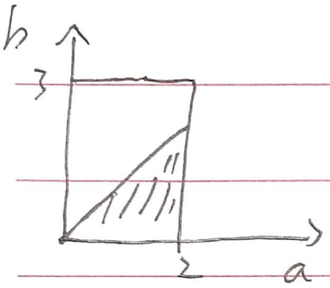
(1) (A) $\Omega=\{(0,0),(0,1)\cdots\}$ $\#\Omega=4\times3=12$

~~其中~~ $A=\{(1,0),(2,0),(3,0),(2,1),\cancel{(2,2)}\ (3,1)\ (3,2)\}$ $\#A=6$

$P(A)=\frac{\#A}{\#\Omega}=\frac{1}{2}$

(B) 没实根 $\Leftrightarrow (2a)^2-4b^2<0 \Leftrightarrow a^2<b^2$ $\Omega=[0,2]\times[0,3]$



$P(B)=\frac{S_B}{S_\Omega}=\frac{1}{3}$

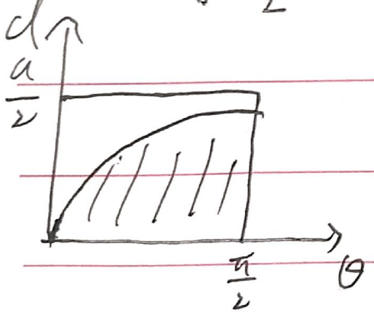
(2) 针的位置和角度应为均匀分布

设针的中点离平行线的最近距离为 $d\in[0,\frac{a}{2}]$

与平行线所成夹角为 $\theta\in[0,\frac{\pi}{2}]$

$\Omega=\{(d,\theta)\mid d\in[0,\frac{a}{2}],\theta\in[0,\frac{\pi}{2}]\}$

相交，则 $\cancel{\frac{l}{2}\sin\theta<d}$ $\frac{l}{2}\sin\theta\geq d$



$$P(A)=\frac{\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{l}{2}\sin\theta\,d\theta}{\frac{a}{2}\cdot\frac{\pi}{2}}=\frac{2l}{a\pi}$$

(3) $P(A)=\cancel{\ }\ \dfrac{n!}{N^n}$

$P(B)=\dfrac{C_N^n\cdot n!}{N^n}$

(4) $A=\{$取到的数为平方数$\}$ $3p+p=1$ $p=\frac{1}{4}$

$B=\{$取到的数不超过$50\}$ $C=\{$取到的数超过$50\}$

$P(A)=P(A|B)P(B)+P(A|C)P(C)=\dfrac{13}{200}$

(5) (A) $\Rightarrow$：对 $\forall x\in\Omega$，如果 $x\in A$，则 $x\in B$，则 $I_A(x)=I_B(x)=1$

若 $x\notin A$，则 $I_A(x)=0\le I_B(x)$

"$\Leftarrow$"：~~对 $\forall x\in\Omega$~~ $I_A(x)\le I_B(x)$ 有三种可能：$\begin{cases}I_A(x)=I_B(x)=1 & x\in A,\ x\in B\\ I_A(x)=0\quad I_B(x)=1 & x\notin A,\ x\in B\\ I_A(x)=I_B(x)=0 & x\notin A,\ x\notin B\end{cases}$

$\therefore$ 若 $x\in A$，则 $x\in B$ $\therefore A\subset B$

(B) 由数学归纳法，只需证两个集合的情形

若 $x\in A_1\cup A_2$，则 $I_{\cup A_i}(x)=1$ 而 $I_{A_1}(x)$ $I_{A_2}(x)$ 中至少有一个是1

若 $x\notin A_1\cup A_2$，则 $I_{\cup A_i}(x)=I_{A_1}(x)=I_{A_2}(x)=0$

$\therefore I_{\cup A_i}(x)=\max\limits_i I_{A_i}(x)$

若 $x\in A_1\cap A_2$，则 $I_{\cap A_i}(x)=1$，$I_{A_1}(x)=I_{A_2}(x)=1$

若 $x\notin A_1\cap A_2$，则 $I_{\cap A_i}(x)=0$，$I_{A_1}(x)$，$I_{A_2}(x)$ 至少有一个为0

$\therefore I_{\cap A_i}(x)=\min\limits_i I_{A_i}(x)$