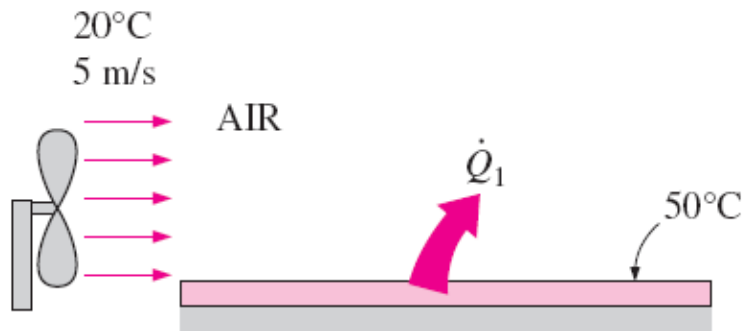


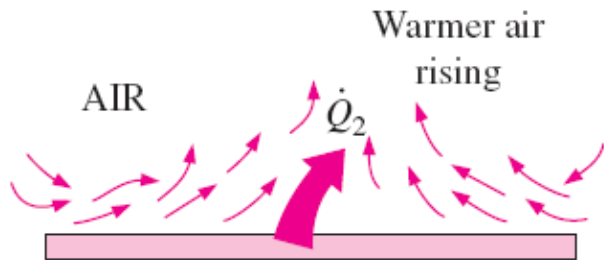
Hfdst 11: Gedwongen convectie

1. Fysische convectiemechanismen
2. Thermische grenslaag
3. Parallele stroming over vlakke platen
4. Stroming over cilinders en bollen
5. Algemene beschouwingen over stroming in buizen
6. Algemene thermische analyse
7. Laminaire stroming in buizen
8. Turbulente stroming in buizen

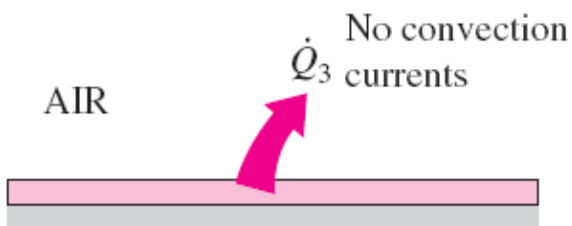
1. Fysische convectiemechanismen



(a) Forced convection



(b) Free convection



(c) Conduction

Geleiding en convectie vereisen de aanwezigheid van een medium, maar convectie vereist ook fluïdumstroming.

Zowel fluïdumstroming als warmtegeleiding zijn betrokken bij convectie.

Warmteoverdracht door een vaste stof is steeds via geleiding.

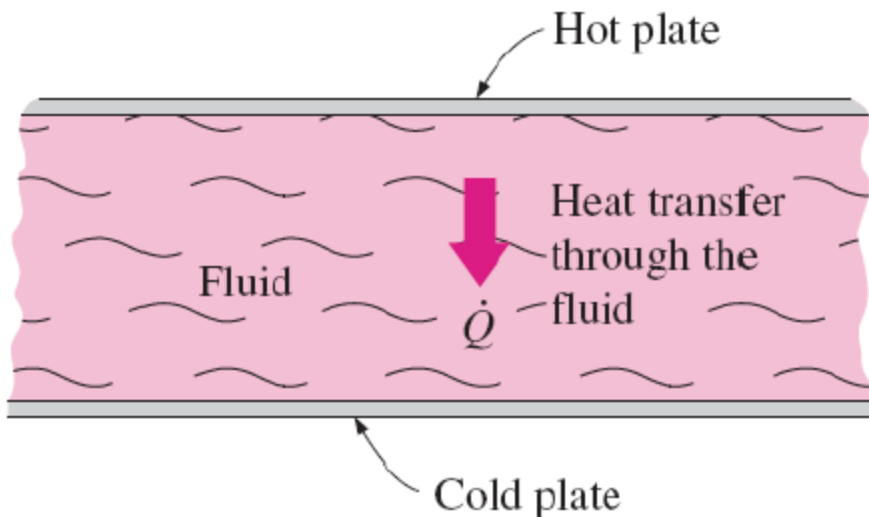
Warmteoverdracht door een fluïdum gebeurt via convectie in de aanwezigheid van fluïdumbeweging en via geleiding in de afwezigheid van beweging.

Daarom kan geleiding beschouwd worden als het limietgeval van convectie dat correspondeert met het geval van een stilstaand fluïdum.

De beweging van het fluïdum verhoogt de warmteoverdracht vermits het warme en koude fluïdumklompjes met elkaar in contact brengt.

Het warmtedebiet door een fluïdum is veel groter bij convection dan bij geleiding.

Hoe groter de fluïdumsnelheid, hoe groter het warmtedebiet zal zijn.



Warmteoverdracht door een vloeistof tussen 2 parallelle platen.

- Wet van Newton voor koeling

$$\dot{Q}_{\text{conv}} = hA_s(T_s - T_\infty) \quad (\text{W}) \quad \dot{q}_{\text{conv}} = h(T_s - T_\infty) \quad (\text{W/m}^2)$$

Een gevolg van de **geen-slip-conditie** is dat de warmteoverdracht van een vaste wandoppervlakte naar de er naast gelegen vloeistoflaag gebeurt door *zuivere geleiding*, vermits de vloeistoflaag bewegingsloos is en kan uitgedrukt worden als:

$$\dot{q}_{\text{conv}} = \dot{q}_{\text{cond}} = -k_{\text{fluid}} \left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{y=0} \quad (\text{W/m}^2)$$

$$h = \frac{-k_{\text{fluid}}(\partial T/\partial y)_{y=0}}{T_s - T_\infty} \quad (\text{W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C})$$

“No-slip”-conditie

“No-temperature-jump”-conditie

$T_\infty = 15^\circ\text{C}$
 $V = 3 \text{ m/s}$

Velocity profile



\dot{Q}_{conv}

\dot{Q}_{cond}

Hot iron block
 400°C

Bepaling van h als het temperatuursprofiel in de vloeistof gekend is:

$$h = \frac{-k_{\text{fluid}}(\partial T/\partial y)_{y=0}}{T_s - T_{\infty}} \quad (\text{W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C})$$

De warmteoverdrachtscoëfficiënt varieert langs de stromings- (of x-) richting. De **gemiddelde** warmteoverdrachtscoëfficiënt wordt bepaald door het gemiddelde te nemen van de **lokale** warmteoverdrachtscoëfficiënt over ganse oppervlakte A_s of de lengte L als:

$$h = \frac{1}{A_s} \int_{A_s} h_{\text{local}} dA_s \quad \text{and} \quad h = \frac{1}{L} \int_0^L h_x dx$$

- Het getal van Nusselt

$$\text{Nu} = \frac{hL_c}{k}$$

k = geleidingscoëfficiënt van het fluïdum!

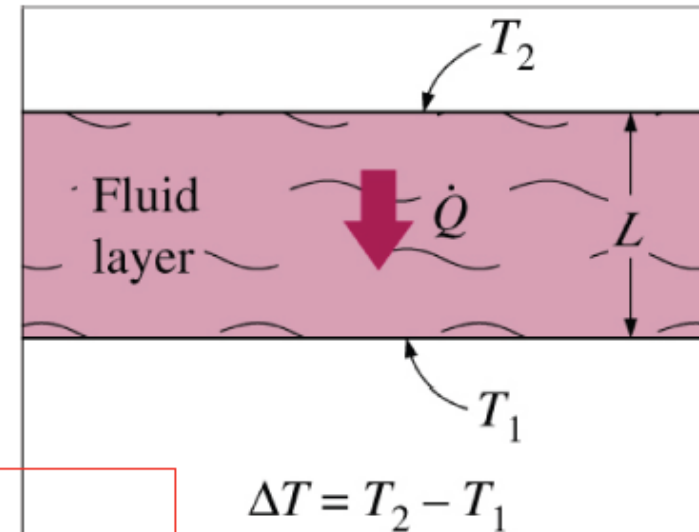
L_c karakteristieke lengte

- Beweging van vloeistof: convectie
- Geen beweging: geleiding

$$\dot{q}_{\text{conv}} = h\Delta T$$

$$\dot{q}_{\text{cond}} = k \frac{\Delta T}{L}$$

$$\frac{\dot{q}_{\text{conv}}}{\dot{q}_{\text{cond}}} = \frac{h\Delta T}{k\Delta T/L} = \frac{hL}{k} = \text{Nu}$$



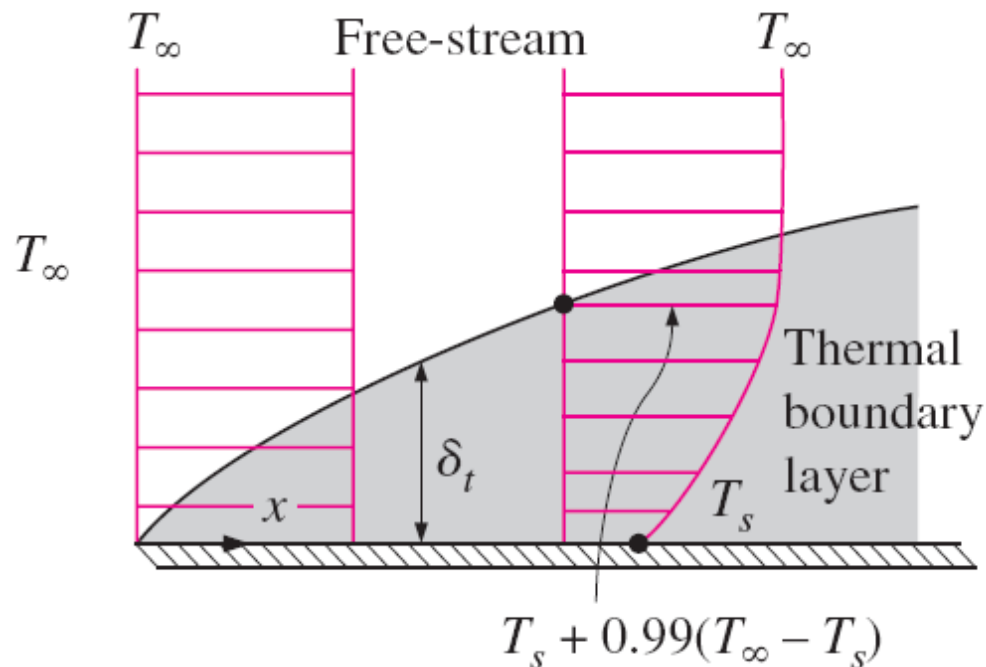
Hoe groter Nu, hoe efficiënter de warmteoverdracht.

Het getal van Nu kan beschouwd worden als een dimensieloze warmteoverdrachtscoëfficiënt.

2. Thermische grenslaag

- Thermische grenslaag met dikte δ_T

De *dikte* van de thermische grenslaag δ_t op elke locatie langs de oppervlakte wordt gedefinieerd als de afstand tot de oppervlakte waar het temperatuursverschil $T - T_s$ gelijk is aan $0,99 (T_\infty - T_s)$.



• Het getal van Prandtl

De relatieve dikte van de snelheids- en de thermische grenslaag wordt het best beschreven door de dimensieloze parameter het Prandtl-getal:

$$\text{Pr} = \frac{\text{Molecular diffusivity of momentum}}{\text{Molecular diffusivity of heat}} = \frac{\nu}{\alpha} = \frac{\mu c_p}{k}$$
$$\nu = \frac{\mu}{\rho}$$
$$\alpha = \frac{k}{\rho c_p}$$

Typical ranges of Prandtl numbers for common fluids

Fluid	Pr
Liquid metals	0.004–0.030
Gases	0.19–1.0
Water	1.19–13.7
Light organic fluids	5–50
Oils	50–100,000
Glycerin	2000–100,000

Prandtl-getal voor gassen ligt rond de 1, wat aanduidt dat impuls en warmte door het fluïdum dissiperen met dezelfde snelheid.

Warmte diffundeert zeer snel in vloeibare metalen ($\text{Pr} \ll 1$) en zeer traag in oliën ($\text{Pr} \gg 1$) relatief t.o.v. impulsdiffusie

Bijgevolg is de thermische grenslaag veel dikker voor vloeibare metalen en veel dunner voor olieën t.o.v. de snelheidsgrenslaag:

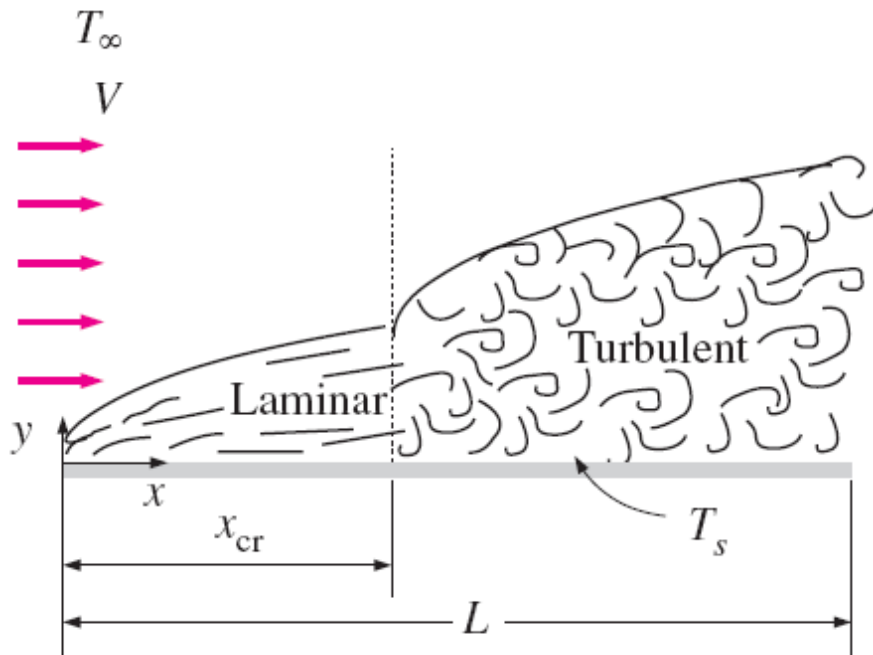
$$\text{Pr} < 1: \delta_T > \delta$$

$$\text{Pr} > 1: \delta_T < \delta$$

3. Parallelle stroming over vlakke platen

De overgang van laminaire naar turbulente stroming hangt o.a. af van de *oppervlaktegeometrie*, *oppervlakteruwheid*, *aanstroomsnelheid*, *oppervlaktetemperatuur*, en het *fluidumtype*, en wordt gekarakteriseerd door het **Reynoldsgetal**

$$\text{Re}_x = \frac{\rho V x}{\mu} = \frac{V x}{\nu}$$

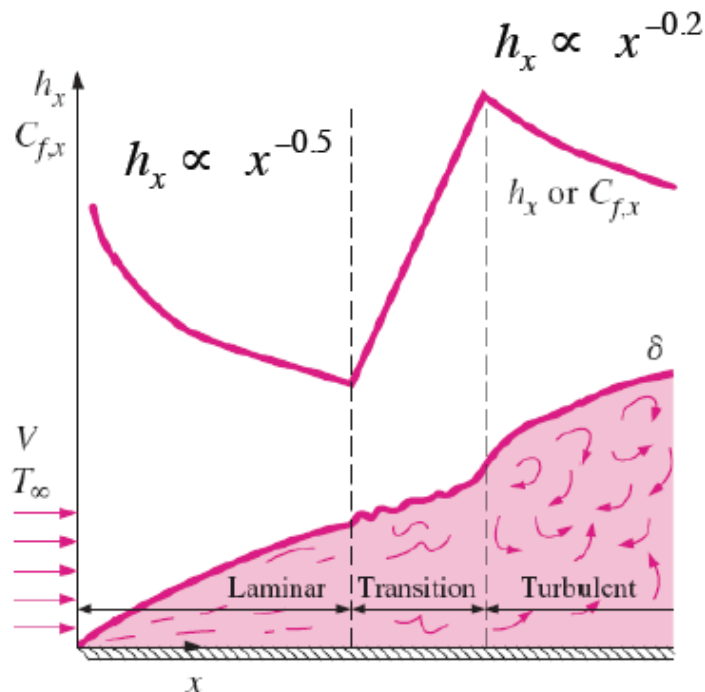


$$\text{Re}_{cr} = \frac{\rho V x_{cr}}{\mu} = 5 \times 10^5$$

● Lokaal getal van Nusselt

Laminar:
$$\text{Nu}_x = \frac{h_x x}{k} = 0.332 \text{Re}_x^{0.5} \text{Pr}^{1/3} \quad \text{Pr} > 0.6$$

Turbulent:
$$\text{Nu}_x = \frac{h_x x}{k} = 0.0296 \text{Re}_x^{0.8} \text{Pr}^{1/3} \quad \begin{matrix} 0.6 \leq \text{Pr} \leq 60 \\ 5 \times 10^5 \leq \text{Re}_x \leq 10^7 \end{matrix}$$



De vergelijkingen gelden voor *isotherme* en *gladde oppervlakken*.

De lokale wrijvings- en warmteoverdrachtscoëfficiënten zijn groter voor turbulente stroming dan voor laminaire stroming.

Laminaire stroming: h_x neemt af met een factor $x^{-0.5}$ in de stromingsrichting.

h_x bereikt zijn hoogste waarde als de stroming volledig **turbulent** wordt en neemt dan af met een factor $x^{-0.2}$ in de stromingsrichting.

Gemiddelde Nusselt getallen over een gehele plaat

Laminar: $Nu = \frac{hL}{k} = 0.664 Re_L^{0.5} Pr^{1/3} \quad Re_L < 5 \times 10^5$

Turbulent: $Nu = \frac{hL}{k} = 0.037 Re_L^{0.8} Pr^{1/3} \quad \begin{matrix} 0.6 \leq Pr \leq 60 \\ 5 \times 10^5 \leq Re_L \leq 10^7 \end{matrix}$

$Nu = \frac{hL}{k} = (0.037 Re_L^{0.8} - 871) Pr^{1/3} \quad \begin{matrix} 0.6 \leq Pr \leq 60 \\ 5 \times 10^5 \leq Re_L \leq 10^7 \end{matrix} \quad \text{Laminair + turbulent}$

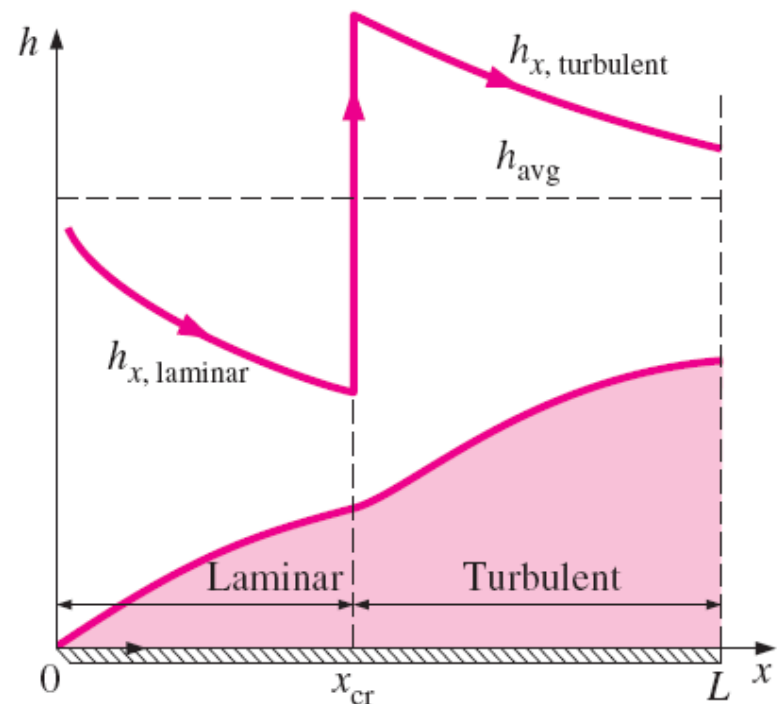
$$h = \frac{1}{L} \left(\int_0^{x_{cr}} h_{x, \text{laminar}} dx + \int_{x_{cr}}^L h_{x, \text{turbulent}} dx \right)$$

Voor vloeibare metalen

$$Nu_x = 0.565 (Re_x Pr)^{1/2} \quad Pr < 0.05$$

Voor alle vloeistoffen, alle Prandtl getallen

$$Nu_x = \frac{h_x x}{k} = \frac{0.3387 Pr^{1/3} Re_x^{1/2}}{[1 + (0.0468/Pr)^{2/3}]^{1/4}}$$



- Vlakke plaat met een onverwarmd beginstuk

Lokale Nusselt-getallen:

Laminar:
$$\text{Nu}_x = \frac{\text{Nu}_x \text{ (for } \xi=0\text{)}}{[1 - (\xi/x)^{3/4}]^{1/3}} = \frac{0.332 \text{ Re}_x^{0.5} \text{ Pr}^{1/3}}{[1 - (\xi/x)^{3/4}]^{1/3}}$$

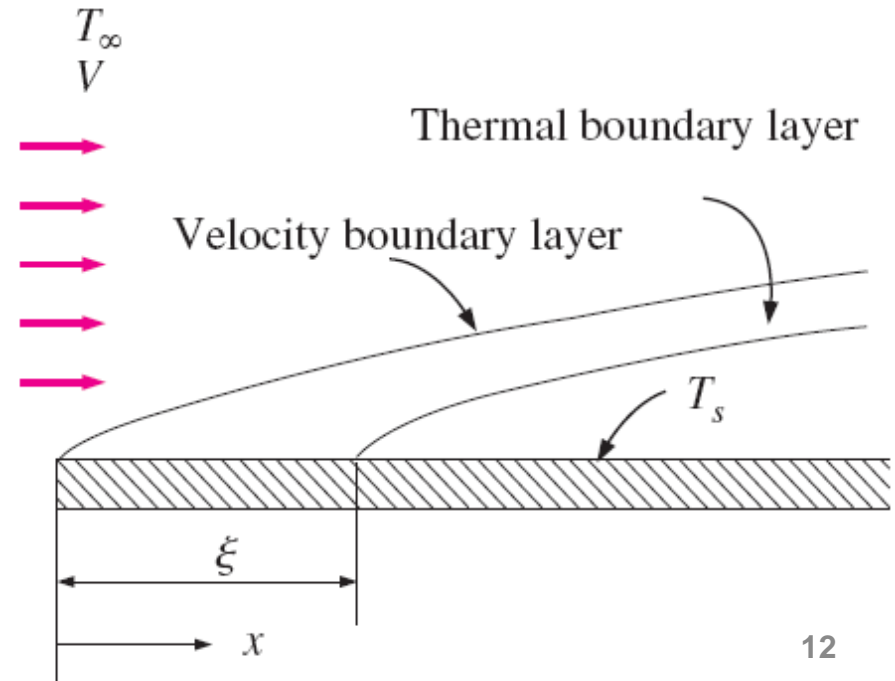
Turbulent:
$$\text{Nu}_x = \frac{\text{Nu}_x \text{ (for } \xi=0\text{)}}{[1 - (\xi/x)^{9/10}]^{1/9}} = \frac{0.0296 \text{ Re}_x^{0.8} \text{ Pr}^{1/3}}{[1 - (\xi/x)^{9/10}]^{1/9}}$$

Gemiddelde warmteoverdrachtscoëfficiënten

Na numerieke integratie:

Laminar:
$$h = \frac{2[1 - (\xi/x)^{3/4}]}{1 - \xi/L} h_{x=L}$$

Turbulent:
$$h = \frac{5[1 - (\xi/x)^{9/10}]}{4(1 - \xi/L)} h_{x=L}$$



- **Uniforme warmteflux**

Voor een vlakke plaat onderworpen aan een *uniforme warmteflux* (i.p.v. *uniforme temperatuur*):

$$\textit{Laminar:} \quad \text{Nu}_x = 0.453 \text{ Re}_x^{0.5} \text{ Pr}^{1/3}$$

$$\textit{Turbulent:} \quad \text{Nu}_x = 0.0308 \text{ Re}_x^{0.8} \text{ Pr}^{1/3}$$

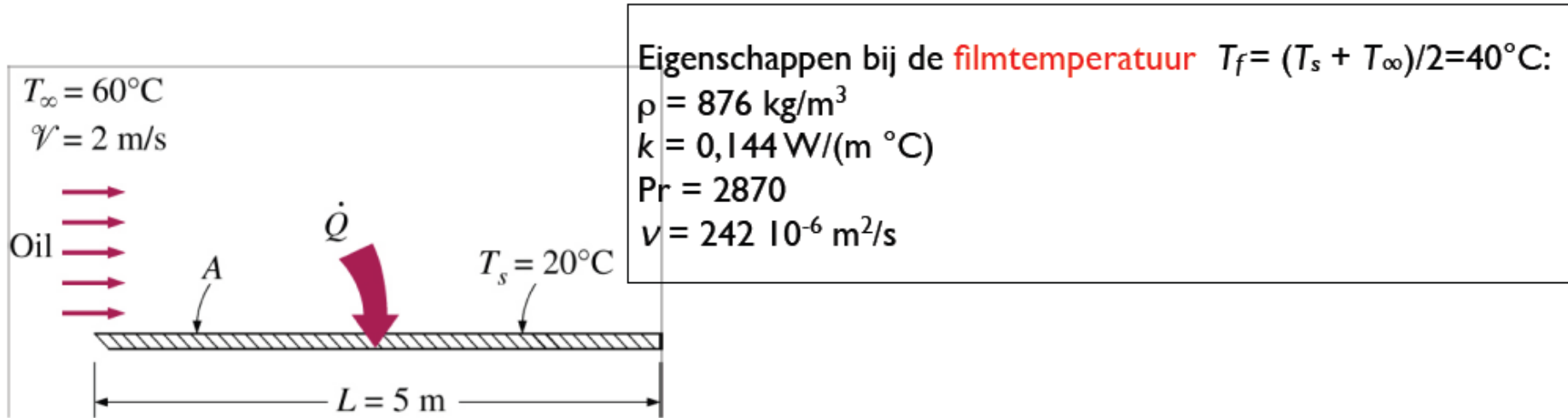
Deze correlaties geven waarden die 36 percent hoger zijn voor laminaire stroming en 4 percent hoger voor turbulente stroming t.o.v. een isotherme plaat.

Als de warmteflux gekend is dan kan het warmtedebiet van of naar de plaat en de oppervlaktetemperatuur op een afstand x bepaald worden met:

$$\dot{Q} = \dot{q}_s A_s$$

$$\dot{q}_s = h_x [T_s(x) - T_\infty] \quad \rightarrow \quad T_s(x) = T_\infty + \frac{\dot{q}_s}{h_x}$$

- Voorbeeld I: Stroming van hete olie over een vlakke plaat



Bepaal het warmtedebiet per eenheidsbreedte van de ganse plaat.

$$\text{Re}_L = \frac{VL}{\nu} = \frac{(2 \text{ m/s})(5 \text{ m})}{0.242 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}} = 4.13 \times 10^4$$

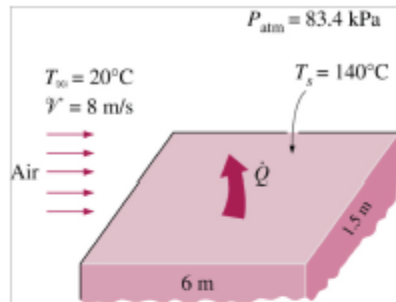
laminaire stroming over de ganse plaat

$$\text{Nu} = \frac{hL}{k} = 0.664 \text{Re}_L^{0.5} \text{Pr}^{1/3} = 0.664 \times (4.13 \times 10^4)^{0.5} \times 2870^{1/3} = 1918$$

$$h = \frac{k}{L} \text{Nu} = \frac{0.144 \text{ W/m} \cdot ^\circ\text{C}}{5 \text{ m}} (1918) = 55.2 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$$

$$\dot{Q} = hA_s(T_\infty - T_s) = (55.2 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C})(5 \times 1 \text{ m}^2)(60 - 20)^\circ\text{C} = \mathbf{11,040 \text{ W}}$$

• Voorbeeld 2: Koelen van een blok op grote hoogte



Eigenschappen bij de filmtemperatuur $T_f = (T_s + T_\infty)/2 = 80^\circ\text{C}$:

$$k = 0,02953 \text{ W/(m}^\circ\text{C)}$$

$$Pr = 0,7154$$

$$V_{@1 \text{ atm}} = 2,097 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$$

$$V = V_{@1 \text{ atm}} / P = V_{@1 \text{ atm}} (83,4 \text{ kPa} / 101325 \text{ kPa/atm}) = 2,548 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$$

Bepaal het warmtedebiet van de plaat als de lucht parallel langs de (a) 6-m-zijde, en (b) de 1,5-m-zijde stroomt.

(a) $Re_L = \frac{VL}{\nu} = \frac{(8 \text{ m/s})(6 \text{ m})}{2,548 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}} = 1,884 \cdot 10^6 \longrightarrow$ combinatie laminaire en turbulente stroming

$$Nu = \frac{hL}{k} = (0,037 Re_L^{0,8} - 871) Pr^{1/3}$$

$$= [0,037(1,884 \cdot 10^6)^{0,8} - 871] 0,7154^{1/3}$$

$$= 2687$$

$$h = \frac{k}{L} Nu = \frac{0,02953 \text{ W/m} \cdot ^\circ\text{C}}{6 \text{ m}} (2687) = 13,2 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$$

$$A_s = wL = (1,5 \text{ m})(6 \text{ m}) = 9 \text{ m}^2$$

$$\dot{Q} = hA_s(T_s - T_\infty) = (13,2 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C})(9 \text{ m}^2)(140 - 20)^\circ\text{C} = \mathbf{1,43 \cdot 10^4 \text{ W}}$$

(b) $Re_L = \frac{VL}{\nu} = \frac{(8 \text{ m/s})(1,5 \text{ m})}{2,548 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}} = 4,71 \cdot 10^5 \longrightarrow$ laminaire stroming

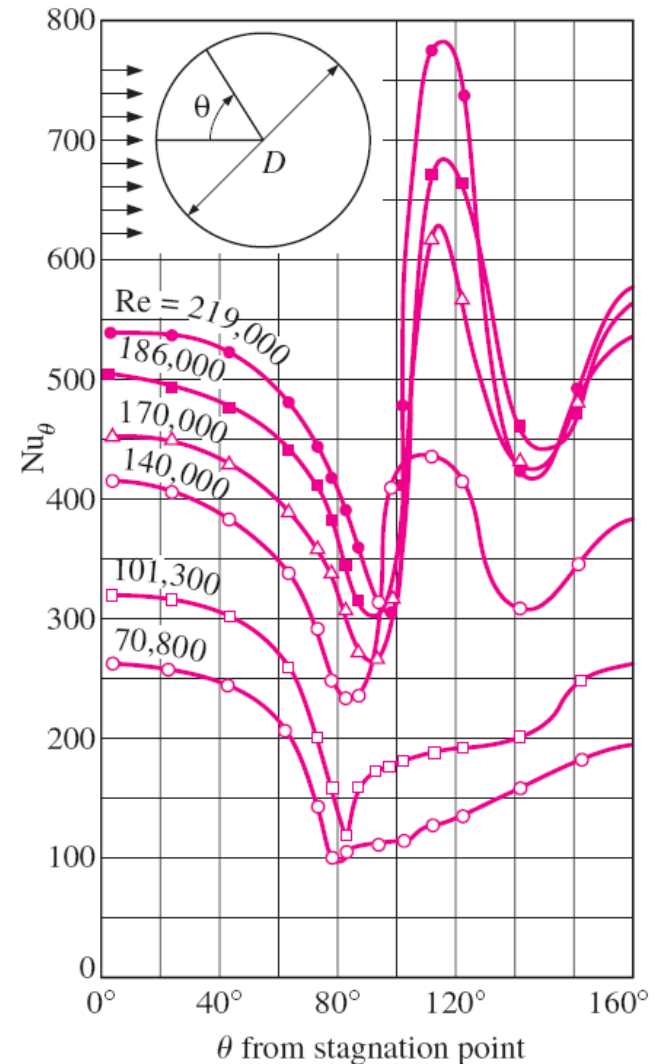
$$Nu = \frac{hL}{k} = 0,664 Re_L^{0,5} Pr^{1/3} = 0,664 \times (4,71 \cdot 10^5)^{0,5} \times 0,7154^{1/3} = 408$$

$$h = \frac{k}{L} Nu = \frac{0,02953 \text{ W/m} \cdot ^\circ\text{C}}{1,5 \text{ m}} (408) = 8,03 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$$

$$\dot{Q} = hA_s(T_s - T_\infty) = (8,03 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C})(9 \text{ m}^2)(140 - 20)^\circ\text{C} = \mathbf{8670 \text{ W}}$$

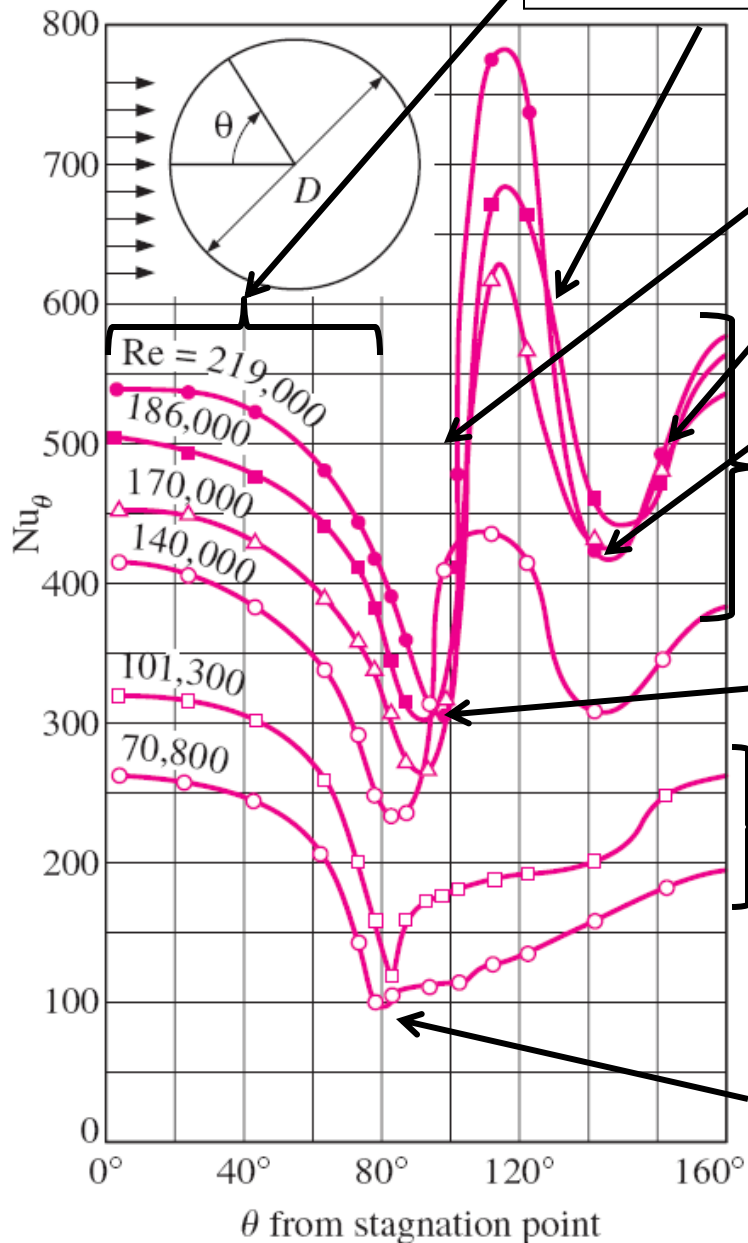
4. Stroming over cilinders en bollen

- Stroming over cilinders en bollen geeft **stromingsscheiding**. Moeilijk analytisch te bestuderen.
- Wel uitvoerig experimenteel! Verschillende experimentele correlaties voor warmteoverdrachtscoëfficiënten werden opgesteld.



• Cilinder

Dikte grenslaag neemt toe $\rightarrow Nu_\theta$ daalt



Intense menging in het zog $\rightarrow Nu_\theta$ stijgt

Scheidingspunt bij turbulente stroming

Turbulent

Overgang laminair \rightarrow turbulent

Laminair

Scheidingspunt bij laminaire stroming

- Gemiddeld Nu -getal voor stroming over een cilinder
 - *Correlatie van Churchill en Bernstein:*

$$Nu_{cyl} = \frac{hD}{k} = 0.3 + \frac{0.62 Re^{1/2} Pr^{1/3}}{[1 + (0.4/Pr)^{2/3}]^{1/4}} \left[1 + \left(\frac{Re}{282,000} \right)^{5/8} \right]^{4/5}$$

- Evaluatie van fluïdumeigenschappen bij T_f
- Geldig voor $Re Pr > 0.2$

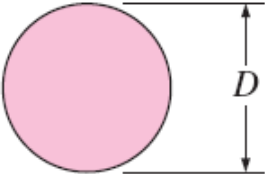

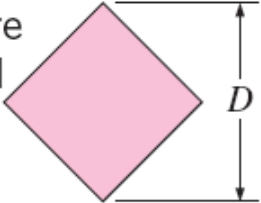
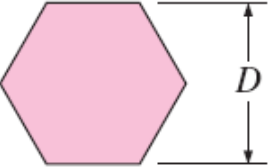
- Gemiddeld Nu -getal voor cilinders (circulaire en niet-circulaire):

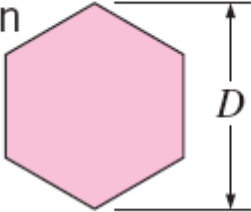
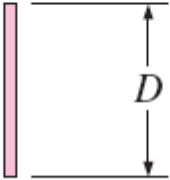
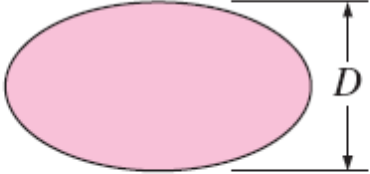
$$Nu_{cyl} = \frac{hD}{k} = C Re^m Pr^n$$

- met $n = 1/3$ en de experimenteel bepaalde constanten C en m staan in Tabel 19-2
- is *minder nauwkeurig* dan bovenstaande vgl.

- Correlaties zijn geldig voor **afzonderlijke** cilinders of cilinders die zo georiënteerd zijn dat de stroming niet beïnvloed wordt door de aanwezigheid van de andere.
- Correlaties gelden voor **gladde** oppervlakken.

Empirical correlations for the average Nusselt number for forced convection over circular and noncircular cylinders in cross flow (from Zukauskas, 1972 and Jakob, 1949)

Cross-section of the cylinder	Fluid	Range of Re	Nusselt number
Circle 	Gas or liquid	0.4–4 4–40 40–4000 4000–40,000 40,000–400,000	$Nu = 0.989Re^{0.330} Pr^{1/3}$ $Nu = 0.911Re^{0.385} Pr^{1/3}$ $Nu = 0.683Re^{0.466} Pr^{1/3}$ $Nu = 0.193Re^{0.618} Pr^{1/3}$ $Nu = 0.027Re^{0.805} Pr^{1/3}$
Square 	Gas	5000–100,000	$Nu = 0.102Re^{0.675} Pr^{1/3}$
Square (tilted 45°) 	Gas	5000–100,000	$Nu = 0.246Re^{0.588} Pr^{1/3}$
Hexagon 	Gas	5000–100,000	$Nu = 0.153Re^{0.638} Pr^{1/3}$

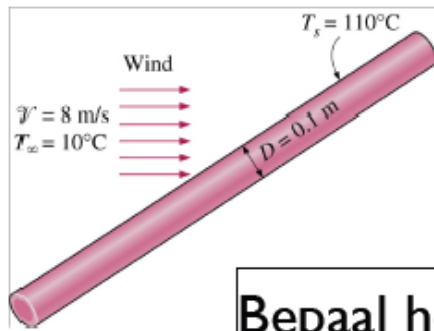
Hexagon (tilted 45°) 	Gas	5000–19,500 19,500–100,000	$Nu = 0.160 Re^{0.638} Pr^{1/3}$ $Nu = 0.0385 Re^{0.782} Pr^{1/3}$
Vertical plate 	Gas	4000–15,000	$Nu = 0.228 Re^{0.731} Pr^{1/3}$
Ellipse 	Gas	2500–15,000	$Nu = 0.248 Re^{0.612} Pr^{1/3}$

- Bol

$$\text{Nu}_{\text{sph}} = \frac{hD}{k} = 2 + [0.4 \text{Re}^{1/2} + 0.06 \text{Re}^{2/3}] \text{Pr}^{0.4} \left(\frac{\mu_{\infty}}{\mu_s} \right)^{1/4}$$

- Evaluatie bij T_{∞} , behalve μ_s bij T_s
- Geldig voor $3,5 \leq \text{Re} \leq 80000$ en $0,7 \leq \text{Pr} \leq 380$

- Voorbeeld 1: Warmteverlies van een stoompijp door de wind**



Eigenschappen bij de filmtemperatuur $T_f = (T_s + T_\infty)/2 = 60^\circ\text{C}$:
 $k = 0,02808 \text{ W/(m } ^\circ\text{C)}$
 $\text{Pr} = 0,7202$
 $\nu = 1,896 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$

Bepaal het warmteverlies van de buis.

$$\text{Re} = \frac{VD}{\nu} = \frac{(8 \text{ m/s})(0.1 \text{ m})}{1.896 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}} = 4.219 \times 10^4$$

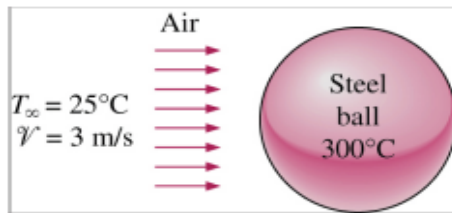
$$\begin{aligned} \text{Nu} &= \frac{hD}{k} = 0.3 + \frac{0.62 \text{Re}^{1/2} \text{Pr}^{1/3}}{[1 + (0.4/\text{Pr})^{2/3}]^{1/4}} \left[1 + \left(\frac{\text{Re}}{282,000} \right)^{5/8} \right]^{4/5} \\ &= 0.3 + \frac{0.62(4.219 \times 10^4)^{1/2} (0.7202)^{1/3}}{[1 + (0.4/0.7202)^{2/3}]^{1/4}} \left[1 + \left(\frac{4.219 \times 10^4}{282,000} \right)^{5/8} \right]^{4/5} \\ &= 124 \end{aligned}$$

$$h = \frac{k}{D} \text{Nu} = \frac{0.02808 \text{ W/m} \cdot ^\circ\text{C}}{0.1 \text{ m}} (124) = 34.8 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$$

$$A_s = pL = \pi DL = \pi(0.1 \text{ m})(1 \text{ m}) = 0.314 \text{ m}^2$$

$$\dot{Q} = hA_s(T_s - T_\infty) = (34.8 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C})(0.314 \text{ m}^2)(110 - 10)^\circ\text{C} = \mathbf{1093 \text{ W}}$$

• Voorbeeld 2: Koelen van een stalen bal



Eigenschappen bij de vrije-stroomtemperatuur $T_{\infty} = 25^{\circ}\text{C}$:
 $k = 0,02551 \text{ W/(m }^{\circ}\text{C)}$
 $\text{Pr} = 0,7296$
 $\nu = 1,562 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$
 $\mu = 1,849 \cdot 10^{-5} \text{ kg/(m s)}$
 $\mu_s = \mu_{@250^{\circ}\text{C}} = 2,76 \cdot 10^{-5} \text{ kg/(m s)}$
 Afkoelen van 300°C tot 200°C

(a) Bepaal de gemiddelde warmteoverdrachtscoëfficiënt, en (b) bepaal hoelang het afkoelen duurt.

$$(a) \text{Re} = \frac{vD}{\nu} = \frac{(3 \text{ m/s})(0.25 \text{ m})}{1.562 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}} = 4.802 \times 10^4$$

$$\begin{aligned} \text{Nu} &= \frac{hD}{k} = 2 + [0.4 \text{Re}^{1/2} + 0.06 \text{Re}^{2/3}] \text{Pr}^{0.4} \left(\frac{\mu_{\infty}}{\mu_s} \right)^{1/4} \\ &= 2 + [0.4(4.802 \times 10^4)^{1/2} + 0.06(4.802 \times 10^4)^{2/3}](0.7296)^{0.4} \\ &\quad \times \left(\frac{1.849 \times 10^{-5}}{2.76 \times 10^{-5}} \right)^{1/4} \\ &= 135 \end{aligned}$$

$$h = \frac{k}{D} \text{Nu} = \frac{0.02551 \text{ W/m} \cdot ^{\circ}\text{C}}{0.25 \text{ m}} (135) = \mathbf{13.8 \text{ W/m}^2 \cdot ^{\circ}\text{C}}$$

• Afkoelen van 300°C tot 200°C

(b) Hoelang duurt het afkoelen?

$$\begin{aligned} A_s &= \pi D^2 = \pi(0.25 \text{ m})^2 = 0.1963 \text{ m}^2 \\ \dot{Q}_{\text{ave}} &= hA_s(T_{s, \text{ave}} - T_{\infty}) = (13.8 \text{ W/m}^2 \cdot ^{\circ}\text{C})(0.1963 \text{ m}^2)(250 - 25)^{\circ}\text{C} = 610 \text{ W} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} m &= \rho V = \rho \frac{1}{6} \pi D^3 = (8055 \text{ kg/m}^3) \frac{1}{6} \pi (0.25 \text{ m})^3 = 65.9 \text{ kg} \\ Q_{\text{total}} &= mC_p(T_2 - T_1) = (65.9 \text{ kg})(480 \text{ J/kg} \cdot ^{\circ}\text{C})(300 - 200)^{\circ}\text{C} = 3,163,000 \text{ J} \end{aligned}$$

$$\Delta t \approx \frac{Q}{\dot{Q}_{\text{ave}}} = \frac{3,163,000 \text{ J}}{610 \text{ J/s}} = 5185 \text{ s} = \mathbf{1 \text{ h } 26 \text{ min}}$$

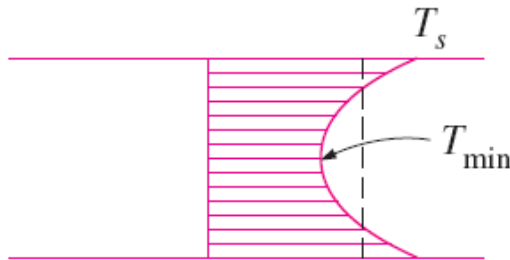
5. Algemene beschouwingen over stroming in buizen

- Stroming in buis:

- Laminair: $Re < 2300$
- Overgangsgebied
- Turbulent: $Re > 10000$

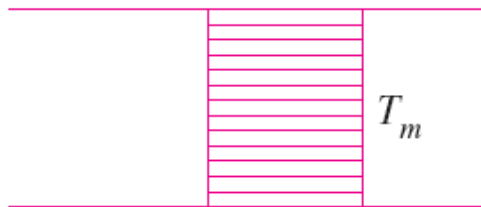
$$Re = \frac{\rho V_{avg} D}{\mu} = \frac{V_{avg} D}{\nu}$$

Gemiddelde temperatuur T_m : $\dot{E}_{fluid} = \dot{m} c_p T_m = \int_{\dot{m}} c_p T(r) \delta \dot{m} = \int_{A_c} \rho c_p T(r) u(r) dA_c$



(a) Actual

$$T_m = \frac{\int_{\dot{m}} c_p T(r) \delta \dot{m}}{\dot{m} c_p} = \frac{\int_0^R c_p T(r) \rho u(r) 2\pi r dr}{\rho V_{avg} (\pi R^2) c_p} = \frac{2}{V_{avg} R^2} \int_0^R T(r) u(r) r dr$$

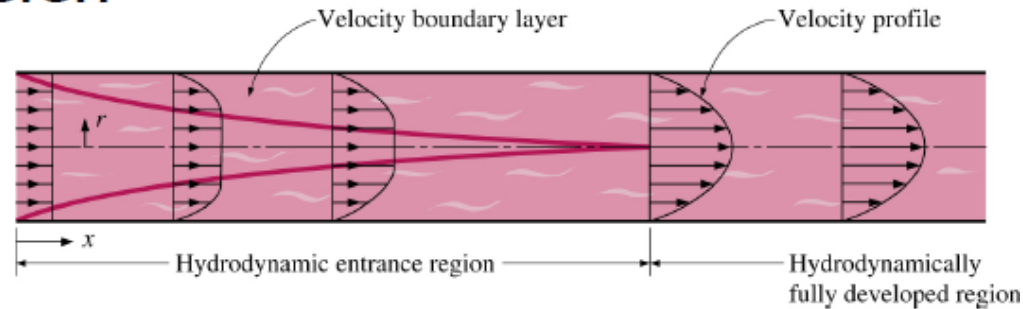


(b) Idealized

Interne stroming: evaluatie fluïdum-eigenschappen bij gemiddelde **bulktemperatuur**
 $T_b = (T_{m,i} + T_{m,e})/2$ (i = inlaat en e = uitlaat)

- Ontwikkelen van profielen

- Snelheidsprofiel:



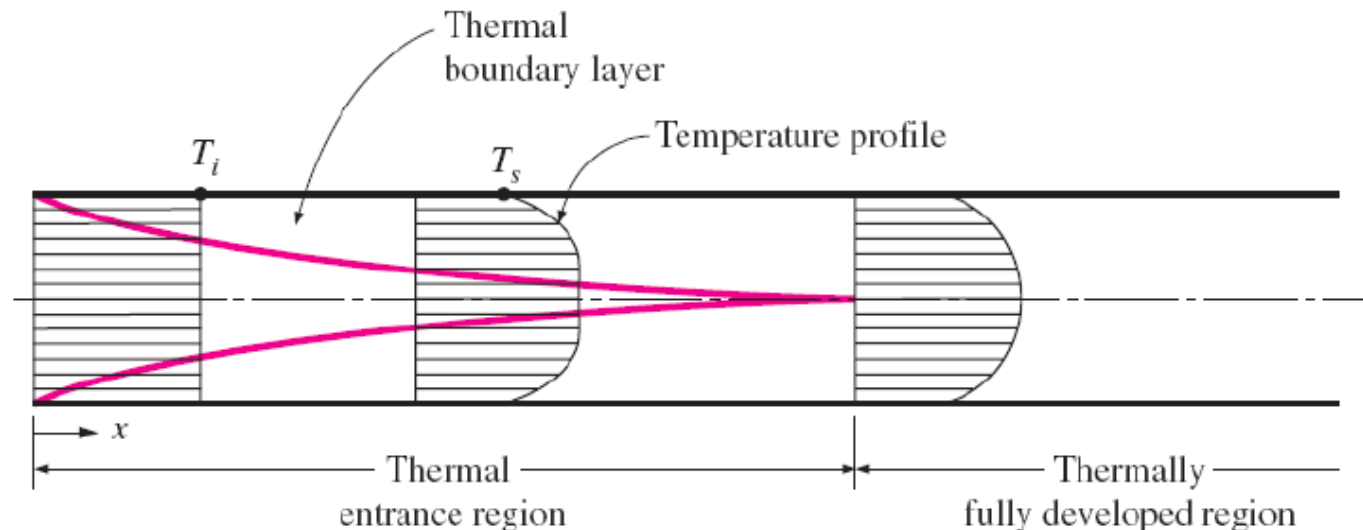
- Temperatuursprofiel

Thermisch ingangsgebied: gebied waar de thermische grenslaag zich vormt en buiscentrum bereikt wordt.

Thermisch ontwikkelende stroming: stroming in het thermisch ingangsgebied.

Thermisch volledig ontwikkeld gebied: dimensieloos temperatuursprofiel blijft onveranderd.

Volledig ontwikkelde stroming: zowel hydrodynamisch als thermisch ontwikkeld.



Koelen in
een buis

- Volledig ontwikkelde stroming

Hydrodynamisch volledig ontwikkeld:

$$\frac{\partial u(r, x)}{\partial x} = 0 \quad \longrightarrow \quad u = u(r)$$

Thermisch volledig ontwikkeld:

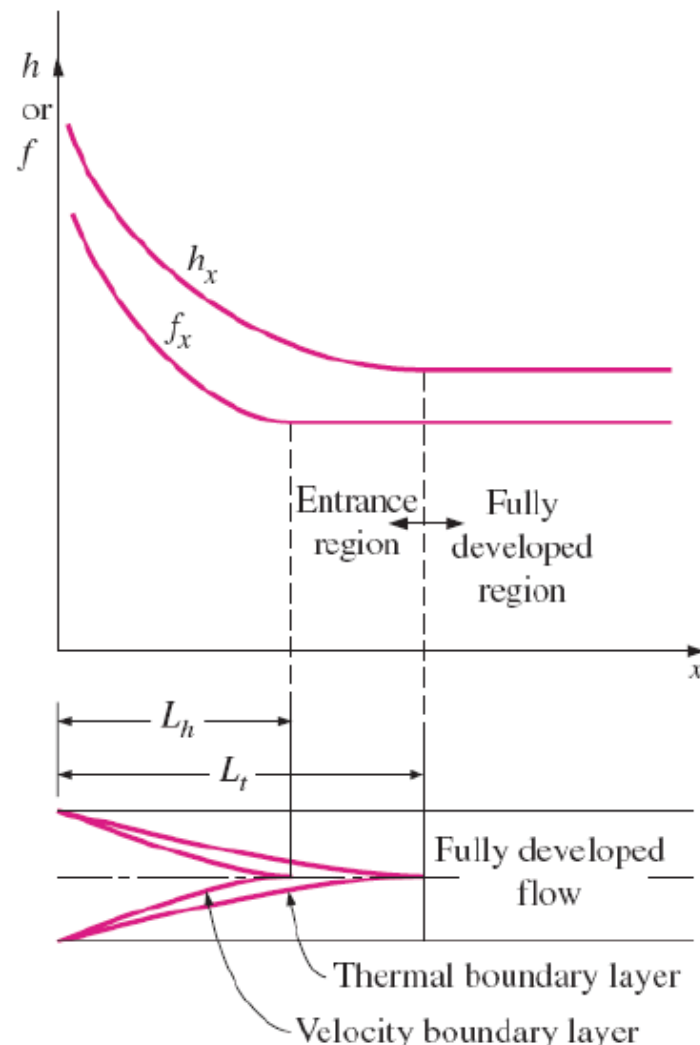
$$\frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{T_s(x) - T(r, x)}{T_s(x) - T_m(x)} \right] = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{T_s - T}{T_s - T_m} \right) \Big|_{r=R} = \frac{-(\partial T / \partial r) \Big|_{r=R}}{T_s - T_m} \neq f(x)$$

$$\dot{q}_s = h_x(T_s - T_m) = k \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r=R} \quad \longrightarrow \quad h_x = \frac{k(\partial T / \partial r) \Big|_{r=R}}{T_s - T_m}$$

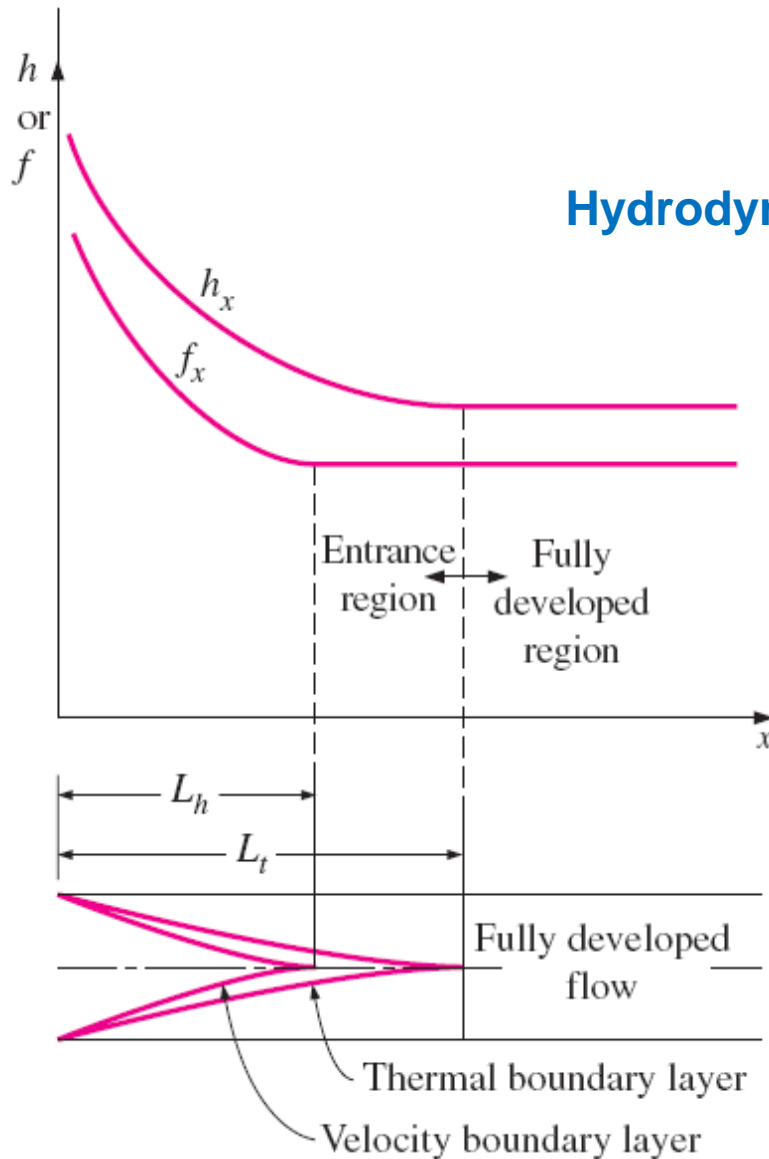
In het thermisch volledig ontwikkeld gebied is de lokale warmteoverdrachtscoëfficiënt constant (geen functie van x).

Zowel de wrijvings- (die verbonden is met de wandschuifspanning) als de warmteoverdrachtscoëfficiënt blijven constant in het volledig ontwikkeld gebied.



- Ingangslengte

Hydrodynamische en thermische ingangslengte:



Laminaire stroming:

$$L_{h, \text{ laminar}} \approx 0.05 \text{ Re } D$$

$$L_{t, \text{ laminar}} \approx 0.05 \text{ Re Pr } D = \text{Pr } L_{h, \text{ laminar}}$$

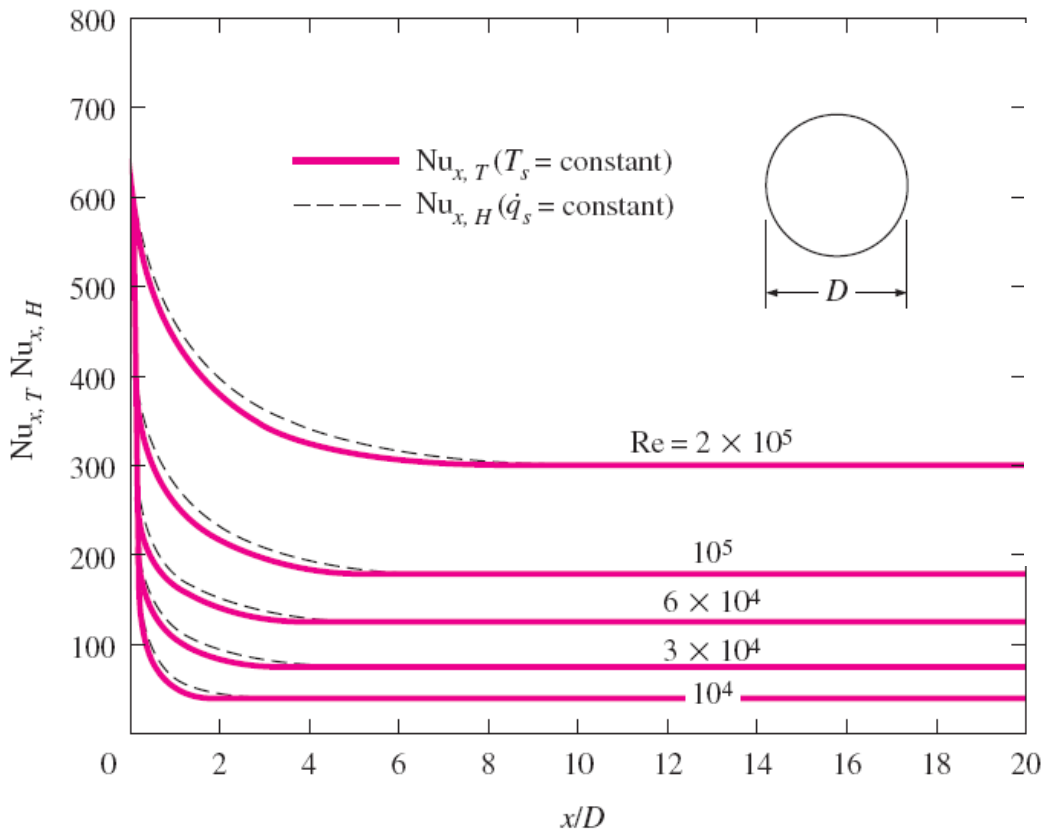
Turbulente stroming:

$$L_{h, \text{ turbulent}} = 1.359 D \text{ Re}^{1/4}$$

In vele praktische gevallen:

$$L_{h, \text{ turbulent}} \approx L_{t, \text{ turbulent}} \approx 10D$$

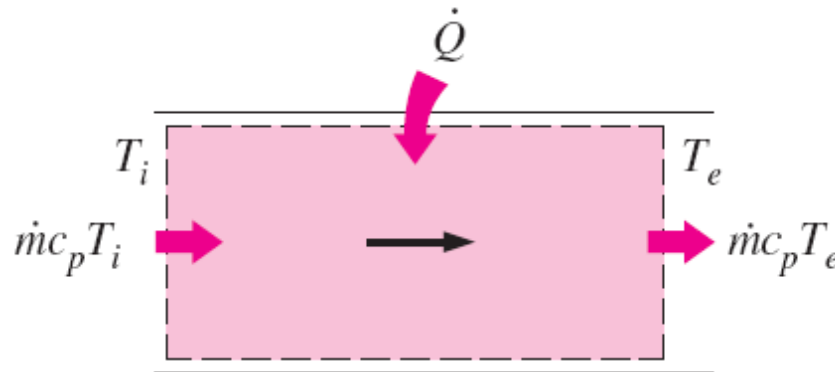
- Variatie van het lokaal getal van Nusselt voor *turbulente stroming*



- Nu getal is veel groter in het ingangsgebied
- Nu bereikt een constante waarde in minder dan $10D$
- Nu voor $T_s = C^{\text{te}}$ of constante warmteflux verschilt praktisch niet van elkaar -> men mag de correlaties voor beide randvoorwaarden gebruiken

6. Algemene thermische analyse

- Thermische condities aan het oppervlak:
 - $T_s = \text{constant}$, vb. faseveranderingsproces (koken, condensatie) aan buitenoppervlak van buis
 - $\dot{q}_s = \text{constant}$, vb. verhitting door elektrische weerstand of straling $\dot{q}_s = h_x(T_s - T_m)$ (W/m²)



Energy balance:

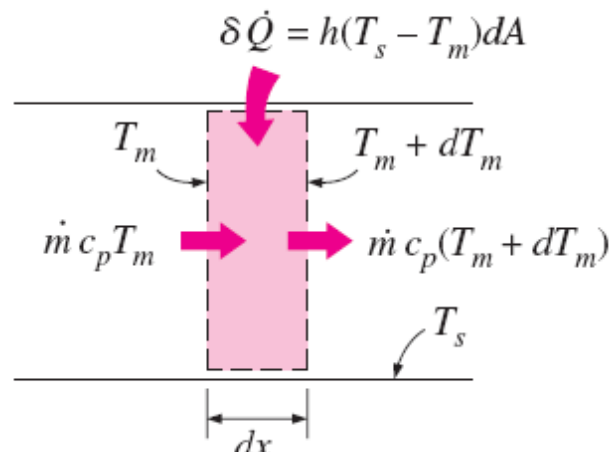
$$\dot{Q} = \dot{m} c_p (T_e - T_i)$$

- **Constante warmteflux aan de wand, $\dot{q}_s = \text{constant}$**

$$\dot{Q} = \dot{q}_s A_s = \dot{m} c_p (T_e - T_i) \quad (\text{W})$$

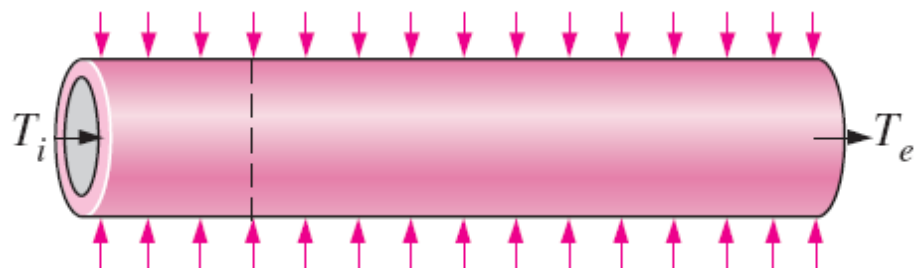
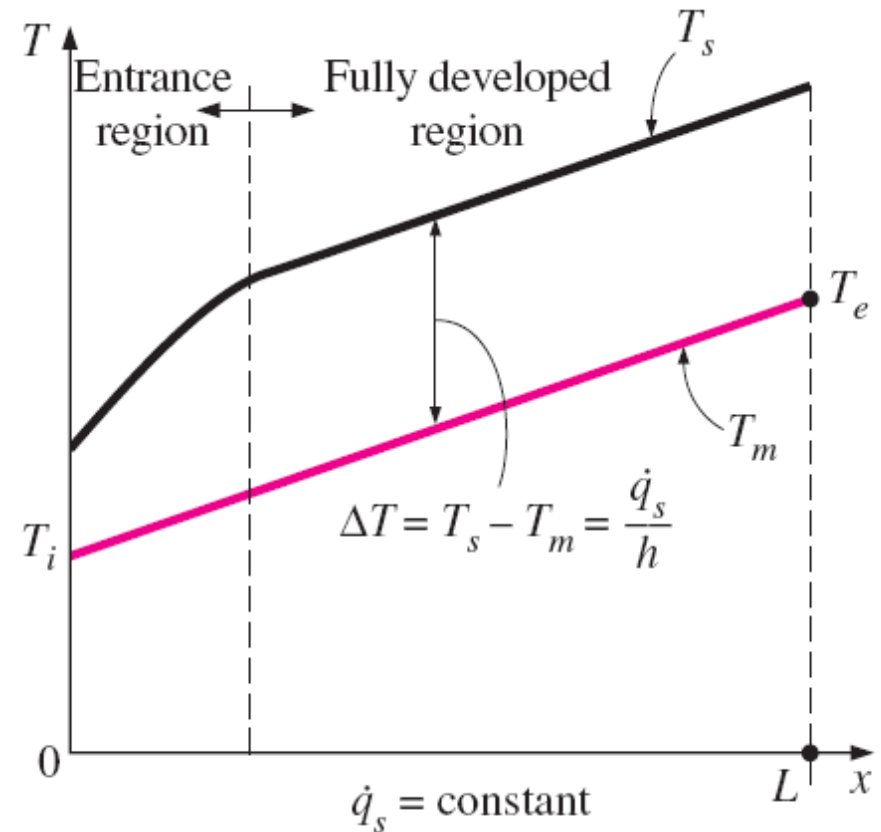
$$\rightarrow T_e = T_i + \frac{\dot{q}_s A_s}{\dot{m} c_p}$$

$$\dot{q}_s = h(T_s - T_m) \longrightarrow T_s = T_m + \frac{\dot{q}_s}{h}$$



$$\dot{m} c_p dT_m = \dot{q}_s (p dx)$$

$$\longrightarrow \frac{dT_m}{dx} = \frac{\dot{q}_s p}{\dot{m} c_p} = \text{constant}$$



$$T_s = T_m + \frac{\dot{q}_s}{h} \quad \text{en} \quad \frac{dT_m}{dx} = \frac{\dot{q}_s p}{\dot{m} c_p} = \text{constant} \longrightarrow \frac{dT_m}{dx} = \frac{dT_s}{dx}$$

Volledig ontwikkeld gebied

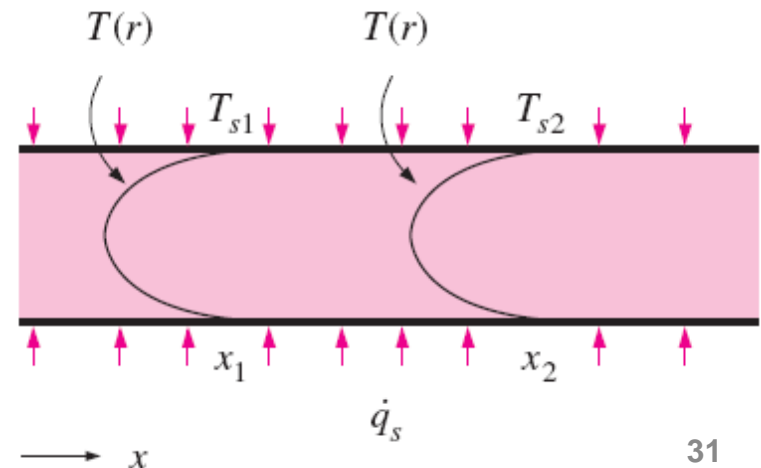
$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{T_s - T}{T_s - T_m} \right) = 0 \longrightarrow \frac{1}{T_s - T_m} \left(\frac{\partial T_s}{\partial x} - \frac{\partial T}{\partial x} \right) = 0 \longrightarrow \frac{\partial T}{\partial x} = \frac{dT_s}{dx}$$

$$\frac{\partial T}{\partial x} = \frac{dT_s}{dx} = \frac{dT_m}{dx} = \frac{\dot{q}_s p}{\dot{m} c_p} = \text{constant}$$

In het volledig ontwikkeld stromingsgebied in een buis onderworpen aan een **constante warmteflux** is de temperatuursgradiënt onafhankelijk van x en dus **verandert de vorm van het temperatuursprofiel langs de buislengte niet**.

Circulaire buis:

$$\frac{\partial T}{\partial x} = \frac{dT_s}{dx} = \frac{dT_m}{dx} = \frac{2\dot{q}_s}{\rho V_{\text{avg}} c_p R} = \text{constant}$$



- **Constance oppervlaktetemperatuur, $T_s = \text{constant}$**

$$\dot{Q} = hA_s \Delta T_{\text{avg}}$$

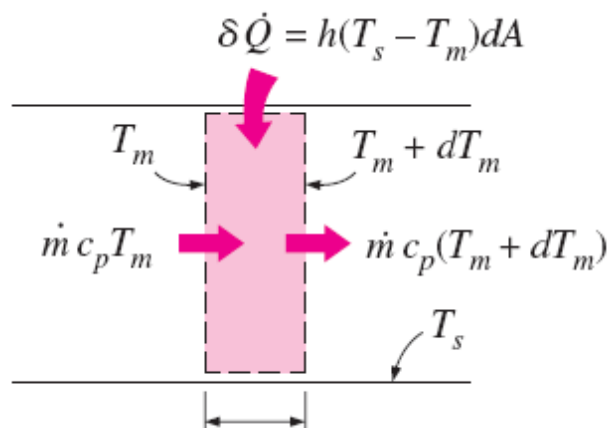
Rekenkundig gemiddeld temperatuursverschil:

$$\begin{aligned} \Delta T_{\text{ave}} \approx \Delta T_{\text{am}} &= \frac{\Delta T_i + \Delta T_e}{2} = \frac{(T_s - T_i) + (T_s - T_e)}{2} = T_s - \frac{T_i + T_e}{2} \\ &= T_s - T_b \end{aligned}$$

met T_b de gemiddelde bulktemperatuur: $T_b = (T_i + T_e)/2$

Hierbij werd verondersteld dat de gemiddelde fluïdumtemperatuur lineair variëert met de buislengte --> geeft meestal onnauwkeurige resultaten

—————> Andere manier is nodig om het gemiddeld temperatuursverschil uit drukken.



$$\dot{m} c_p dT_m = h(T_s - T_m) dA_s$$

$$dA_s = p dx \quad dT_m = -d(T_s - T_m)$$

$$\frac{d(T_s - T_m)}{T_s - T_m} = -\frac{hp}{\dot{m} C_p} dx$$

Integratie
van $x=0$
tot L

$$\ln \frac{T_s - T_e}{T_s - T_i} = -\frac{hA_s}{\dot{m} C_p}$$

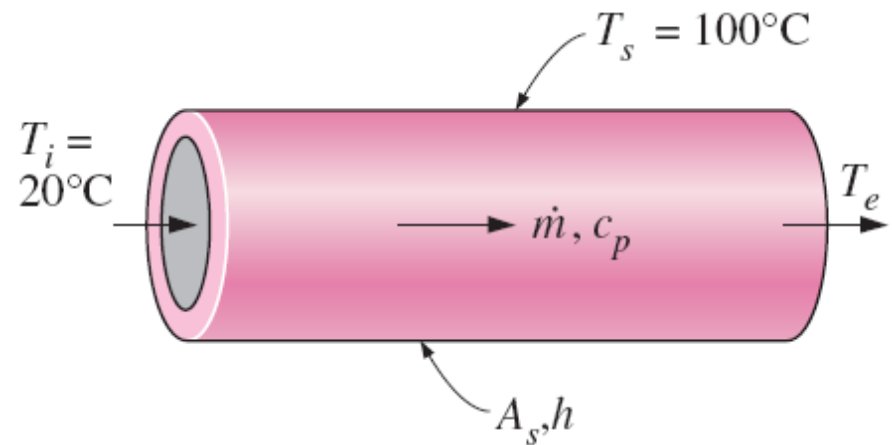
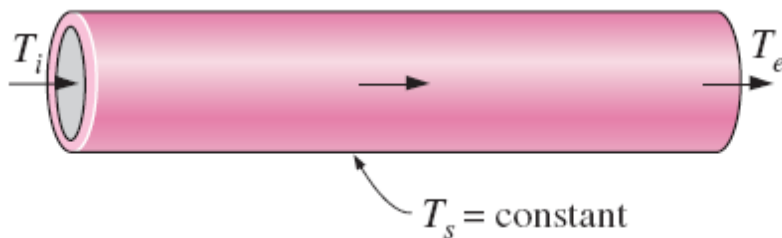
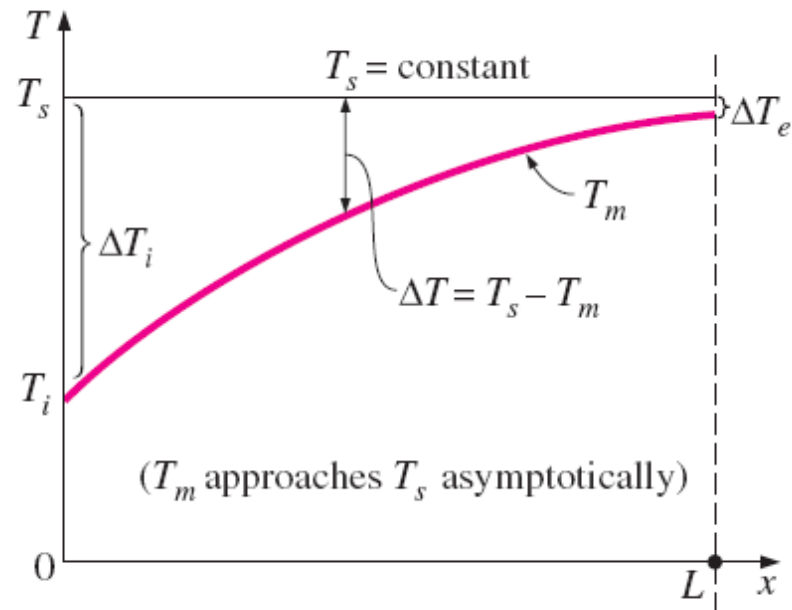
h = constante gemiddelde
warmteoverdrachts-coëff.

Bepalen van de temperatuur aan de buisuitlaat:

$$T_e = T_s - (T_s - T_i) \exp(-hA_s / \dot{m} c_p)$$

=NTU = Number of
Transfer Units

$$T_e = T_s - (T_s - T_i) \exp(-hA_s / \dot{m}c_p)$$



$\text{NTU} = hA_s / \dot{m}c_p$	$T_e, ^\circ\text{C}$
0.01	20.8
0.05	23.9
0.10	27.6
0.50	51.5
1.00	70.6
5.00	99.5
10.00	100.0

$$\ln \frac{T_s - T_e}{T_s - T_i} = -\frac{hA_s}{\dot{m}C_p}$$

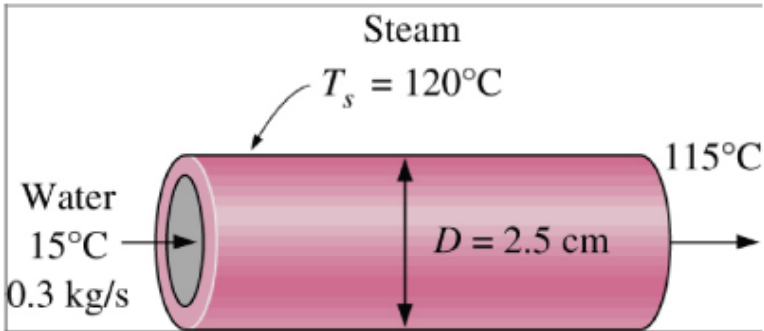
$$\dot{m}C_p = -\frac{hA_s}{\ln[(T_s - T_e)/(T_s - T_i)]} \quad \text{en} \quad \dot{Q} = \dot{m}c_p(T_e - T_i)$$

$$\dot{Q} = hA_s \Delta T_{\ln} \quad \text{met} \quad \Delta T_{\ln} = \frac{T_i - T_e}{\ln[(T_s - T_e)/(T_s - T_i)]} = \frac{\Delta T_e - \Delta T_i}{\ln(\Delta T_e / \Delta T_i)}$$

= het logaritmisch gemiddelde temperatuursverschil

 **Steeds deze vergelijking gebruiken!**

Voorbeeld: Verwarmen van water in een buis met stoom



De gemiddelde bulktemperatuur $T_b = (15 + 115)/2 = 65^\circ\text{C}$:
 $c_p = 4187 \text{ J/(kg } ^\circ\text{C)}$
 $h = 800 \text{ W/(m}^2 \text{ } ^\circ\text{C)}$

Bepaal de lengte van de buis die nodig is om het water op te warmen tot 115°C .

$$\dot{Q} = \dot{m}c_p(T_e - T_i) = (0.3 \text{ kg/s})(4.187 \text{ kJ/kg} \cdot ^\circ\text{C})(115^\circ\text{C} - 15^\circ\text{C}) = 125.6 \text{ kW}$$

$$\Delta T_e = T_s - T_e = 120^\circ\text{C} - 115^\circ\text{C} = 5^\circ\text{C}$$

$$\Delta T_i = T_s - T_i = 120^\circ\text{C} - 15^\circ\text{C} = 105^\circ\text{C}$$

$$\Delta T_{\ln} = \frac{\Delta T_e - \Delta T_i}{\ln(\Delta T_e / \Delta T_i)} = \frac{5 - 105}{\ln(5/105)} = 32.85^\circ\text{C}$$

$$\dot{Q} = hA_s\Delta T_{\ln} \longrightarrow A_s = \frac{\dot{Q}}{h\Delta T_{\ln}} = \frac{125.6 \text{ kW}}{(0.8 \text{ kW/m}^2 \cdot ^\circ\text{C})(32.85^\circ\text{C})} = 4.78 \text{ m}^2$$

$$A_s = \pi DL \longrightarrow L = \frac{A_s}{\pi D} = \frac{4.78 \text{ m}^2}{\pi(0.025 \text{ m})} = \mathbf{61 \text{ m}}$$

7. Laminaire stroming in buizen

- Stationaire energiebals

$$\dot{m}c_p T_x - \dot{m}c_p T_{x+dx} + \dot{Q}_r - \dot{Q}_{r+dr} = 0$$

$$\dot{m} = \rho u A_c = \rho u (2\pi r dr)$$

$$\rho c_p u \frac{T_{x+dx} - T_x}{dx} = -\frac{1}{2\pi r dx} \frac{\dot{Q}_{r+dr} - \dot{Q}_r}{dr}$$

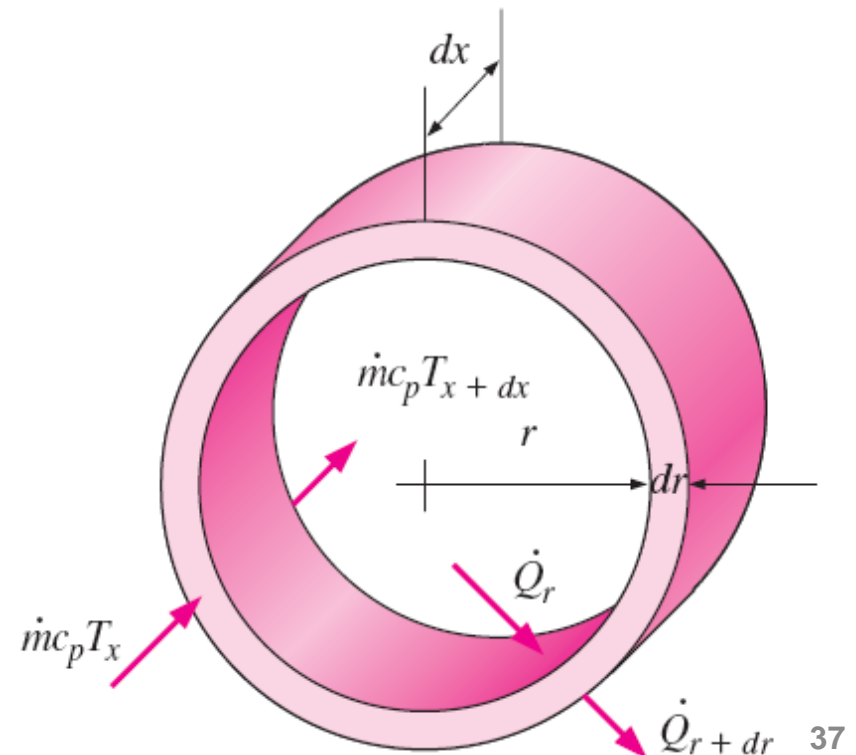
$$u \frac{\partial T}{\partial x} = -\frac{1}{2\rho c_p \pi r dx} \frac{\partial \dot{Q}}{\partial r}$$

$$\frac{\partial \dot{Q}}{\partial r} = \frac{\partial}{\partial r} \left(-k 2\pi r dx \frac{\partial T}{\partial r} \right) = -2\pi k dx \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right)$$

$$\alpha = k/\rho c_p$$

$$u \frac{\partial T}{\partial x} = \frac{\alpha}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right)$$

De netto-energieoverdrachtsnelheid in het controlevolume door massastroming is gelijk aan de netto-warmtegeleiding in de radiale richting



- **Constante oppervlaktewarmteflux**

$$u \frac{\partial T}{\partial x} = \frac{\alpha}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right)$$

$$\frac{\partial T}{\partial x} = \frac{dT_s}{dx} = \frac{dT_m}{dx} = \frac{2\dot{q}_s}{\rho V_{avg} c_p R} = \text{constant}$$

$$u = 2V_{avg} \left(1 - \frac{r^2}{R^2} \right)$$

$$\left. \begin{array}{l} u \frac{\partial T}{\partial x} = \frac{\alpha}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) \\ \frac{\partial T}{\partial x} = \frac{dT_s}{dx} = \frac{dT_m}{dx} = \frac{2\dot{q}_s}{\rho V_{avg} c_p R} = \text{constant} \\ u = 2V_{avg} \left(1 - \frac{r^2}{R^2} \right) \end{array} \right\} \frac{4\dot{q}_s}{kR} \left(1 - \frac{r^2}{R^2} \right) = \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{dT}{dr} \right)$$

(snelheidsprofiel voor laminaire stroming in het volledig ontwikkeld gebied)

$$\frac{4\dot{q}_s}{kR} \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right) = \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{dT}{dr} \right) \longrightarrow \text{2de orde diff. vgl.} \rightarrow \text{scheiding der veranderlijken} \rightarrow 2 \times \text{integreeren}$$

$$\text{Randvoorwaarden:} \begin{cases} r=0: \left. \frac{\partial T}{\partial r} \right|_{r=0} = 0 & \longrightarrow C_1 = 0 \\ r=R: T = T_s & \longrightarrow C_2 = T_s - \frac{3\dot{q}R}{4k} \end{cases}$$

$$T = \frac{\dot{q}_s}{kR} \left(r^2 - \frac{r^2}{4R^2} \right) + C_1 r + C_2$$

$$T = T_s - \frac{\dot{q}_s R}{k} \left(\frac{3}{4} - \frac{r^2}{R^2} + \frac{r^4}{4R^4} \right)$$

$$\left. \begin{aligned}
 T_m &= \frac{2}{V_{avg} R^2} \int_0^R T(r) u(r) r dr \\
 T &= T_s - \frac{\dot{q}_s R}{k} \left(\frac{3}{4} - \frac{r^2}{R^2} + \frac{r^4}{4R^4} \right) \\
 u &= 2V_{avg} \left(1 - \frac{r^2}{R^2} \right)
 \end{aligned} \right\} \left\{ \begin{aligned}
 T_m &= T_s - \frac{11}{24} \frac{\dot{q}_s R}{k} \\
 \dot{q}_s &= h(T_s - T_m)
 \end{aligned} \right\} \searrow$$

$$h = \frac{24}{11} \frac{k}{R} = \frac{48}{11} \frac{k}{D} = 4.36 \frac{k}{D}$$

$$\text{Nu} = \frac{hD}{k} = 4.36$$

Circular tube, laminar ($\dot{q}_s = \text{constant}$):

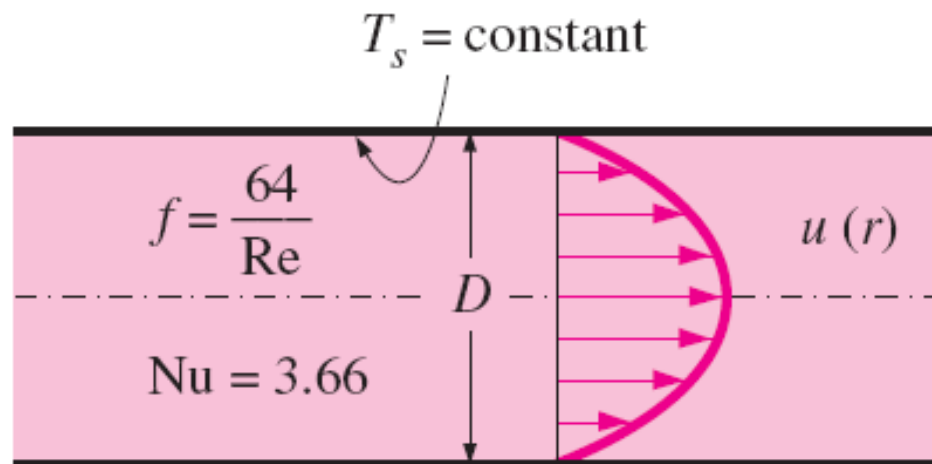
Volledig ontwikkelde laminaire stroming :
het Nusselt-getal is constant.

Er is geen afhankelijkheid van het getal van
Reynolds of Prandtl.

- **Constance oppervlaktetemperatuur:**

Circular tube, laminar ($T_s = \text{constant}$):

$$\text{Nu} = \frac{hD}{k} = 3.66$$

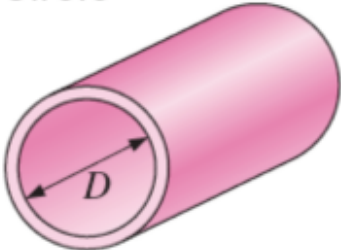
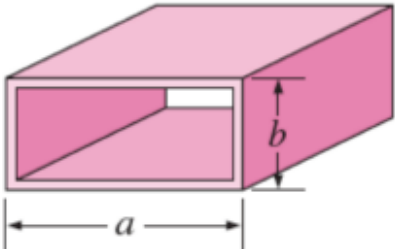


Fully developed
laminar flow

- **Laminaire stroming in niet-circulaire buizen (volledig ontwikkeldestroming)**

- Hydraulische diameter gebruiken: $D_h = 4A_c/p$

Nusselt number for fully developed laminar flow in tubes of various cross sections ($D_h = 4A_c/p$, $Re = \rho v_m D_h/\mu$, and $Nu = hD_h/k$)

Tube Geometry	a/b or θ°	<i>Nusselt Number</i>	
		$T_s = \text{Const.}$	$\dot{q}_s = \text{Const.}$
Circle 	—	3.66	4.36
Rectangle 	a/b		
	1	2.98	3.61
	2	3.39	4.12
	3	3.96	4.79
	4	4.44	5.33
	6	5.14	6.05
	8	5.60	6.49

- **Laminaire stroming in het ingangsgebied**

Gemiddeld Nu-getal voor het thermisch ingangsgebied met $T_s = \text{cste}$:

$$\text{Nu} = 3.66 + \frac{0.065 (D/L) \text{Re Pr}}{1 + 0.04[(D/L) \text{Re Pr}]^{2/3}}$$

Gemiddeld Nu-getal voor ontwikkelende laminaire stroming in circulaire buis:

$$\text{Nu} = 1.86 \left(\frac{\text{Re Pr } D}{L} \right)^{1/3} \left(\frac{\mu_b}{\mu_s} \right)^{0.14}$$

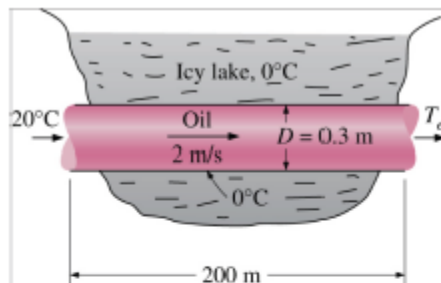
Groot verschil tussen T_s en T_m -> rekening houden met variatie in viscositeit

Gemiddeld Nu-getal voor thermisch ingangsgebied voor stroming tussen 2 isotherme parallelle platen met lengte L :

$$\text{Nu} = 7.54 + \frac{0.03 (D_h/L) \text{Re Pr}}{1 + 0.016[(D_h/L) \text{Re Pr}]^{2/3}}$$

- D_h = hydraulische diameter
- = 2 x afstand tussen de platen
- Geldig voor $\text{Re} \leq 2800$

• **Voorbeeld: Strooming van olie in een pijpleiding door een meer**



Eigenschappen bij de gemiddelde bulktemperatuur van 20°C :

- $k = 0,145 \text{ W/(m}^\circ\text{C)}$
- $Pr = 10400$
- $c_p = 1880 \text{ J/(kg}^\circ\text{C)}$
- $\nu = 901 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$
- $\rho = 888 \text{ kg/m}^3$

Bepaal: (a) de temperatuur van de olie als de buis het meer verlaat, (b) het warmtedebiet vanaf de olie, en (c) het nodige pompvermogen om het drukverlies te overwinnen en de strooming te behouden in de buis.

(a) $Re = \frac{V_m D_h}{\nu} = \frac{(2 \text{ m/s})(0.3 \text{ m})}{901 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}} = 666 \Rightarrow \text{laminair}$

$L_t \approx 0.05 Re Pr D = 0.05 \times 666 \times 10,400 \times (0.3 \text{ m}) \approx 104,000 \text{ m}$

$Nu = \frac{hD}{k} = 3.66 + \frac{0.065 (D/L) Re Pr}{1 + 0.04 [(D/L) Re Pr]^{2/3}} \quad L_t > \text{lengte buis}$

$$= 3.66 + \frac{0.065(0.3/200) \times 666 \times 10,400}{1 + 0.04[(0.3/200) \times 666 \times 10,400]^{2/3}}$$

$$= 37.3$$

$$h = \frac{k}{D} Nu = \frac{0.145 \text{ W/m}^\circ\text{C}}{0.3 \text{ m}} (37.3) = 18.0 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$$

$$A_s = pL = \pi DL = \pi(0.3 \text{ m})(200 \text{ m}) = 188.5 \text{ m}^2$$

$$\dot{m} = \rho A_c V_m = (888 \text{ kg/m}^3) \left[\frac{1}{4} \pi (0.3 \text{ m})^2 \right] (2 \text{ m/s}) = 125.5 \text{ kg/s}$$

$$T_e = T_s - (T_s - T_i) \exp(-hA_s / \dot{m}c_p)$$

$$= 0^\circ\text{C} - [(0 - 20)^\circ\text{C}] \exp \left[- \frac{(18.0 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C})(188.5 \text{ m}^2)}{(125.5 \text{ kg/s})(1880 \text{ J/kg} \cdot ^\circ\text{C})} \right]$$

$$= \mathbf{19.71^\circ\text{C}}$$

$$(b) \quad \Delta T_{\ln} = \frac{T_i - T_e}{\ln \frac{T_s - T_e}{T_s - T_i}} = \frac{20 - 19.71}{\ln \frac{0 - 19.71}{0 - 20}} = -19.85^\circ\text{C}$$

$$\dot{Q} = hA_s \Delta T_{\ln} = (18.0 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C})(188.5 \text{ m}^2)(-19.85^\circ\text{C}) = -6.74 \times 10^4$$

=> verlies van 67,4 kW

$$(c) \quad f = \frac{64}{\text{Re}} = \frac{64}{666} = 0.0961$$

$$\Delta P = f \frac{L}{D} \frac{\rho V_m^2}{2} = 0.0961 \frac{200 \text{ m}}{0.3 \text{ m}} \frac{(888 \text{ kg/m}^3)(2 \text{ m/s})^2}{2} = 1.14 \times 10^5 \text{ N/m}^2$$

$$\dot{W}_{\text{pump}} = \frac{\dot{m} \Delta P}{\rho} = \frac{(125.5 \text{ kg/s})(1.14 \times 10^5 \text{ N/m}^2)}{888 \text{ kg/m}^3} = \mathbf{16.1 \text{ kW}}$$

8. Turbulente stroming in buizen

- **Volledig ontwikkelde turbulente stroming:** $Re > 10000$

$$\text{Smooth tubes: } f = (0.790 \ln Re - 1.64)^{-2} \quad 3000 < Re < 5 \times 10^6$$

$$Nu = 0.125 f Re Pr^{1/3} \quad \text{Chilton-Colburn analogy}$$

First Petukhov equation

$$Nu = 0.023 Re^{0.8} Pr^{1/3} \quad \left(\begin{array}{l} 0.7 \leq Pr \leq 160 \\ Re > 10,000 \end{array} \right) \quad \begin{array}{l} \text{Volledig ontwikkelde} \\ \text{stroming in gladde buizen} \\ \text{(Colburn-vgl.)} \end{array}$$

Meer nauwkeurige correlatie: (*Dittus-Boelter-vgl.*)

$$Nu = 0.023 Re^{0.8} Pr^n \quad \text{met } n = 0,4 \text{ voor opwarmen en } 0,3 \text{ voor afkoelen}$$

Vloeistofeigenschappen evalueren bij bulktemperatuur: $T_b = (T_i + T_e)/2$

Kleinere fout bij onderstaande correlaties: (“second Petukhov equation”)

$$Nu = \frac{(f/8) Re Pr}{1.07 + 12.7(f/8)^{0.5} (Pr^{2/3} - 1)} \quad \left(\begin{array}{l} 0.5 \leq Pr \leq 2000 \\ 10^4 < Re < 5 \times 10^6 \end{array} \right)$$

Meer nauwkeurigere correlatie bij lage waarden van Re:

$$Nu = \frac{(f/8)(Re - 1000) Pr}{1 + 12.7(f/8)^{0.5} (Pr^{2/3} - 1)} \quad \left(\begin{array}{l} 0.5 \leq Pr \leq 2000 \\ 3 \times 10^3 < Re < 5 \times 10^6 \end{array} \right)$$

(Gnielinski) Vloeistofeigenschappen evalueren bij de gemiddelde bulktemperatuur.

Correlaties voor vloeibare metalen ($0,004 < Pr < 0,01$):

<i>Liquid metals, $T_s = \text{constant}$:</i>	$Nu = 4.8 + 0.0156 Re^{0.85} Pr_s^{0.93}$
<i>Liquid metals, $\dot{q}_s = \text{constant}$:</i>	$Nu = 6.3 + 0.0167 Re^{0.85} Pr_s^{0.93}$

(Sleicher & Rouse) voor $10^4 < Re < 10^6$

evalueren bij oppervlaktetemp.

- Turbulente stroming in het **ingangsgebied**
 - Bij turbulente stroming is het ingangsgebied kort en meestal $10 \times D$ lang
 - Correlaties voor Nu -getal voor het volledig ontwikkeld gebied kunnen meestal bij benadering gebruikt worden voor de volledige buis.
 - Er bestaan meer nauwkeurige correlaties voor het ingangsgebied (in de gespecialiseerde literatuur).
- Turbulente stroming in **niet-circelvormige buizen**
 - Correlaties voor ronde buizen kunnen gebruikt worden, mits de hydraulische diameter $D_h = 4A_c/p$ in Re wordt gebruikt.

- Stroming door een **buisannulus**
 - Dubbel-buis-warmtewisselaars

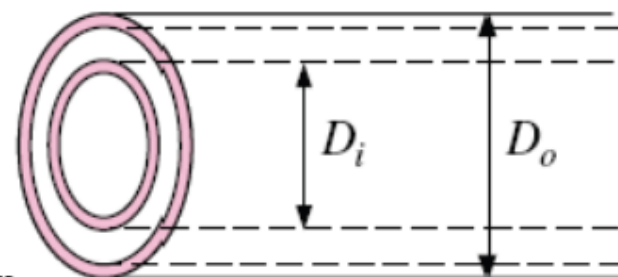
$$D_h = \frac{4A_c}{P} = \frac{4\pi(D_o^2 - D_i^2)/4}{\pi(D_o + D_i)} = D_o - D_i$$

- Voor **laminaire stroming**: de warmteoverdrachtscoëff. voor de binnenste en buitenste oppervlakte worden bepaald met:

$$\text{Nu}_i = \frac{h_i D_h}{k}$$

$$\text{Nu}_o = \frac{h_o D_h}{k}$$

- **Volledig ontwikkelde turbulente stroming**: $h_i \approx h_o$ en de **buisannulus** kan behandeld worden als een niet-ronde buis met een hydraulische diameter $D_h = D_o - D_i$



Nusselt number for fully developed laminar flow in an annulus with one surface isothermal and the other adiabatic (Kays and Perkins)

D_i/D_o	Nu_i	Nu_o
0	—	3.66
0.05	17.46	4.06
0.10	11.56	4.11
0.25	7.37	4.23
0.50	5.74	4.43
1.00	4.86	4.86

→ Nusselt berekenen met geschikte correlatie voor turbulente stroming, bvb. Gnielinski-vgl.

→ x correctiefactor:

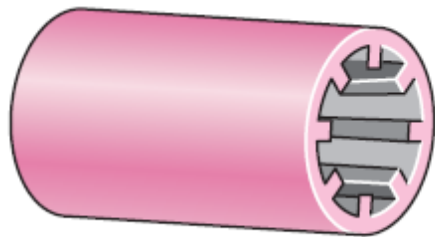
$$F_i = 0.86 \left(\frac{D_i}{D_o} \right)^{-0.16} \quad (\text{outer wall adiabatic})$$

$$F_o = 0.86 \left(\frac{D_i}{D_o} \right)^{-0.16} \quad (\text{inner wall adiabatic})$$

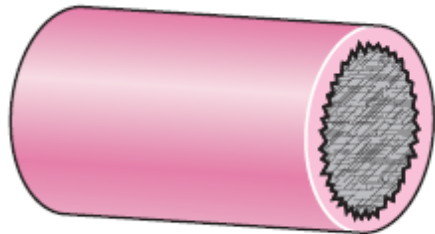
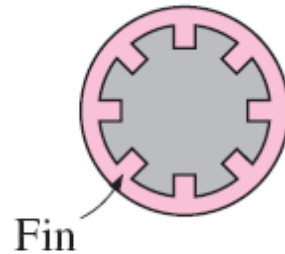
• Verbeteren van de warmteoverdracht

- Buizen met een ruwer oppervlak zijn gekarakteriseerd door een hogere warmteoverdrachtscoëfficiënt
- Buisoppervlakken worden opzettelijk ruwer gemaakt of uitgerust met vinnen
- Gebruik van pulserende stroming

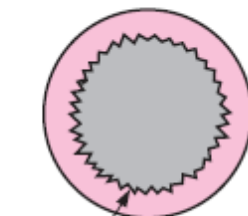
→ Wrijvingsfactor neemt toe en ook het nodige vermogen voor pomp of ventilator



(a) Finned surface



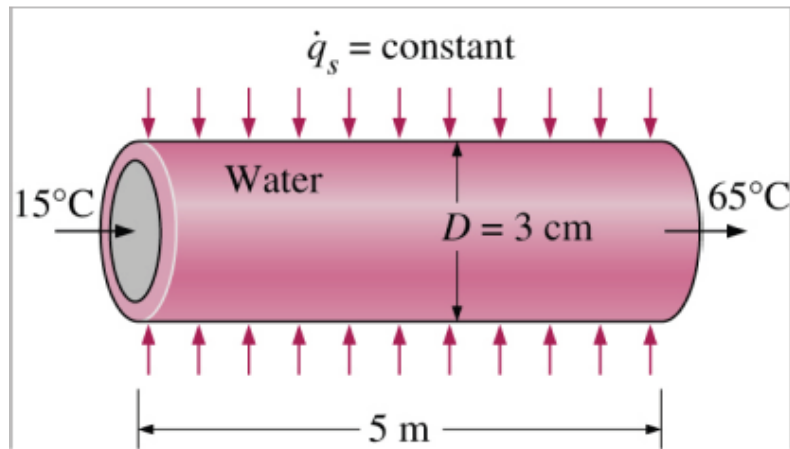
(b) Roughened surface



$$\Delta P = f \frac{L}{D} \frac{\rho V_{avg}^2}{2}$$

$$\dot{W}_{pomp} = \frac{\dot{m}}{\rho} \Delta P$$

• Voorbeeld : Verwarmen van water in een buis door weerstandsverwarmers



Eigenschappen bij de gemiddelde bulktemperatuur van 40°C:

$$k = 0,631 \text{ W/(m } ^\circ\text{C)}$$

$$Pr = 4,32$$

$$C_p = 4179 \text{ J/(kg } ^\circ\text{C)}$$

$$\nu = 0,658 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$$

$$\rho = 992,1 \text{ kg/m}^3$$

Bepaal: (a) het vermogen van de weerstandsverwarmer, en (b) de temperatuur aan de binnenoppervlak van de buis aan het buisuiteinde.

$$(a) \quad A_c = \frac{1}{4}\pi D^2 = \frac{1}{4}\pi(0.03 \text{ m})^2 = 7.069 \times 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$A_s = pL = \pi DL = \pi(0.03 \text{ m})(5 \text{ m}) = 0.471 \text{ m}^2$$

$$\dot{m} = \rho \dot{V} = (992.1 \text{ kg/m}^3)(0.01 \text{ m}^3/\text{min}) = 9.921 \text{ kg/min} = 0.1654 \text{ kg/s}$$

$$\dot{Q} = \dot{m}C_p(T_e - T_i)$$

$$= (0.1654 \text{ kg/s})(4.179 \text{ kJ/kg} \cdot ^\circ\text{C})(65 - 15)^\circ\text{C}$$

$$= 34.6 \text{ kJ/s} = 34.6 \text{ kW}$$

=> komt van de weerstandsverhitter, dus het vermogen is **34,6 kW**

$$(b) \quad \dot{q}_s = h(T_s - T_m) \rightarrow T_s = T_m + \frac{\dot{q}_s}{h}$$

$$\dot{q}_s = \frac{\dot{Q}}{A_s} = \frac{34.6 \text{ kW}}{0.471 \text{ m}^2} = 73.46 \text{ kW/m}^2$$

$$V_m = \frac{\dot{V}}{A_c} = \frac{0.010 \text{ m}^3/\text{min}}{7.069 \times 10^{-4} \text{ m}^2} = 14.15 \text{ m/min} = 0.236 \text{ m/s}$$

$$\text{Re} = \frac{V_m D}{\nu} = \frac{(0.236 \text{ m/s})(0.03 \text{ m})}{0.658 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}} = 10,760$$

$$L_h \approx L_t \approx 10D = 10 \times 0.03 = 0.3 \text{ m}$$

$$\Rightarrow L_h \ll L$$

$$\text{Nu} = \frac{hD}{k} = 0.023 \text{ Re}^{0.8} \text{ Pr}^{0.4} = 0.023(10,760)^{0.8} (4.34)^{0.4} = 69.5$$

$$h = \frac{k}{D} \text{Nu} = \frac{0.631 \text{ W/m} \cdot ^\circ\text{C}}{0.03 \text{ m}} (69.5) = 1462 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$$

$$T_s = T_m + \frac{\dot{q}_s}{h} = 65^\circ\text{C} + \frac{73,460 \text{ W/m}^2}{1462 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}} = \mathbf{115^\circ\text{C}}$$

Volledig ontwikkelde turbulente stroming over de ganse lengte van de buis beschouwen.