2022 秋微积分（B） 期中试题

【机考】

整理 3#615A 学术组

第一部分 填空题（每题 4 分，共 10 题）

1. $\lim\limits_{x\to\infty}(1+\frac{ln2}{x})^{x}=$____________.

2. $\lim\limits_{x\to 1^{+}}(lnx)^{x-1}=$____________.

3. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{tanx-tan(tanx)}{sinx-sin(sinx)}=$____________.

4. 设函数 y=y(x) 由参数方程$\begin{cases}x=e^{t}+ln(1+t),\\ y=(t^{2}+2)e^{t}.\end{cases}$确定，则$\frac{dy}{dx}/_{t=0}=$____________.

5. 设函数 y=y(x) 由参数方程$\begin{cases}x=e^{t}+ln(1+t),\\ y=sin4t+cos4t.\end{cases}$确定，则$\frac{d^{2}y}{dx^{2}}/_{x=0}=$__________.

6. 设函数 y=y(x) 由方程 $5x+y+e^{x+y}=1$ 确定，则$\frac{dy}{dx}/_{x=0}=$_______.$\frac{d^{2}y}{dx^{2}}/_{x=0}=$_________.

7. 已知函数 f(x), g(x) 具有二阶导数，且 $f'(2)=-3, f''(2)=3, g(1)=g'(1)=g''(1)=2$. 设 $y=f(g(x))$，则$\frac{dy}{dx}/_{x=1}=$_______.$\frac{d^{2}y}{dx^{2}}/_{x=1}=$_________.

8. 已知函数 f(x)=x^{lnx}, 则$f'(e)=$_________, $ef''(e)=$__________.

9.已知函数 f(x)= $\frac{x^{3}+3x}{2+cos(sinx)}$,则 f'(0)=_________，$f^{(4)}(0)=$___________.

10.已知函数 f(x)= $(x^{3}+x^{2}-5x+3)e^{x}$,则 f(x)的极值点个数为______，曲线 y=f(x)的拐点个数为______.

第二部分 单选题（每题 4 分，共 15 题）

11. 已知数列{an}发散，则

A. 数列{an+$|a_n|$}发散

B. 数列{an+a_{n+1}}发散

C. 数列{arctana_n}发散

D. 数列{sina_n}发散　　　　　　【注意：此题废止，勿做！】

12. 设函数 f(x) 在区间(−1,1) 内有定义，在点 x=0 处连续，给出以下三个结论：

① “极限$\lim\limits_{x\to 0}\frac{f(x)}{x}$存在”是“f(x) 在 x=0 处可导”的充要条件；

② “极限$\lim\limits_{x\to 0}\frac{|f(x)|}{x}$存在”是“f(x) 在 x=0 处可导”的充要条件；

③ “极限$\lim\limits_{x\to 0}|\frac{f(x)}{x}|$存在”是“f(x) 在 x=0 处可导”的充要条件；

其中正确结论的个数是:

A. 2　B. 3　C. 0　D. 1

13. 已知数列$\{a_n\}$，给出如下四个命题:

① 若$\{a_n\}$有界，则$\{a_n\}$存在收敛的子列;

② 若$\{a_n\}$无界，则$\{a_n\}$存在子列是无穷大量;

③ 若$\{a_n\}$单调，则$\{a_n\}$收敛的充分必要条件是其存在收敛子列;

④ 若$\{a_n\}$单调，则$\{a_n\}$发散的充分必要条件是其为无穷大量。

其中正确结论的个数是:

A. 3　B. 1　C. 4　D. 2

14. 已知函数: $f(x) = 1 - \sqrt{1 - x^2}$　　$g(x) = \sqrt{1 + x^2} - \sqrt{1 - x^2}$

$h(x) = x^2 + \ln\sqrt{1 + x^4}$　　$w(x) = x^2 + \ln(\cos x)$.

当 x→0 时，与x^2是等价无穷小的是

A. g(x) , h(x)

B. g(x) , w(x)

C. f(x) , g(x)

D. h(x) , w(x)

15. 已知 a,b,c 为非零实数，若 x=0 是 $f(x) = \frac{ae^{\frac{1}{x}}+1}{e^{\frac{1}{x}}+b} + \frac{\sin cx}{|x|}$ 的可去间断点，则

A. a+2bc=1.

B. ab-2bc=1.

C. ab=1.

D. ab+2bc=1.

16. 设函数 f(x) 在 [0, +∞) 上连续，在 (0, +∞) 内可导，则

A. 当$f'_+(0)$ 存在时，$\lim\limits_{x\to 0^+} f'(x)$ 存在.

B. 当 $\lim\limits_{x\to 0^+} f'(x)$ 存在时，$f'_+(0)$ 存在.

C. 当 $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)$ 存在时，$\lim\limits_{x\to +\infty} f'(x) = 0$.

D. 当 $\lim\limits_{x\to +\infty} f'(x) = 0$ 时，$\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)$ 存在.

17. 已知函数 f(x)= $x^3(e^x - e^{-x})$，则

A. $f^{(10)}(0) = 1440$　　$f^{(11)}(0) = 1980$.

B. $f^{(10)}(0) = 0$　　$f^{(11)}(0) = 0$.

C. $f^{(10)}(0) = 1440$　　$f^{(11)}(0) = 0$.

D. $f^{(10)}(0) = 0$　　$f^{(11)}(0) = 1980$.

18. 已知函数 f(x) , g(x). 给出以下四个命题

① 若 f(x) 在区间(a,b)内一致连续，则 $\lim\limits_{x\to a^+} f(x)$ 与 $\lim\limits_{x\to b^-} f(x)$ 均存在;

② 若 f(x) 在区间(0,+∞)上一致连续，则 $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)$ 与 $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)$ 均存在；

③ 若 f(x)，g(x)在区间(a,b)内一致连续，则 f(x), g(x) 在 (a,b) 内一致连续；

④ 若 f(x)，g(x)在区间(0,+∞)上一致连续，则 f(x), g(x) 在 (0，+∞) 上一致连续.

其中真命题的个数是

A.2　B. 3　C. 4　D. 1

19. 已知函数 f(x) 是在 (-∞,+∞) 上的可导函数，则以下结论中**不正确**的是

A. 当 $\lim\limits_{x\to +\infty}\frac{f(x)}{x}$ 存在时，$\lim\limits_{x\to +\infty} f'(x)$ 存在.

B. 当 f(x)是奇函数且 $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)=0$ 时，存在 a<0, b>0，使得 f'(a)=f'(b).

C. 当 $\lim\limits_{x\to +\infty} f'(x)$ 存在时，$\lim\limits_{x\to +\infty}\frac{f(x)}{x}$ 存在.

D. 当 f(x) 是偶函数且 $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)=f(0)$ 时，存在 a<0, b>0，使得 f'(a)=f'(b).

20. 曲线 $y=(2x+3)e^{\frac{1}{x}}$的斜渐近线方程是

A. y=3x+5.

B. y=2x+3.

C. y=3x-1.

D. y=2x+5.

21. 函数$f(x)=\begin{cases}\frac{ln(1+x)}{x}, & x\neq 0\\ 0, & x=0\end{cases}$ 在 x=0 处

A. 连续且取得极小值.

B. 可导且导数不为零.

C. 可导且导数等于零.

D. 连续且取得极大值.

22. 设函数 f(x) 在点 x=1 及其附近有定义，且满足：$f(x)=3x-1+o(x-1)\ (x\to 1)$，则曲线 y=f(x)在 (1,f(1))的**法线方程**为

A. $y=-\frac{1}{3}x-1$.

B. $y=3x-1$.

C. $y=\frac{1}{3}x+\frac{5}{3}$.

D. $y=-\frac{1}{3}x+\frac{7}{3}$.

23. 设函数 f（x）在区间[0,2]上可导，且 f(1)=0. 给出以下四个结论：

① 存在点$\xi\in(0,2)$，使得$f(\xi)=(2-\xi)f'(\xi)$;

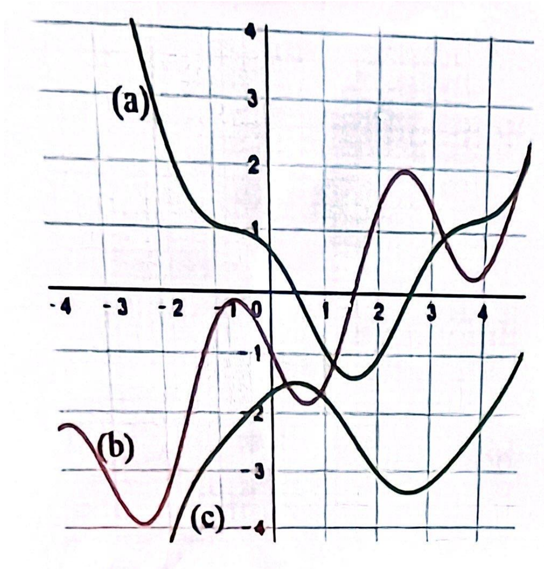
② 存在点$\xi\in(0,2)$，使得$f(2)=f'(\xi)$;

③ 存在点$\xi\in(0,2)$，使得$f(2)=\xi f'(\xi)f(ln2)$.

其中正确结论的个数是：

A. 1.　　B. 2.　　C. 3.　　D. 0.

24. 设函数 f(x) 存在 2 阶导数，将 y=f(x), y=f′(x), y=f′′(x) 的图形画在同一个直角坐标系中，得到三条曲线，如图所示。在图中，y=f(x), y=f′(x), y=f′′(x) 的图形依次是



A. (b)(a)(c).
B. (c)(a)(b).
C. (b)(c)(a).
D. (a)(b)(c).

25. 设函数 f(x), g(x), h(x)在区间(-1,1)内连续，且在 x=0 附近满足：$f(x)=2x+o(x)(x\to 0)$，$g(x)=\sin\sqrt[3]{x}+o(x)\ (x\to 0)$，$h(x)=\frac{e^x-1}{x}+o(x)\ (x\to 0)$.

其中在 x=0 处可微的所有函数是

A. g(x), h(x).
B. f(x), h(x).
C. f(x).
D. f(x), g(x).

参考答案：

1. 2
2. 1
3. -2
4. 1
5. -4
6. -3；-2
7. -6；6
8. 2；4
9. 1；0
10. 3；3

11-15（C）ACAD　　16-20 BCAAD　　21-25 BDCBB.