

2. 考虑对称性 ~~是不妨设~~  $P(A|B) > P(A|C)$

$$\begin{aligned} P(A|B) + P(A|C) - P(B|C) &= P(AB) + P(AC) - P(AB|C) + P(AB|C) - P(B|C) \\ &= P(AB \cup AC) + P(AB|C) - P(B|C) \\ &\leq P(AB \cup AC) \leq 1 \end{aligned}$$

13.  $\# \Omega = 4^3 = 64$

~~至少~~ 最小号码是 3. 可能是 3号盒子 0 3球,

3号 2球, 4号 1球

3号 1球, 4号 2球

$$P(\text{至少有一个球的盒子的最小号码是 3}) = \frac{1 + C_3^1 + C_3^1}{64} = \frac{7}{64}$$

14.  $\# \Omega = A_{10}^7$

$$P(\text{小盒为 ABILITY}) = \frac{1 \times 2 \times 2 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1}{A_{10}^7} = \frac{1}{415800}$$

21. ~~设~~ 设  $X$  为 ~~起跳~~ 所费次数

$P(X \leq 3) = 0.7$  记  $A$  为三次以内跳进

$$P(A) = 1 - P(A^c) = 1 - 0.7^3 = 0.673$$

$$22. (a) P(a) = 10\% \times 8\% = 0.008$$

$$(b) P(b) = 10\% \times 8\% \times 5\% = 0.0004$$

$$(c) P(c) = 0.9 \times 0.95 \times 0.92 = 0.7866$$

$$(d) P(d) = 1 - P(c) = 0.2134$$

23. 记  $B_i$  为第  $i$  次抽出黑球,  $R_i$  为第  $i$  次抽出为红球

$$P(B_1 B_2) = P(B_1) P(B_2 | B_1)$$

$$= \frac{b}{b+r} \cdot \frac{b+d}{b+r+d}$$

$$P(B_1 R_2 R_3) = P(B_1) P(R_2 | B_1) P(R_3 | B_1 R_2)$$

$$= \frac{b}{b+r} \cdot \frac{r}{b+r+d} \cdot \frac{r+d}{b+r+2d}$$

第  $i$  次抽取时, 若之前抽到  $i-1$  个黑球, 则袋里有  $b+r+(i-1)d$  个球

第  $i$  次抽取红球前, 袋里有  $r+(i-1)d$  个红球

第  $i$  次抽取到黑球前, 袋里有  $b+(i-1)d$  个黑球

$$\therefore P = C_n^r \cdot \frac{b(b+d) \cdots (b+(n-1)d) r(r+d) \cdots (r+(n-1)d}{(b+r)(b+r+d) \cdots (b+r+(n-1)d)}$$

25. 记  $A$  为抽到第 3 张卡,  $B$  为看到朝上的为正面

$$P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{\frac{1}{6}}{\frac{1}{2}} = \frac{1}{3}$$

$$28. P_0 = 1 \quad P_1 = 0$$

$$P_n = P_{n-1} \cdot 0 + (1 - P_{n-1}) \cdot \frac{1}{3}$$

$$= -\frac{P_{n-1}}{3} + \frac{1}{3}$$

$$\text{解得: } P_n = (-\frac{1}{3})^n \cdot \frac{1}{4} + \frac{1}{4}$$

$$P_7 = \frac{182}{729}$$

31. 设取出的球全为白球为事件A, 投出点数为i记为 $B_i$ .

$$P(A) = \sum_{i=1}^6 P(B_i) \cdot P(A|B_i) = \sum_{i=1}^6 \frac{1}{6} \cdot \frac{C_4^i}{C_{10}^i} = \frac{2}{21}$$

$$P(B_3|A) = \frac{P(AB_3)}{P(A)} = \frac{1}{120}$$

35. 记A为主持人看到加号, B为主持人写的是加号

$$\text{则 } P(A) = \frac{1}{3} \left( \left(\frac{1}{3}\right)^3 + C_3^1 \left(\frac{1}{3}\right) \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^2 \right) + \frac{2}{3} \cdot \left( C_3^1 \left(\frac{1}{3}\right)^2 \cdot \frac{2}{3} + \left(\frac{2}{3}\right)^3 \right) = \frac{8}{27}$$

$$P(AB) = \frac{1}{3} \left( \left(\frac{1}{3}\right)^3 + C_3^1 \left(\frac{1}{3}\right) \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^2 \right) = \frac{13}{81}$$

$$P(B|A) = \frac{P(AB)}{P(A)} = \frac{13}{24}$$

$$36. P(\text{甲获胜}) = \left(\frac{1}{2}\right)^2 + C_3^1 \left(\frac{1}{2}\right)^3 + C_4^2 \left(\frac{1}{2}\right)^4 =$$

$$P(\text{甲获胜}) = \left(\frac{1}{2}\right)^2 + C_2^1 \left(\frac{1}{2}\right)^3 + C_3^1 \left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{11}{16}$$

$$P(\text{乙获胜}) = 1 - P(\text{甲获胜}) = \frac{5}{16}$$



37, 由题意, 长机不能被高射炮击落

设  $B_i$  为  $i$  架飞机到达目的地 (含长机)

$A$  为 目标被炸毁

$$P(A) = \sum_{i=1}^3 P(B_i) P(A|B_i) = 0.3 \times 0.2^2 \times 0.3 + C_2' \times 0.8^2 \times 0.2 \times (1-0.7^2) + 0.3^7 \cdot (1-0.7^3) = 0.4765$$

补充题:

$$(a) P(A) = \frac{1+C_3'}{2^3} = \frac{1}{2} \quad P(B) = \frac{C_3'+C_3}{2^3} = \frac{3}{4}$$

$$P(A|B) = \frac{C_3'}{2^3} = \frac{3}{8}$$

4+6+4  
8

$$P(A) \cdot P(B) = P(A|B) \quad \therefore A, B \text{ 独立}$$

$$(b) P(A) = \frac{1+C_4'}{2^{14}} = \frac{5}{16} \quad P(B) = \frac{C_4'+C_4+C_4'}{2^4} = \frac{7}{8}$$

$$P(A|B) = \frac{C_4'}{2^4} = \frac{1}{4}$$

$$P(A)P(B) \neq P(A|B) \quad \therefore A, B \text{ 不独立}$$