

清华18-19秋季学期微积分B期中试题 (卷1)

试卷总分: 100分, 共 2 套试卷

一、单选题 (本大题共 15 小题, 共 60 分)

1、当 $x \rightarrow 0^+$ 时, 与 \sqrt{x} 等价的无穷小量是(本小题4分)(题目ID:51427)

(A) $1 - e^{\sqrt{x}}$

(B) $\ln \frac{1 + \sqrt{x}}{1 + x}$

(C) $\sqrt{1 + \sqrt{x}} - 1$

(D) $1 - \cos \sqrt{x}$

2、若 $\lim_{x \rightarrow 0} (e^x + ax^2 + bx)^{\frac{1}{x^2}} = 1$, 则(本小题4分)(题目ID:51429)

(A) $a = \frac{1}{2}, b = -1$

(B) $a = -\frac{1}{2}, b = -1$

(C) $a = \frac{1}{2}, b = 1$

(D) $a = -\frac{1}{2}, b = 1$

3、设函数 $f(x)$ 可导, 且 $f(x)f'(x) > 0$, 则(本小题4分)(题目ID:51432)

(A) $f(1) > f(0)$

(B) $f(1) < f(0)$

(C) $|f(1)| > |f(0)|$

(D) $|f(1)| < |f(0)|$

4、下列函数中, 在 $x = 0$ 处不可导的是(本小题4分)(题目ID:51434)

(A) $f(x) = |x| \sin |x|$

(B) $f(x) = |x| \sin \sqrt{|x|}$

(C) $f(x) = \cos |x|$

(D) $f(x) = \cos \sqrt{|x|}$

5、设函数 $f(x)$ 在 (a, b) 内可导, $x_0 \in (a, b)$, 则(本小题4分)(题目ID:51441)

(A) 当 $f(x)$ 在 x_0 的某邻域内单调增加时, $f'(x_0) > 0$

(B) 当 $f'(x_0) > 0$ 时, $f(x)$ 在 x_0 的某邻域内单调增加

(C) 当 $f'(x)$ 在点 x_0 两侧异号时, $f(x_0)$ 是极值

(D) 当 $f(x_0)$ 是极值时, $f'(x)$ 在点 x_0 两侧异号

6、设函数 $f(x)$ 和 $g(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 内有定义, $f(x)$ 连续且 $f(x) \neq 0$, $g(x)$ 有间断点, 则(本小题4分)(题目ID:51446)

- (A) $g[f(x)]$ 必有间断点
 (B) $[g(x)]^2$ 必有间断点
 (C) $f[g(x)]$ 必有间断点
 (D) $\frac{g(x)}{f(x)}$ 必有间断点

7、点 $x=0$ 是函数 $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{2(1-\cos x)}}{x}, & x \neq 0 \\ 1, & x = 0 \end{cases}$ 的(本小题4分)(题目ID:51450)

- (A) 连续点
 (B) 跳跃型间断点
 (C) 可去型间断点
 (D) 第二类间断点

8、设函数 $f(x)$ 在 $x=a$ 的某邻域内有定义, $f(x)$ 在 $x=a$ 处可导的充分必要条件是(本小题4分)(题目ID:51453)

- (A) $\lim_{h \rightarrow 0} h[f(a + \frac{1}{h}) - f(a)]$ 存在
 (B) $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+2h) - f(a+h)}{h}$ 存在
 (C) $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a) - f(a-h)}{h}$ 存在
 (D) $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a-h)}{h}$ 存在

9、设函数 $f(x)$ 定义在有限闭区间 $[a, b]$ 上, 则(本小题4分)(题目ID:51463)

- (A) 当 $f'(x)$ 在 (a, b) 内连续时, 存在 $\xi \in (a, b)$, 使得 $f'(\xi) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$
 (B) 当 $f(x)$ 在 (a, b) 内可导, 且 $\lim_{x \rightarrow a^+} f'(x) = \lim_{x \rightarrow b^-} f'(x)$ 时, 存在 $\xi \in (a, b)$, 使得 $f'(\xi) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$
 (C) 当 $f(x)$ 在 (a, b) 内可导, 且 $\lim_{x \rightarrow a^+} f'(x)$ 与 $\lim_{x \rightarrow b^-} f'(x)$ 存在时, 存在 $\xi \in (a, b)$, 使得 $f'(\xi) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$
 (D) 当导函数 $f'(x)$ 在 (a, b) 内连续时, 对任意的 $c, d \in (a, b), c \neq d$, 都存在 $\xi \in (a, b)$, 使得 $f'(\xi) = \frac{f(d) - f(c)}{d - c}$

10、设函数 $f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 内可导, 则(本小题4分)(题目ID:51472)

- (A) 当 $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ 时, 必有 $\lim_{x \rightarrow +\infty} f'(x) = +\infty$
 (B) 当 $\lim_{x \rightarrow +\infty} f'(x) = +\infty$ 时, 必有 $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$
 (C) 当 $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$ 时, 必有 $\lim_{x \rightarrow -\infty} f'(x) = -\infty$
 (D) 当 $\lim_{x \rightarrow -\infty} f'(x) = -\infty$ 时, 必有 $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$

11、设 $\{a_n\}$ 是一数列, 则(本小题4分)(题目ID:51479)

- (A) 当 $0 < \frac{a_{n+1}}{a_n} < 1$ 时, $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$

- (B) 当 $0 < \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} < 1$ 时, $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$
- (C) 当 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n \cdot a_{n+1}$ 存在时, $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ 存在
- (D) 当 $\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n + a_{n+1})$ 存在时, $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ 存在

12、设函数 $y = f(x)$ 满足方程 $y'' - 2y' + 4y = 0$, 且 $f(x_0) > 0, f'(x_0) = 0$, 则 $f(x)$ (本小题4分)(题目ID:51482)

- (A) 在点 x_0 处取得极大值
- (B) 在点 x_0 处取得极小值
- (C) 在点 x_0 的某邻域内单调增加
- (D) 在点 x_0 的某邻域内单调减少

13、若参数 k 的值大于 1, 则关于 x 的方程 $k \arctan x - x = 0$ (本小题4分)(题目ID:51484)

- (A) 只有 1 个实根
- (B) 有 2 个不同实根
- (C) 有 3 个不同实根
- (D) 实根个数与 k 的取值有关

14、设函数 $f(x)$ 具有 2 阶导数, $g(x) = f(0)(1-x) + f(1)x$, 则在区间 $[0, 1]$ 上 (本小题4分)(题目ID:51486)

- (A) 当 $f'(x) \geq 0$ 时, $f(x) \geq g(x)$
- (B) 当 $f'(x) \geq 0$ 时, $f(x) \leq g(x)$
- (C) 当 $f''(x) \geq 0$ 时, $f(x) \geq g(x)$
- (D) 当 $f''(x) \geq 0$ 时, $f(x) \leq g(x)$

15、设函数 $f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 内连续, 则 $f(x)$ 可能满足 (本小题4分)(题目ID:51488)

- (A) $f\left(\frac{x}{1+x^2}\right) = \sin x$
- (B) $f\left(\frac{x}{1+x^2}\right) = \frac{1}{1+\sin^2 x}$
- (C) $f\left(\frac{x}{1+x^2}\right) = \frac{1+x}{1+x^2}$
- (D) $f\left(\frac{x}{1+x^2}\right) = \frac{(1+x)^2}{1+x^2}$

二、填空题 (本大题共 10 小题, 共 40 分)

16、已知函数 $f(x) = \frac{\cos x}{1+x^2}$, 则 $f^{(5)}(0) =$ _____ (本小题4分)(题目ID:51490)

17、设函数 $y = y(x)$ 由参数方程 $\begin{cases} x = t^2 + 7, \\ y = t^2 + 8t + 1, \end{cases}$ 确定, 则 $\frac{d^2 y}{dx^2} \Big|_{t=1} =$ _____ (本小题4分)(题目ID:51492)

18、若 $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1 - \tan x}{1 + \tan x} \right)^{\frac{1}{\sin kx}} = e$, 则 $k =$ _____ (本小题4分)(题目ID:51494)

19、 $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 [\arctan(x+2) - \arctan x] =$ _____ (本小题4分)(题目ID:51495)

20、设曲线 $y = \frac{2}{\pi} x \arctan x$ 在 $x \rightarrow +\infty$ 时的渐近线方程为 $y = f(x)$, 则 $f(\frac{2}{\pi}) =$ _____ (本小题4分)(题目ID:51496)

21、设 $y = y(x)$ 是由方程 $y - x = e^{x(1-y)}$ 确定的隐函数, 则 $\frac{dy}{dx} \big|_{x=0} =$ _____ (本小题4分)(题目ID:51497)

22、设 $y = y(x)$ 是由方程 $xy + e^y = x + 1$ 确定的隐函数, 则 $\frac{d^2 y}{dx^2} \big|_{x=0} =$ _____ (本小题4分)(题目ID:51498)

23、设 $y = f(x)$ 是曲线 $y = x^2 + 2 \ln x$ 在其拐点处的切线方程, 则 $f(2) =$ _____ (本小题4分)(题目ID:51499)

24、设函数 $f(x)$ 满足 $f(x + \Delta x) - f(x) = 2x \Delta x + o(\Delta x) (\Delta x \rightarrow 0)$, 且 $f(0) = 2$, 则 $f(2) =$ _____ (本小题4分)(题目ID:51500)

25、设函数 $f(x) = \arctan x$. 若 $f(x) = x f'(\xi)$, 则 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{\xi^2} =$ _____ (本小题4分)(题目ID:51501)