

Übung 03: Pandemieausbruch

Tobias Blesgen und Leonardo Thome

09.06.2021

Im Folgenden wollen wir ein Simulierte Pandemieausbreitung von SARS-CoV-2 für verschiedene Parameter im SIR Modell betrachten. Das SIR Modell beschreibt den zeitlichen Verlauf mit folgendem Differentialgleichungssystem.

$$S'(t) = -\frac{\beta}{N}S(t)I(t) - \Gamma(t) + \delta V(t) \quad (1)$$

$$I'(t) = \frac{\beta}{N}S(t)I(t) - \alpha I(t) \quad (2)$$

$$R'(t) = \alpha I(t) \quad (3)$$

$$V'(t) = \Gamma(t) - \delta V(t) \quad (4)$$

```
#include <Rcpp.h>
#include <stdlib.h>
#include <stdio.h>
#include <vector>
#include <algorithm>

using namespace Rcpp;

typedef struct
{
    double S, I, R, V;
} Status;

typedef struct
{
    double alpha, beta, delta, N, gamma;
} Parameter;

template<typename T>
std::vector<T> slice(std::vector<T> const &v, int m, int n)
{
    auto first = v.cbegin() + m;
    auto last = v.cbegin() + n + 1;

    std::vector<T> vec(first, last);
    return vec;
}
```

```

void f(Status alterStatus, Parameter parameter, Status& neuerStatus){
    double Gamma = std::min(parameter.gamma, alterStatus.I);
    neuerStatus.V = Gamma - parameter.delta * alterStatus.V;
    neuerStatus.R = parameter.alpha * alterStatus.I;
    neuerStatus.I = parameter.beta * alterStatus.S * alterStatus.I/parameter.N
        - parameter.alpha * alterStatus.I;
    neuerStatus.S = -parameter.beta * alterStatus.S * alterStatus.I/parameter.N
        - Gamma + parameter.delta * alterStatus.V;
}

void rkSchritt(Status& status, Parameter parameter, double h){
    Status fStatus;
    f(status, parameter, fStatus);
    Status f2Status;
    Status gemischt = {.S = status.S + h*fStatus.S, .I = status.I
        + h*fStatus.I, .R = status.R + h*fStatus.R, .V = status.V + h*fStatus.V};
    f(gemischt, parameter, f2Status);
    status.V = status.V + h/2*(fStatus.V + f2Status.V);
    status.R = status.R + h/2*(fStatus.R + f2Status.R);
    status.S = status.S + h/2*(fStatus.S + f2Status.S);
    status.I = status.I + h/2*(fStatus.I + f2Status.I);
}

[[Rcpp::export]]
Rcpp::List durchlauf(const int maxSchritte, const double h,
                    const double S, const double I, const double R,
                    const double V, const double alpha,
                    const double beta, const double delta,
                    const double N, const double gamma,
                    const double x0){
    // Array der Werte:
    std::vector<double> xValue(maxSchritte);
    std::vector<double> SValue(maxSchritte);
    std::vector<double> IValue(maxSchritte);
    std::vector<double> RValue(maxSchritte);
    std::vector<double> VValue(maxSchritte);
    // Quelltext
    Status status = {.S = S, .I = I, .R = R, .V = V};
    Parameter parameter = {.alpha = alpha, .beta = beta, .delta = delta, .N = N, .gamma = gamma};

    for (int i = 0; i < maxSchritte; i++){
        xValue[i] = x0 + i*h;
        SValue[i] = status.S;
        IValue[i] = status.I;
        RValue[i] = status.R;
        VValue[i] = status.V;
        rkSchritt(status, parameter, h);

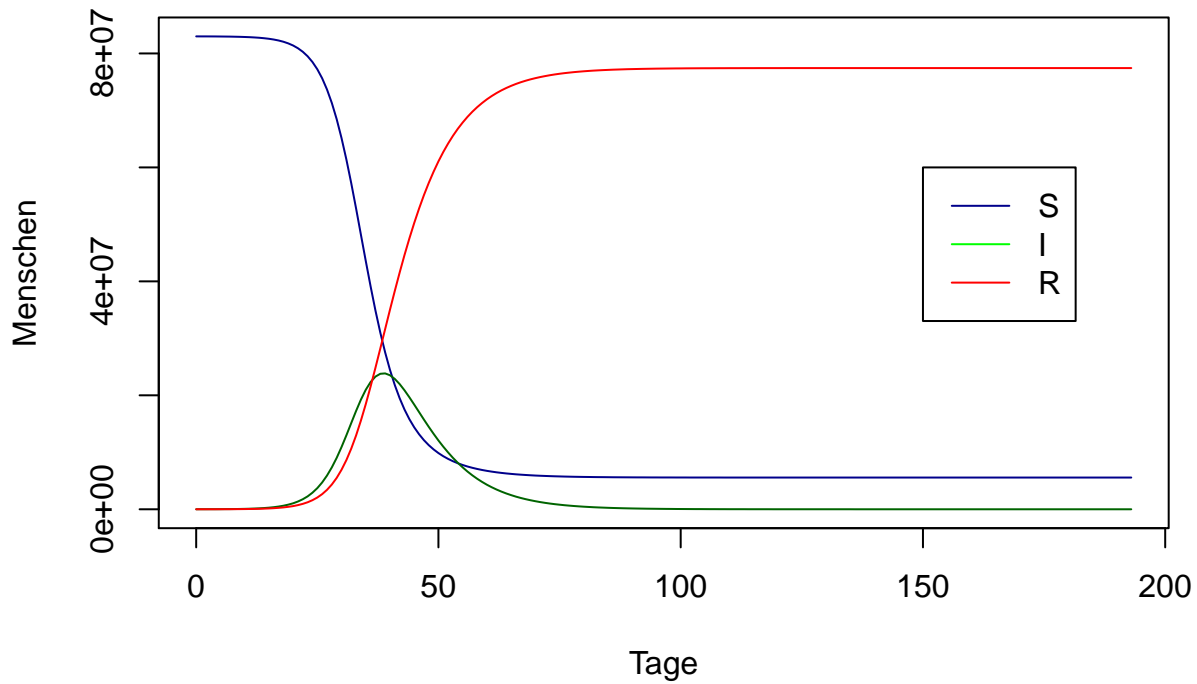
        if(status.I < 1 && i>10){
            // Rückgabe für eine grafische Wiedergabe
            return List::create(Named("x") = slice(xValue,0,i),
                               Named("S") = slice(SValue,0,i),
                               Named("I") = slice(IValue,0,i),

```

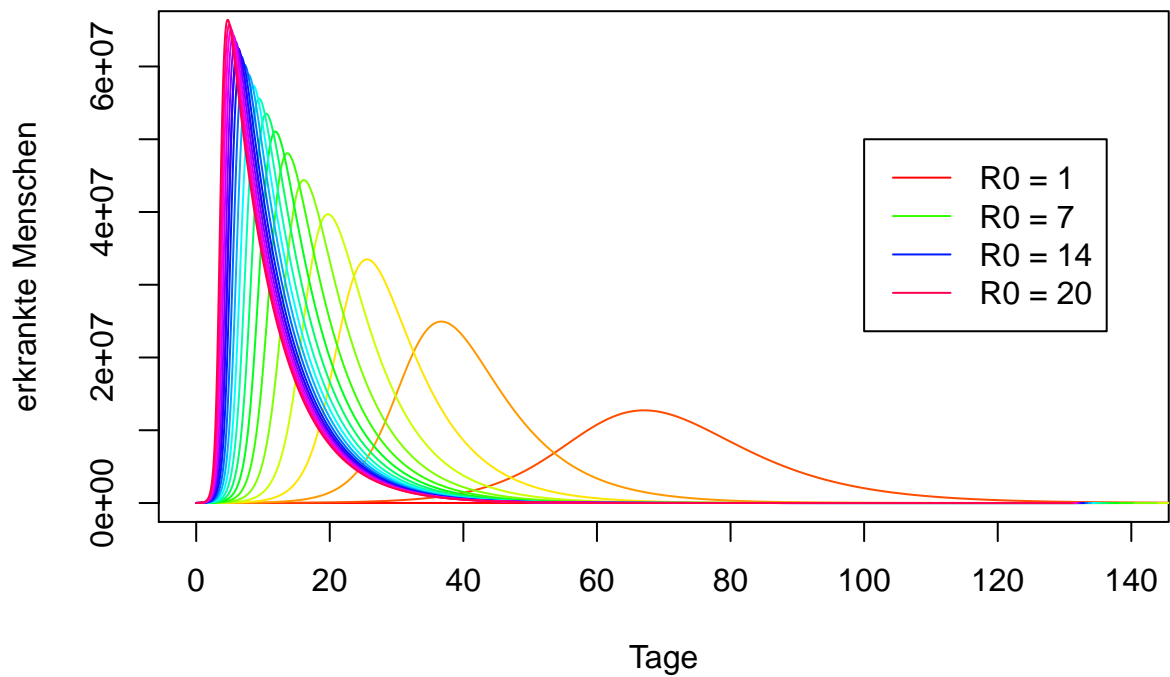
```

        Named("R") = slice(RValue,0,i),
        Named("V") = slice(VValue,0,i));
    }
}
// Rückgabe für eine grafische Wiedergabe
return List::create(Named("x") = xValue, Named("S") = SValue, Named("I") = IValue, Named("R") = RValue);
}

```

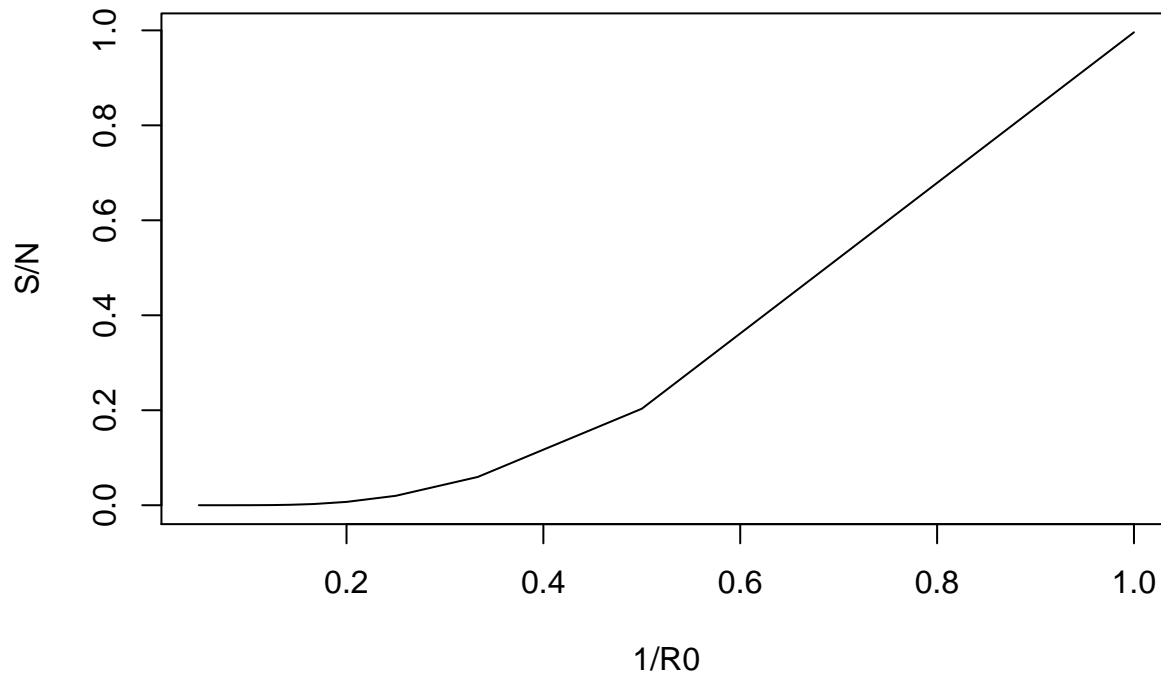


Betrachten wir nun die Kurven für $R_0 \in [1, 20]$.



```
## [1] 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20
```

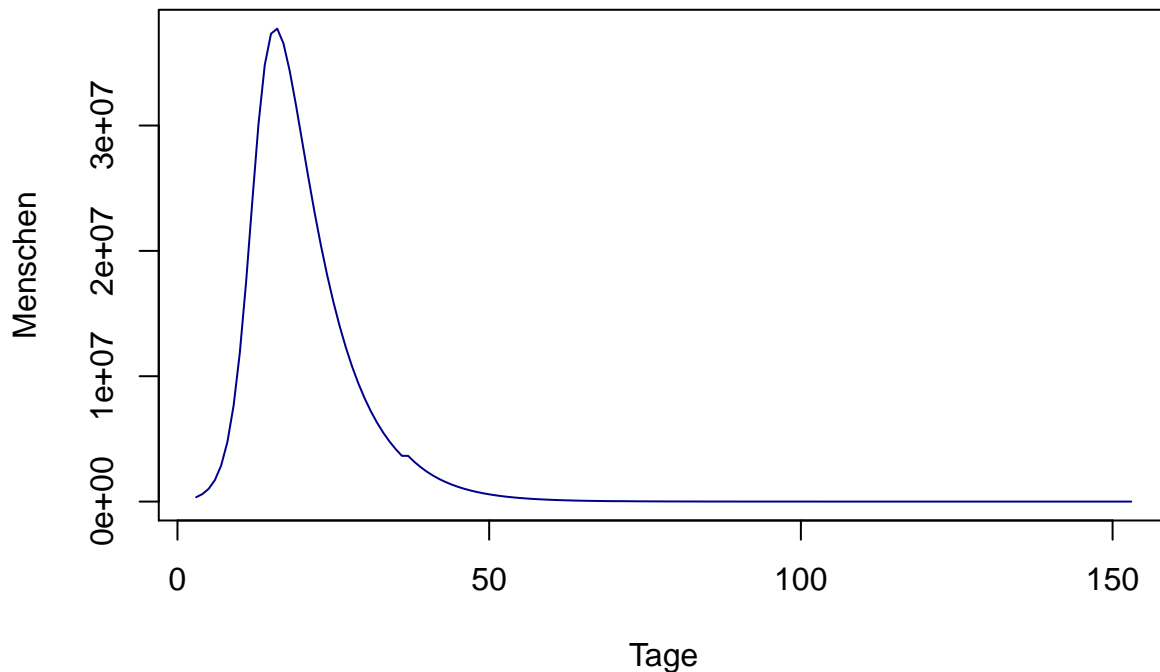
```
## [1] 8.265649e+07 1.686288e+07 4.939818e+06 1.645570e+06 5.790705e+05
## [6] 2.088558e+05 7.617082e+04 2.791761e+04 1.025428e+04 3.769942e+03
## [11] 1.386547e+03 5.100437e+02 1.876341e+02 6.902890e+01 2.539561e+01
## [16] 9.343128e+00 3.437408e+00 1.264663e+00 4.652899e-01 1.711898e-01
```



Mit Gegenmaßnahmen

Unter der Verwendung der Daten des RKI versuchen wir den COVID-19-Verlauf zu modellieren. Als Startwert wurden die Daten des 03.01.2021 [1] mit $I = 349500$, $R = 1765666 - I$, $V = 238809$ verwendet. Desweiteren wurde γ und N_0 als Treppenfunktion mit den Werten γ Tag aktive Fälle
 Januar: 40665 3 349500 Februar: 49890 37 193200 März: 208569 71 127100 April: 323200 110 279400 Mai:
 390904 142 167100

verwendet.



Literatur

- [1] *Täglicher Lagebericht des RKI zur Coronavirus-Krankheit-2019(COVID-19)*, Robert Koch Institut, https://www.rki.de/DE/Content/InfAZ/N/Neuartiges_Coronavirus/Situationsberichte/Jan_2021/2021-01-03-de.pdf?__blob=publicationFile, Stand: 24.05.2021.
- [2] *Täglicher Lagebericht des RKI zur Coronavirus-Krankheit-2019(COVID-19)*, Robert Koch Institut, https://www.rki.de/DE/Content/InfAZ/N/Neuartiges_Coronavirus/Situationsberichte/Feb_2021/2021-02-06-de.pdf?__blob=publicationFile, Stand: 24.05.2021.
- [3] *Täglicher Lagebericht des RKI zur Coronavirus-Krankheit-2019(COVID-19)*, Robert Koch Institut, https://www.rki.de/DE/Content/InfAZ/N/Neuartiges_Coronavirus/Situationsberichte/Maerz_2021/2021-03-12-de.pdf?__blob=publicationFile, Stand: 24.05.2021.
- [4] *Täglicher Lagebericht des RKI zur Coronavirus-Krankheit-2019(COVID-19)*, Robert Koch Institut, https://www.rki.de/DE/Content/InfAZ/N/Neuartiges_Coronavirus/Situationsberichte/Apr_2021/2021-04-20-de.pdf?__blob=publicationFile, Stand: 24.05.2021.
- [5] *Täglicher Lagebericht des RKI zur Coronavirus-Krankheit-2019(COVID-19)*, Robert Koch Institut, https://www.rki.de/DE/Content/InfAZ/N/Neuartiges_Coronavirus/Situationsberichte/Mai_2021/2021-05-22-de.pdf?__blob=publicationFile, Stand: 24.05.2021.