优负荷分配方案；第二问是在前面问题的基础上，综合分析一年的投资费用和运行成本，得到非线性规划模型，再通过模型求解出 2030 年当年增装机组的方案。

问题四，第一问对原有的各类发电机组的故障率进行分析，通过非序贯的蒙特卡洛法将每台机组的故障和运行状态用随机数进行表示，并通过状态空间来模拟实际运行中的系统状态。通过计算故障概率矩阵与样本函数矩阵相乘即可算出失负荷概率 LOLP，再根据附录中的公式可以计算得到失电量与年失电成本。第二问在问题三第二问的基础上，作出分段投资的假设，并按照一定的原则列写出每个阶段可能投资的机组类型与方案计算出各种方案下的年失电成本。再将年失电成本加入到问题三第二问的目标函数和约束方程中，求解出 2030 年当年的增装机组的方案。

问题五，第一问选择原有发电机组为系统状态向量，规划拟新增机组为控制向量，结合考虑机组投资费用、运行费用和停电损失费用获得以一年为一阶段的多阶段投资的电源规划动态模型，通过模型求解出 2020 年-2030 年每一年增装机组的类型和数量；第二问是在第一问的条件下，只考虑机组投资费用、运行费用不考虑停电损失费用，加入系统可靠性约束来建立电源规划动态模型，从而规划出未来 10 年每一年增装机组的类型和数量。

问题六，第一问是结合可再生能源出力不确定性产生的原因来分析其出力不确定性对传统电力系统规划带来的影响；第二问是根据规划地区内负荷预测，并结合电网现状和电源结构提出采用多层次分层分区规划模型来解决电力系统的元件众多对电源规划的问题。

关键词：非线性规划 蒙特卡洛法 动态规划 分层分区规划

一、背景

随着国家实力的增强和国民经济的发展，电力系统的用户对电能的需求不断增加，现有的电力系统中的电源是无法满足一个不断增长的需求的，因此必须新建电源。可是应该在何时、何地、建什么样的电厂、规模多大才最为经济合理，这便是电源规划所要解决的问题。规划的合理与否，将直接影响系统今后运行的可靠性、经济性、电能质量、网络结构和发展情况。因此电源规划是电力系统电源布局的战略决策，在电力系统规划中处于十分重要的地位。

电源规划所要解决的核心问题，就是要找出在规划期内随着负荷的发展，系统应在何时、何地、建什么类型、多大容量的电厂，也即要得出一个电源建设的最优方案。电源规划的最优方案，一般是指满足系统负荷增长的需要和各种约束条件及技术指标下国民经济支出最小的方案。由于所有方案都同样满足负荷增长的需求，所以可以认为各个方案有相同的国民经济效益。在相同的效益下，总支出最小的方案当然就是最经济的方案。如果某个方案除了发电以外还有其他效益，则可以用投资分摊或者将其他效益计入方案费用之中的办法进行方案比较^[1]。

二、问题重述

本次建模主要解决以下问题：

- 1、只考虑投资成本的单阶段电源扩展计划。
- 2、综合考虑投资成本和运行成本的单阶段电源扩展计划。
- 3、综合考虑投资成本、运行成本和停电成本的单阶段电源扩展计划。
- 4、综合考虑投资成本、运行成本和停电成本的多阶段电源扩展计划。

三、简化假设

为简化模型，我们做出以下假设：

- 1、在进行电源规划时，不考虑输送电的影响，同时把负荷模型简化为典型日下的每小时恒定负荷。
- 2、在新增机组建设时，只考虑技术约束，不考虑财政约束，即认为在技术条件满足的条件下，有足够的资金支持新增机组的建设。
- 3、在新增机组建设时，不考虑装机连续性约束，即只要可以使投资成本最小化，不考虑装机运行不连续带来的影响。
- 4、在新增机组建设时，不考虑建设顺序约束，即只要可以使投资成本最小化，不考虑装机的机组类型顺序先后带来的影响。

四、模型的建立与求解

问题一

为了比较三种投资方案的经济性，首先要把不同年份的资金折算为同一年份的资金。
由附录给出的等年值公式

$$\begin{aligned}F &= P \cdot (1+r)^t \\F &= A \cdot \frac{(1+r)^t - 1}{r} \\A &= \frac{r(1+r)^N}{(1+r)^N - 1} \cdot P \triangleq CRF \cdot P\end{aligned}$$

并根据等比数列求和公式

$$a + aq + aq^2 + \dots + aq^n = \frac{a(1-q^{n+1})}{1-q}$$

可以推导出

$$F = \sum_{k=0}^{t-1} A \cdot (1+r)^k$$

其中，P 为等效金额（现值），F 为未来第 t 年的等效金额（将来值），A 为分摊到每一年的等效支付金额（等年值），r 为贴现率，CRF 为资金回收系数。

取 t=1，得出相邻两年的相等数目的资金对应的价值比值为

$$R_{\text{当前价值}} : R_{\text{下一年价值}} = 1+r$$

归纳得出相隔 n 年相等数目的资金对应的价值比值，记第 n 年一定数目资金所代表的价值为 R_n ，那么有

$$R_n : R_0 = (1+r)^n$$

根据上述分析，依次分析三种方案的投资成本

方案一：在第一年投建全部机组的资金对应的当前的价值为

$$Q_1 = 10 \times 90 \times 10^6 \$ = 9 \times 10^8 \$$$

方案二：每年投建一台机组的资金对应的当前的价值为

$$Q_2 = 90 \times 10^6 \div (1+8\%) + 90 \times 10^6 \div (1+8\%)^2 + \dots + 90 \times 10^6 \div (1+8\%)^{10} \$ = 6.03 \times 10^8 \$$$

方案三：在第一年和最后一年分别投建五台机组的资金对应的当前的价值为

$$Q_2 = 5 \times 90 \times 10^6 \div (1+8\%) + 5 \times 90 \times 10^6 \div (1+8\%)^{10} \$ = 7.32 \times 10^8 \$$$

由此可见，方案二的投资成本最低，经济性最高。

问题二

设 IEEE-RTS 系统的四种待投建机组数目分别为 x_1, x_2, x_3, x_4 ，并设机组类型 i 对应的每一台机组的投建成本为 C_i 。通过观察可以发现，机组的等年值投资成本在不改变每种发电机投建数目的情况下不发生改变，故可简化问题为先将现值作为目标函数后再规划每年投建的发电机种类数目。可以得到目标函数为

$$\min f^* = \sum_{i=1}^4 C_i x_i = 220x_1 + 90x_2 + 60x_3 + 50x_4$$

根据容量备用约束，发电容量备用率不小于峰值负荷的 20%，可以写出约束方程为

$$\frac{\sum_{i=1}^4 P_{ni} x_i + A_{2019} - P_{2019}(1+30\%)}{P_{2019}(1+30\%)} \geq 20\%$$

式中， P_{ni} 为机组类型 i 的机组对应的机组容量， A_{2019} 为 2019 年的总装机容量， P_{2019} 为 2019 年的峰值负荷。

根据 N-1 准则，一台机组停运的情况下仍能满足负荷要求，可以写出约束方程为

$$P_{n1}(x_1 - 1) + \sum_{i=2}^4 P_{ni} x_i + A_{2019} \geq P_{2019}(1+30\%)$$

根据总装机台数约束，同类机组的总装机台数不应超过该类机组总装机台数的上限，可以写出约束方程为

$$x_i \leq N_i, i = 1, 2, 3, 4$$

其中， N_i 为第 i 种类型的机组的总装机台数上限。

分析附录 4.1 中给出的待建发电机的年最大投运台数和总装机台数上限，发现总装机台数上限小于年最大投运台数乘年份的积，所以在这里不用考虑年最大投运台数约束。

目标函数和约束方程整理为

$$\begin{cases} \min f^* = \sum_{i=1}^4 C_i x_i = 220x_1 + 90x_2 + 60x_3 + 50x_4 \\ \frac{\sum_{i=1}^4 P_{ni} x_i + A_{2019} - P_{2019}(1+30\%)}{P_{2019}(1+30\%)} \geq 20\% \\ P_{n1}(x_1 - 1) + \sum_{i=2}^4 P_{ni} x_i + A_{2019} \geq P_{2019}(1+30\%) \\ x_i \leq N_i, i = 1, 2, 3, 4 \end{cases}$$

由单纯型法求出线性目标规划问题的非整数解为

$$x^T = [3 \ 2.91 \ 0 \ 0]$$

根据机组增装变量整数约束，用分支定界法求出问题的整数解为

$$x^T = [3 \ 3 \ 0 \ 0]$$

所以 2019 年至 2030 年期间应该增装的机组的类型和台数如表一。

表一 2019 年至 2030 年期间共应该增装的发电机的类型和台数

类型	1	2	3	4
台数	3	3	0	0

接下来考虑目标函数为机组的等年值投资成本的线性规划模型，目标函数表示为

$$\min f = \sum_{t=1}^T C_{It}(x_t)$$

其中 C_{It} 为机组的等年值投资成本。

等年值的计算公式为

$$A = \frac{r(1+r)^N}{(1+r)^N - 1} \cdot P = CRF \cdot P$$

记 2019 年当年增装类型 1 机组 $t_{0,1}$ 台，类型 2 机组 $t_{0,2}$ 台，以此类推，2030 年增装类型 1 机组 $t_{12,1}$ 台，类型 2 机组 $t_{12,2}$ 台，则目标函数为

$$\min f = \sum_{i=1}^{12} \frac{\sum_{j=1}^2 C_j \cdot t_{ij}}{(1+r)^i}$$

式中， C_j 为机组类型为 j 的机组对应的投资成本。

约束条件为

$$\begin{cases} t_{i1} \leq 1, i = 1, 2, \dots, 12 \\ t_{i2} \leq 2, i = 1, 2, \dots, 12 \\ \sum_{i=1}^{12} t_{ij} = 3, j = 1, 2 \end{cases}$$

解得

$$\begin{cases} t_{i1} = 0, i = 1, 2, \dots, 9 \\ t_{i1} = 1, i = 10, 11, 12 \\ t_{i2} = 0, i = 1, 2, \dots, 10 \\ t_{11.2} = 1 \\ t_{12.2} = 2 \end{cases}$$

故 2030 年当年应增装机组的类型和台数如表二。

表二 2030 年当年应该增装的机组的类型与台数

类型	1	2	3	4
台数	1	2	0	0

问题三（1）

现有的 IEEE-RTS 系统有 9 种类型的发电机组，设其运行成本特性分别为 $C_{Ot1}(P_{G1})$, $C_{Ot2}(P_{G2})$, $C_{Ot3}(P_{G3})$, ..., $C_{Ot9}(P_{G9})$ ，且系统的总负荷为 P_{LD} 。不考虑网络中的功率损耗，并假定各种类型的发电机组的输出功率不受限制，则系统负荷在 9 种类型发电机组间经济分配问题可以表述为：在满足

$$\sum_{i=1}^9 P_{Gi} - P_{LD} = 0$$

的条件下，使目标函数

$$C_{Ot} = \sum_{i=1}^9 C_{Oti}(P_{Gi})$$

为最小。

这是多元函数求条件极值的问题。可以应用拉格朗日乘数法来求解。为此，先构造拉格朗日函数

$$L = C_{Ot} - \lambda(\sum_{i=1}^9 P_{Gi} - P_{LD})$$

式中， λ 为拉格朗日乘数。

拉格朗日函数 L 的无条件极值的必要条件为

$$\frac{dC_{Oti}}{dP_{Gi}} = \lambda (i = 1, 2, \dots, 9)$$

以上的讨论都没有涉及不等式约束条件，即任一类型的发电机组的总的有功功率不应超出它的上、下限，即

$$P_{Gi \min} \leq P_{Gi} \leq P_{Gi \max}$$

这样就求出了每一类型的发电机组经济运行提供的总有功功率。考虑到每一类型的发电机组的台数约束，以及每一台机组的有功功率不应超出它的上、下限，可以得到

$$0 \leq x_i \leq x_{i\max}$$

$$P_{G_0i\min} \leq P_{G_0i} \leq P_{G_0i\max}$$

当九种类型的发电机组并联运行时，各类机组的运行成本特性及功率约束条件如下

$$\begin{cases} C_{Or1} = (0.064P_{G1}^2 + 48P_{G1} + 401), (0 \leq P_{G1} \leq 80) \\ C_{Or2} = (0.014P_{G2}^2 + 43P_{G2} + 212), (0 \leq P_{G2} \leq 304) \\ C_{Or3} = (0.053P_{G3}^2 + 42P_{G3} + 781), (0 \leq P_{G3} \leq 300) \\ C_{Or4} = (0.007P_{G4}^2 + 40P_{G4} + 832), (0 \leq P_{G4} \leq 591) \\ C_{Or5} = (0.328P_{G5}^2 + 37P_{G5} + 86), (0 \leq P_{G5} \leq 60) \\ C_{Or6} = (0.008P_{G6}^2 + 44P_{G6} + 382), (0 \leq P_{G6} \leq 620) \\ C_{Or7} = (0.001P_{G7}^2 + 35P_{G7} + 595), (0 \leq P_{G7} \leq 800) \\ C_{Or8} = (0.023P_{G8}^2 + 41P_{G8} + 284), (0 \leq P_{G8} \leq 300) \\ C_{Or9} = (0.005P_{G9}^2 + 36P_{G9} + 665), (0 \leq P_{G9} \leq 350) \end{cases}$$

按所给运行成本特性得各类型机组的微增率成本特性为

$$\begin{cases} \lambda_1 = \frac{dC_{Or1}}{dP_{G1}} = 0.128P_{G1} + 48, \lambda_2 = \frac{dC_{Or2}}{dP_{G2}} = 0.028P_{G2} + 43, \\ \lambda_3 = \frac{dC_{Or3}}{dP_{G3}} = 0.106P_{G3} + 42, \lambda_4 = \frac{dC_{Or4}}{dP_{G4}} = 0.014P_{G4} + 40, \\ \lambda_5 = \frac{dC_{Or5}}{dP_{G5}} = 0.656P_{G5} + 37, \lambda_6 = \frac{dC_{Or6}}{dP_{G6}} = 0.016P_{G6} + 44, \\ \lambda_7 = \frac{dC_{Or7}}{dP_{G7}} = 0.002P_{G7} + 35, \lambda_8 = \frac{dC_{Or8}}{dP_{G8}} = 0.046P_{G8} + 41, \\ \lambda_9 = \frac{dC_{Or9}}{dP_{G9}} = 0.010P_{G9} + 36 \end{cases}$$

令 $\lambda_1=\lambda_2=\lambda_3=\dots=\lambda_9$ ，可以解出在第 12 小时的各机型有功功率分配为

$$P_G^T = [-59.96 \ -95.54 \ -15.80 \ 23.20 \ 5.07 \ -229.70 \ 2662.00 \ -14.68 \ 432.50]$$

显然机组类型 7 的有功功率要远远大于其他类型的发电机组的有功功率，且其余功率中存在很多负值。因此取类型 7 的有功功率为最大有功出力，即 $P_{G7}=P_{G7\max}=800\text{MW}$ ，并在模型中剔除类型 7，重新按等微增率准则进行计算。反复几次上述过程后，可以得到最终的各机型有功功率分配为

$$P_G^T = [17.59 \ 259.00 \ 77.85 \ 591.00 \ 20.20 \ 390.7 \ 800.00 \ 201.10 \ 350.00]$$

其中，类型 4、7、9 按最大有功出力运行。

考虑到每种类型的机组个数以及每台机组的功率限制，在第 12 小时现有各机组的最优分配方案如表三。

表三 现有系统在典型日第 12 小时各机组的最优分配方案

机组类型	机组台数	每台机组出力(MW)
1	1	17.59
2	4	64.75
3	2	38.925
4	3	197.00
5	2	10.10
6	3	130.23
7	2	400.00
8	5	40.22
9	1	350.00

同理可得，第 24 小时最终的机型有功功率分配为：

$$P_G^T = [0.00 \ 92.73 \ 40.00 \ 399.70 \ 13.10 \ 0.00 \ 800.00 \ 99.92 \ 350.00]$$

其中，类型 7、9 按最大有功出力运行，类型 1、6 不出力。

那么在第 24 小时现有各机组的最优分配方案如表四。

表四 现有系统在典型日第 24 小时各机组的最优分配方案

机组类型	机组台数	每台机组出力(MW)
1	0	0.00
2	2	46.365
3	1	40.00
4	3	133.23
5	2	6.55
6	0	0.00
7	2	400.00
8	2	49.96
9	1	350.00

问题三（2）

假设 2019 年至 2030 年期间机组类型 k 的机组共投资了 x_k 台，并设典型日的第 m 个小时，第 i 类原有机组的输出功率为 $P_{o.mi}(i=1,2,3,\dots,9)$ ，第 j 类新增机组的输出功率为 $P_{n.mj}(j=1,2,3,4)$ 。

首先考虑典型日的每个小时的运行成本，可以得到目标函数为

$$\min f_m = \sum_{i=1}^9 (a_i P_{o.mi}^2 + b_i P_{o.mi} + c_i) + \sum_{j=1}^4 (a_j P_{n.mj}^2 + b_j P_{n.mj} + c_j)$$

根据功率范围约束，任一类型的发电机组的总的有功功率不应超出它的上、下限，可以得到原有机组的功率约束方程为

$$P_{o.mi \min} \leq P_{o.mi} \leq P_{o.mi \max}$$

新增机组的功率约束方程为

$$\begin{cases} 0 \leq P_{n.m1} \leq 250x_1 \\ 0 \leq P_{n.m2} \leq 100x_2 \\ 0 \leq P_{n.m3} \leq 65x_3 \\ 0 \leq P_{n.m4} \leq 50x_4 \end{cases}$$

根据容量备用约束，原有机组的容量和新增机组的容量之和要满足此时发电容量备用率不小于最大负荷的 20%，可以写出约束方程为

$$\frac{\sum_{i=1}^4 P_{n.j \max} x_i + A_{2019} - P_{2019}(1+30\%)}{P_{2019}(1+30\%)} \geq 20\%$$

根据 N-1 准则，一台机组停运的情况下仍能满足负荷要求，可以写出约束方程为

$$P_{n.1}(x_1 - 1) + \sum_{k=2}^4 P_{n.k} x_k + A_{2019} \geq P_{2019}(1+30\%)$$

根据潮流方程约束，每小时的原有机组发出的有功功率和新增机组发出的有功功率之和应等于典型日每小时负荷的有功功率，可以写出约束方程为

$$\sum_{i=1}^9 P_{o.mi} + \sum_{j=1}^4 P_{n.mj} = (1+30\%) \cdot P_{2019} \cdot P_m^*$$

式中， P_m^* 为典型日下第 m 小时负荷的标么值。

考虑典型日各个小时的总运行成本，可以得到目标函数为

$$\min f_1 = \sum_{m=1}^{24} f_m$$

考虑年值投资成本，可以得到目标函数为

$$\min f_2 = 220x_1 + 90x_2 + 60x_3 + 50x_4$$

综合考虑运行成本和投资成本，按一年 365 天计算，可以得到目标函数为

$$\min f = 365f_1 + f_2$$

目标函数和约束方程整理为

$$\left\{ \begin{array}{l} \min f = 365 \sum_{m=1}^{24} [\sum_{i=1}^9 (a_i P_{o-mi}^2 + b_i P_{o-mi} + c_i) + \sum_{j=1}^4 (a_j P_{n-mj}^2 + b_j P_{n-mj} + c_j)] + (220x_1 + 90x_2 + 60x_3 + 50x_4) \\ P_{o-mi \min} \leq P_{o-mi} \leq P_{o-mi \max}, i = 1, 2, 3, \dots, 9 \\ 0 \leq P_{n-m1} \leq 250x_1 \\ 0 \leq P_{n-m2} \leq 100x_2 \\ 0 \leq P_{n-m3} \leq 65x_3 \\ 0 \leq P_{n-m4} \leq 50x_4 \\ \frac{\sum_{i=1}^4 P_{n-j \max} x_i + A_{2019} - P_{2019} (1 + 30\%)}{P_{2019} (1 + 30\%)} \geq 20\% \\ P_{n-1} (x_1 - 1) + \sum_{k=2}^4 P_{n-k} x_k + A_{2019} \geq P_{2019} (1 + 30\%) \\ \sum_{i=1}^9 P_{o-mi} + \sum_{j=1}^4 P_{n-mj} = (1 + 30\%) \cdot P_{2019} \cdot P_m^* \end{array} \right.$$

求出非线性多目标规划的解为

$$x^T = [3 \ 6 \ 1 \ 0]$$

所以综合考虑机组投资成本和运行成本时，2019 年至 2030 年期间应该增装的机组的类型和台数如表五。

表五 2019 年至 2030 年期间共应该增装的发电机的类型和台数

类型	1	2	3	4
台数	3	6	1	0

记 2019 年当年增装类型 1 机组 $t_{0.1}$ 台，类型 2 机组 $t_{0.2}$ 台，类型 3 机组 $t_{0.3}$ 台。以此类推，2030 年增装类型 1 机组 $t_{12.1}$ 台，类型 2 机组 $t_{12.2}$ 台，类型 2 机组 $t_{12.3}$ 台，则目标函数为

$$\min f = \sum_{i=1}^{12} \frac{\sum_{j=1}^3 C_j \cdot t_{ij}}{(1+r)^i}$$

式中， C_j 为机组类型为 j 的机组对应的投资成本。

约束条件为

$$\begin{cases} t_{i1} \leq 1, i = 1, 2, \dots, 12 \\ t_{i2} \leq 2, i = 1, 2, \dots, 12 \\ t_{i3} \leq 3, i = 1, 2, \dots, 12 \\ \sum_{i=1}^{12} t_{i1} = 3 \\ \sum_{i=1}^{12} t_{i2} = 6 \\ \sum_{i=1}^{12} t_{i3} = 1 \end{cases}$$

解得

$$\begin{cases} t_{i1} = 0, i = 1, 2, \dots, 9 \\ t_{i1} = 1, i = 10, 11, 12 \\ t_{i2} = 0, i = 1, 2, \dots, 9 \\ t_{i2} = 2, i = 10, 11, 12 \\ t_{i3} = 0, i = 1, 2, \dots, 11 \\ t_{12,3} = 1 \end{cases}$$

故 2030 年当年应增装机组的类型和台数如表六。

表六 2030 年当年应该增装的机组的类型与台数

类型	1	2	3	4
台数	1	2	1	0

问题四（1）

现有的 IEEE-RTS 系统有 32 台发电机组。每台机组只有故障和运行两种状态，则每台机组的概率特性可以用[0,1]之间的均匀分布来描述^[2, 3]。令 PF_k 表示机组 k 的故障率， S_k 表示机组 k 的状态，抽取一个[0,1]之间的均匀分布随机数 U_k ，则有

$$S_k = \begin{cases} 1(\text{运行状态}), PF_k \leq U_k \leq 1 \\ 0(\text{故障状态}), 0 \leq U_k < PF_k \end{cases}$$

抽取 32 个随机数 $U_1, \dots, U_k, \dots, U_{32}$ ，运用上式可以确定一个系统状态 $x = (S_1, \dots, S_k, \dots, S_{32})$ 。重复上述步骤 N 次，就可以得到一个包含 N 个系统状态样本的状态空间 $X' = \{x_1, x_2, \dots, x_N\}$ ，

这里取 $N=10000$ 。通过这样一个状态空间就可以模拟出系统各台机组发生故障的情况。

对失负荷概率 LOLP 指标，对应的样本函数 $F(x)$ 的函数形式为

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \text{ 是正常系统状态} \\ 1, & x \text{ 是故障系统状态} \end{cases}$$

其中，正常系统状态指的是没有机组出现故障，或系统中的某些机组出现了故障，但剩余机组的有功出力仍然能够满足典型日当前小时的有功负荷要求；故障系统状态指的是系统中的某些机组出现了故障，且剩余的有功处理不足以满足典型日当前小时的有功负荷要求。这样就得到了一个由正常状态空间和故障状态空间组成的状态空间矩阵 F 。则故障系统状态的子空间概率 p 即为失负荷概率 LOLP。故障状态的子空间概率 p 可以通过样本函数与故障概率矩阵相乘得到。

则现有的 IEEE-RTS 系统有 9 种类型合计 32 台的发电机组。根据每种类型机组的故障率和修复率，可以求出每种机型的故障率为

$$P_U^T = [0.1052 \ 0.0194 \ 0.0295 \ 0.0372 \ 0.0242 \ 0.0392 \ 0.0647 \ 0.0142 \ 0.0205], i=1,2,\dots,9$$

由非序贯蒙特卡洛法算出的有 1 台机组出故障的概率矩阵 Z_{tgl1} 为

$$Z_{tgl1}^T = \begin{bmatrix} 0.0275 & 0.0261 & 0.0279 & 0.0267 & 0.0051 & 0.0054 & 0.0051 & 0.0049 \\ 0.0100 & 0.0100 & 0.0093 & 0.0110 & 0.0133 & 0.0129 & 0.0050 & 0.0053 \\ 0.0040 & 0.0053 & 0.0051 & 0.0107 & 0.0111 & 0.0092 & 0.0089 & 0.0344 \\ 0.0316 & 0.0019 & 0.0025 & 0.0025 & 0.0022 & 0.0020 & 0.0026 & 0.0027 \end{bmatrix}$$

2 台机组同时出现故障的概率矩阵 Z_{tgl2} 为一 32×32 矩阵如图一和图二，其中图一为第 1 至 18 列，图二为第 19 至 32 列。

3 台机组同时出现故障的概率矩阵 Z_{tgl3} 为一三维矩阵，且在状态空间只取 10000 的情况下矩阵中的每一元素都为零或非常小，因此不考虑三阶及三阶以上的故障。

那么可以列出公式如下

$$LOLP(t) = F(x) \cdot [Z_{tgl1} + Z_{tgl2}], t=1,2,\dots,24$$

$$EENS_h(t) = T \times \left[\sum_{s \in S_1} (C_{si} \times P_{si}) + \sum_{s \in S_2} (C_{sij} \times P_{sij}) \right]$$

$$EENS = 365 \times \sum_{t=1}^{24} EENS_h(t)$$

$$C_{Lr} = EENS \cdot IEAR$$

其中，LOLP 为典型日下每个小时的发电系统失负荷概率； $F(x)$ 为发电机组的状态空间矩阵； Z_{tgl1} 为 1 台机组出故障的概率矩阵； Z_{tgl2} 为 2 台机组出故障的概率矩阵； S_1 为

[illegible][illegible]

解得

$$\begin{aligned}
LOLP^T &= \begin{bmatrix} 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 \\ 0.0094 & 0.0094 & 0.0094 & 0.0094 & 0.0094 & 0.0094 & 0.0094 & 0.0094 \\ 0.0094 & 0.0209 & 0.0209 & 0.0094 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 \end{bmatrix} \\
EENS_h^T &= \begin{bmatrix} 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 \\ (MWh) & 0.6935 & 0.9614 & 0.9614 & 0.6935 & 0.4256 & 0.6935 & 0.6935 \\ & 1.4972 & 2.5160 & 2.5160 & 0.6935 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

$$EENS = 4,856.8725 MWh$$

$$C_{Lt} = 48,568,725\$$$

即现有机组的年失电量为 4,856.8725MWh，年停电损失成本为 48,568,725\$。

问题四（2）

假设 2019 年至 2030 年期间机组类型 k 的机组共投资了 x_k 台，并设典型日的第 m 个小时，第 i 类原有机组的输出功率为 $P_{o.mi}(i=1,2,3,\dots,9)$ ，第 j 类新增机组的输出功率为 $P_{n.mj}(j=1,2,3,4)$ 。

首先考虑典型日的每个小时的运行成本，可以得到目标函数为

$$\min f_m = \sum_{i=1}^9 (a_i P_{o.mi}^2 + b_i P_{o.mi} + c_i) + \sum_{j=1}^4 (a_j P_{n.mj}^2 + b_j P_{n.mj} + c_j)$$

根据功率范围约束，任一类型的发电机组的总的有功功率不应超出它的上、下限，可以得到原有机组的功率约束方程为

$$P_{o.mi \min} \leq P_{o.mi} \leq P_{o.mi \max}$$

新增机组的功率约束方程为

$$\begin{cases} 0 \leq P_{n.m1} \leq 250x_1 \\ 0 \leq P_{n.m2} \leq 100x_2 \\ 0 \leq P_{n.m3} \leq 65x_3 \\ 0 \leq P_{n.m4} \leq 50x_4 \end{cases}$$

根据容量备用约束，原有机组的容量和新增机组的容量之和要满足此时发电容量备用率不小于最大负荷的 20%，可以写出约束方程为

$$\frac{\sum_{i=1}^4 P_{n.j \max} x_i + A_{2019} - P_{2019}(1+30\%)}{P_{2019}(1+30\%)} \geq 20\%$$

根据 N-1 准则，一台机组停运的情况下仍能满足负荷要求，可以写出约束方程为

$$P_{n-1}(x_1 - 1) + \sum_{k=2}^4 P_{n-k} x_k + A_{2019} \geq P_{2019}(1 + 30\%)$$

根据潮流方程约束，每小时的原有机组发出的有功功率和新增机组发出的有功功率之和应等于典型日每小时负荷的有功功率，可以写出约束方程为

$$\sum_{i=1}^9 P_{o-mi} + \sum_{j=1}^4 P_{n-mj} = (1 + 30\%) \cdot P_{2019} \cdot P_m^*$$

式中， P_m^* 为典型日下第 m 小时负荷的标么值。

考虑典型日各个小时的总运行成本，可以得到目标函数为

$$\min f_1 = \sum_{m=1}^{24} f_m$$

考虑年值投资成本，可以得到目标函数为

$$\min f_2 = 220x_1 + 90x_2 + 60x_3 + 50x_4$$

考虑失电成本，由 1 中的公式

$$LOLP(t) = F(x) \cdot [Z_{igl1} + Z_{igl2}], t = 1, 2, \dots, 24$$

$$EENS_h(t) = T \times [\sum_{s \in S_1} (C_{si} \times P_{si}) + \sum_{s \in S_2} (C_{sij} \times P_{sij})]$$

$$EENS = 365 \times \sum_{t=1}^{24} EENS_h(t)$$

$$C_{Lt} = EENS \cdot IEAR$$

可以得到目标函数为

$$\min f_3 = C_{Lt}(x_1) + C_{Lt}(x_2) + C_{Lt}(x_3) + C_{Lt}(x_4)$$

但这样是无法算出失电成本的。不妨假设峰值负荷每年增长且增长率不变。基于此假设可以估算出，2019-2027 年峰值负荷变化量约 20MW，其余年份每年增长约 100MW。基于此假设我们可以把投资分为四个阶段，即 2019-2027，2027-2028，2028-2029，2029-2030。

设 U_k 是每一阶段的控制函数。其代表的意义是第 k 个阶段进行投资的机组的类型与数目。 U_k 的选取应当遵循以下原则：

(1) 钱随着时间的推移在贬值，所以先花较少的钱解决不得不解决的较小的问题（即使投资成本、运行成本尽量小）。

- (2)受到年最大投运台数的限制。
- (3)满足当年的负荷有功功率需求。
- (4) $U_1+U_2+U_3+U_4$ 受到总装机台数上限的限制。
- 依照此原则选取的可能的 U_k 如表七所示。

表七 可能的 U_k 方案

机组类型 负荷增量	1	2	3	4
20	0	0	0	0
	0	0	0	1
	0	0	1	0
100	1	0	0	0
	0	1	0	0
	0	0	1	1
	0	0	2	0
	0	0	0	2

综上所述，4 个阶段合计有 250 种 U_k 组合。此时将每种 U_k 带入到 1 中的上述的失电成本计算即可。

此时综合考虑机组投资成本、运行成本和失电成本，按一年 365 天计算，可以得到目标函数为

$$\min f = 365f_1 + f_2 + f_3$$

目标函数和约束方程整理为

$$\left\{ \begin{array}{l} \min f = 365 \sum_{m=1}^{24} [\sum_{i=1}^9 (a_i P_{o-mi}^2 + b_i P_{o-mi} + c_i) + \sum_{j=1}^4 (a_j P_{n-mj}^2 + b_j P_{n-mj} + c_j)] + (220x_1 + 90x_2 + 60x_3 + 50x_4) \\ \quad + [C_{L_1}(x_1) + C_{L_2}(x_2) + C_{L_3}(x_3) + C_{L_4}(x_4)] \\ P_{o-mi \min} \leq P_{o-mi} \leq P_{o-mi \max}, i = 1, 2, 3, \dots, 9 \\ 0 \leq P_{n-m1} \leq 250x_1 \\ 0 \leq P_{n-m2} \leq 100x_2 \\ 0 \leq P_{n-m3} \leq 65x_3 \\ 0 \leq P_{n-m4} \leq 50x_4 \\ \frac{\sum_{i=1}^4 P_{n-j \max} x_i + A_{2019} - P_{2019} (1 + 30\%)}{P_{2019} (1 + 30\%)} \geq 20\% \\ P_{n-1}(x_1 - 1) + \sum_{k=2}^4 P_{n-k} x_k + A_{2019} \geq P_{2019} (1 + 30\%) \\ \sum_{i=1}^9 P_{o-mi} + \sum_{j=1}^4 P_{n-mj} = (1 + 30\%) \cdot P_{2019} \cdot P_m^* \end{array} \right.$$

求出非线性多目标规划的解为

$$x^T = [3 \ 6 \ 1 \ 0]$$

所以综合考虑机组投资成本、运行成本和失电成本时，2019 年至 2030 年期间应该增装的机组的类型和台数如表八。

表八 2019 年至 2030 年期间共应该增装的发电机的类型和台数

类型	1	2	3	4
台数	0	3	0	1

记 2019 年当年增装类型 1 机组 $t_{0.1}$ 台，类型 2 机组 $t_{0.2}$ 台，类型 3 机组 $t_{0.3}$ 台。以此类推，2030 年增装类型 1 机组 $t_{12.1}$ 台，类型 2 机组 $t_{12.2}$ 台，类型 2 机组 $t_{12.3}$ 台，则目标函数为

$$\min f = \sum_{i=1}^{12} \frac{\sum_{j=1}^3 C_j \cdot t_{ij}}{(1+r)^i}$$

式中， C_j 为机组类型为 j 的机组对应的投资成本。

约束条件为

$$\begin{cases} t_{i1} \leq 1, i = 1, 2, \dots, 12 \\ t_{i2} \leq 2, i = 1, 2, \dots, 12 \\ t_{i3} \leq 3, i = 1, 2, \dots, 12 \\ \sum_{i=1}^{12} t_{i1} = 3 \\ \sum_{i=1}^{12} t_{i2} = 6 \\ \sum_{i=1}^{12} t_{i3} = 1 \end{cases}$$

解得

$$\begin{cases} t_{i1} = 0, i = 1, 2, \dots, 9 \\ t_{i1} = 1, i = 10, 11, 12 \\ t_{i2} = 0, i = 1, 2, \dots, 9 \\ t_{i2} = 2, i = 10, 11, 12 \\ t_{i3} = 0, i = 1, 2, \dots, 11 \\ t_{12.3} = 1 \end{cases}$$

算出四个阶段每阶段应增装机组的类型和台数如表九。

表九 每阶段应增装机组的类型和台数

阶段序号	系统最大负荷/MW	总装机容量/MW	类型1/台	类型2/台	类型3/台	类型4/台
1	3420	3455	0	0	0	1
2	3523	3555	0	1	0	0
3	3629	3655	0	1	0	0
4	3705	3755	0	1	0	0

故 2030 年当年应增装机组的类型和台数如表十。

表十 2030 年当年应该增装的机组的类型与台数

类型	1	2	3	4
台数	0	1	0	0

问题五（1）

这是一个多级投资决策过程，由于装机时间与装机容量是离散的，所以建立投资决策动态规划模型。

首先选择现有投运机组 p 为系统状态向量，规划增加机组 q 为控制向量。如果在第 i 阶段状态向量 $p(i)$ 的值先给定，则一旦确定当前阶段的决策向量 $q(i)$ ，第 $i+1$ 阶段状态向量 $p(i+1)$ 的值也可以确定。对于多阶段电源扩展规划而言，阶段状态向量 $p(i)$ 与阶段控制向量 $q(i)$ 之间有以下关系：

$$p(i+1) = p(i) + q(i)$$

若 $p(i)$ 、 $q(i)$ 分别为第 i 阶段的可行状态集和可行控制集，则第 i 阶段的第 a 种状态 $p_a(i)$ 和第 b 种决策 $q_b(i)$ 必须满足以下条件：

$$p_a(i) \in p(i), q_b(i) \in q(i)$$

若 f 为单一阶段的费用，则总的费用方程可表示为：

$$F = \sum_{i=1}^N f(p(i), q(i), i)$$

且

$$f(p, q, i) = (1+r)^{ixt} \{C_h[q(i)] + C_{or}[p(i)] + C_L[p(i)]\}$$

设 $h[p_a(i)]$ 为从规划期初到第 i 阶段 a 状态的费用现值，那么，可得到计算方程：

$$h[p_b(i+1)] = \min_{q(i)} \{h[p_a(i)] + f[p_a(i), q(i), i]\}$$

该方程是动态规划形式的基本计算方程，它描述了电力系统最小投资，运行费用是由选择控制向量 $q(i)$ 得到的。

基于问题四(2)的模型和假设，本题只需要认为每年是一个阶段，并重新取 U_k 计算

解得答案如表十一。

表十一 每年应该增装的机组类型与台数

时间/年	阶段序号	系统最大负荷/MW	所需装机容量/MW	总装机容量/MW	类型1/台	类型2/台	类型3/台	类型4/台
2020	1	2935.50	3522.60	3655	1	0	0	0
2021	2	3023.57	3628.28	3655	0	0	0	0
2022	3	3114.27	3737.13	3755	0	1	0	0
2023	4	3207.70	3849.24	3855	0	1	0	0
2024	5	3303.93	3964.72	4105	1	0	0	0
2025	6	3403.05	4083.66	4105	0	0	0	0
2026	7	3505.14	4206.17	4355	1	0	0	0
2027	8	3610.29	4332.35	4355	0	0	0	0
2028	9	3718.60	4462.32	4470	0	0	1	1
2029	10	3830.16	4596.19	4635	0	1	1	0
2030	11	3945.07	4734.08	4735	0	1	0	0

电源规划问题是一个多阶段过程寻优问题。对于这类问题，动态规划是一种有效的方法。在动态规划中容易引入各种约束条件和费用因素；可以考虑离散变量和随机因数；可以研究重要电站的合理装机容量。而且对于不同年份中的一些特殊问题都比较容易解决。在理论上动态规划能真正获得整体最优方案。

问题五（2）

如果考虑可靠性约束，则对任一状态 $pa(i)$ 必须满足系统可靠性约束：

$$LOLP[p_a(i)] \leq \lambda$$

其中 $C_{it}[q(i)]$ 为决策 $q(i)$ 所需投资； $C_{ot}[p(i)]$ 为状态 $p(i)$ 在本阶段的运行费用； $C_{st}[p(i)]$ 为状态 $p(i)$ 在本阶段的停电费用； $LOLP[p_a(i)]$ 为状态 $p_a(i)$ 下失负荷概率； λ 为失负荷概率上限； t 为每一阶段长度； i 为阶段变量； N 为阶段总数，且 $N \cdot t = T$ 为规划期； r 为贴现率。

在第一问的基础上，相当于在目标函数中去除了年停电成本最小这一方面，而在约束条件中加入了系统可靠性约束。轻微更改目标函数和约束条件可解，答案如表十二。

表十二 每年应该增装的机组类型与台数

时间/年	阶段序号	系统最大负荷/MW	所需装机容量/MW	总装机容量/MW	类型1/台	类型2/台	类型3/台	类型4/台
2020	1	2935.50	3522.60	3535	0	0	2	0
2021	2	3023.57	3628.28	3635	0	0	0	2
2022	3	3114.27	3737.13	3750	0	0	1	1
2023	4	3207.70	3849.24	3850	0	1	0	0
2024	5	3303.93	3964.72	3965	0	0	1	1
2025	6	3403.05	4083.66	4115	0	1	0	1
2026	7	3505.14	4206.17	4215	0	1	0	0
2027	8	3610.29	4332.35	4345	0	0	2	0
2028	9	3718.60	4462.32	4595	1	0	0	0
2029	10	3830.16	4596.19	4645	0	0	0	1
2030	11	3945.07	4734.08	4745	0	0	0	2

问题六（1）

可再生能源主要使用太阳能、风能等自然界中的能源进行发电。虽然其投资成本较

高，但其运行成本极低，取之不尽用之不竭，是未来电网中的主要能源。投资成本高是不可避免的，因此首先从运行成本看，由于其运行成本很低，安排出力时应当首先安排可再生能源发电。

从运行的可靠性来看，可再生能源出力的不确定性主要包括出力的波动性和间歇性，如风力发电的波动性和间歇性体现于风速的波动性，由于地理环境和海拔高度等条件的不同，不同地域的风速会不一样，再加上即使是同一地方，不同时间的风速的频率也会变化，因此利用风速进行发电时出现的波动性和不确定性较大，导致风电出现不确定性。光伏发电的波动性来源于太阳辐射强度，天气和温度的变化，显然白天多发电晚上少发电，晴天多发电阴天要发电，这些因素都导致光伏发电具有很大的波动性。

电力系统规划的一个重要目的确保系统的安全性、稳定性和可靠性，其中重要的一环是时刻保证电力系统的发电和耗电保持平衡。目前可再生能源采用的是分布式接入系统，也就是说可再生能源是就近出力，当地负荷的一部分电来源于可再生能源另一部分来源于系统。由于可再生能源出力的不确定性而且其波动的时间按秒级算，电力系统控制人员等其他相关人员不能及时其不确定性进行掌握和捕捉，导致对系统的负荷预测与实际有较大误差，而供电计划往往是根据负荷预测来实行的，这就可能导致高负荷时供电不足，低负荷时供电冗余，为了能跟踪负荷的实际用电，必须投入更多的人力和物力解决可再生能源的不确定性对负荷预测和供电计划的影响，无疑是增加了电力系统规划的难度和成本。

问题六（2）

可以采用规划模型多层次分层分区结构：

第一层总体模型以混合整数规划优选电源结构及电源点，将发电厂和负荷选址在合适的拓抓节点上，将电网根据电压等级，划分为多个具有一定特征的结构层次，并在分层下按照电力负荷和电源的分布情况来划分供电区域，确保区域内的网架结构供电大致平衡。一个电压等级的分层可划分为一个供电区，也可划分为若干个供电区。

第二、三层以通过线性规划、非线性规划、启发式优化方法等对每个分区内的系统进行电源规划，再在总体优化基础上结合分区电力潮流等情况对宏观电源规划进行调整。

五、模型的评价与推广

1、模型的优点

(1)针对问题一，通过分析等年值公式推导出不同年份之间具有相同数目的资金的价值之比，把不同年份的投资金额折算为同一时刻的资金，使得计算更加方便，且形象直

观，容易理解。

(2)针对问题二，我们建立了线性规划模型求解出最佳的总投资方案，然后根据简化的投资成本模型规划出 2030 年当年增装的机组类型和数量，得出的方案具有合理性。

(3)针对问题三，在建立目标规划模型之后，应用了拉格朗日乘数法求解问题模型，并在运算过程中使用了等微增率准则，使得得出的最优方案具有科学性，并且使求解过程更简洁。

(4)针对问题四，我们采用了蒙特卡洛法模拟状态空间并得出故障状态的发生概率，通过这计算了现有系统的可靠性指标，在此过程中通过忽略高阶系统故障状态降低了计算复杂度，且在状态空间足够大的情况下，计算结果具有准确性。第二问通过建立动态规划模型，并在一定约束条件下给出阶段控制向量的组成，简化了问题。

(5)针对问题五，建立了以一年为一阶段的动态规划模型，分析简化了控制向量的构成，使结果具有说服力。

2、模型的缺点

(1)针对问题四，没有很好地证明状态空间取什么值的时候结果最具有说服力且计算较简便。

(2)针对问题五，在运用动态规划模型求解投资方案时，不能证明控制向量的约束方案时最优的。

3、模型的推广

目标规划模型通过及建立相应的目标函数和约束条件，自可行域里求出问题的最优解。在现实问题的研究中，可能有的约束条件具有相应的优先级，或者可能具有多个目标函数，这时应分析约束条件和目标函数互相的优先关系，赋予其相应的优先级，整合问题求解。

在实际生活中，许多地方都用到了目标规划模型，比如运输问题，调度问题，排队问题等。

参考文献

- [1] 唐权. 电力系统电源规划模型及算法研究[D]. 华中科技大学, 2006.
- [2] 赵渊, 周家启, 刘志宏. 大电网可靠性的序贯和非序贯蒙特卡洛仿真的收敛性分析及比较[J]. 电工技术学报, 2009, 24(11): 127-133.
Y Zhao, J Zhou, Z Liu. 2009, 24(11): 127-133(in Chinese).
- [3] 许威, 张忠会, 何乐彰. 基于多因素元件停运模型的电网失负荷计算[J]. 水电能源科学, 2014, 32(06): 185-187.
W Xu, Z Zhang, L He. 2014, 32(06): 185-187(in Chinese).