

#### Homework 04

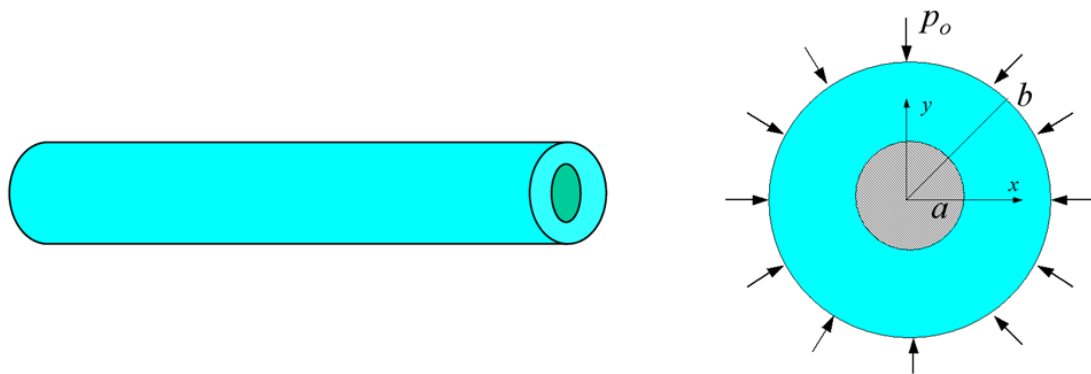
上課的練習題如圖一所示，課堂中使用平面應變(plane strain)模型，現在，請使用軸對稱(axisymmetry)模型，原題目如下，

一長條狀之厚壁(thick-walled)圓管，內外徑分別為  $a=200\text{mm}$  和  $b=500\text{mm}$ ，其圓管長度遠大於外徑，圓管內徑黏接於一剛性圓柱，外徑受壓力  $p_o=1\text{MPa}$ 。圓管材料之楊氏模數  $E=210\text{GPa}$ ，普松比  $\nu=0.3$ ，試求圓管應力分布。分析單位系統採用： $\text{mm}$ 、 $\text{N}$ 、 $\text{MPa}$ 。

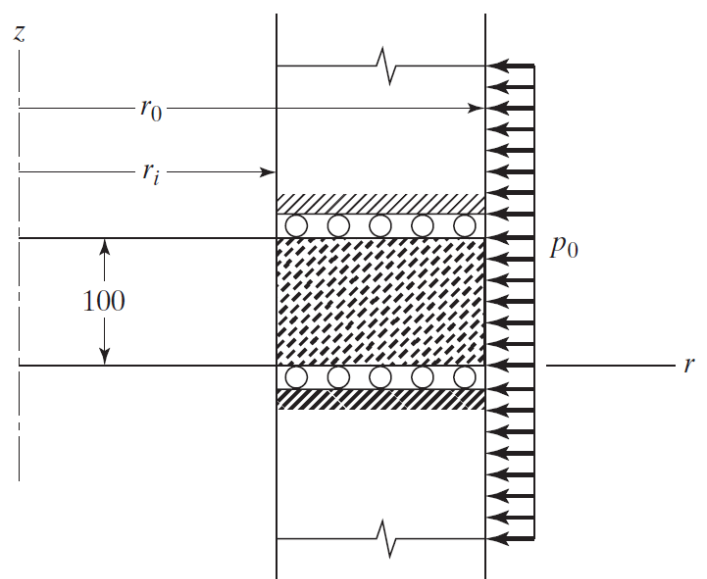
其解析解如圖二，其中  $\sigma_r$  稱為 radial stress、 $\sigma_\theta$  稱為 tangential stress 或 hoop stress，

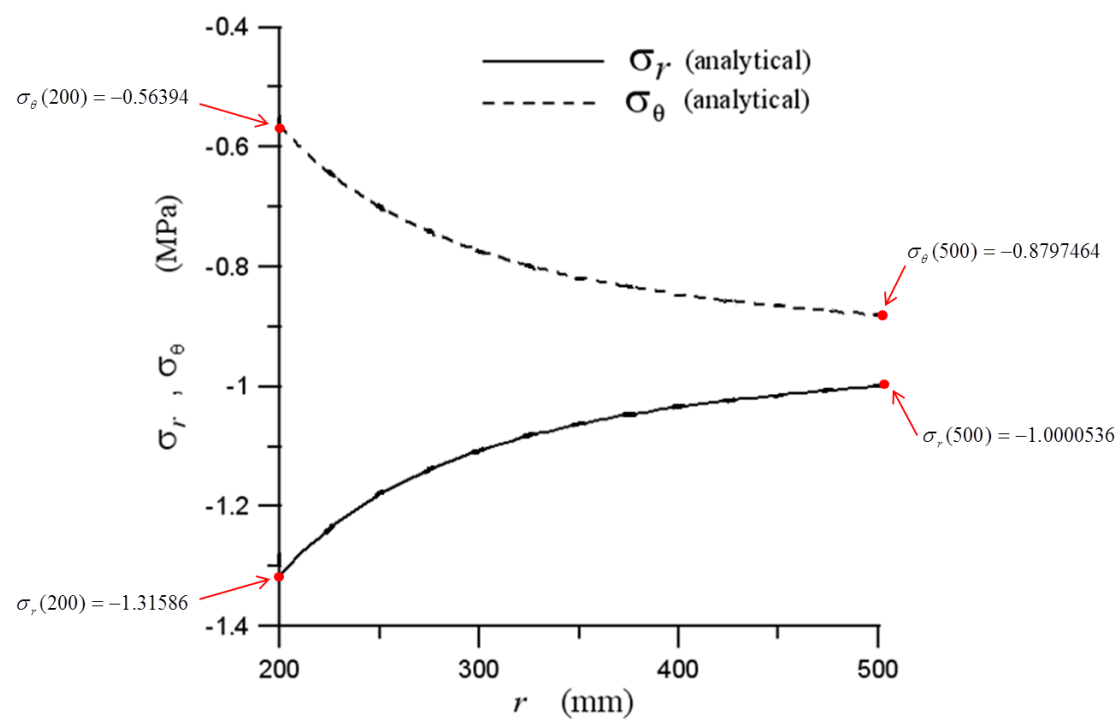
請以內壁至外壁的尺度為橫軸，繪出 radial stress 及 hoop stress 的變化，此圖應該與圖二相同(容許有些數值誤差)。

此圓管很長，所以滿足平面應變(plane strain)模型的假設  $\varepsilon_{zz} = 0$ ，現在使用軸對稱(axisymmetry)模型，需使用對稱邊界條件(symmetry BC i.e. out-of-plane displacements are fixed)。



圖一





圖二

$$\sigma_r(200) = -0.9339 \left[ 1 + \frac{16000}{200^2} \right] = -1.31586$$

$$\sigma_\theta(200) = -0.9339 \left[ 1 - \frac{16000}{200^2} \right] = -0.56394$$

$$\sigma_r(500) = -0.9339 \left[ 1 + \frac{16000}{500^2} \right] = -1.0000536$$

$$\sigma_\theta(500) = -0.9339 \left[ 1 - \frac{16000}{500^2} \right] = -0.8797464$$