

Линейная алгебра 13.09

Юрий Баринов

September 13, 2021

Задача 1. Номер 59

$$\begin{vmatrix} 5-x & 6 & -3 \\ -1 & -x & 1 \\ 1 & 2 & 1-x \end{vmatrix} = 0 \quad (1)$$

Решение

Вычтем 3 строку из 2ой. Получим

$$\begin{vmatrix} 5-x & 6 & -3 \\ 0 & 2-x & 2-x \\ 1 & 2 & 1-x \end{vmatrix} = 0 \quad (2)$$

Теперь вычтем 3 столбец из 2го. Получим:

$$\begin{vmatrix} 5-x & 9 & -3 \\ 0 & 0 & 2-x \\ 1 & 1+x & 1-x \end{vmatrix} = 0 \quad (3)$$

Теперь воспользуемся формулой Лапласа и решим уравнение:

$$(x-2)((5-x)(1+x)-9) = 0 \quad (4)$$

$$(x-2)(5+5x-x-x^2-9) = 0 \quad (5)$$

$$(x-2)(-x^2+4x-4) = 0 \quad (6)$$

Найдем решение уравнения $(-x^2+4x-4) = 0$

$$D = 16 - 16 = 0 \quad (7)$$

$$x_{1,2} = \frac{-4 \pm \sqrt{0}}{-2} \quad (8)$$

$$x = 2 \quad (9)$$

Отсюда получаем итоговое уравнение

$$(x-2)^2 = 0 \quad (10)$$

Таким образом решение уравнения следующее:

$$x = 2 \quad (11)$$

Задача 2. Номер 73

Найти определитель матрицы

$$\begin{bmatrix} -7 & 3 & 8 \\ 4 & 2 & 3 \\ 3 & -5 & 4 \end{bmatrix}$$

двумя способами

Решение

1 Вариант

Вычтем из первой строки третью умноженную на два

$$\begin{bmatrix} -13 & 13 & 0 \\ 4 & 2 & 3 \\ 3 & -5 & 4 \end{bmatrix} \quad (12)$$

Добавим 2 столбец к первому

$$\begin{bmatrix} 0 & 13 & 0 \\ 6 & 2 & 3 \\ -2 & -5 & 4 \end{bmatrix} \quad (13)$$

Теперь используя формулу Лапласа получаем

$$\begin{vmatrix} 0 & 13 & 0 \\ 6 & 2 & 3 \\ -2 & -5 & 4 \end{vmatrix} = -13 * (24 + 6) = -390 \quad (14)$$

2 Вариант

$$\begin{vmatrix} -7 & 3 & 8 \\ 4 & 2 & 3 \\ 3 & -5 & 4 \end{vmatrix} = -56 + 27 - 160 - 48 - 48 - 105 = -390 \quad (15)$$

Задача 3. Номер 74

Найти определитель матрицы

$$\begin{bmatrix} 2 & -9 & 6 \\ 5 & 4 & -2 \\ -3 & -5 & 7 \end{bmatrix}$$

двумя способами

Решение

1 Вариант

Добавим к 3 строке 1 строку

$$\begin{bmatrix} 2 & -9 & 6 \\ 5 & 4 & -2 \\ -1 & -14 & 13 \end{bmatrix} \quad (16)$$

Добавим ко второму столбцу первый

$$\begin{bmatrix} 2 & -3 & 6 \\ 5 & 2 & -2 \\ -1 & -1 & 13 \end{bmatrix} \quad (17)$$

Вычтем из первого столбца второй Добавим к 3 столбцу первый умноженный на 13

$$\begin{bmatrix} 5 & -3 & -33 \\ 3 & 2 & 24 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \quad (18)$$

Теперь применим правило Лапласа

$$\begin{vmatrix} 5 & -3 & -33 \\ 3 & 2 & 24 \\ 0 & -1 & 0 \end{vmatrix} = 120 + 99 = 219 \quad (19)$$

2 Вариант

$$\begin{vmatrix} 5 & -3 & -33 \\ 3 & 2 & 24 \\ 0 & -1 & 0 \end{vmatrix} = 56 - 54 - 150 + 72 + 315 - 20 = 219 \quad (20)$$

Задача 4. Номер 118

Решить выражение

$$\begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 \\ 3 & 4 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -3 \\ 2 & 4 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} \quad (21)$$

Решение

$$\begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 \\ 3 & 4 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -3 \\ 2 & 4 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -12 \\ 11 & -3 \end{bmatrix} \quad (22)$$

$$\begin{bmatrix} 0 & -12 \\ 11 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -36 \\ 22 & -20 \end{bmatrix} \quad (23)$$

Задача 5. Номер 114

Решить выражение

$$\begin{bmatrix} 1 & -4 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ -3 \end{bmatrix} \quad (24)$$

Решение

$$\begin{bmatrix} 1 & -4 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ -3 \end{bmatrix} = [8] \quad (25)$$

Задача 6. Номер 115

Решить выражение

$$\begin{bmatrix} -2 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & -1 & 3 \end{bmatrix} \quad (26)$$

Решение

$$\begin{bmatrix} -2 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & -1 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -8 & 2 & -6 \\ 12 & -3 & 9 \\ 4 & -1 & 3 \end{bmatrix} \quad (27)$$