

## 清华18-19秋季学期微积分B期中试题 (卷2)

试卷总分: 100分, 共 2 套试卷

## 一、单选题 (本大题共 15 小题, 共 60 分)

1、当  $x \rightarrow 0$  时, 用“ $o(x)$ ”表示比  $x$  高阶的无穷小, 则下列式子中错误的是 ( ) (本小题4分)(题目ID:51430)

- (A)  $x \cdot o(x^2) = o(x^3)$
- (B)  $o(x) \cdot o(x^2) = o(x^3)$
- (C)  $o(x^2) + o(x^2) = o(x^2)$
- (D)  $o(x) + o(x^2) = o(x^2)$

2、当  $x \rightarrow 0^+$  时, 与  $\sqrt{x}$  等价的无穷小量是(本小题4分)(题目ID:51516)

- (A)  $1 - e^{\sqrt{x}}$
- (B)  $\ln \frac{1+x}{1-\sqrt{x}}$
- (C)  $\sqrt{1+\sqrt{x}} - 1$
- (D)  $1 - \cos \sqrt{x}$

3、设函数  $f(x)$  可导, 且  $f(x)f'(x) > 0$ , 则(本小题4分)(题目ID:51432)

- (A)  $f(1) > f(0)$
- (B)  $f(1) < f(0)$
- (C)  $|f(1)| > |f(0)|$
- (D)  $|f(1)| < |f(0)|$

4、设函数  $f(x)$  和  $g(x)$  在  $(-\infty, +\infty)$  内有定义,  $f(x)$  连续且  $f(x) \neq 0$ ,  $g(x)$  有间断点, 则(本小题4分)(题目ID:51446)

- (A)  $g[f(x)]$  必有间断点
- (B)  $[g(x)]^2$  必有间断点
- (C)  $f[g(x)]$  必有间断点
- (D)  $\frac{g(x)}{f(x)}$  必有间断点

5、函数  $f(x) = \lim_{u \rightarrow 0} (1 + \frac{\sin u}{x})^{\frac{x^2}{u}}$  在  $(-\infty, +\infty)$  内(本小题4分)(题目ID:51433)

- (A) 连续

- (B) 有可去间断点
- (C) 有跳跃间断点
- (D) 有第二类间断点

6、设函数  $f(x)$  在  $x = 0$  及其附近有定义,  $f(x)$  在  $x = 0$  处可导的充分必要条件是  
(本小题4分)(题目ID:51435)

- (A)  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2h) - f(0)}{h}$  存在
- (B)  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2h) - f(h)}{h}$  存在
- (C)  $\lim_{h \rightarrow 0} h[f(\frac{1}{h}) - f(0)]$  存在
- (D)  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(h) - f(-h)}{2h}$  存在

7、已知函数  $f(x) = \begin{cases} \frac{\ln(1+2x)}{x}, & x \neq 0 \\ 2, & x = 0 \end{cases}$  则  $f'(0) =$  (本小题4分)(题目ID:51437)

- (A) -2
- (B)  $\frac{1}{2}$
- (C) 1
- (D) 2

8、若函数  $f(x)$  在  $[a, b]$  上可导, 且  $f'_+(a) > 0, f'_-(b) < 0$ , , 则下列结论中错误的是  
(本小题4分)(题目ID:51440)

- (A) 至少存在一点  $x_0 \in (a, b)$ , 使得  $f(x_0) > f(a)$ .
- (B) 至少存在一点  $x_0 \in (a, b)$ , 使得  $f(x_0) > f(b)$ .
- (C) 至少存在一点  $x_0 \in (a, b)$ , 使得  $f'(x_0) = 0$ .
- (D) 至少存在一点  $x_0 \in (a, b)$ , 使得  $f(x_0) = 0$ .

9、设函数  $f(x)$  在  $[a, +\infty)$  上可导,  $c$  为常数, 则(本小题4分)(题目ID:51444)

- (A) 当  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = c$  时,  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f'(x) = 0$
- (B) 当  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f'(x) = 0$  时,  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = c$
- (C) 当  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$  时,  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f'(x) = +\infty$
- (D) 当  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f'(x) = +\infty$  时,  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$

10、设函数  $y = f(x)$  满足方程  $y'' - 2y' + 4y = 0$ , 且  $f(x_0) > 0, f'(x_0) = 0$ , 则  $f(x)$ (本小题4分)(题目ID:51447)

- (A) 在点  $x_0$  处取得极大值.
- (B) 在点  $x_0$  处取得极小值.
- (C) 在点  $x_0$  的某邻域内单调增加.
- (D) 在点  $x_0$  的某邻域内单调减少

11、设函数  $f(x), g(x)$  具有 2 阶导数, 且  $g''(x) < 0$ , 若  $g(x_0) = a$  是  $g(x)$  的极值, 则  $f(g(x))$  在  $x_0$  取极大值的一个充分条件是(本小题4分)(题目ID:51449)

- (A)  $f'(a) < 0$
- (B)  $f'(a) > 0$
- (C)  $f''(a) < 0$
- (D)  $f''(a) > 0$

12、若关于  $x$  的方程  $x - e \ln x - k = 0$  在区间  $(0, 1]$  上存在实根, 则  $k$  的最小值为(本小题4分)(题目ID:51451)

- (A)  $-1$
- (B)  $\frac{1}{e}$
- (C)  $1$
- (D)  $e$

13、设函数  $f(x)$  在  $(-\infty, +\infty)$  内具有二阶导数, 且  $f''(x) > 0$  已知命题:

- (1) 若  $f(0) < f(1)$ , 则  $f(x)$  在  $(-\infty, 0)$  内单增;
- (2) 若  $f(0) < f(1)$ , 则  $f(x)$  在  $(1, +\infty)$  内单增;
- (3) 若  $f(0) > f(1)$ , 则  $f(x)$  在  $(-\infty, 0)$  内单减;
- (4) 若  $f(0) > f(1)$ , 则  $f(x)$  在  $(1, +\infty)$  内单减; 其中正确命题的个数共有 (本小题4分)(题目ID:51454)

- (A) 1 个
- (B) 2 个
- (C) 3 个
- (D) 4 个

14、设函数  $f(x)$  在  $(-\infty, +\infty)$  内连续, 则  $f(x)$  可能满足(本小题4分)(题目ID:51455)

- (A)  $f\left(\frac{x}{1+x^2}\right) = x$
- (B)  $f\left(\frac{x}{1+x^2}\right) = \frac{1}{1+x^2}$

$$(C) f\left(\frac{x}{1+x^2}\right) = \frac{1-x}{1+x^2}$$

$$(D) f\left(\frac{x}{1+x^2}\right) = \frac{(1-x)^2}{1+x^2}$$

15、设函数  $f(x)$  定义在有限闭区间  $[a, b]$  上, 则(本小题4分)(题目ID:51463)

(A) 当  $f'(x)$  在  $(a, b)$  内连续时, 存在  $\xi \in (a, b)$ , 使得  $f'(\xi) = \frac{f(b)-f(a)}{b-a}$

(B) 当  $f(x)$  在  $(a, b)$  内可导, 且  $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow b^-} f(x)$  时, 存在  $\xi \in (a, b)$ , 使得  $f'(\xi) = \frac{f(b)-f(a)}{b-a}$

(C) 当  $f(x)$  在  $(a, b)$  内可导, 且  $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x)$  与  $\lim_{x \rightarrow b^-} f(x)$  存在时, 存在  $\xi \in (a, b)$ , 使得  $f'(\xi) = \frac{f(b)-f(a)}{b-a}$

(D) 当导函数  $f'(x)$  在  $(a, b)$  内连续时, 对任意的  $c, d \in (a, b), c \neq d$ , 都存在  $\xi \in (a, b)$ , 使得  $f'(\xi) = \frac{f(d)-f(c)}{d-c}$

## 二、填空题 (本大题共 10 小题, 共 40 分)

16、若函数  $f(x) = \begin{cases} \frac{1-\cos\sqrt{x}}{x}, & x > 0 \\ a, & x \leq 0 \end{cases}$  在  $x=0$  处连续, 则  $a =$  \_\_\_\_\_ (本小题4分)(题目ID:51459)

17、已知函数  $f(x) = x \sin(2x)$ , 则  $f'(5)(0) =$  \_\_\_\_\_ (本小题4分)(题目ID:51461)

18、设函数  $y=y(x)$  由参数方程  $\begin{cases} x = \sin t \\ y = t \sin t + \cos t \end{cases}$  确定, 则  $\frac{d^2y}{dx^2} \Big|_{t=\frac{\pi}{3}} =$  \_\_\_\_\_ (本小题4分)(题目ID:51462)

19、 $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^2}{(x-\ln 6e)(x+1)} \right)^x =$  \_\_\_\_\_ (本小题4分)(题目ID:51464)

20、若实数  $a, b$  满足  $\lim_{x \rightarrow \infty} [(ax+b)e^{\frac{1}{x}} - x] = 3$ , 则  $ab =$  \_\_\_\_\_ (本小题4分)(题目ID:51466)

21、设  $y=y(x)$  是由方程  $y+2x=(x+y)\ln(x+y)$  确定的隐函数, 则  $\frac{dy}{dx} \Big|_{x=0} =$  \_\_\_\_\_ (本小题4分)(题目ID:51469)

22、设  $y=f(x)$  是曲线  $y=(x-2)e^x$  在其拐点处的切线方程, 则  $f(2) =$  \_\_\_\_\_ (本小题4分)(题目ID:51470)

23、设函数  $f(x)$  满足  $f(x+\triangle x)-f(x)=\frac{1}{\pi(1+x^2)}\triangle x+o(\triangle x)$  ( $\triangle x \rightarrow 0$ ), 且  $f(0)=\frac{3}{4}$ , 则  $f(1)=$  \_\_\_\_\_  
(本小题4分)(题目ID:51473)

24、 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3}{\sin(\sin x) - \sin x} =$  \_\_\_\_\_ (本小题4分)(题目ID:51474)

25、设函数  $f(x)=\ln(1+x)$ , 若  $f(x)=xf'(\xi)$ , 则  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\xi} =$  \_\_\_\_\_ (本小题4分)(题目ID:51476)