

<Ch.06 MLP(다층 퍼셉트론)>

1 MLP(다층 퍼셉트론): 입력층과 출력층 사이에 은닉층(hidden layer)을 가지고 있는 퍼셉트론

- 학습 알고리즘: 역전파 알고리즘(back-propagation)

2 활성화 함수(activation function): 입력의 총합을 받아서 출력값을 계산하는 함수

- 활성화 함수가 비선형 함수인 이유: 여러개의 선형 함수를 결합하는 것은 결국 선형 함수 하나와 같기 때문에

- 계단 함수(step function): 입력신호의 총합이 0을 넘으면 1, 그렇지 않으면 0을 출력

- 시그모이드 함수(sigmoid function): 0.0에서 1.0까지의 연속적인 실수 출력을 제공, 미분이 가능

- ReLU 함수(Rectified Linear Unit function): 입력이 0보다 적으면 0을, 0을 넘으면 그대로 출력

- tanh 함수: sigmoid function과 비슷하지만, 출력값이 $[-1:1]$ 인 함수

3 MLP의 순방향 패스

- 순방향 패스: 입력신호가 입력층, 은닉층, 출력층의 순서로 전파되는 과정

4 손실 함수 계산

- 손실 함수(loss function): 실제 출력과 원하는 출력 사이의 오차를 계산하는 함수

- MSE (Mean Squared Error, 평균 제곱 오차): $E(w) = \frac{1}{2} \sum_i (y_i - t_i)^2$

- 연속적인 값을 제공해 가중치를 조정할 수 있음

5 경사 하강법

→ 오차값을 최소화하는 weight를 찾는 Algorithm

· 역전파 알고리즘은 신경망 학습문제를 최적화문제(optimization)로 접근한다.

· 경사 하강법 (gradient-descent method): 현재 위치에서의 경사(기울기)를 이용하여 방향을 잡는 방법

— 손실함수의 기울기를 계산하고 기울기의 반대 방향으로 가중치를 수정

— 손실함수를 가중치로 미분한 값이 양수: 가중치 감소

— 손실함수를 가중치로 미분한 값이 음수: 가중치 증가

· 그래디언트 (gradient): 손실함수가 다중변수 함수일 때, 1차 미분값

6 역전파 학습 알고리즘

· 학습 알고리즘

— weight와 bias를 0부터 1 사이의 난수로 초기화한다.

— 수렴할 때까지 모든 weight에 대하여 다음을 반복한다.

— loss function E 의 gradient $\partial E / \partial w$ 를 계산한다.

— $w(t+1) = w(t) - \eta \frac{\partial E}{\partial w}$

· 역전파 알고리즘 (Chain rule): $\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \cdot \frac{du}{dx}$ 가 성립한다.

$$- \frac{\partial E}{\partial w_{ij}} = \frac{\partial E}{\partial out_j} \times \frac{\partial out_j}{\partial net_j} \times \frac{\partial net_j}{\partial w_{ij}}$$

$$- \frac{\partial E}{\partial out_j} = \frac{\partial}{\partial out_j} \sum \frac{1}{2} (target_k - out_k)^2 = out_j - target_j$$

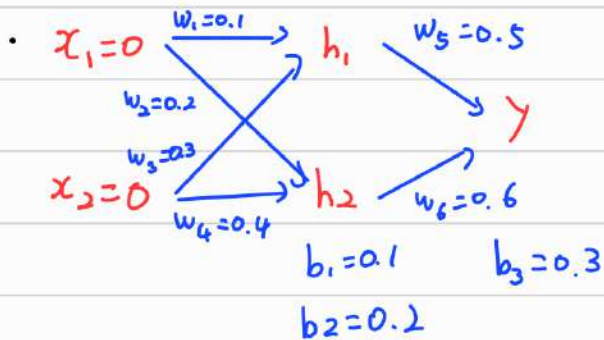
$$- \frac{\partial out_j}{\partial net_j} = \frac{\partial f(net_j)}{\partial net_j} = f'(net_j)$$

$$- \frac{\partial net_j}{\partial w_{ij}} = \frac{\partial}{\partial w_{ij}} \left(\sum_{k=0}^n w_{kj} \cdot out_k \right) = \frac{\partial}{\partial w_{ij}} w_{ij} out_i = out_i$$

$$- \therefore \frac{\partial E}{\partial w_{ij}} = (out_j - target_j) \times f'(net_j) \times out_i$$

— 정리: $\partial E / \partial w_{ij} = \delta_j out_i$, $\delta_j = \begin{cases} (out_j - t_j) f'(net_j), & j \text{가 출력층 뉴런일 경우} \\ (\sum_k w_{jk} \delta_k) f'(net_j), & j \text{가 은닉층 뉴런일 경우} \end{cases}$

7 역전파 알고리즘을 손으로 계산해보자



순방향 패스

— $net_{h_1} = 0 \times 0.1 + 0 \times 0.3 + 0.1 = 0.1, out_{h_1} = \text{sigmoid}(0.1) = 0.524979$

— $net_{h_2} = 0 \times 0.2 + 0 \times 0.4 + 0.2 = 0.2, out_{h_2} = \text{sigmoid}(0.2) = 0.549833$

— $net_y = 0.524979 \times 0.5 + 0.549833 \times 0.6 + 0.3 = 0.892389,$

$\text{sigmoid}(0.892389) = 0.709383$

총 오차 계산

— $E = \frac{1}{2} (\text{target}_y - \text{out}_y)^2 = \frac{1}{2} (0 - 0.709383)^2 = 0.251612$

역방향 패스 (출력층 → 은닉층)

— $\frac{\partial E}{\partial w_5} = \frac{\partial E}{\partial out_y} \times \frac{\partial out_y}{\partial net_y} \times \frac{\partial net_y}{\partial w_5}$

— $\frac{\partial E}{\partial out_y} = out_y - \text{target}_y = 0.709383$

— $\frac{\partial out_y}{\partial net_y} = f'(out_y) = out_y * (1 - out_y) = 0.206158$

— $\frac{\partial net_y}{\partial w_5} = 1 \times out_{h_1} = 0.524979$

— $\therefore 0.709383 \times 0.206158 \times 0.524979 = 0.076775$

— $w_5(t+1) = w_5(t) + \eta \times \frac{\partial E}{\partial w_5} = 0.5 - 0.2 \times 0.076775 = 0.484645$

역방향 패스 (은닉층 → 입력층) ↳ 학습률

— $\frac{\partial E}{\partial out_{h_1}} = \frac{\partial E}{\partial out_y} \times \frac{\partial out_y}{\partial net_y} \times \frac{\partial net_y}{\partial out_{h_1}}$

— $\frac{\partial net_y}{\partial out_{h_1}} = \frac{\partial (w_5 \times out_{h_1} + w_6 \times out_{h_2} + b_3 \times 1)}{\partial out_{h_1}} = w_5 = 0.5$

— $\therefore 0.146224 \times 0.50 = 0.073122$

$$- \frac{\partial \text{out}_{h_1}}{\partial \text{net}_{h_1}} = \text{out}_{h_1} * (1 - \text{out}_{h_1}) = 0.249376$$

$$- \frac{\partial \text{net}_{h_1}}{\partial w_1} = \frac{\partial (w_1 x_1 + w_2 x_2 + b_1 x_1)}{\partial w_1} = x_1$$

$$- \therefore \frac{\partial E}{\partial w_1} = \frac{\partial E}{\partial \text{out}_{h_1}} \times \frac{\partial \text{out}_{h_1}}{\partial \text{net}_{h_1}} \times \frac{\partial \text{net}_{h_1}}{\partial w_1} = 0.073122 \times 0.249376 \times 0 = 0$$

$$- w_1(t+1) = w_1(t) + \eta * \frac{\partial E}{\partial w_1} = 0.10 - 0.2 \times 0.0 = 0.10$$

8. 넘파이만을 이용한 MLP 구현

9. 구글의 플레이그라운드를 이용한 실습