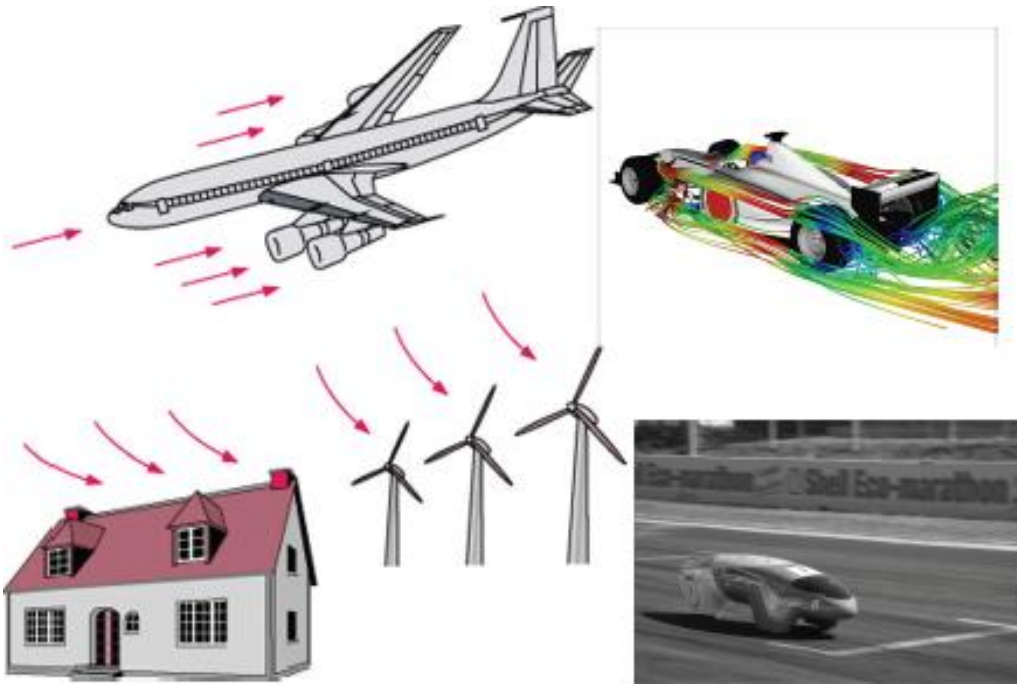


# Hfdst 7: Externe stroming: weerstand en lift

1. Inleiding
2. Weerstand en lift
3. Wrijvings- en drukweerstand
4. Weerstandscoefficienten van normale geometrieën
5. Parallele stroming over vlakke platen
6. Stroming over cilinders en bollen
7. Lift

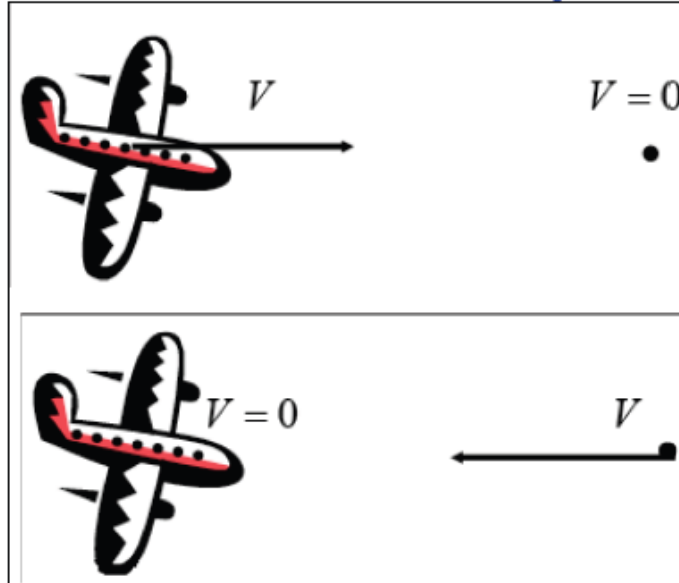
# 1. Inleiding

- **Stroming over lichamen of externe stroming**



Een fluïdum dat over een stilstaand lichaam beweegt en een lichaam dat door een onbeweegbaar fluïdum beweegt, wordt beschouwd als **stroming over lichamen** of **externe stroming**

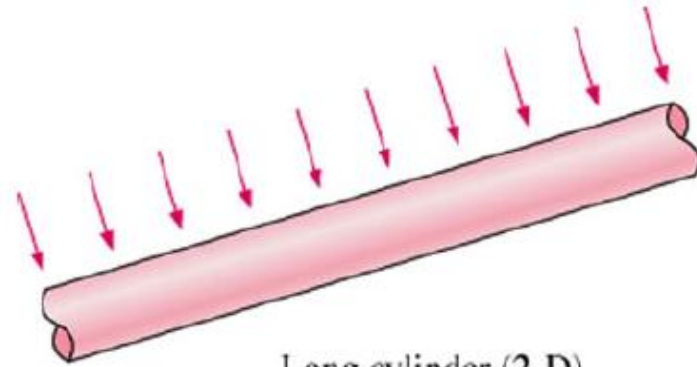
- Gebruik van **absoluut en relatief systeem**



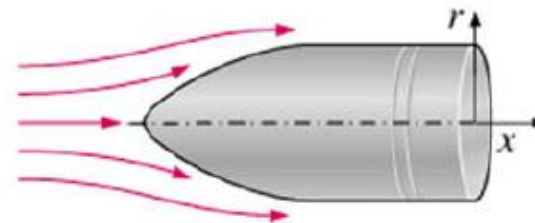
- **Absoluut:** vliegtuig in stilstaande lucht.
- **Relatief:** voor personen in het vliegtuig.
- Vliegtuig staat stil en aanstroomsnelheid van de lucht is  $V$ .
- Beide benaderingen zijn identiek indien constante snelheid langs rechte baan.
- De relatieve benadering wordt meestal gebruikt in theoretische aanpak en experimentele windtunnelstudies zijn hierop gebaseerd.

- De vorm van het lichaam heeft een belangrijke invloed op de stroming over het lichaam en het snelheidsveld.

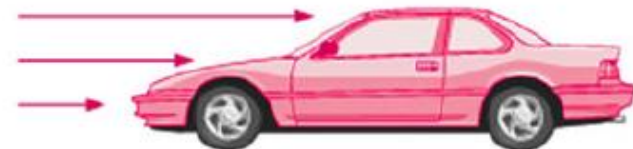
Twee-dimensionale, axisymmetrische en drie-dimensionale stroming.



Long cylinder (2-D)

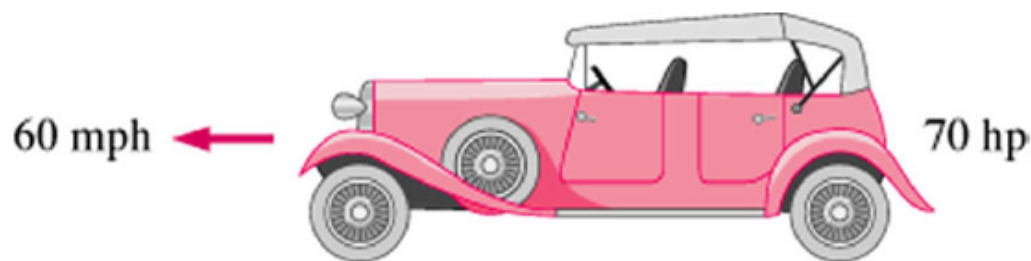


Bullet (axisymmetric)



Car (3-D)

- **Gestroomlijnde lichamen** (“streamlined bodies”)
  - Bvb. vliegtuigen, kogels, race-wagens
- **Stompe lichamen** (“blunt or bluff bodies”)
  - Bvb. gebouwen
- Stroming over lichamen kan ook geclassificeerd worden als **onsamendrukbare** en **samendrukbare stroming**.
  - Onsamendrukbaar: stroming waarvoor  $Ma = V/c \leq 0,3$ ; de snelheid  $< 100$  m/s (360 km/h)

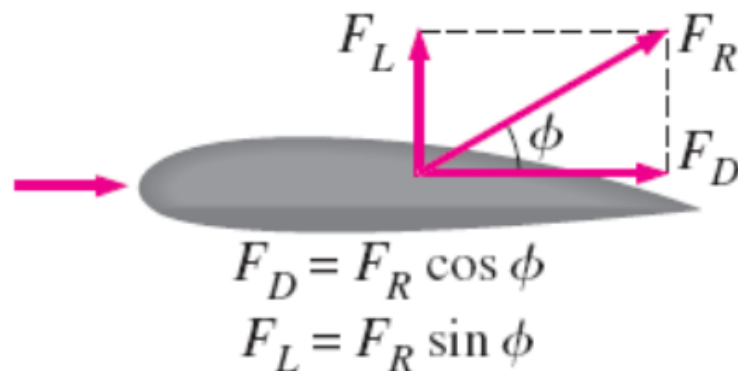


Het is veel gemakkelijker om een gestroomlijnd lichaam door een fluïdum te bewegen dan een stomp voorwerp.

## 2. Weerstand en lift

- De kracht die een stromend fluïdum uitoefent op een lichaam in de stromingsrichting: **weerstandskraft** of kortweg weerstand (“drag”)
  - De weerstandskraft is te wijten aan de gecombineerde effecten van de **drukkrachten** en **wandschuifkrachten** in de stromingsrichting
- De kracht die een stromend fluïdum uitoefent op een lichaam loodrecht op de stromingsrichting noemt men de **liftkracht** of kortweg lift (“lift”)
  - De liftkracht is te wijten aan de gecombineerde effecten van de **drukkrachten** en **wandschuifkrachten** loodrecht op de stromingsrichting.

- **Weerstand(skracht)**
  - Meestal minimaliseren:
    - bvb. minder brandstofverbruik voor wagen of vliegtuig
  - Soms maximaliseren:
    - bvb. parachute, tot stilstand komen van vliegtuig
- De **resulterende kracht** veroorzaakt door het aanstromend fluïdum kan ontbonden worden in 2 componenten:
  - Volgens stroomrichting: de **weerstand  $F_D$**
  - Loodrecht op stroomrichting: de **lift  $F_L$**

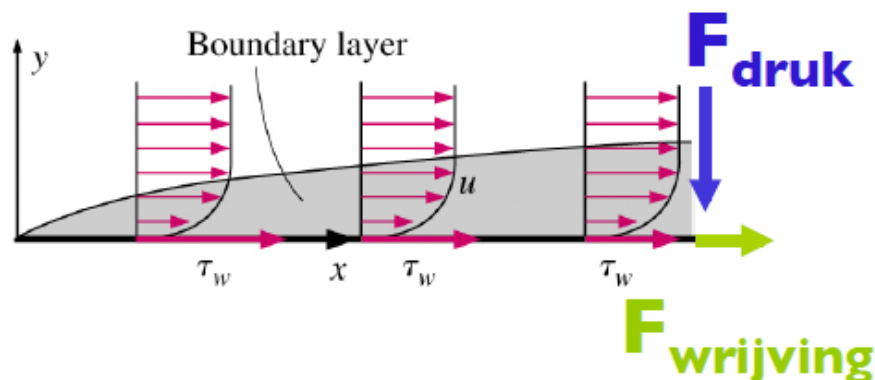


De resulterende kracht van de druk- en viskeuze krachten die inwerken op een tweedimensionaal lichaam kan opgesplitst worden in de liftkracht en de weerstandkracht.

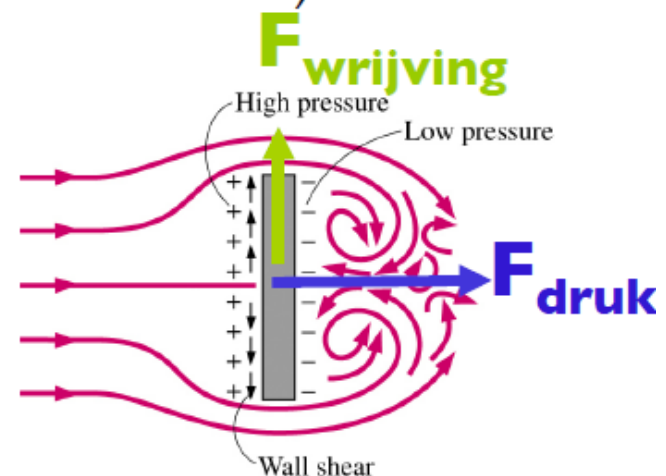


- Opgelet: weerstand heeft niet alleen met *wrijving* te maken
- Totale kracht wordt immers bepaald door *druk*- en *schuifspannings*verdeling over het object
- Bijvoorbeeld:
  1. *Vlakke plaat parallel met stromingsrichting*: weerstand enkel door wrijving (druk werkt loodrecht op de plaat en dus loodrecht op de aanstroomsnelheid).
  2. *Vlakke plaat normaal gericht t.o.v. de stromingsrichting*: weerstand is enkel door druk en niet door wrijving (wrijving werkt parallel aan de plaat en dus loodrecht op de aanstroomsnelheid).

1.



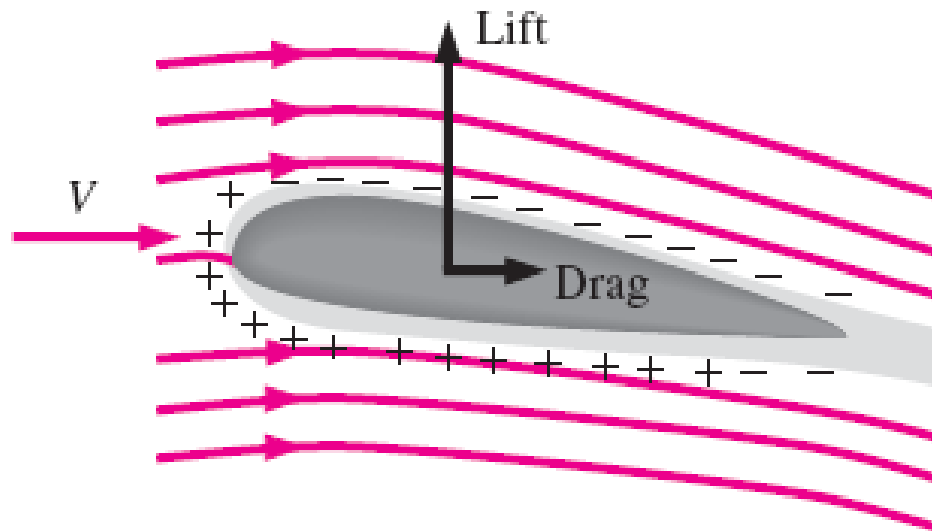
2.





## ● Lift(kracht)

- Houdt bvb. vliegtuig in de lucht.
- Ongewenst bij racewagens: gebruik van spoilers voor negatieve lift.
- Te verklaren aan de hand van de *vergelijking van Bernoulli*: snelheid bovenzijde > snelheid onderzijde  $\Rightarrow$  druk bovenzijde < druk onderzijde  $\Rightarrow$  **drukverschil genereert een opwaartse kracht = liftkracht**
- *Vliegtuigvleugels* hebben zo'n vorm en positie (aanstroomhoek) om voldoende lift te genereren terwijl de weerstand(skracht) tot een minimum wordt beperkt.



- De **liftkracht**  $F_L$  en **weerstandskraft**  $F_D$  zijn functie van de **geometrie**, maar soms ook van het **Reynoldsgetal** en de **oppervlakteruwheid**.
- Weerstands-** en **liftcoëfficiënten**

$$C_D = \frac{F_D}{\frac{1}{2}\rho V^2 A} \quad C_L = \frac{F_L}{\frac{1}{2}\rho V^2 A}$$

$V$  = aanstroomsnelheid

$A$  = oppervlakte: definitie is afh. van object

**Frontale oppervlakte**: voor stompe voorwerpen vb. wagens, sfeer, cilinder, projectielen...

**Planformoppervlakte**: opp. bekeken vanuit de richting loodrecht op de frontale richting: voor slanke objecten zoals vleugels.

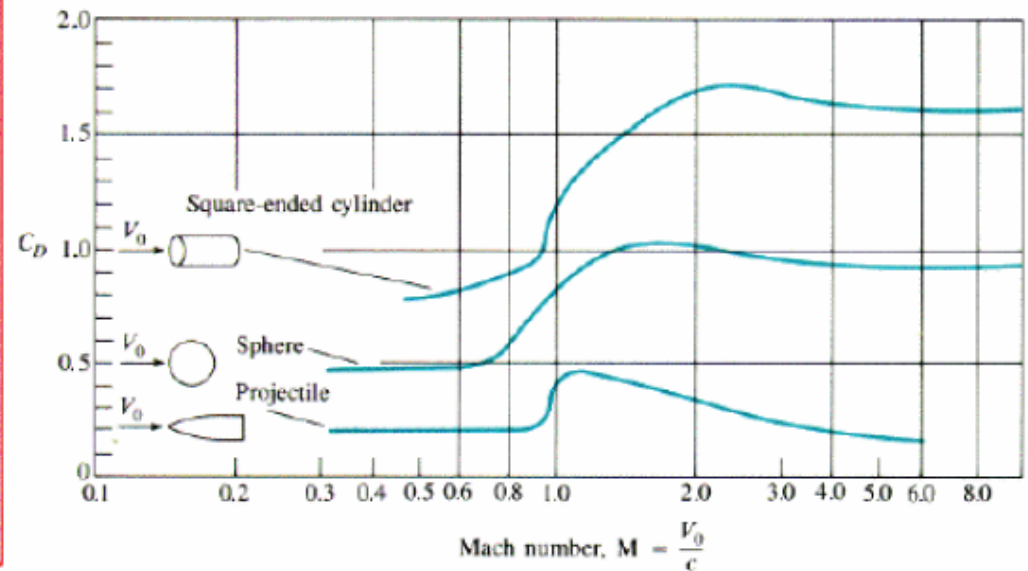
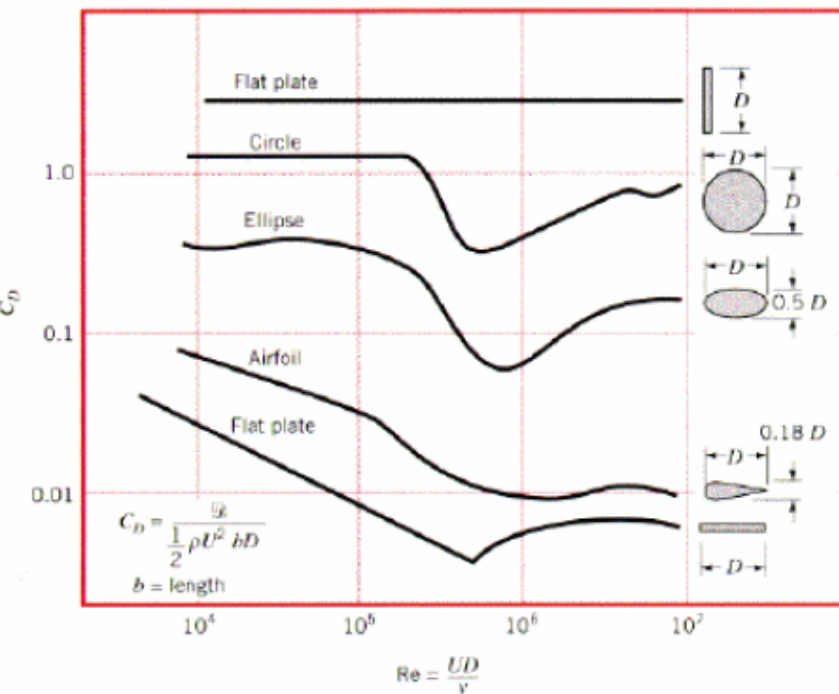
Opmerking: Bepaling van  $A$  geeft soms problemen, daarom wordt soms  $C_D A$  opgegeven.

- Voor sommige toepassingen (zoals bij vleugels) kan  $C_L$  en  $C_D$  variëren volgens de lengte van de oppervlakte.
- Voor deze toepassingen kan men gebruik maken van een **lokale  $C_{L,x}$  en  $C_{D,x}$** , en de gemiddelde coëfficiënten kunnen bepaald worden door te integreren over de lengte L:

$$C_D = \frac{1}{L} \int_0^L C_{D,x} dx$$

$$C_L = \frac{1}{L} \int_0^L C_{L,x} dx$$

- Opgelet:  $C_D$  en  $C_L$  zijn niet constant voor een bepaald object
- Afhankelijk van:
  - $Re$
  - **Aanstroomsnelheid  $V$**  (vooral eens men in de buurt van  $Ma=1$  komt)
  - **Aanstroomhoek**



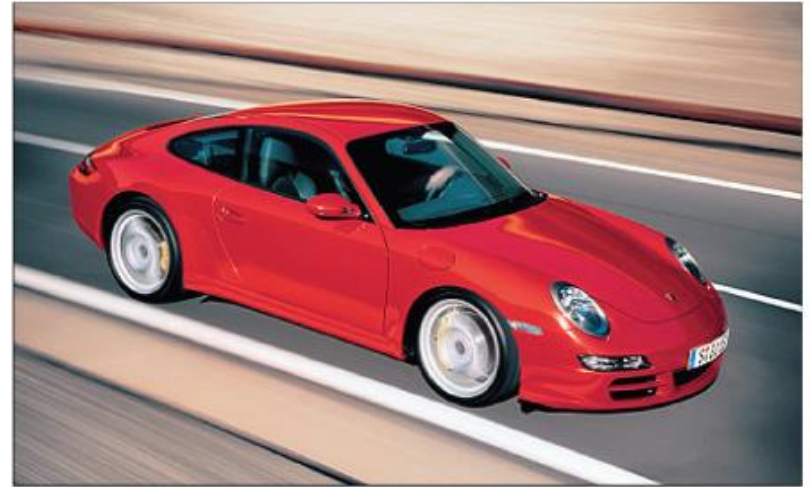
- Voorbeeld: weerstand van een auto

**Scion XB (Toyota)**



$$C_D = 1.0, A = 25 \text{ ft}^2, C_DA = 25 \text{ ft}^2$$

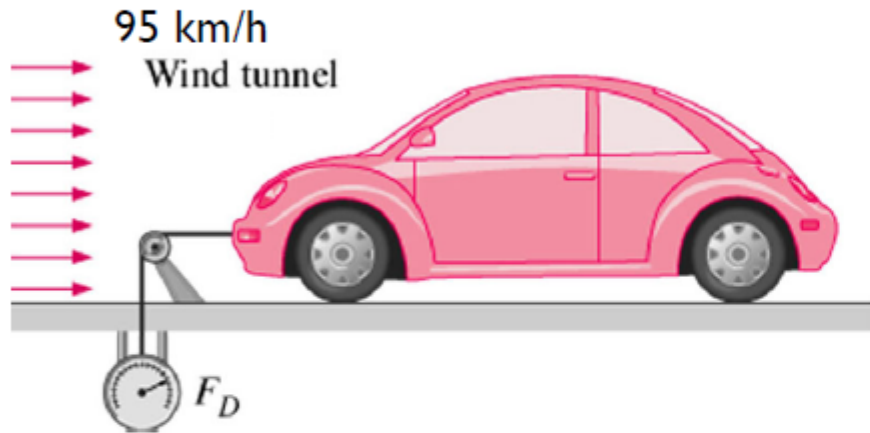
**Porsche 911**



$$C_D = 0.28, A = 10 \text{ ft}^2, C_DA = 2.8 \text{ ft}^2$$

=> Weerstandkracht  $F_D = 1/2 V^2(C_DA)$  zal  $\sim 10x$  groter zijn voor de Scion XB

- Voorbeeld:** het meten van de weerstandscoefficiënt van een auto



Frontale oppervlakte =  $2,07 \text{ m}^2$   
1 atm,  $20^\circ\text{C} \Rightarrow \rho = 1,204 \text{ kg/m}^3$

Gemeten kracht  $F_D = 300 \text{ N}$

Bepaal de weerstandscoefficiënt.

$$F_D = C_D A \frac{\rho V^2}{2} \rightarrow C_D = \frac{2F_D}{\rho A V^2}$$

$$C_D = \frac{2 \times 300}{1,204 \times 2,07 \times \left(\frac{95}{3,6}\right)^2} = 0,35$$

# 3. Wrijvings- en drukweerstand

- De kracht op een object is functie van de drukverdeling en schuifspanningsverdeling over het object.

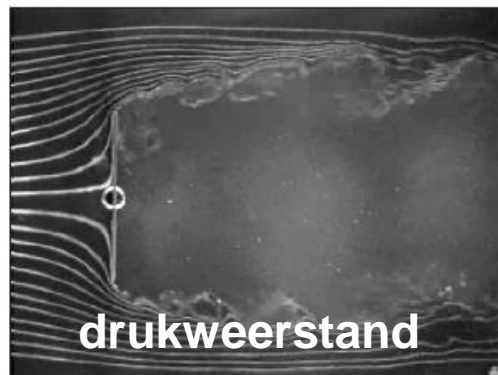
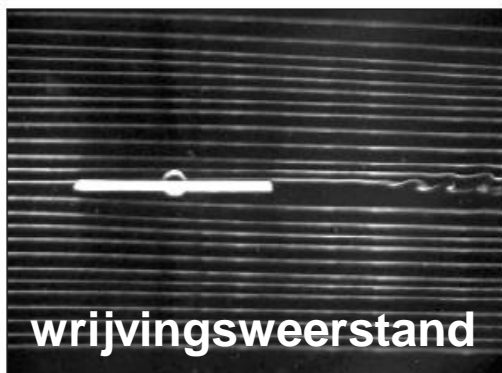
- Ook voor **weerstand**:

$$F_D = F_{D,wrijving} + F_{D,druk}$$

$$C_D = C_{D,wrijving} + C_{D,druk}$$

$C_{D,druk}$  = drukweerstandscoefficiënt (“pressure drag”)

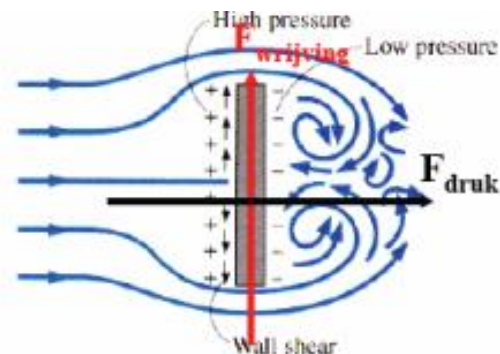
$C_{D,wrijving}$  = wrijvingsweerstandscoefficiënt (“(skin) friction drag”)





- De **wrijvingsweerstand(skracht)**  $F_{D,wrijving}$ 
  - Afh. van de viscositeit en dus  $Re$   
Belangrijker bij laag  $Re$ -getal
  - Afh. van de *grootte van de oppervlakte*  
bvb. vliegtuigen verkleinen vleugelopp. eens op kruissnelheid
  - $C_{D,wrijving}$  is vergelijkbaar met wrijvingsfactor  $f$  in buizen (zie vorig hoofdstuk)  
Dus ook afh. van de **ruwheid** (bij turbulente stroming).

- De **drukweerstand(skracht)  $F_{D,druk}$** 
  - Gevolg van drukverschil aan voor- en achterzijde.  
Ontstaat door **afscheiding** (“flow separation”)
  - Stroming kan het lichaam niet meer ‘volgen’  
Er ontstaan wervels met lage druk tot gevolg
  - Afscheiding kan ook lokaal plaatsvinden en gevolgd worden door heraanhechting.



- **Stroomlijnen van een lichaam**

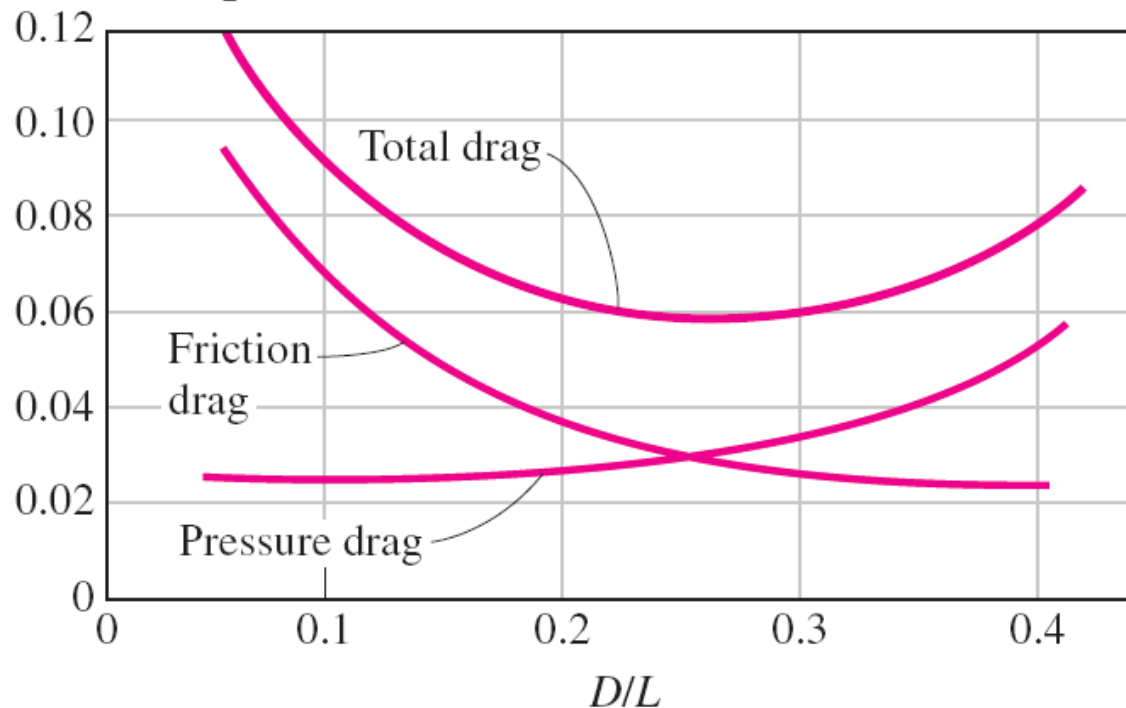
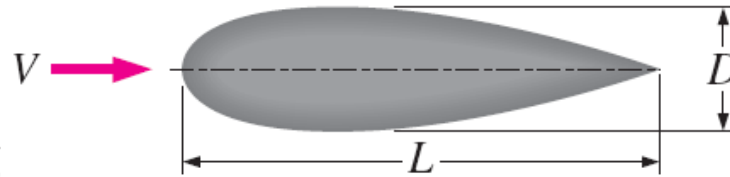
- Stroomlijnen vermindert de weerstand door de verlaging van  $F_{D,druk}$ , met als kost een vergroting van de oppervlakte en  $F_{D,wrijving}$ .
- Het doel is om de afscheiding te elimineren en de totale weerstandkracht  $F_D$  te verlagen.
- *Optimalisatie vereist dat som van de wrijvings- en drukweerstand minimaal is.*

A = planform oppervlakte = b x L

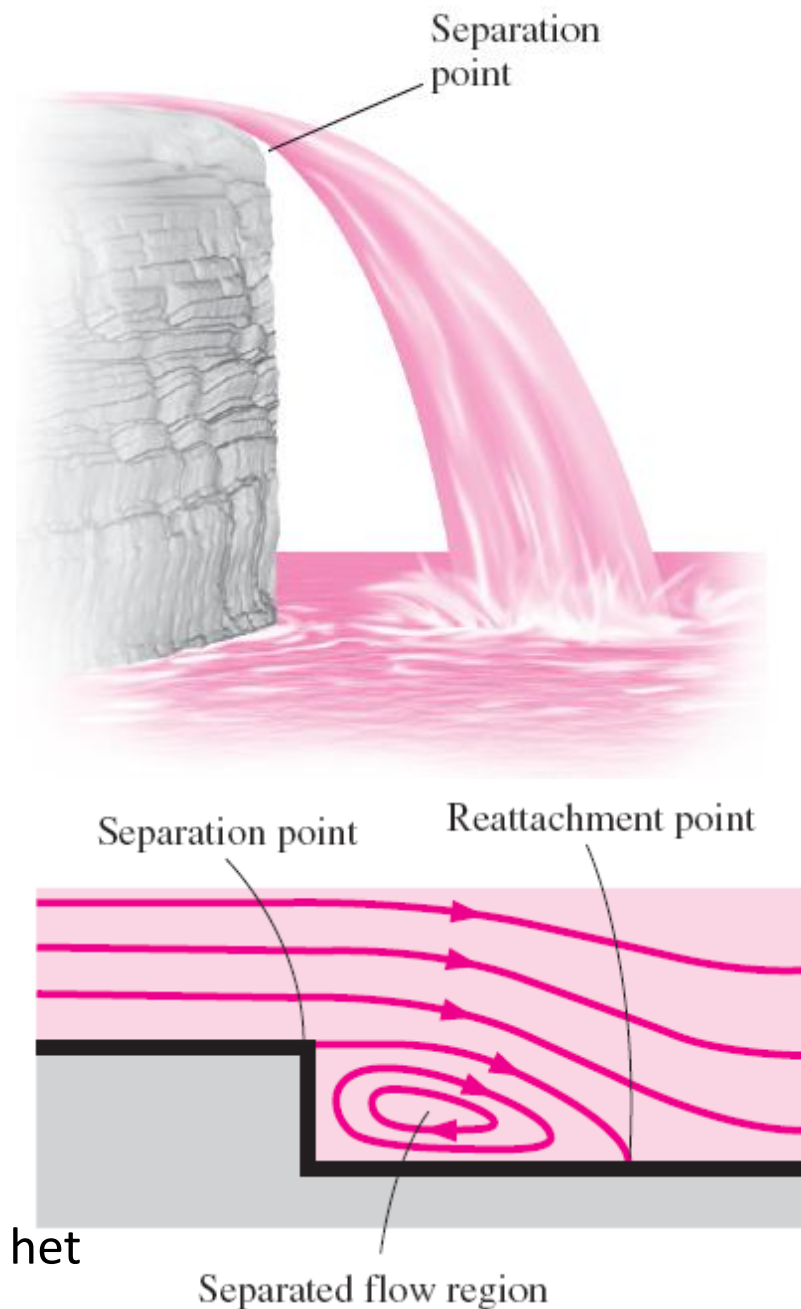
b = breedte in de 3<sup>e</sup> richting

**bD ipv LD**

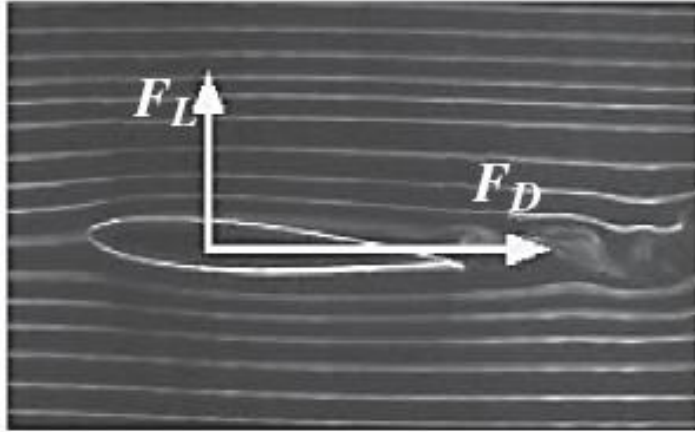
$$C_D = \frac{F_D}{\frac{1}{2} \rho V^2 \cancel{D}}$$



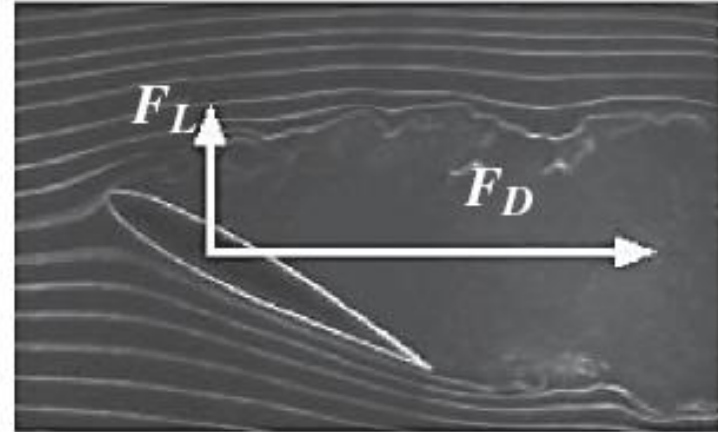
- **Afscheiding** (“flow separation”)
- De stroming kan het lichaam niet volgen
  - Bvb. waterval, cilinder, bal langs een wand
  - Ook vleugel bij hoge aanvalshoek
- Punt van afscheiding
  - Ligt vast bij scherpe hoek
  - Anders (cilinder, vleugel) functie van  $Re$ , ruwheid, opp., turbulentiegraad, aanstroomhoek, ...
- In het afgescheiden gebied (“separation region”)
  - *Terugstroming* en wervels
  - Lage druk waardoor drukweerstand stijgt
- Zog (“wake”)
  - Gebied achter het lichaam waar effect van het lichaam nog voelbaar is.



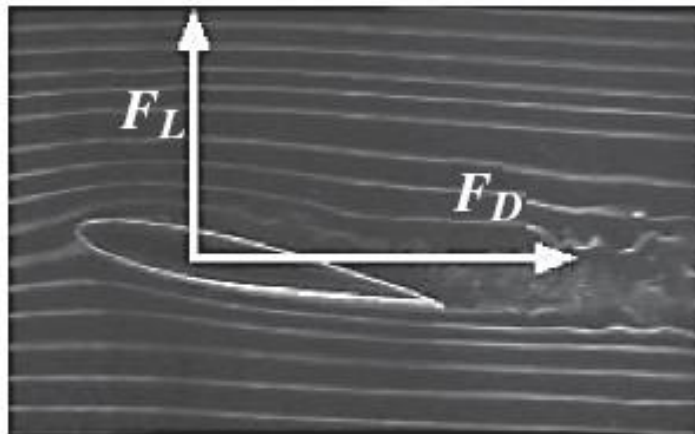
- Volledige afscheiding bij grote aanvalshoek bij vleugel (meestal groter dan  $15^\circ$ ): drastische reductie van de lift (= “stall”)



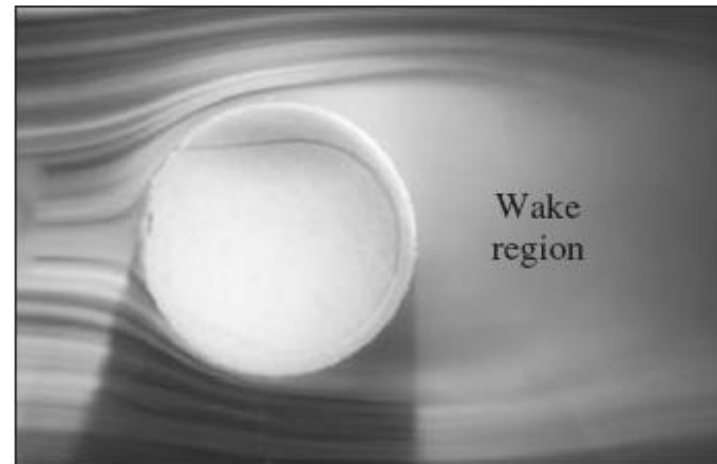
(a)  $5^\circ$



(c)  $30^\circ$



(b)  $15^\circ$



- **Afscheiding**: enkele opm:
- Periodische vorming van wervels achter het lichaam (= “vortex shedding”): veroorzaakt vibraties.
- Meestal voor stroming over lange cilinders en bollen voor  $Re \geq 90$
- Gevaar voor resonantie als frequente van wervels dicht aanleunt bij natuurlijke frequentie lichaam
- Toepassing:
  - Ontwerp van hangbruggen
  - Design van vliegtuigvleugels





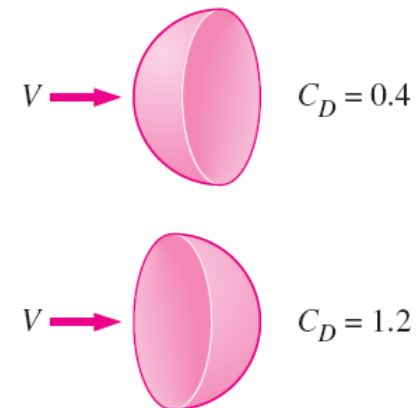
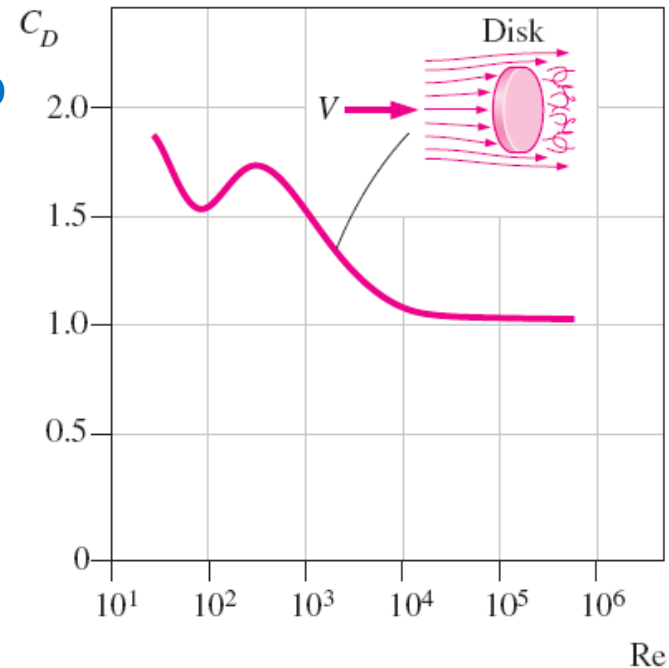
# 4. Weerstandscoefficienten van normale geometrieën

- Voor veel geometrieën is de **totale  $C_D$  constant voor  $Re > 10^4$**

⇒ uitz.: cilinders en sferen (verder)

- $Re < 10^4$ : sterke variatie
- $C_D$  zeer afh. **oriëntatie** v/h lichaam
- Ruwe benadering verschillende onderdelen in systeem: **superpositie**

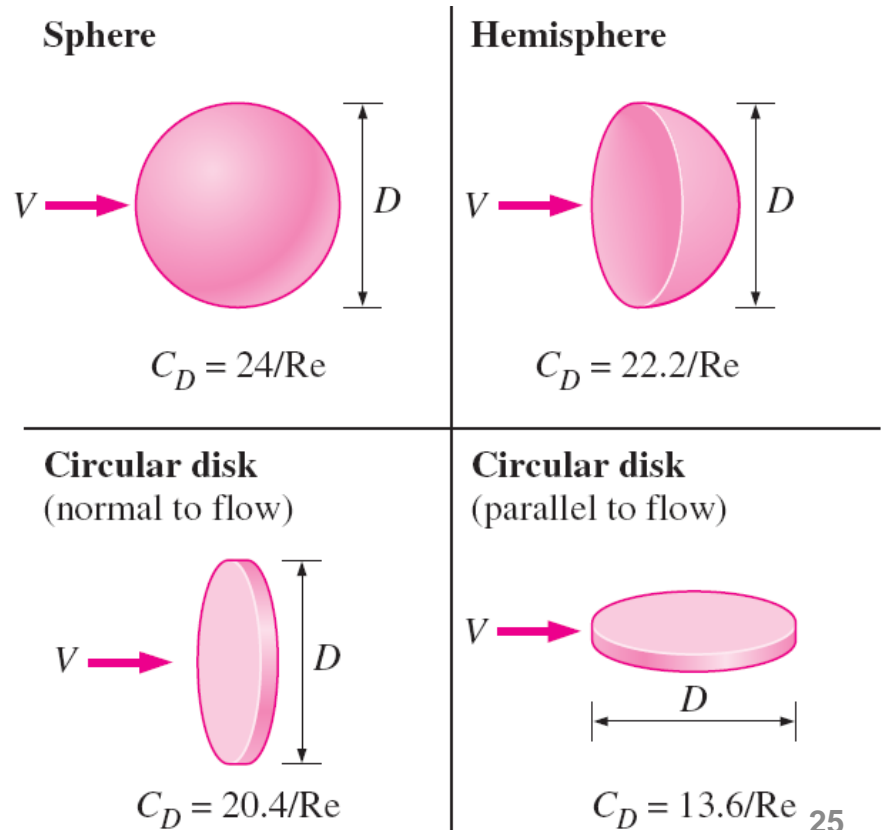
!Opgelet: stroming rond samengevoegde onderdelen verschilt van stroming rond elke onderdeel apart!



- $Re < 1$  : zgn. **kruipende stroming** (“creeping flow”) of **Stokesstroming** -> geen afscheiding
- Voor een bol is  $C_D = 24/Re$
- **Wet van Stokes**:  $F_D = C_D A \frac{\rho V^2}{2} = \frac{24}{Re} A \frac{\rho V^2}{2} = \frac{24}{\rho V D / \mu} \frac{\pi D^2}{4} \frac{\rho V^2}{2} = 3\pi\mu V D$

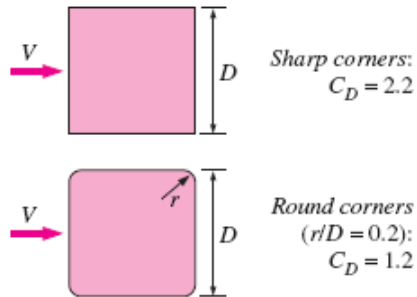
- Dikwijls toepasbaar voor vaste deeltjes in lucht of water.

- Vergelijkbare  $C_D$ -waarden voor andere lichamen

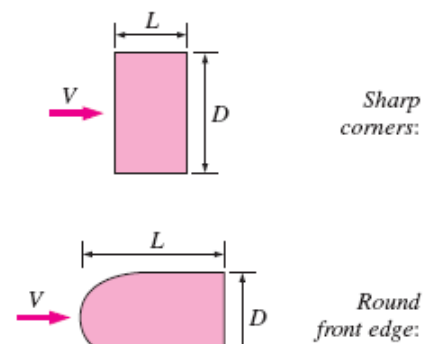


Drag coefficients  $C_D$  of various two-dimensional bodies for  $Re > 10^4$  based on the frontal area  $A = bD$ , where  $b$  is the length in direction normal to the page (for use in the drag force relation  $F_D = C_D A \rho V^2 / 2$  where  $V$  is the upstream velocity)

#### Square rod



#### Rectangular rod

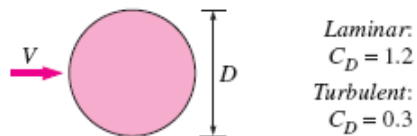


$L/D$	$C_D$
0.0*	1.9
0.1	1.9
0.5	2.5
1.0	2.2
2.0	1.7
3.0	1.3

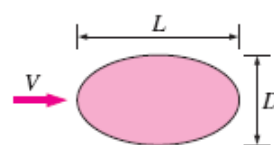
\* Corresponds to thin plate

$L/D$	$C_D$
0.5	1.2
1.0	0.9
2.0	0.7
4.0	0.7

#### Circular rod (cylinder)

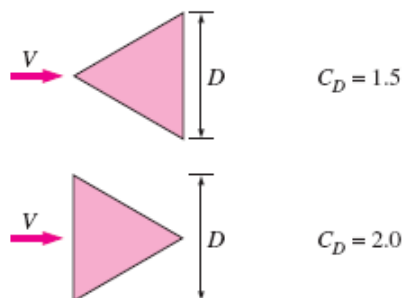


#### Elliptical rod

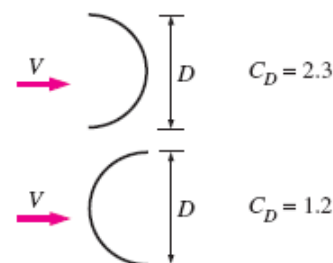


$L/D$	$C_D$	
	Laminar	Turbulent
2	0.60	0.20
4	0.35	0.15
8	0.25	0.10

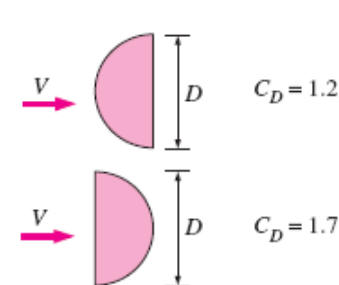
#### Equilateral triangular rod



#### Semicircular shell



#### Semicircular rod



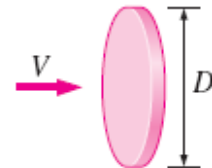
Representative drag coefficients  $C_D$  for various three-dimensional bodies for  $Re > 10^4$  based on the frontal area (for use in the drag force relation  $F_D = C_D A \rho V^2 / 2$  where  $V$  is the upstream velocity)

Cube,  $A = D^2$



$$C_D = 1.05$$

Thin circular disk,  $A = \pi D^2 / 4$



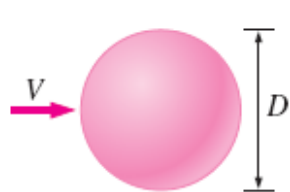
$$C_D = 1.1$$

Cone (for  $\theta = 30^\circ$ ),  $A = \pi D^2 / 4$



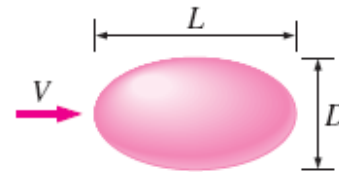
$$C_D = 0.5$$

Sphere,  $A = \pi D^2 / 4$



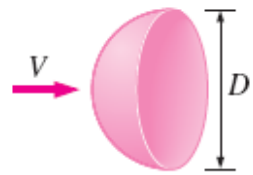
*Laminar:*  
 $Re \lesssim 2 \times 10^5$   
 $C_D = 0.5$   
*Turbulent:*  
 $Re \gtrsim 2 \times 10^6$   
 $C_D = 0.2$

Ellipsoid,  $A = \pi D^2 / 4$

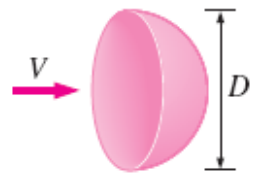


$L/D$	$C_D$	
	Laminar $Re \lesssim 2 \times 10^5$	Turbulent $Re \gtrsim 2 \times 10^6$
0.75	0.5	0.2
1	0.5	0.2
2	0.3	0.1
4	0.3	0.1
8	0.2	0.1

Hemisphere,  $A = \pi D^2/4$

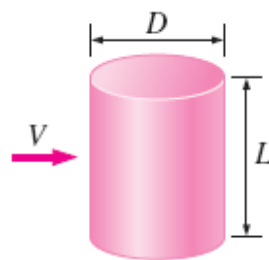


$$C_D = 0.4$$



$$C_D = 1.2$$

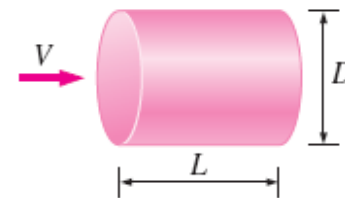
Short cylinder, vertical,  $A = LD$



$L/D$	$C_D$
1	0.6
2	0.7
5	0.8
10	0.9
40	1.0
$\infty$	1.2

Values are for laminar flow  
( $Re \leq 2 \times 10^5$ )

Short cylinder, horizontal,  $A = \pi D^2/4$



$L/D$	$C_D$
0.5	1.1
1	0.9
2	0.9
4	0.9
8	1.0

Streamlined body,  $A = \pi D^2/4$



$$C_D = 0.04$$

Parachute,  $A = \pi D^2/4$

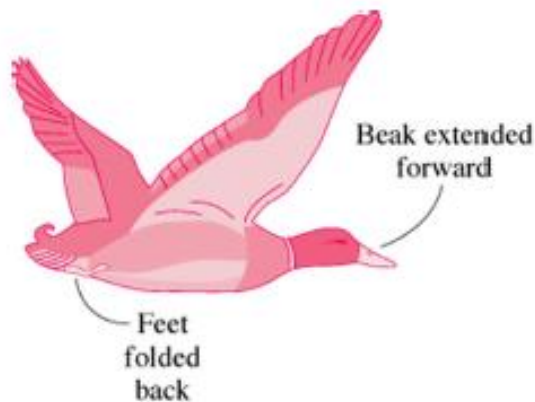


Tree,  $A = \text{frontal area}$



$V, \text{ m/s}$	$C_D$
10	0.4–1.2
20	0.3–1.0
30	0.2–0.7

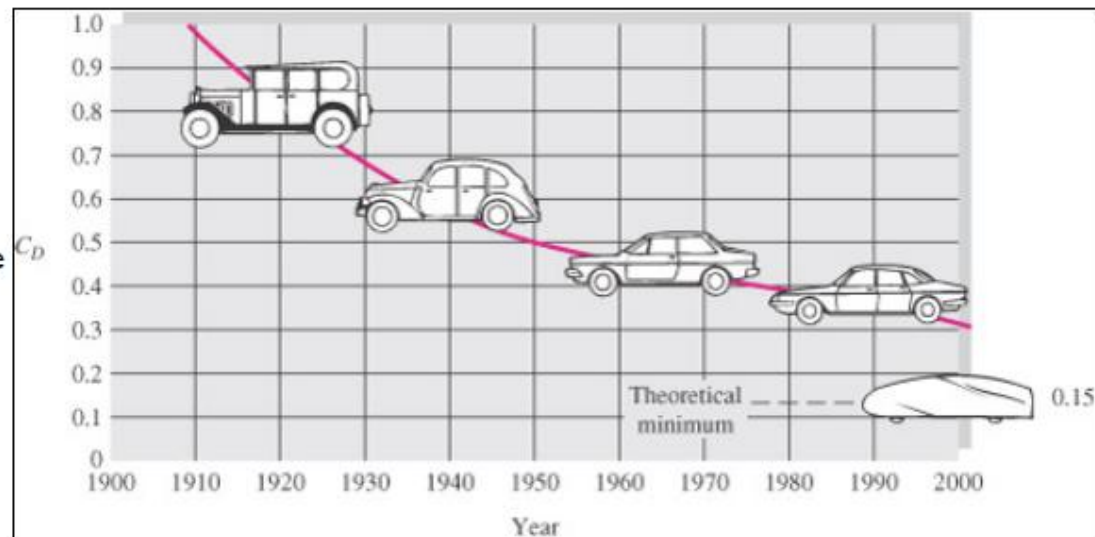
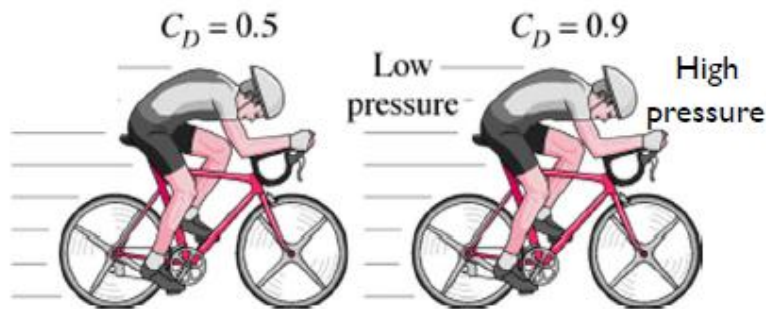
- **Biologische systemen:** reductie van de weerstand
  - Vissen
    - Dolfijnen: gestroomlijnd om weerstand te verminderen  $C_D \approx 0,0035$
  - Vogels
    - Hoofd naar voor
    - Poten naar achter
  - Bomen
    - Buigen door -> weerstand daalt -> krachterevenwicht wordt bereikt
  - Spurters
    - Houding: handen naast lichaam, speciale kledij





# • Voertuigen

- $C_D$  varieert typisch tussen 0,3 en 1,0
- Wagen = compromis tussen comfort en aërodynamica
  - Druppelvorm:  $C_D=0,1$ ; racewagen:  $C_D=0,2$ ;  
moderne gezinswagen:  $C_D=0,3$
- Fietzers
  - Effect van zithouding:  
“drafting”: kort achter voorganger blijven => zit in afgescheiden gebied waar druk laag is => drukweerstand daalt





De Toyota Prius heeft een weerstandcoëfficiënt van 0,26.



Minivan,  
 $C_D = 0.4$



Passenger car,  
 $C_D = 0.3$



Without fairing:  
 $C_D = 0.96$

With fairing:  
 $C_D = 0.76$



Standing,  $C_D A = 9 \text{ ft}^2 = 0.84 \text{ m}^2$

Sitting,  $C_D A = 6 \text{ ft}^2 = 0.56 \text{ m}^2$



Upright:  
 $A = 5.5 \text{ ft}^2 = 0.51 \text{ m}^2$   
 $C_D = 1.1$



Drafting:  
 $A = 3.9 \text{ ft}^2 = 0.36 \text{ m}^2$   
 $C_D = 0.50$

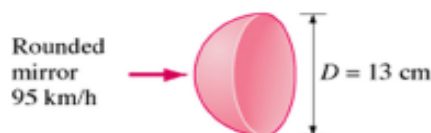
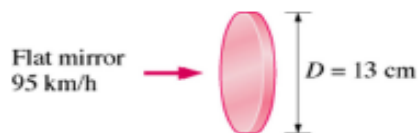


Racing:  
 $A = 3.9 \text{ ft}^2 = 0.36 \text{ m}^2$   
 $C_D = 0.9$



With fairing:  
 $A = 5.0 \text{ ft}^2 = 0.46 \text{ m}^2$   
 $C_D = 0.12$

- Voorbeeld:** Invloed van de design van de spiegel op het brandstofverbruik



- Stel: auto rijdt 24000 km/jaar aan een gemiddelde snelheid van 95 km/h.
- Densiteit en kostprijs van de brandstof is 0,8 kg/l en 0,60\$/l.
- Densiteit van lucht is 1,20 kg/m<sup>3</sup>.
- Verwarmingswaarde (HV) van de brandstof is 44000 kJ/kg.
- De totale efficiëntie van de motor is 30%.

Bepaal hoeveel brandstof en geld uitgespaard kan worden door de ronde spiegel te installeren.

$$F_D = 1.1 \frac{\pi(0.13 \text{ m})^2}{4} \frac{(1.20 \text{ kg/m}^3)(95 \text{ km/h})^2}{2} \left( \frac{1 \text{ m/s}}{3.6 \text{ km/h}} \right)^2 \left( \frac{1 \text{ N}}{1 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2} \right) = 6.10 \text{ N}$$

$$W_{\text{drag}} = F_D \times L = (6.10 \text{ N})(24,000 \text{ km/year}) = 146,400 \text{ kJ/year}$$

$$E_{\text{in}} = \frac{W_{\text{drag}}}{\eta_{\text{car}}} = \frac{146,400 \text{ kJ/year}}{0.3} = 488,000 \text{ kJ/year}$$

$$\text{Amount of fuel} = \frac{m_{\text{fuel}}}{\rho_{\text{fuel}}} = \frac{E_{\text{in}}/\text{HV}}{\rho_{\text{fuel}}} = \frac{(488,000 \text{ kJ/year})/(44,000 \text{ kJ/kg})}{0.8 \text{ kg/L}} = 13.9 \text{ L/year}$$

$$\text{Cost} = (\text{Amount of fuel})(\text{Unit cost}) = (13.9 \text{ L/year})(\$0.60/\text{L}) = \$8.32/\text{year}$$

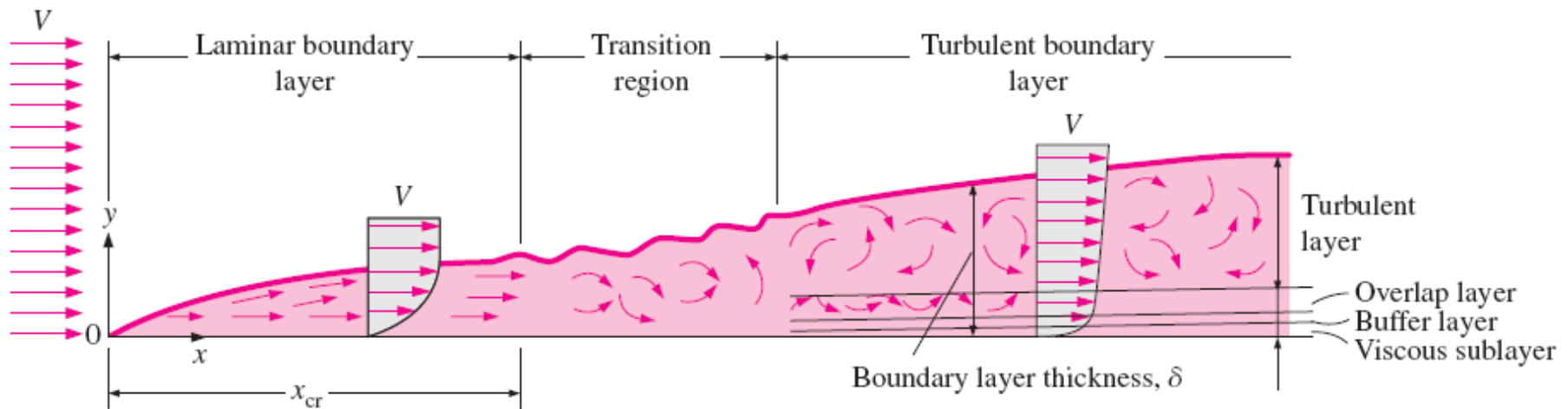
$$\text{Reduction ratio} = \frac{C_{D, \text{flat}} - C_{D, \text{hemisp}}}{C_{D, \text{flat}}} = \frac{1.1 - 0.4}{1.1} = 0.636$$

$$\begin{aligned} \text{Fuel reduction} &= (\text{Reduction ratio})(\text{Amount of fuel}) \\ &= 0.636(13.9 \text{ L/year}) = \mathbf{8.84 \text{ L/year}} \end{aligned}$$

$$\text{Cost reduction} = (\text{Reduction ratio})(\text{Cost}) = 0.636(\$8.32/\text{year}) = \mathbf{\$5.29/\text{year}}$$

# 5. Parallelle stroming over vlakke platen

- Weerstand voor stroming over een vlakke plaat is enkel te wijten aan **wrijving** veroorzaakt door de laminaire, transitionele en turbulente grenslagen.



## • De snelheidsgrenslaag

- Ontstaan
  - In de grenslaag: viskeuze effecten spelen een rol
  - Buiten de grenslaag: fluïdum gedraagt zich als NIET-viskeus;  
= irrotationeel gebied
- Definitie en snelheid op oneindig (“free-stream velocity”)  $V_\infty$
- Dikte van de grenslaag  $\delta$ : gewoonlijk waar  $V=0.99 V_\infty$

## • Bij horizontale aanstroming:

$$C_D = \cancel{C_{D, \text{druk}}} + C_{D, \text{wrijving}} = C_f$$

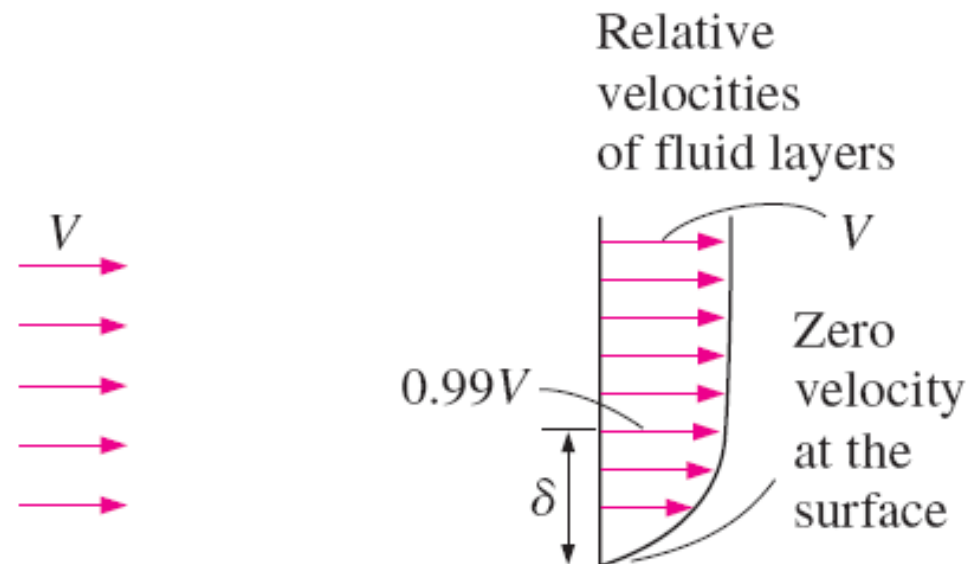
Flow over a flat plate

$$C_{D, \text{pressure}} = 0$$

$$C_D = C_{D, \text{friction}} = C_f$$

$$F_{D, \text{pressure}} = 0$$

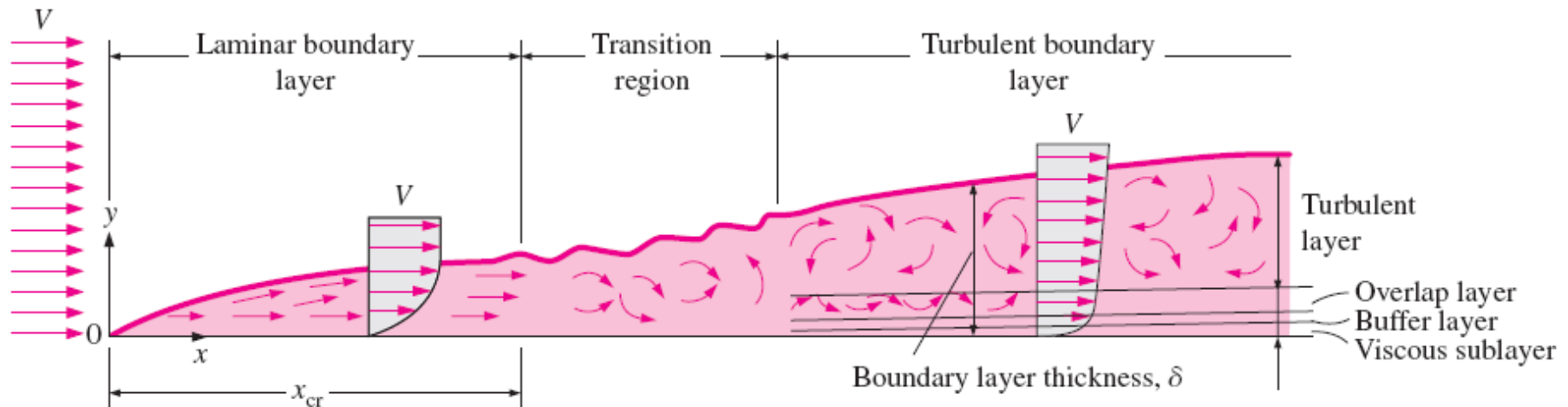
$$F_D = F_{D, \text{friction}} = F_f = C_f A \frac{\rho V^2}{2}$$





## • De turbulente grenslaag

- Laminaire (of viskeuze) onderlaag:
  - Viskeuze effecten overheersen
  - Snelheidsprofiel is lineair
- Bufferlaag (viskeuze & turbulente effecten; viskeus overheersend)
- Overlap-laag (viskeuze & turbulente effecten; turbulent overheersend)
- Turbulente laag waar turbulente effecten overheersen



- **Transitie van laminair naar turbulent**

- Vanaf  $Re = VL/\nu \approx 10^5$  met  $L$  de lengte van de plaat

- Lokaal kritisch Reynoldsgetal:  $Re_{x,cr} = \frac{\rho V x_{cr}}{\mu} = 5 \cdot 10^5$

- Gemiddelde wrijvingscoëfficiënt:  $C_f = \frac{1}{L} \int_0^L C_{f,x} dx$

- Enkele theoretische en/of experimentele resultaten

	Lokale $\delta$	Lokale $C_f$
Laminair ( $Re_x < 5 \cdot 10^5$ )	$\frac{5x}{Re_x^{1/2}}$	$\frac{0.664}{Re_x^{1/2}}$
Turbulent ( $5 \cdot 10^5 < Re_x < 10^7$ )	$\frac{0.382x}{Re_x^{1/5}}$	$\frac{0.0592}{Re_x^{1/5}}$



- Gemiddelde wrijvingscoëfficiënt

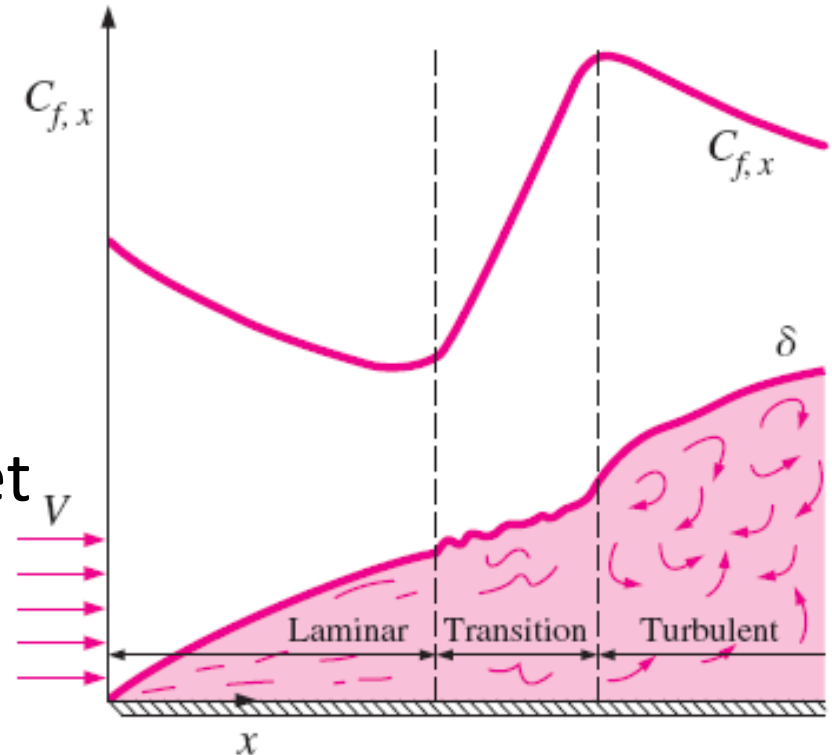
	Gemiddelde $C_f$
Laminair ( $Re_x < 5 \cdot 10^5$ )	$1.328 / Re_L^{1/2}$
Turbulent ( $5 \cdot 10^5 < Re_x < 10^7$ )	$0.074 / Re_L^{1/5}$

$$\begin{aligned}
 C_f &= \frac{1}{L} \int_0^L C_{f,x} dx \\
 &= \frac{1}{L} \int_0^L \frac{0.664}{Re_x^{1/2}} dx \\
 &= \frac{0.664}{L} \int_0^L \left( \frac{Vx}{\nu} \right)^{-1/2} dx \\
 &= \frac{0.664}{L} \left( \frac{V}{\nu} \right)^{-1/2} \frac{x^{1/2}}{\frac{1}{2}} \bigg|_0^L \\
 &= \frac{2 \times 0.664}{\cancel{L}} \left( \frac{V}{\nu L} \right)^{-1/2} \\
 &= \frac{1.328}{Re_L^{1/2}}
 \end{aligned}$$

- Laminair:  $\delta \sim \sqrt{x}$  en  $C_f \sim 1/\sqrt{x}$

$$\delta = \frac{4.91x}{Re_x^{1/2}} \quad \text{and} \quad C_{f,x} = \frac{0.664}{Re_x^{1/2}}, \quad Re_x < 5 \times 10^5$$

- Dikkere grenslaag bij turbulent
- Grotere wrijving bij turbulent
- Voor sommige gevallen is de plaat lang genoeg voor turbulente stroming, maar niet lang genoeg om het laminaire deel te verwaarlozen:

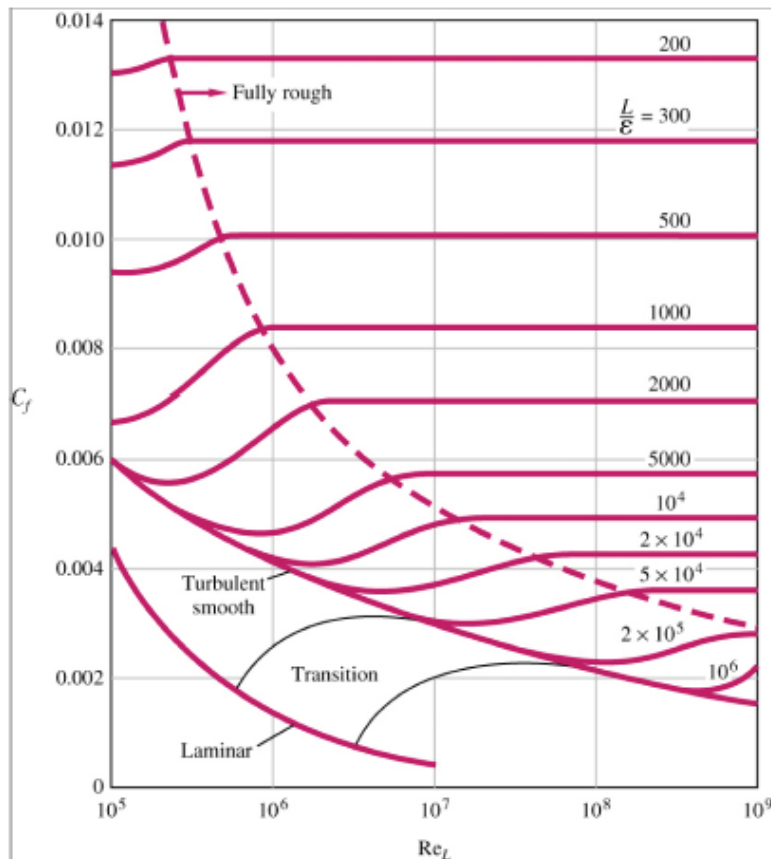


$$C_f = \frac{1}{L} \left( \int_0^{x_{cr}} C_{f,x, \text{laminar}} dx + \int_{x_{cr}}^L C_{f,x, \text{turbulent}} dx \right)$$

$$C_f = \frac{0.075}{Re_L^{1/5}} - \frac{1742}{Re_L}$$

## • Effect van de ruwheid

- Vergelijkbaar met de *Moody-grafiek* voor stroming in buizen.
- **Laminaire stroming** wordt niet beïnvloed door de ruwheid.
- **Turbulente stroming** wordt significant beïnvloed door de ruwheid:
  - $C_f$  kan met een factor 7 toenemen voor een bepaald  $Re$
  - $C_f$  is onafhankelijk van  $Re$  in het volledig ruw gebied



Turbulent, ruw oppervlak

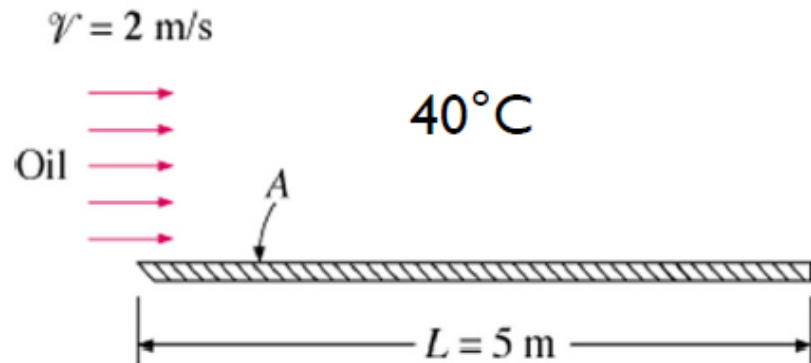
$$C_f = \left(1.89 - 1.62 \log \frac{\epsilon}{L}\right)^{-2.5}$$

(Schlichting, 1979)

Relative roughness, $\epsilon/L$	Friction coefficient $C_f$
0.0*	0.0029
$1 \times 10^{-5}$	0.0032
$1 \times 10^{-4}$	0.0049
$1 \times 10^{-3}$	0.0084

\*Smooth surface for  $Re = 10^7$ . Others calculated from Eq. 15-23.

- **Voorbeeld:** stroming van warme olie over een vlakke plaat



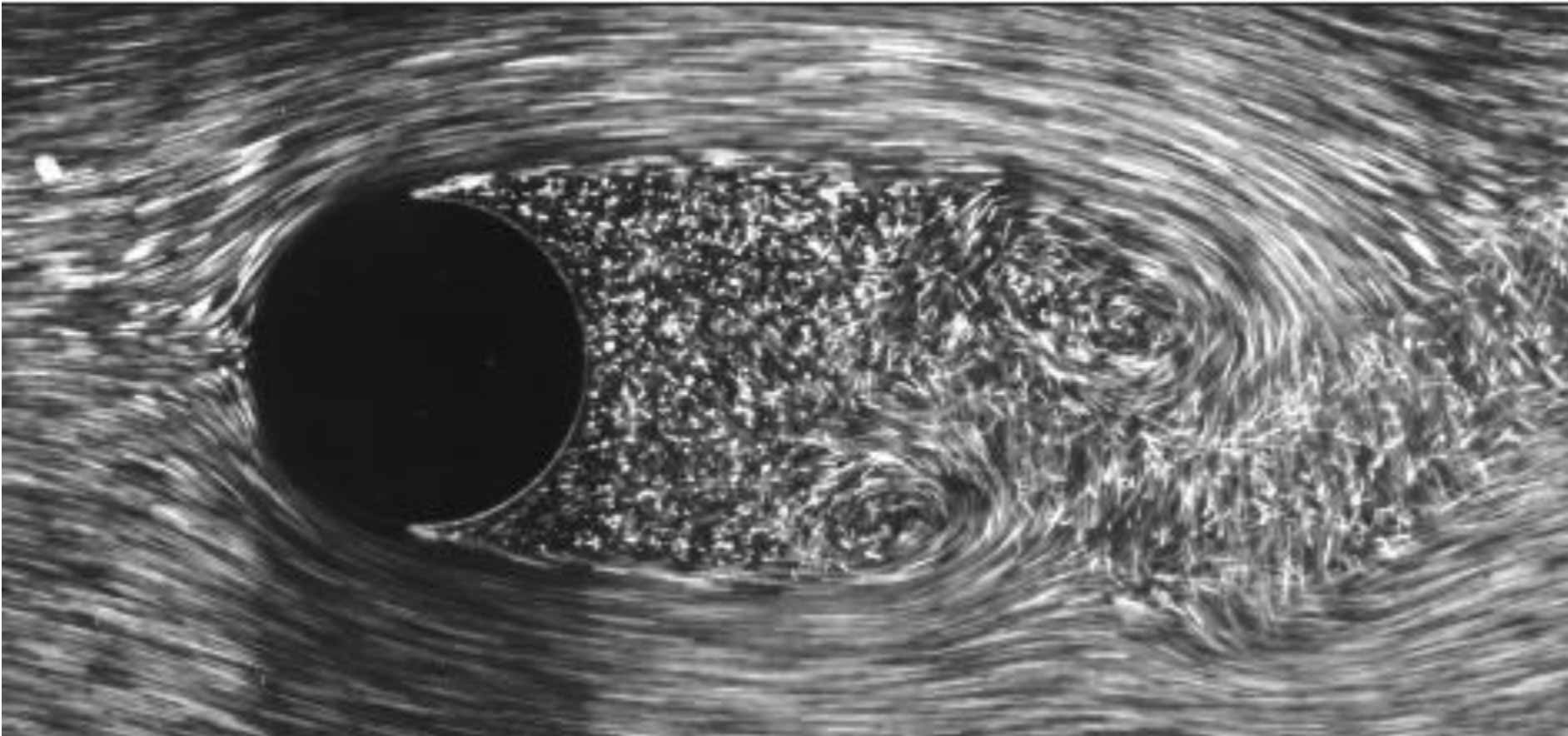
Bepaal de weerstandskracht die op de plaat inwerkt per eenheidsbreedte.

$$\text{Re}_L = \frac{vL}{\nu} = \frac{(2 \text{ m/s})(5 \text{ m})}{2.485 \times 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}} = 4.024 \times 10^4 \quad \Rightarrow \text{laminare stroming}$$

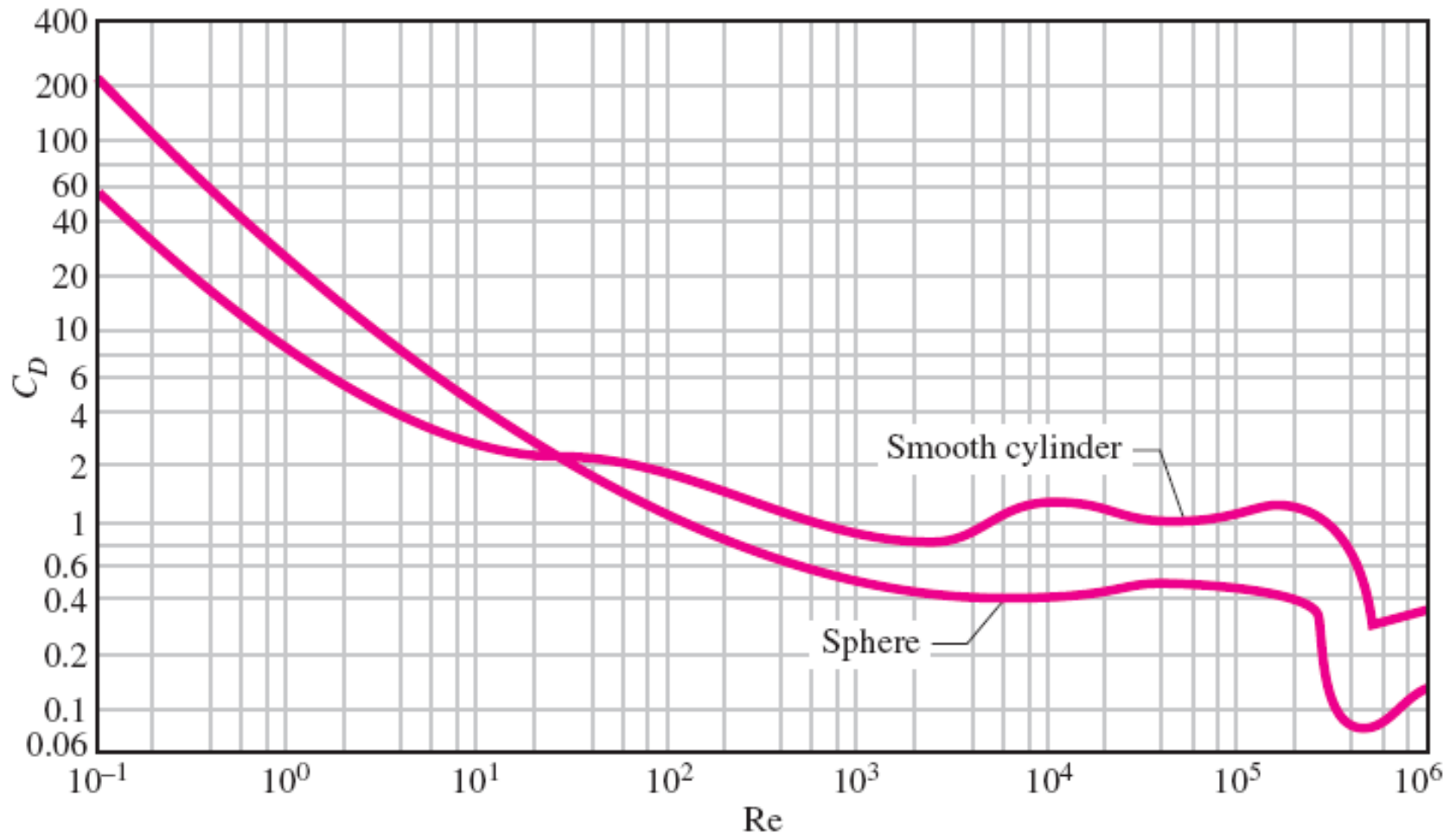
$$C_f = 1.328 \text{Re}_L^{-0.5} = 1.328 \times (4.024 \times 10^4)^{-0.5} = 0.00662$$

$$F_D = C_f A \frac{\rho v^2}{2} = 0.00662 \times (5 \times 1 \text{ m}^2) \frac{(876 \text{ kg/m}^3)(2 \text{ m/s})^2}{2} \left( \frac{1 \text{ N}}{1 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2} \right) = \mathbf{58.0 \text{ N}}$$

## 6. Stroming over cilinders en bollen

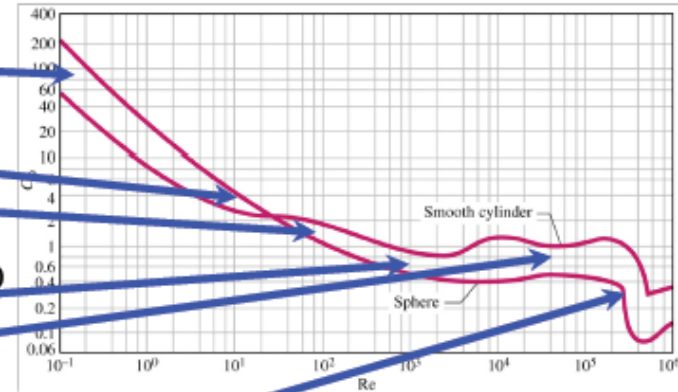


- Stroming over een gladde circulaire cilinder en bol

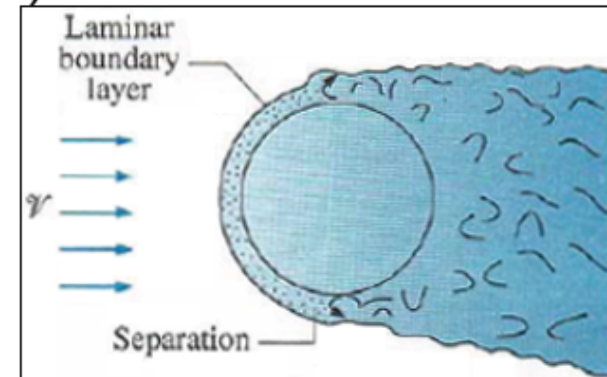
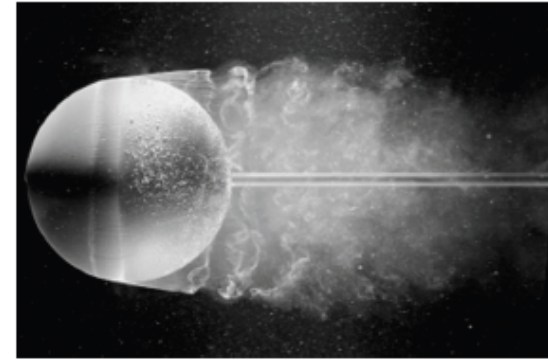


Voor bepaling van  $Re$  wordt de externe diameter van cilinder of bol genomen

- $Re < 1$ : bol- $\rightarrow$  Stokes:  $C_D = 24/Re$
- $Re \sim 10$ : afscheiding begint
- $Re \sim 90$ : periodische wervelvorming
- Tot  $Re \sim 10^3$ : afname  $C_D$  (let op: niet noodzakelijk  $F_D$  vermits  $F_D \sim V^2$  en  $V$  stijgt met  $Re$ )



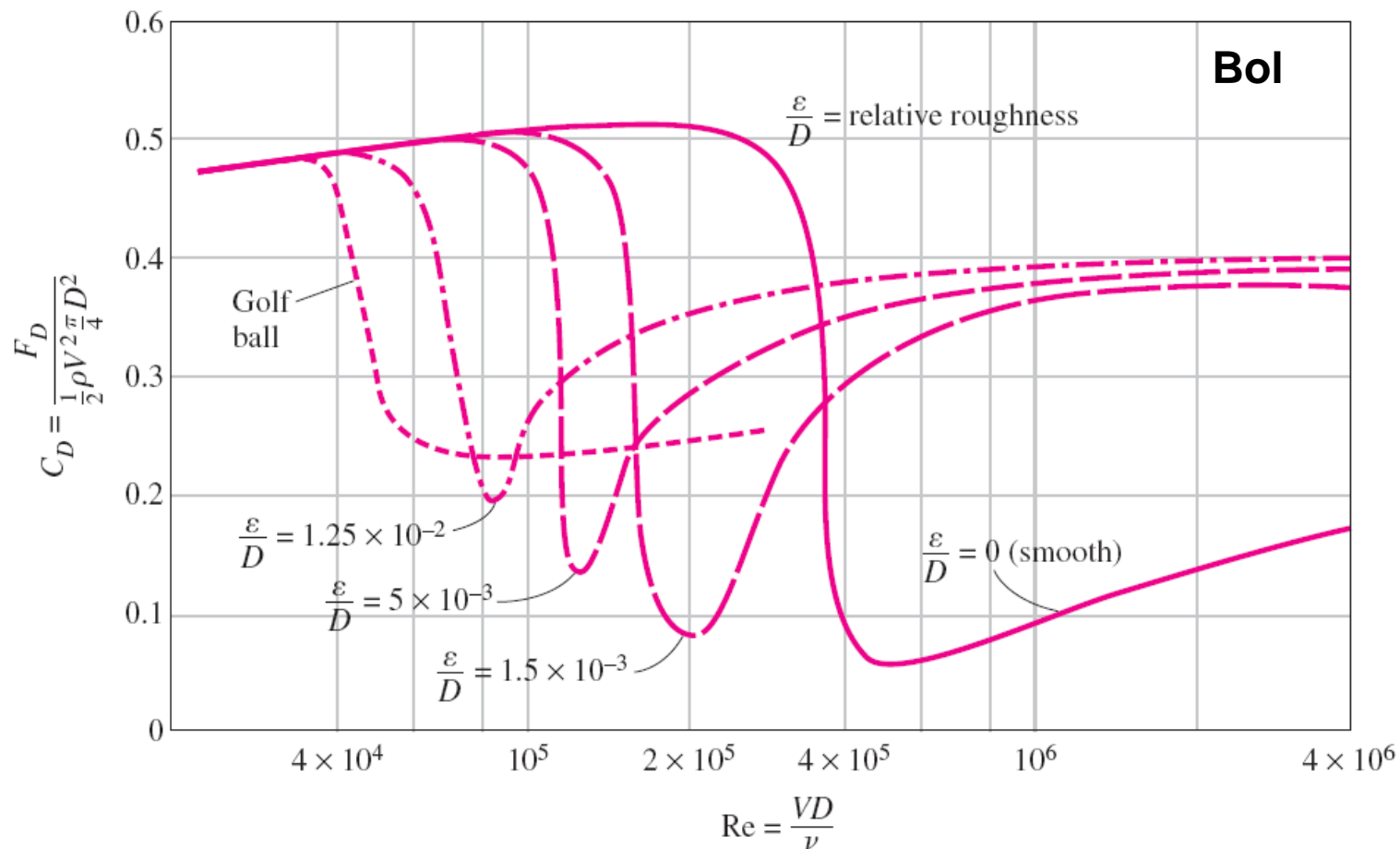
- $10^3 < Re < 10^5$ :  $C_D \sim \text{constant}$ 
  - Stroming is laminair voor de afscheiding (op  $\sim 80^\circ$ ); turbulent in het zog
- $10^5 < Re < 10^6$ :  $C_D$  daalt plots
  - Stroming is turbulent voor de afscheiding:  
 $Re_{cr} \sim 2 \cdot 10^5$
  - Deze vindt hierdoor verder plaats (op  $\sim 140^\circ$ )
  - Separatiepunt wordt verplaatst naar achter  $\Rightarrow$  **kleiner zoggebied  $\Rightarrow$  kleinere drukweerstand**
  - NB: ook  $F_D$  daalt in dit gebied (ondanks toename van  $V$ )





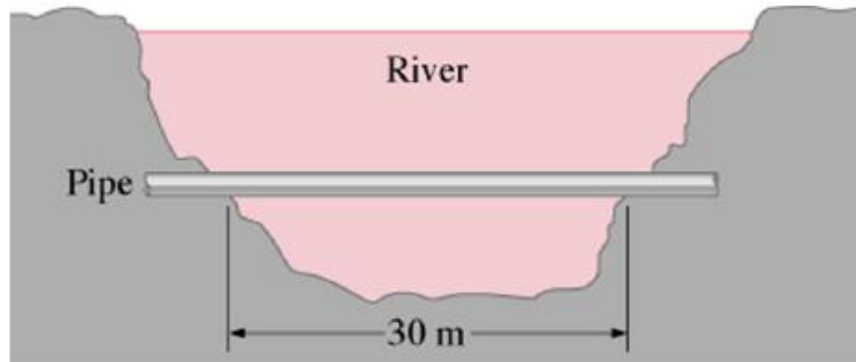
# • Cilinder/bol: Effect van de oppervlakteruwheid

- Toename ruwheid: stroming in grenslaag wordt turbulent aan lager  $Re$
- Gebied van daling van  $C_D$  doet zich voor aan lager  $Re$
- Bij zeer hoge  $Re$ :  $C_D$  nog steeds kleinst zonder ruwheid
- Toepassing: Golfbal:  $Re_{cr} \approx 4 \cdot 10^4 \Rightarrow$  ruwe bal vliegt verder wegens lagere weerstand ( $C_D$ )





- Voorbeeld: Weerstandskracht op een buis in het water



- buitendiameter buis = 2,2 cm
- gemiddelde stromingssnelheid van het water is 4 m/s
- watertemperatuur = 15°C

Bepaal de weerstandskracht die inwerkt op de buis in de rivier.

$$Re = \frac{VD}{\nu} = \frac{\rho VD}{\mu} = \frac{(999.1 \text{ kg/m}^3)(4 \text{ m/s})(0.022 \text{ m})}{1.138 \times 10^{-3} \text{ kg/m} \cdot \text{s}} = 7.73 \times 10^4$$

Fig. 15-34,  $C_D = 1.0$        $A = LD$

$$F_D = C_D A \frac{\rho V^2}{2} = 1.0(30 \times 0.022 \text{ m}^2) \frac{(999.1 \text{ kg/m}^3)(4 \text{ m/s})^2}{2} \left( \frac{1 \text{ N}}{1 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2} \right)$$

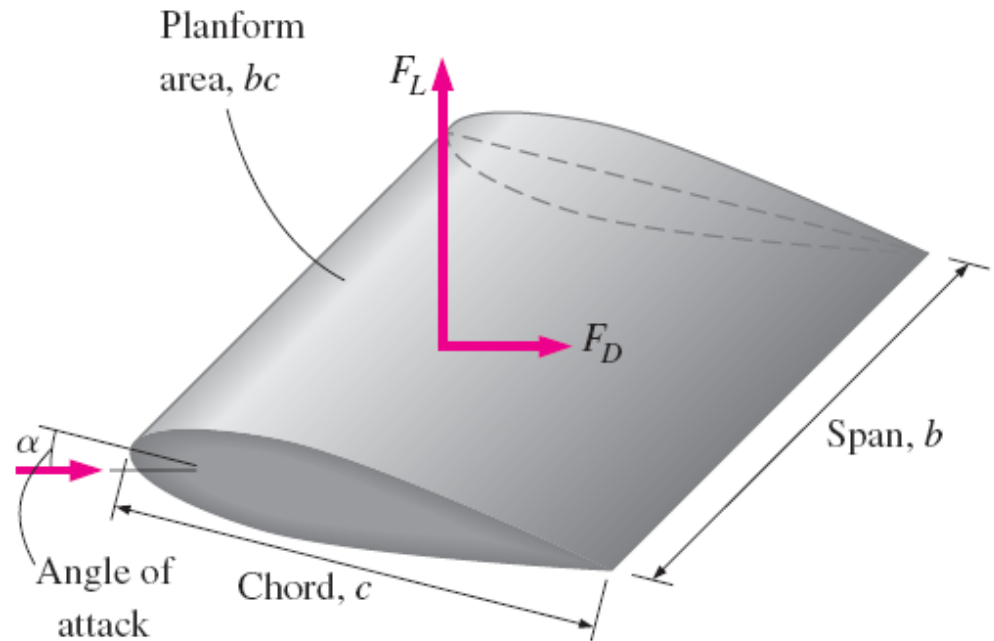
$$= \mathbf{5275 \text{ N}}$$

# 7. Lift

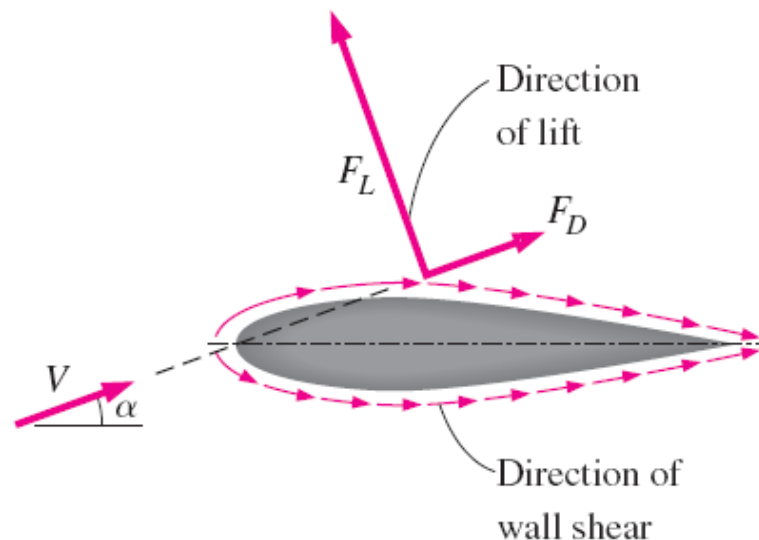
- **Lift** is de netto-kracht (druk en viskeuze krachten) *loodrecht op de stromingsrichting*
- **Liftcoëfficiënt:**

$$C_L = \frac{F_L}{\frac{1}{2}\rho V^2 A}$$

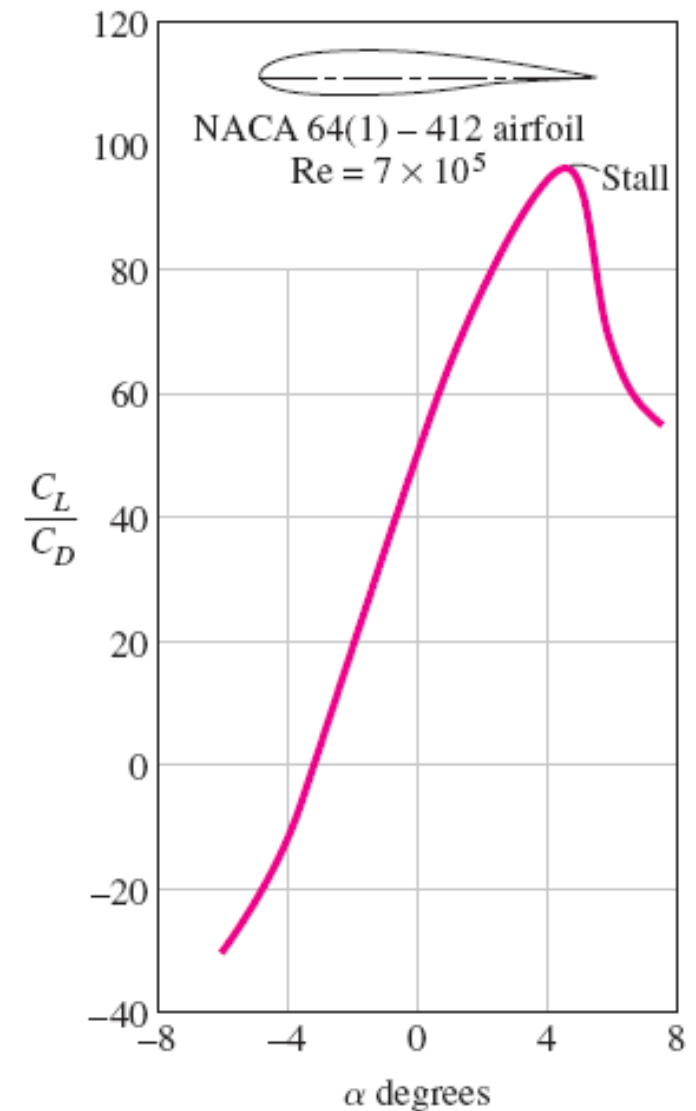
Met  $A = bc$  de planform-oppervlakte



- *Vleugels*: Gestroomlijnd => viskeuze effecten verwaarloosbaar, want parallel aan oppervlakte en nauwelijks volgens normaal
- Lift is dus praktisch enkel te wijten aan het **drukverschil** en de **vorm** v/h lichaam heeft hierbij een belangrijk effect.
- *Design van vleugels*: gemiddelde druk aan de bovenkant verkleinen en aan de onderkant verhogen.
  - Bernoulli: druk is laag waar stromingssnelheid hoog (bovenkant) is, en druk is hoog waar snelheid laag (onderkant) is.

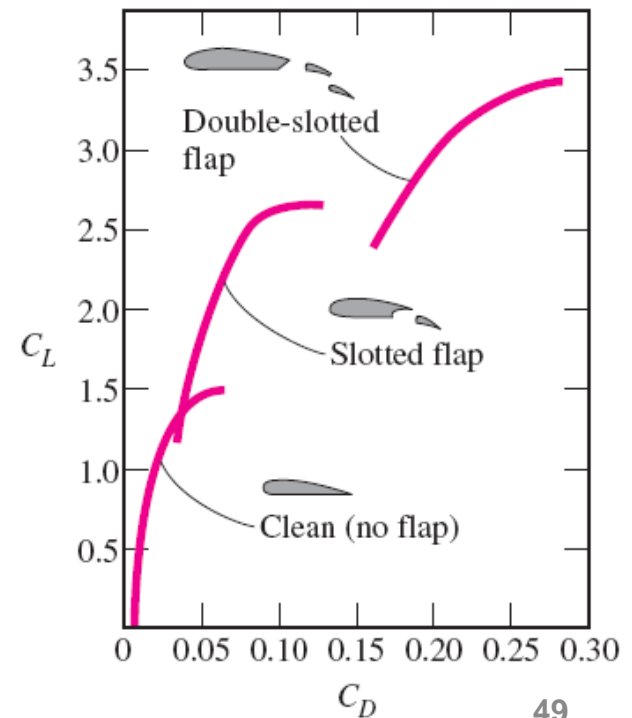
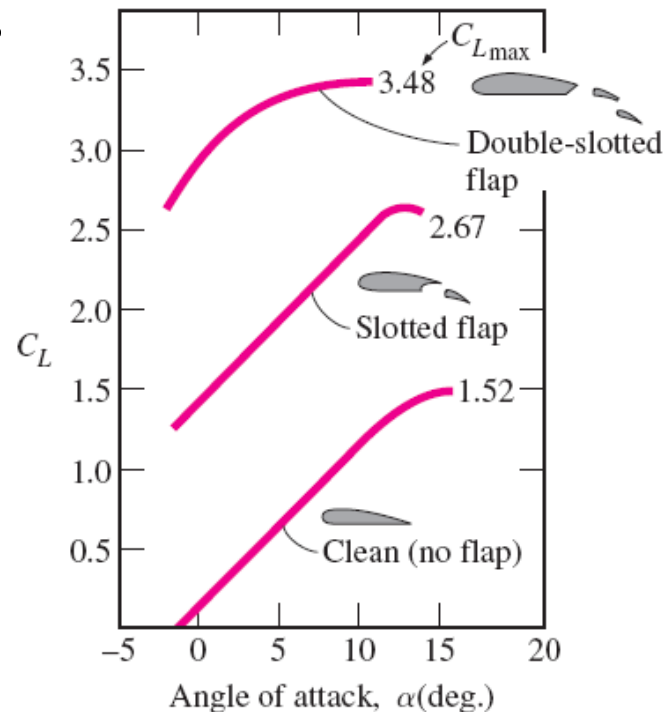


- Doel: Lift >> Drag
- Maximale **lift-to-drag ratio** ( $C_L/C_D$ )
- $C_L/C_D$  stijgt (tot factor 100) totdat “stall” voorkomt => afscheiding =>  $C_D$  neemt plots toe
- Maximaliseren:
  - Aanvalshoek wijzigen
  - Vorm wijzigen (“flaps”)

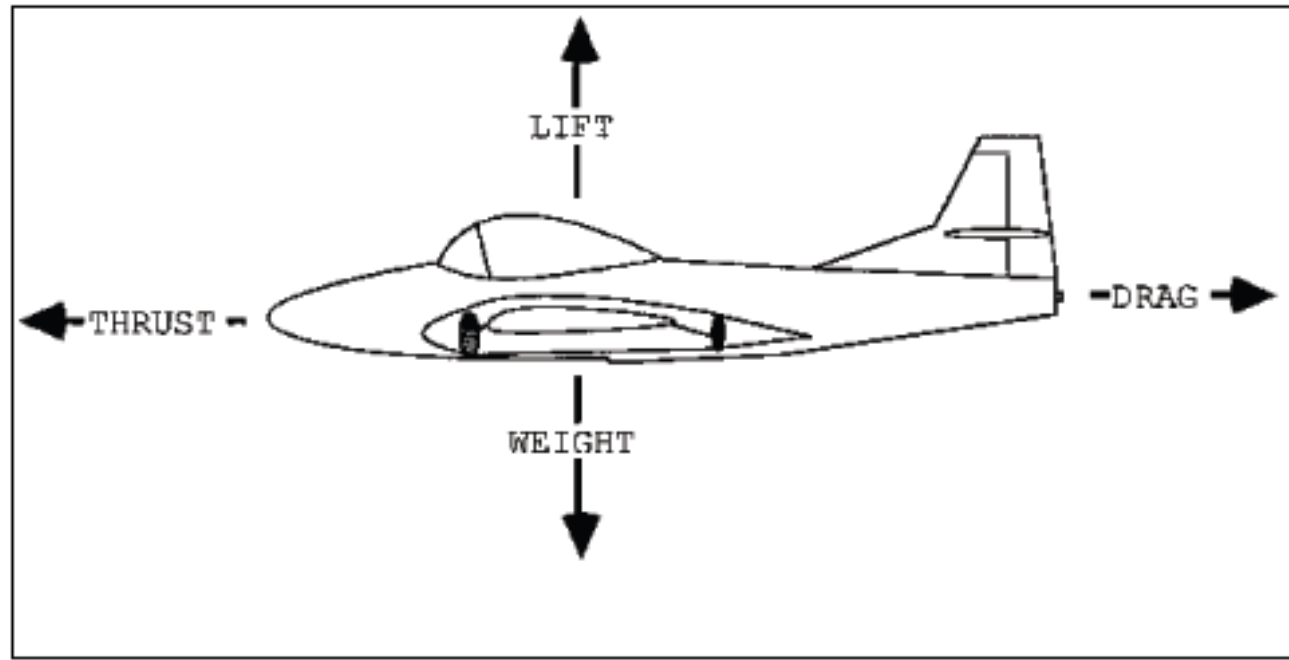


- **Effect van “flaps”**

- Maximale  $C_L$  stijgt van 1,5 voor vleugel zonder flaps tot 3,5 voor dubbele flaps.
- Maximale  $C_D$  stijgt van 0,06 voor zonder flaps tot 0,3 met flaps.
- Hoek van de flaps kan verhoogd worden om lift te verhogen.



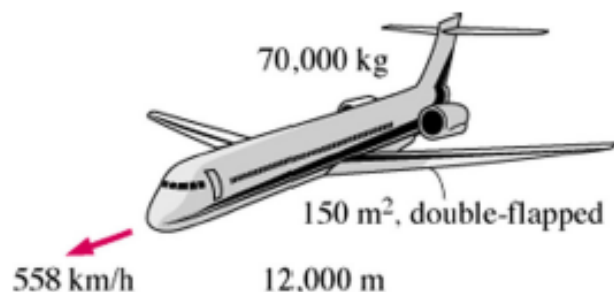
- Vliegtuig in “level steady” vlucht: weerstand (“drag”) = voortstuwing (“thrust”) en lift = gewicht



- Minimale (opstijg/landings)snelheid te bepalen via de vereiste dat  $W=F_L$  en  $C_L=C_{L,max}$ :

$$W = F_L = \frac{1}{2} C_{L, \max} \rho V_{\min}^2 A \quad \rightarrow \quad V_{\min} = \sqrt{\frac{2W}{\rho C_{L, \max} A}}$$

# • Voorbeeld 1: Lift en weerstand van vliegtuig



- platformoppervlakte =  $150 \text{ m}^2$
- vlieghoogte =  $12000 \text{ m}$ , waar de luchtdensiteit =  $0,312 \text{ kg/m}^3$
- vleugel benaderd door NACA 23012

Bepaal: (a) de minimale veilige opstijgsnelheid met en zonder de flaps uit; (b) de aanvalshoek om te vliegen op de aangegeven vlieghoogte; (c) het geleverde vermogen zodat de voortstuwingskracht de vleugelweerstand kan overwinnen.

(a)  $W = mg = (70,000 \text{ kg})(9.81 \text{ m/s}^2) \left( \frac{1 \text{ N}}{1 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2} \right) = 686,700 \text{ N}$

$$V = (558 \text{ km/h}) \left( \frac{1 \text{ m/s}}{3.6 \text{ km/h}} \right) = 155 \text{ m/s}$$

$$V_{\min 1} = \sqrt{\frac{2W}{\rho C_{L, \max} A}} = \sqrt{\frac{2(686,700 \text{ N})}{(1.2 \text{ kg/m}^3)(1.52)(150 \text{ m}^2)} \left( \frac{1 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2}{1 \text{ N}} \right)} = 70.9 \text{ m/s}$$

$$V_{\min 2} = \sqrt{\frac{2W}{\rho C_{L, \max 2} A}} = \sqrt{\frac{2(686,700 \text{ N})}{(1.2 \text{ kg/m}^3)(3.48)(150 \text{ m}^2)} \left( \frac{1 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2}{1 \text{ N}} \right)} = 46.8 \text{ m/s}$$

Without flaps:  $V_{\min 1, \text{ safe}} = 1.2 V_{\min 1} = 1.2 \times (70.9 \text{ m/s}) = 85.1 \text{ m/s} = \mathbf{306 \text{ km/h}}$

With flaps:  $V_{\min 2, \text{ safe}} = 1.2 V_{\min 2} = 1.2 \times (46.8 \text{ m/s}) = 56.2 \text{ m/s} = \mathbf{202 \text{ km/h}}$

(b)  $F_L = W$

$$C_L = \frac{F_L}{\frac{1}{2} \rho V^2 A} = \frac{686,700 \text{ N}}{\frac{1}{2} (0.312 \text{ kg/m}^3)(155 \text{ m/s})^2 (150 \text{ m}^2)} \left( \frac{1 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2}{1 \text{ N}} \right) = 1.22$$

For the case of no flaps, the angle of attack corresponding to this value of  $C_L$  is determined from Fig. 15-45 to be  $\alpha \approx 10^\circ$ .

(c) Fig. 15-45 to be  $C_D \approx 0.03$

$$F_D = C_D A \frac{\rho V^2}{2} = (0.03)(150 \text{ m}^2) \frac{(0.312 \text{ kg/m}^3)(155 \text{ m/s})^2}{2} \left( \frac{1 \text{ kN}}{1000 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2} \right) = 16.9 \text{ kN}$$

$$\text{Power} = \text{Thrust} \times \text{Velocity} = F_D V = (16.9 \text{ kN})(155 \text{ m/s}) \left( \frac{1 \text{ kW}}{1 \text{ kN} \cdot \text{m/s}} \right) = 2620 \text{ kW}$$