

## ĐỀ LUYỆN TẬP ĐỒ THỊ - KỲ HÈ 2024

Ngày thi: Thứ 2, ngày 22 tháng 07 năm 2024. Đề thi có 10 bài

### BÀI 1. DSA09004. DFS TRÊN ĐỒ THỊ VÔ HƯỚNG

Cho đồ thị vô hướng  $G = \langle V, E \rangle$  được biểu diễn dưới dạng danh sách cạnh. Hãy viết thuật toán duyệt theo chiều sâu bắt đầu tại đỉnh  $u$  ( $DFS(u) = ?$ )

#### Input:

- Dòng đầu tiên đưa vào  $T$  là số lượng bộ test.
- Những dòng tiếp theo đưa vào các bộ test. Mỗi bộ test gồm  $|E| + 1$  dòng: dòng đầu tiên đưa vào ba số  $|V|$ ,  $|E|$  tương ứng với số đỉnh và số cạnh của đồ thị, và  $u$  là đỉnh xuất phát;  $|E|$  dòng tiếp theo đưa vào các bộ đôi  $u, v$  tương ứng với một cạnh của đồ thị.
- $T$ ,  $|V|$ ,  $|E|$  thỏa mãn ràng buộc:  $1 \leq T \leq 200$ ;  $1 \leq |V| \leq 10^3$ ;  $1 \leq |E| \leq |V|(|V|-1)/2$ ;

#### Output:

- Đưa ra danh sách các đỉnh được duyệt theo thuật toán  $DFS(u)$  của mỗi test theo khuôn dạng của ví dụ dưới đây.

#### Ví dụ:

Input:	Output:
1 6 9 5 1 2 1 3 2 3 2 4 3 4 3 5 4 5 4 6 5 6	5 3 1 2 4 6

### BÀI 2. DSA09005. BFS TRÊN ĐỒ THỊ VÔ HƯỚNG

Cho đồ thị vô hướng  $G = \langle V, E \rangle$  được biểu diễn dưới dạng danh sách cạnh. Hãy viết thuật toán duyệt theo chiều rộng bắt đầu tại đỉnh  $u$  ( $BFS(u) = ?$ )

#### Input:

- Dòng đầu tiên đưa vào  $T$  là số lượng bộ test.
- Những dòng tiếp theo đưa vào các bộ test. Mỗi bộ test gồm 2 dòng: dòng đầu tiên đưa vào ba số  $|V|$ ,  $|E|$ ,  $u$  tương ứng với số đỉnh, số cạnh và đỉnh bắt đầu duyệt; Dòng tiếp theo đưa vào các bộ đôi  $u, v$  tương ứng với một cạnh của đồ thị.
- $T$ ,  $|V|$ ,  $|E|$  thỏa mãn ràng buộc:  $1 \leq T \leq 200$ ;  $1 \leq |V| \leq 10^3$ ;  $1 \leq |E| \leq |V|(|V|-1)/2$ ;

#### Output:

- Đưa ra danh sách các đỉnh được duyệt theo thuật toán  $BFS(u)$  của mỗi test theo khuôn dạng của ví dụ dưới đây.

**Ví dụ:**

Input:	Output:
1 6 9 1 1 2 1 3 2 3 2 5 3 4 3 5 4 5 4 6 5 6	1 2 3 5 4 6

### **BÀI 3. DSA09022. DFS TRÊN ĐỒ THỊ CÓ HƯỚNG**

Cho đồ thị có hướng  $G=<V, E>$  được biểu diễn dưới dạng danh sách cạnh. Hãy viết thuật toán duyệt theo chiều sâu bắt đầu tại đỉnh  $u$  ( $DFS(u)=?$ )

**Input:**

- Dòng đầu tiên đưa vào  $T$  là số lượng bộ test.
- Những dòng tiếp theo đưa vào các bộ test. Mỗi bộ test gồm 2 dòng: dòng đầu tiên đưa vào ba số  $|V|, |E|, u$  tương ứng với số đỉnh, số cạnh và đỉnh bắt đầu duyệt; Dòng tiếp theo đưa vào các bộ đôi  $u, v$  tương ứng với một cạnh của đồ thị.
- $T, |V|, |E|$  thỏa mãn ràng buộc:  $1 \leq T \leq 200; 1 \leq |V| \leq 10^3; 1 \leq |E| \leq |V|(|V|-1)/2$ ;

**Output:**

- Đưa ra danh sách các đỉnh được duyệt theo thuật toán  $DFS(u)$  của mỗi test theo khuôn dạng của ví dụ dưới đây.

**Ví dụ:**

Input:	Output:
1 6 9 5 1 2 2 5 3 1 3 2 3 5 4 3 5 4 5 6 6 3	5 4 3 1 2 6

### **BÀI 4. DSA09024. BFS TRÊN ĐỒ THỊ CÓ HƯỚNG**

Cho đồ thị có hướng  $G=<V, E>$  được biểu diễn dưới dạng danh sách cạnh. Hãy viết thuật toán duyệt theo chiều rộng bắt đầu tại đỉnh  $u$  ( $BFS(u)=?$ )

**Input:**

- Dòng đầu tiên đưa vào  $T$  là số lượng bộ test.
- Những dòng tiếp theo đưa vào các bộ test. Mỗi bộ test gồm 2 dòng: dòng đầu tiên đưa vào ba số  $|V|, |E|, u$  tương ứng với số đỉnh, số cạnh và đỉnh bắt đầu duyệt; Dòng tiếp theo đưa vào các bộ đôi  $u, v$  tương ứng với một cạnh của đồ thị.
- $T, |V|, |E|$  thỏa mãn ràng buộc:  $1 \leq T \leq 200; 1 \leq |V| \leq 10^3; 1 \leq |E| \leq |V|(|V|-1)/2$ ;

**Output:**

- Đưa ra danh sách các đỉnh được duyệt theo thuật toán  $BFS(u)$  của mỗi test theo khuôn dạng của ví dụ dưới đây.

**Ví dụ:**

Input:	Output:
1 6 9 1 1 2 2 5 3 1 3 2 3 5 4 3 5 4 5 6 6 4	1 2 5 4 6 3

### **BÀI 5. DSA09008. ĐẾM SỐ THÀNH PHẦN LIÊN THÔNG**

Cho đồ thị vô hướng  $G = \langle V, E \rangle$  được biểu diễn dưới dạng danh sách cạnh. Hãy tìm số thành phần liên thông của đồ thị.

**Input:**

- Dòng đầu tiên đưa vào T là số lượng bộ test.
- Những dòng tiếp theo đưa vào các bộ test. Mỗi bộ test gồm 2 dòng: dòng đầu tiên đưa vào hai số  $|V|, |E|$  tương ứng với số đỉnh và số cạnh; Dòng tiếp theo đưa vào các bộ đôi  $uV, vV$  tương ứng với một cạnh của đồ thị.
- T,  $|V|, |E|$  thỏa mãn ràng buộc:  $1 \leq T \leq 100$ ;  $1 \leq |V| \leq 10^3$ ;  $1 \leq |E| \leq |V|(|V|-1)/2$ ;

**Output:**

- Đưa ra số thành phần liên thông của đồ thị.

**Ví dụ:**

Input:	Output:
1 5 6 1 2 1 3 2 3 3 4 3 5 4 5	1

### **BÀI 6. DSA09032. KẾT BẠN**

Trường học X có N sinh viên, trong đó có M cặp là bạn bè của nhau. Bạn của bạn cũng là bạn, tức là nếu A là bạn của B, B là bạn của C thì A và C cũng là bạn bè của nhau.

Các bạn hãy xác định xem số lượng sinh viên nhiều nhất trong một nhóm bạn là bao nhiêu?

**Input:**

Dòng đầu tiên là số lượng bộ test T ( $T \leq 20$ ).

Mỗi test bắt đầu bởi 2 số nguyên N và M ( $N, M \leq 100\,000$ ).

M dòng tiếp theo, mỗi dòng gồm 2 số nguyên u, v ( $u \neq v$ ) cho biết sinh viên u là bạn của sinh viên v.

**Output:**

Với mỗi test, in ra đáp án tìm được trên một dòng.

Ví dụ:

Input:	Output
2	
3 2	
1 2	
2 3	
10 12	
1 2	
3 1	
3 4	
5 4	3
3 5	7
4 6	
5 2	
2 1	
7 1	
1 2	
9 10	
8 9	

## BÀI 7. DSA\_P221. ĐƯỜNG ĐI DFS

Cho đồ thị vô hướng G có N đỉnh và M cạnh.

Hãy tìm và in ra đường đi từ đỉnh 1 đến các đỉnh khác bằng thuật toán DFS và đường đi ngược lại từ các đỉnh khác về 1 bằng thuật toán BFS.

### Input

Dòng đầu ghi 2 số N và M ( $1 \leq N \leq 1000$ ;  $1 \leq M \leq 2000$ ).

M dòng tiếp theo, mỗi dòng ghi một cạnh vô hướng của đồ thị.

### Output

Xét từng đỉnh từ 2 đến N, với mỗi đỉnh ghi ra 2 dòng:

- Dòng đầu ghi đường đi từ 1 đến đỉnh đó theo DFS
- Dòng tiếp theo ghi đường đi từ đỉnh đó về 1 theo thuật toán BFS

Nếu không có đường đi thì ghi ra -1

Ví dụ

Input	Output
4 4	1 2
1 2	2 1
1 3	1 3
1 4	3 1
3 4	1 3 4
	4 1

## BÀI 8. DSA\_P072. ĐƯỜNG ĐI BFS

Cho đồ thị có hướng  $G=\langle V, E \rangle$  được biểu diễn dưới dạng danh sách cạnh.

Hãy tìm đường đi từ đỉnh uIV đến đỉnh vIV trên đồ thị bằng **thuật toán BFS**.

**Input:**

- Dòng đầu tiên đưa vào T là số lượng bộ test.
- Những dòng tiếp theo đưa vào các bộ test. Mỗi bộ test gồm  $|E|+1$  dòng: dòng đầu tiên đưa vào bốn số  $|V|, |E|, uIV, vIV$  tương ứng với số đỉnh, số cạnh, đỉnh xuất phát u, đỉnh kết thúc v;
- $|E|$  dòng tiếp theo mỗi dòng đưa vào bộ đôi x, y tương ứng với một cạnh của đồ thị.
- T,  $|V|, |E|$  thỏa mãn ràng buộc:  $1 \leq T \leq 100$ ;  $1 \leq |V| \leq 10^3$ ;  $1 \leq |E| \leq |V|(|V|-1)/2$ ;

**Output:**

- Đưa ra đường đi từ đỉnh s đến đỉnh t của mỗi test theo thuật toán BFS của mỗi test theo khuôn dạng của ví dụ dưới đây. Nếu không có đáp án, in ra -1.

**Ví dụ:**

Input	Output
1 6 9 1 6 1 2 2 5 3 1 3 2 3 5 4 3 5 4 5 6 6 4	1 2 5 6

## BÀI 9. DSA\_P074. THÀNH PHẦN LIÊN THÔNG – 1

Cho đồ thị vô hướng G có N đỉnh, M cạnh.

Hãy liệt kê các đỉnh không cùng thành phần liên thông với một đỉnh cho trước.

**Input**

Dòng đầu ghi 3 số N, M và X ( $0 < N < 300$ ;  $1 \leq M \leq N*(N-1)/2$ ,  $0 < X < N$ ).

Tiếp theo là M dòng, mỗi dòng ghi một cạnh của đồ thị. Các cạnh được liệt kê với thứ tự bất kỳ.

**Output**

Ghi ra các đỉnh không liên thông với đỉnh X theo thứ tự tăng dần, mỗi dòng ghi một đỉnh. Nếu không có đỉnh nào thì ghi ra số 0.

**Ví dụ**

Input	Output
6 4 2 1 3 2 3 1 2 4 5	4 5 6

## BÀI 10. DSA\_P078. THÀNH PHẦN LIÊN THÔNG – 2

Cho đồ thị vô hướng gồm  $N$  đỉnh và  $M$  cạnh. Xét lần lượt các đỉnh từ 1 đến  $N$ , hãy tính xem nếu xóa đỉnh đó đi thì đồ thị có bao nhiêu thành phần liên thông.

### Input

Dòng đầu ghi 2 số  $N$  và  $M$  ( $1 < N < 20000$ ;  $1 < M < 50000$ ).

Tiếp theo là  $M$  dòng ghi các cạnh của đồ thị.

### Output

In ra  $N$  dòng, dòng thứ  $k$  (tính từ 1) là số thành phần liên thông của đồ thị nếu xóa đỉnh  $K$ .

### Ví dụ

Input	Output
4 3	1
1 2	3
2 3	1
2 4	1

## BÀI 11. DSA\_P081. CHIA CẮT ĐỒ THỊ

Cho đồ thị vô hướng  $G$  có  $N$  đỉnh và  $M$  cạnh. Hãy tìm đỉnh  $u$  sao cho nếu loại bỏ đỉnh  $u$  ra khỏi đồ thị thì đồ thị bị chia cắt thành nhiều thành phần liên thông nhất.

### Input

Dòng đầu ghi số bộ test, mỗi bộ test gồm:

- Dòng đầu ghi số  $N$  là số đỉnh ( $1 < N < 100$ ) và số  $M$  là số cạnh ( $M < N*(N-1)/2$ ).
- $M$  dòng tiếp theo ghi các cạnh của đồ thị.

### Output

Ghi ra thứ tự đỉnh (tính từ 1) thỏa mãn nếu loại bỏ đỉnh đó ra khỏi đồ thị thì sẽ chia cắt ra nhiều thành phần liên thông nhất.

Nếu có nhiều hơn 1 đỉnh thỏa mãn thì in ra thứ tự đỉnh nhỏ nhất.

Nếu không thể chia cắt được đồ thị thì ghi ra 0.

**Ví dụ**

Input	Output
2	3
5 5	0
1 2	
1 3	
2 3	
3 4	
3 5	
5 7	
1 2	
1 3	
2 3	
2 5	
3 4	
3 5	
4 5	

**BÀI 12. DSA\_P089. ĐỈNH THẮT**

Cho đồ thị **có hướng** liên thông  $G$  có  $N$  đỉnh và  $M$  cạnh. Với một cặp đỉnh  $(u,v)$ , đỉnh thắt của cặp đỉnh này được định nghĩa là một đỉnh mà tất cả đường đi từ  $u$  tới  $v$  đều đi qua nó.

Hãy đếm số đỉnh thắt với cặp đỉnh  $(u,v)$ .

**Input**

Dòng đầu ghi số bộ test, không quá 100.

Mỗi bộ test bắt đầu với một dòng ghi 4 số  $N, M, u, v$  ( $0 < N \leq 100$ ;  $1 < M \leq 1000$ ;  $1 \leq u, v \leq N$ ).

Tiếp theo là  $M$  dòng ghi các cạnh của đồ thị

**Output**

Với mỗi bộ test, ghi ra số đỉnh thắt của cặp đỉnh  $(u,v)$

**Ví dụ**

Input	Output
2	2
5 7 1 3	0
1 2	
2 4	
2 5	
3 1	
3 2	
4 3	
5 4	
4 5 1 4	
1 2	
1 3	
2 3 2 4 3 4	

### BÀI 13. DSA\_P127. ĐƯỜNG ĐI DFS – BFS

Cho đồ thị vô hướng G có N đỉnh và M cạnh.

Hãy tìm và in ra đường đi từ đỉnh 1 đến các đỉnh khác bằng thuật toán DFS và đường đi ngược lại từ các đỉnh khác về 1 bằng thuật toán BFS.

#### Input

Dòng đầu ghi 2 số N và M ( $1 \leq N \leq 1000$ ;  $1 \leq M \leq 2000$ ).

M dòng tiếp theo, mỗi dòng ghi một cạnh vô hướng của đồ thị.

#### Output

Xét từng đỉnh từ 2 đến N, với mỗi đỉnh ghi ra 2 dòng:

- Dòng đầu ghi đường đi từ 1 đến đỉnh đó theo DFS
- Dòng tiếp theo ghi đường đi từ đỉnh đó về 1 theo thuật toán BFS

**Nếu không có đường đi thì ghi ra -1**

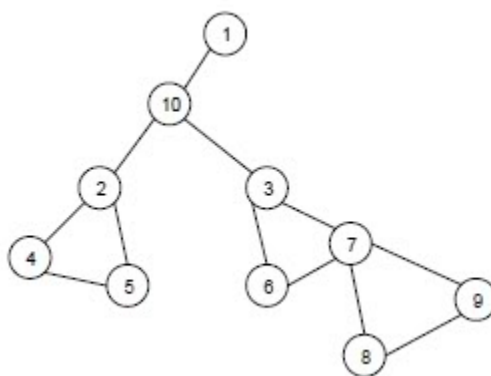
#### Ví dụ

Input	Output
4 4	1 2
1 2	2 1
1 3	1 3
1 4	3 1
3 4	1 3 4
	4 1

### BÀI 14. DSA\_P076. ĐỈNH TRỤ VÀ CẠNH CẦU

Cho đồ thị vô hướng có N đỉnh ( $1 \leq N \leq 10^4$ ) và M cạnh ( $1 \leq M \leq 10^5$ ). Một đỉnh được gọi là đỉnh trụ nếu như xóa đỉnh đó đi sẽ làm tăng số lượng thành phần liên thông của đồ thị. Một cạnh được gọi là cạnh cầu nếu như xóa cạnh đó đi sẽ làm tăng số lượng thành phần liên thông của đồ thị.

Nhiệm vụ của bạn là hãy đếm số lượng đỉnh trụ và cạnh cầu của đồ thị đã cho.



#### Input:

Dòng đầu tiên hai số nguyên N và M.

M dòng tiếp theo, mỗi dòng gồm hai số nguyên u, v cho biết có cạnh nối giữa đỉnh u và v.

#### Output:

In ra 2 số nguyên là số lượng đỉnh trụ và cạnh cầu của đồ thị



**Ví dụ:**

Input:	Output
10 12	4 3
1 10	
10 2	
10 3	
2 4	
4 5	
5 2	
3 6	
6 7	
7 3	
7 8	
8 9	
9 7	

### **BÀI 15. DSA\_P209. BÌNH THÔNG NHAU**

Có N bình chứa nước được đánh số từ 1 đến N, giữa 2 bình nước bất kỳ đều có một ống nối có một van có thể khóa hoặc mở. Ở trạng thái ban đầu tất cả các van đều đóng.

Bạn được cho một số yêu cầu, trong đó mỗi yêu cầu có 2 dạng:

- Dạng X Y 1 có ý nghĩa là bạn cần mở van nối giữa 2 bình nước X và bình nước Y.
- Dạng X Y 2 có ý nghĩa là bạn cần cho biết với trạng thái các van đang mở / khóa như hiện tại thì 2 bình nước X và Y có thuộc cùng một nhóm bình thông nhau hay không?

Hai bình nước được coi là thuộc cùng một nhóm bình thông nhau nếu nước từ bình này có thể chảy đến được bình kia qua một số ống có van đang mở.

**Input:**

Dòng đầu tiên là số lượng truy vấn Q ( $Q \leq 100\,000$ ).

Mỗi truy vấn gồm 3 số nguyên X, Y, Z ( $X, Y \leq 100\,000$ ).

**Output:**

Với mỗi truy vấn, in ra đáp án tìm được trên một dòng.

**Ví dụ:**

Input	Output
9	0
1 2 2	0
1 2 1	1
3 7 2	0
2 3 1	1
1 3 2	0
2 4 2	
1 4 1	
3 4 2	
1 7 2	

**HẾT**