

Übung 03: Pandemieausbruch

Tobias Blesgen und Leonardo Thome

09.06.2021

Im Folgenden wollen wir ein Simulierte Pandemieausbreitung von SARS-CoV-2 für verschiedene Parameter im SIR Modell betrachten. Das SIR Modell beschreibt den zeitlichen Verlauf mit folgendem Differentialgleichungssystem.

$$S'(t) = -\frac{\beta}{N}S(t)I(t) - \Gamma(t) + \delta V(t) \quad (1)$$

$$I'(t) = \frac{\beta}{N}S(t)I(t) - \alpha I(t) \quad (2)$$

$$R'(t) = \alpha I(t) \quad (3)$$

$$V'(t) = \Gamma(t) - \delta V(t) \quad (4)$$

Hierbei entspricht S der Zahl der noch nicht Infektierten, I der aktuell kranken, R der Genesenen und V der Geimpften. Wir werden im Verlauf der Simulationen die Geimpftenzahl mit der Anzahl der Personen mit Zweitimpfung gleichsetzen. Desweiteren ist N die Gesamtbevölkerung, R_0 entspricht der Basisreproduktionszahl, α der inversen ANSTECKBARZEIT (?), $\beta = R_0 * \alpha$, Γ die Impfungsrate und δ die Rate mit der Geimpfte erkranken.

```
#include <Rcpp.h>
#include <stdlib.h>
#include <stdio.h>
#include <vector>
#include <algorithm>

using namespace Rcpp;

typedef struct
{
    double S, I, R, V;
} Status;

typedef struct
{
    double alpha, beta, delta, N, gamma;
} Parameter;

template<typename T>
std::vector<T> slice(std::vector<T> const &v, int m, int n)
{
    auto first = v.cbegin() + m;
```

```

    auto last = v.cbegin() + n + 1;

    std::vector<T> vec(first, last);
    return vec;
}

void f(Status alterStatus, Parameter parameter, Status& neuerStatus){
    double Gamma = std::min(parameter.gamma, alterStatus.I);
    neuerStatus.V = Gamma - parameter.delta * alterStatus.V;
    neuerStatus.R = parameter.alpha * alterStatus.I;
    neuerStatus.I = parameter.beta * alterStatus.S * alterStatus.I/parameter.N
        - parameter.alpha * alterStatus.I;
    neuerStatus.S = -parameter.beta * alterStatus.S * alterStatus.I/parameter.N
        - Gamma + parameter.delta * alterStatus.V;
}

void rkSchritt(Status& status, Parameter parameter, double h){
    Status fStatus;
    f(status, parameter, fStatus);
    Status f2Status;
    Status gemischt = {.S = status.S + h*fStatus.S, .I = status.I
        + h*fStatus.I, .R = status.R + h*fStatus.R, .V = status.V + h*fStatus.V};
    f(gemischt, parameter, f2Status);
    status.V = status.V + h/2*(fStatus.V + f2Status.V);
    status.R = status.R + h/2*(fStatus.R + f2Status.R);
    status.S = status.S + h/2*(fStatus.S + f2Status.S);
    status.I = status.I + h/2*(fStatus.I + f2Status.I);
}

//[[Rcpp::export]]
Rcpp::List durchlauf(const int maxSchritte, const double h,
                    const double S, const double I, const double R,
                    const double V, const double alpha,
                    const double beta, const double delta,
                    const double N, const double gamma,
                    const double x0, const int I_min = 1){
    // Array der Werte:
    std::vector<double> xValue(maxSchritte);
    std::vector<double> SValue(maxSchritte);
    std::vector<double> IValue(maxSchritte);
    std::vector<double> RValue(maxSchritte);
    std::vector<double> VValue(maxSchritte);
    // Quelltext
    Status status = {.S = S, .I = I, .R = R, .V = V};
    Parameter parameter = {.alpha = alpha, .beta = beta, .delta = delta, .N = N, .gamma = gamma};

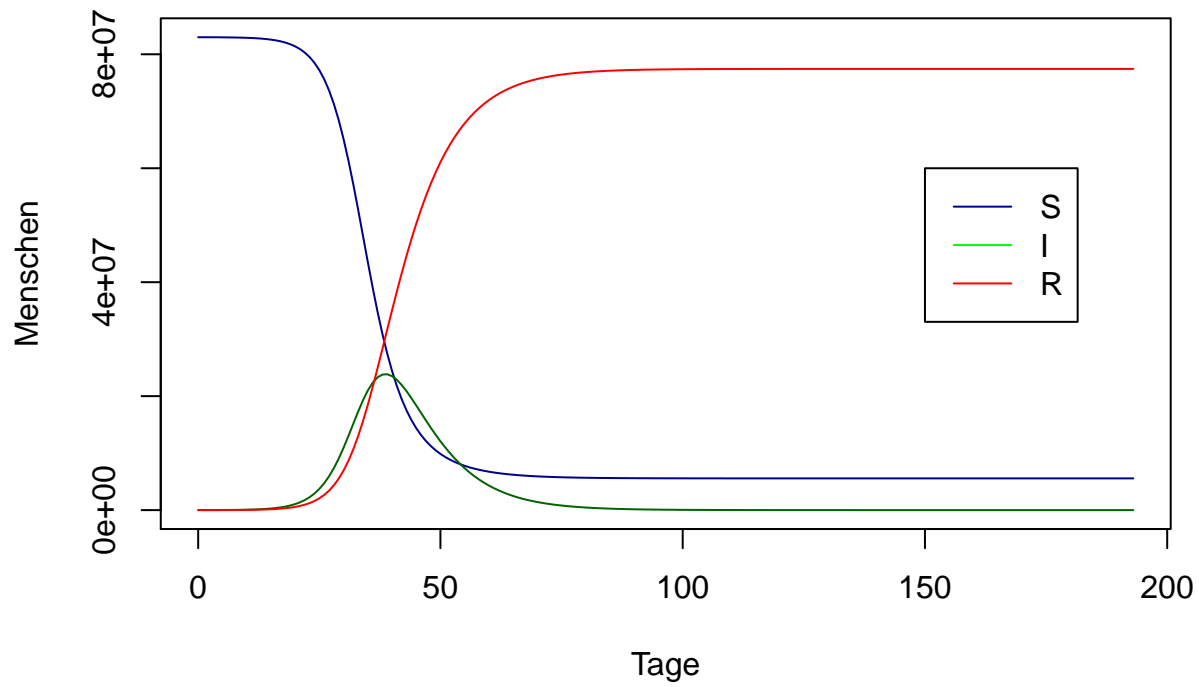
    for (int i = 0; i < maxSchritte; i++){
        xValue[i] = x0 + i*h;
        SValue[i] = status.S;
        IValue[i] = status.I;
        RValue[i] = status.R;
        VValue[i] = status.V;
        rkSchritt(status, parameter, h);
    }
}

```

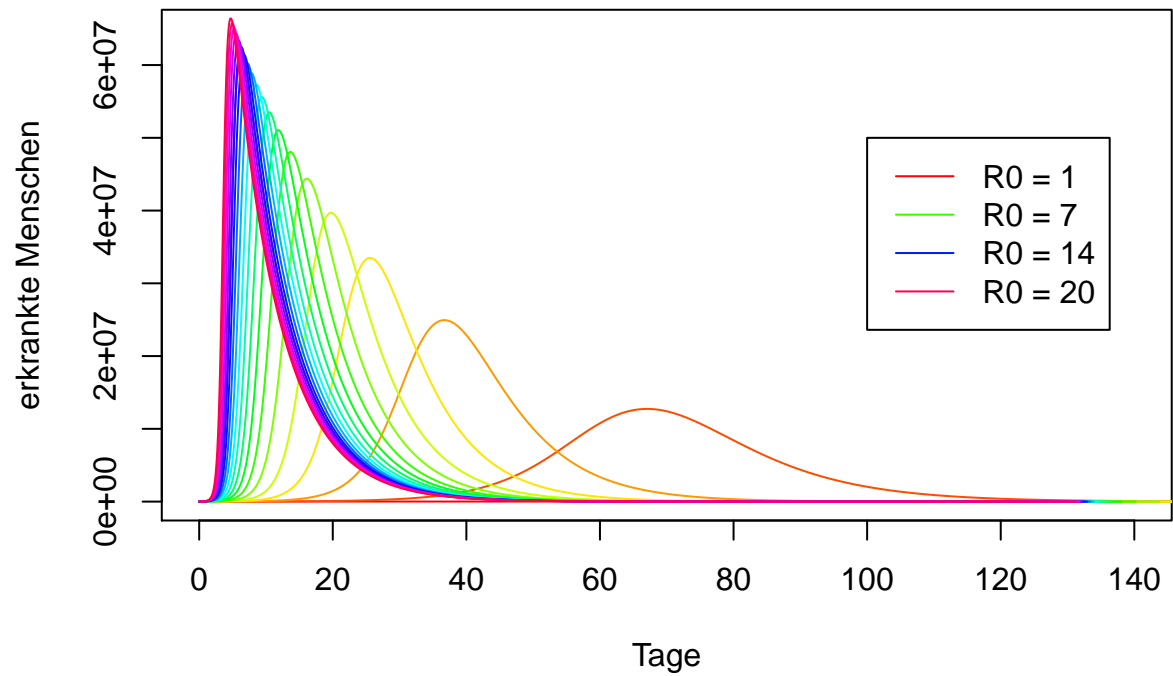
```

    if(status.I < I_min && i>10){
        // Rückgabe für eine grafische Wiedergabe
        return List::create(Named("x") = slice(xValue,0,i),
                           Named("S") = slice(SValue,0,i),
                           Named("I") = slice(IValue,0,i),
                           Named("R") = slice(RValue,0,i),
                           Named("V") = slice(VValue,0,i));
    }
}
// Rückgabe für eine grafische Wiedergabe
return List::create(Named("x") = xValue, Named("S") = SValue, Named("I") = IValue, Named("R") = RValue);
}

```

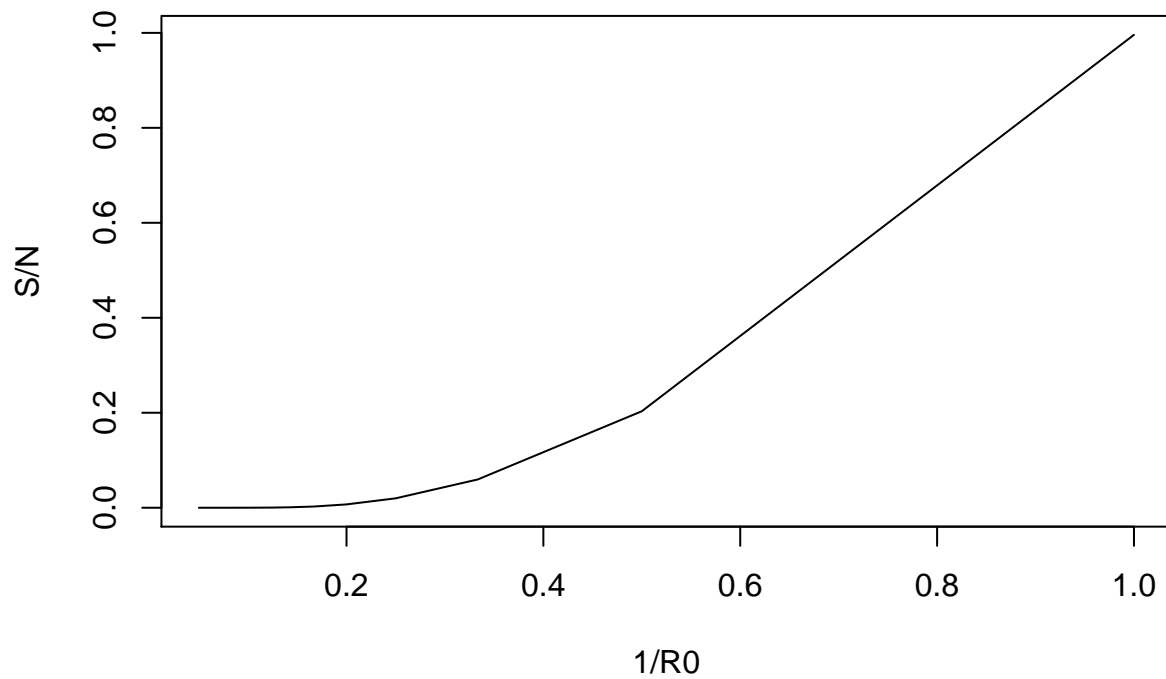


Betrachten wir nun die Kurven für $R_0 \in [1, 20]$.



```
## [1] 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20
```

```
## [1] 8.265649e+07 1.686288e+07 4.939818e+06 1.645570e+06 5.790705e+05
## [6] 2.088558e+05 7.617082e+04 2.791761e+04 1.025428e+04 3.769942e+03
## [11] 1.386547e+03 5.100437e+02 1.876341e+02 6.902890e+01 2.539561e+01
## [16] 9.343128e+00 3.437408e+00 1.264663e+00 4.652899e-01 1.711898e-01
```



Mit Gegenmaßnahmen

Unter der Verwendung der Daten des RKI versuchen wir den COVID-19-Verlauf zu modellieren. Als Startwert wurden die Daten des 03.01.2021 [1] mit $I = 349500$, $R = 1765666$, $V = 238809$ verwendet. Desweiteren wurde γ und N_0 als Treppenfunktion mit den Werten γ Tag aktive Fälle

Januar: 40665 3 349500 Februar: 61132 37 193200 März: 60776 71 127100 April: 57895 110 279400 Mai: 406455 142 167100 Juni: 337478 152 95900

verwendet.

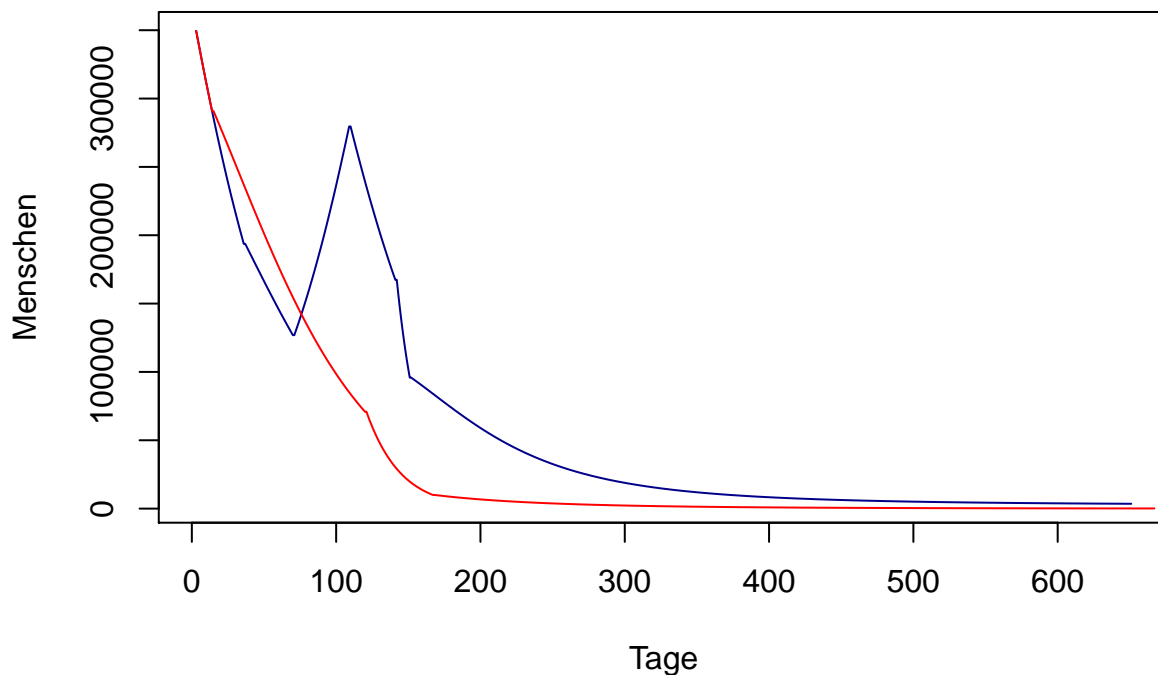
[1] 193693.4

[1] 126912.2

[1] 279589.8

[1] 167387.6

[1] 95831.58



Literatur

- [1] *Täglicher Lagebericht des RKI zur Coronavirus-Krankheit-2019(COVID-19)*, Robert Koch Institut, https://www.rki.de/DE/Content/InfAZ/N/Neuartiges_Coronavirus/Situationsberichte/Jan_2021/2021-01-03-de.pdf?__blob=publicationFile, Stand: 24.05.2021.
- [2] *Täglicher Lagebericht des RKI zur Coronavirus-Krankheit-2019(COVID-19)*, Robert Koch Institut, https://www.rki.de/DE/Content/InfAZ/N/Neuartiges_Coronavirus/Situationsberichte/Feb_2021/2021-02-06-de.pdf?__blob=publicationFile, Stand: 24.05.2021.

- [3] *Täglicher Lagebericht des RKI zur Coronavirus-Krankheit-2019(COVID-19)*, Robert Koch Institut, https://www.rki.de/DE/Content/InfAZ/N/Neuartiges_Coronavirus/Situationsberichte/Maerz_2021/2021-03-12-de.pdf?__blob=publicationFile, Stand: 24.05.2021.
- [4] *Täglicher Lagebericht des RKI zur Coronavirus-Krankheit-2019(COVID-19)*, Robert Koch Institut, https://www.rki.de/DE/Content/InfAZ/N/Neuartiges_Coronavirus/Situationsberichte/Apr_2021/2021-04-20-de.pdf?__blob=publicationFile, Stand: 24.05.2021.
- [5] *Täglicher Lagebericht des RKI zur Coronavirus-Krankheit-2019(COVID-19)*, Robert Koch Institut, https://www.rki.de/DE/Content/InfAZ/N/Neuartiges_Coronavirus/Situationsberichte/Mai_2021/2021-05-22-de.pdf?__blob=publicationFile, Stand: 24.05.2021.