

## 一、影像融合算法

### (一) 比值变换融合

假设有两幅已配准、分辨率相同的多光谱影像 $B$ 和全色影像 $P$ , 多光谱影像 $B$ 的三个波段分别为 $B_1$ 、 $B_2$ 、 $B_3$ 。则有如下的融合公式:

$$B_i^{new} = \frac{B_i \times P}{B_1 + B_2 + B_3} \quad i = 1, 2, 3$$

比值变换可以增加图像两端的对比度。当要保持原始图像的辐射度时, 本方法不宜采用。

### (二) 乘积变换

基于上文的比值变换融合, 有如下的融合公式:

$$B_i^{new} = B_i \times P$$

通过乘积变换融合得到的图像其亮度成分得到增加。当然, 如果是 8bit 的影像, 通过乘积变换之后, 得到的像素值会超过 255。因而需要对齐归化, 变换到 0~255 的灰度区间。设通过原始乘积变换后, 各像素值的最大最小值分别为 $g^{min}$ 、 $g^{max}$ , 则对于每一个像素, 进行归化处理:

$$g'(r, c) = \frac{(g(r, c) - g^{min}) \times 255}{g^{max} - g^{min}}$$

### (三) 加权融合

设有两幅已配准、分辨率相同的影像 $I_1$ 、 $I_2$ , 尺寸均为 $M \times N$ 。则首先遍历两幅影像, 计算两幅影像的灰度均值 $g_1^m$ 、 $g_2^m$ :

$$g_i^m = \frac{1}{M \times N} \sum_{r=0}^{M-1} \sum_{c=0}^{N-1} g_i(r, c)$$

而后计算图像的标准差 $\sigma_1$ 、 $\sigma_2$ 和方差 $d_1$ 、 $d_2$ , 以及两幅影像间的协方差 $\sigma_{12}$ :

$$\sigma_i^2 = \frac{1}{M \times N - 1} \sum_{r=0}^{M-1} \sum_{c=0}^{N-1} (g_i(r, c) - g_i^m)^2$$

$$\sigma_{12} = \frac{1}{M \times N - 1} \sum_{r=0}^{M-1} \sum_{c=0}^{N-1} (g_1(r, c) - g_1^m)(g_2(r, c) - g_2^m)$$

计算两幅影像之间的相关系数 $r_{12}$ :

$$r_{12} = \frac{\sigma_{12}}{\sigma_1 \sigma_2}$$

计算两幅影像的权:

$$P_1 = \frac{1}{2}(1 + |r_{12}|)$$

$$P_2 = \frac{1}{2}(1 - |r_{12}|)$$

故新影像的加权公式为:

$$g_{new}(r, c) = P_1 g_1(r, c) + P_2 g_2(r, c)$$

对于两幅已配准、分辨率相同的多光谱影像和全色影像，可选取多光谱影像中的三个波段分别和全色影像进行加权融合，而后组成新的三个波段。

## 二、影像融合结果的评估

### (一) 平均梯度

平均梯度反应了图像中微小细节反差和纹理变换的特征，表达了图像的清晰程度。对于一幅尺寸为  $M \times N$  的图像而言，其计算公式为：

$$G = \frac{1}{M \times N} \sum_{r=0}^{M-1} \sum_{c=0}^{N-1} (\Delta g_x^2(r, c) + \Delta g_y^2(r, c))^{\frac{1}{2}}$$

$$\Delta g_x(r, c) = g(r, c + 1) - g(r, c)$$

$$\Delta g_y(r, c) = g(r + 1, c) - g(r, c)$$

$\Delta g_x(r, c)$  为图像上位于  $r$  行  $c$  列的像素的一阶水平梯度， $\Delta g_y(r, c)$  为图像上位于  $r$  行  $c$  列的像素的一阶垂直梯度。 $G$  值越大，图像层次越多，图像越清晰。

### (二) 熵和联合熵

熵是描述图像信息量的指标，熵越大，图像包含的信息量越大。对于 8bit 的灰度影像而言，其计算公式为：

$$H(x) = - \sum_{i=0}^{255} P_i \log_2 P_i$$

其中：为图像中像素值为  $i$  的像素占整幅影像总像素的比例。

对于一幅三通道的彩色图像而言，其联合熵为：

$$H(x_1, x_2, x_3) = - \sum_{i_1, i_2, i_3=0}^{255} P_{i_1, i_2, i_3} \log_2 P_{i_1, i_2, i_3}$$

$$P_{i_1, i_2, i_3} = P_{i_1} \times P_{i_2} \times P_{i_3}$$

其中， $P_{i_1, i_2, i_3}$  表示像素值组合为  $(i_1, i_2, i_3)$  的像素个数的比例。注意：当  $P_i$  为 0 时，整个项为 0，不计算对数值。