



# Wetten van Newton

- 1 Een voorwerp beweegt met een constante snelheidsvector (die eventueel gelijk aan nul kan zijn) tenzij er een externe kracht op werkt.
- 2 De versnelling van een voorwerp is rechtevenredig met de **netto** kracht die er op werkt. De evenredigheidsconstante is de massa. In wiskundige vorm

$$\sum_i \vec{F}_i = m\vec{a}.$$

(Let op: dit is geen som over vectorcomponenten!)

- 3 Wanneer twee lichamen interageren, oefent voorwerp *B* een kracht uit op voorwerp *A* die gelijk is in grootte maar tegengesteld gericht aan de kracht uitgeoefend door *A* op *B*:

$$\vec{F}_{BA} = -\vec{F}_{AB}.$$

**Belangrijk!** Deze wetten gelden **alleen** in zogenaamde inertiaële referentiestelsels. Deze stelsels zijn per definitie die stelstels waarin de eerste wet geldt.



## Oefening 1: Afremmen van een auto (4.6)

Welke gemiddelde kracht moet je uitoefenen om een auto met een massa van  $950\text{ kg}$  af te remmen in een tijdsspanne van  $8\text{ s}$  als deze aan een snelheid van  $95 \frac{\text{km}}{\text{h}}$  rijdt?



## Oefening 2: De ramen wassen (4.32)

Een ramenwasser trekt zichzelf omhoog. Hiervoor gebruikt ze een grote emmer, waarin ze zelf plaats neemt en die ze door middel van een touw dat over een katrol hangt, kan omhoogtrekken.

- 1 Met welke kracht moet zij het touw naar beneden trekken om om zichzelf met een constante snelheid naar boven te trekken?
- 2 Als haar massa plus die van de emmer samen  $72\text{kg}$  is, wat zal dan haar versnelling zijn als ze deze kracht verhoogt met 15%?



## Oefening 3: Twee blokken (4.51)

Twee blokken zijn met elkaar verbonden met behulp van een touw. Het eerste blok ligt op een horizontale tafel, het tweede blok hangt naast de tafel. Het touw loopt over een massaloze katrol die wrijvingsloos kan roteren. Als de blokken respectievelijk  $m_A$  en  $m_B$  als massa hebben, wat is dan de versnelling van de blokken en wat is de spankracht in het touw?



## Oefening 4: Een zweefvlieger (4.64)

Een zweefvlieger ondersteunt het gewicht van een persoon met behulp van zes touwen. Twee van deze touwen zijn verticaal gespannen, twee een hoek van  $30^\circ$  met de verticale en de twee anderen een hoek van  $60^\circ$ . De massa van de persoon is  $74\text{kg}$ . Wat is de spankracht in elk van de touwen?



## Oefening 5: Opnieuw twee blokken (4.87)

Een blok van  $1,5\text{kg}$  rust bovenop een blok met een massa van  $7,5\text{kg}$ . Beiden zijn verbonden met een touw dat over een massaloze katrol gespannen is. Beide blokken kunnen wrijvingsloos over elkaar bewegen.

- 1 Welke kracht moet worden uitgeoefend op het onderste blok om het bovenste blok te versnellen aan  $2,5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ ?
- 2 Wat is de spankracht in het touw?

# Oplossingen



## Oplossing 1.1

- De gemiddelde kracht die nodig is, zal gerelateerd zijn aan de gemiddelde versnelling volgens de tweede wet van Newton,

$$\vec{F}_{\text{tot}} = m\vec{a}.$$

Deze wet spreekt over instantane kracht en dito versnelling maar dat de gemiddelde grootheden hier ook aan voldoen, volgt daar op eenvoudige manier uit.

- De gemiddelde versnelling op een tijdsinterval  $[t_1, t_2]$  is gegeven door

$$\vec{a}_{\text{gem}} = \frac{\vec{v}(t_2) - \vec{v}(t_1)}{t_2 - t_1}.$$

Je kan hier een scalaire vergelijking van maken een coördinaatstelsel te kiezen met één van de assen in de bewegingsrichting van de auto. Uitrekenen levert je

$$a_{\text{gem}} = \frac{26,4 \frac{m}{s}}{8s} = 3,30 \frac{m}{s^2}.$$

De gemiddelde (grootte van de) kracht is daarom

$$F_{\text{gem}} = ma_{\text{gem}} = 950kg \cdot 3,30 \frac{m}{s^2} = 3133N.$$





## Oplossing 2.1

- De kracht  $\vec{F}_t$  waarmee de ramenwasser zich naar boven trekt, is op elk ogenblik gegeven door

$$\vec{F} = m\vec{a}.$$

Wanneer zij met een constante snelheid beweegt, is de versnelling nul en dus moet de netto kracht dit ook zijn. De vraag is dus welke kracht zij moet uitoefenen op het touw om de totale kracht gelijk aan nul te maken.

- Er werken drie krachten in op de ramenwasser: de zwaartekracht, de normaalkracht uitgeoefend door de emmer en de reactiekracht die het touw uitoefent op haar als gevolg van haar trekken.
- De zwaartekracht is van oudsher gegeven door  $\vec{F}_g = m\vec{g}$ .
- De reactiekracht volgt uit de derde wet van Newton. Daarom moet

$$\vec{F}_r = -\vec{F}_t.$$

In het bijzonder zal de reactiekracht naar boven zijn gericht aangezien de trekkracht naar boven is gericht.



## Oplossing 2.2

- De normaalkracht van een voorwerp dat rust op een oppervlak, wordt opgewekt binnenin het oppervlak. De emmer in deze oefening rust echter nergens op. De normaalkracht is in grootte gelijk aan de trekkracht die de ramenwasser uitoefent maar tegengesteld in richting, dus

$$\vec{F}_n = -\vec{F}_t.$$

Het gelijk zijn in grootte komt omdat het massaloze touw de kracht gewoon doorgeeft, het omkeren van richting is het gevolg van de katrol.

- Alles samennemen levert

$$\vec{F}_{\text{tot}} = \vec{F}_g + \vec{F}_n + \vec{F}_r = \vec{F}_g - 2\vec{F}_t.$$

Deze kracht is gelijk aan nul wanneer  $F_t = 0$

$$F_t = \frac{1}{2}F_g = \frac{1}{2}mg = \frac{1}{2} \cdot 72\text{kg} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 353\text{N}.$$

De trekkracht moet natuurlijk nog steeds neerwaarts gericht zijn.



## Oplossing 2.3

- Als de trekkracht met 15% verhoogt, dan zal nog steeds

$$\vec{F}_{\text{tot}} = \vec{F}_g + \vec{F}_n + \vec{F}_r = \vec{F}_g - 2\vec{F}_t,$$

waar nu de trekkracht 15% verhoogd is ten opzichte van eerder.

- De component van de versnelling in de opwaartse richting zal daarom gelijk zijn aan

$$\begin{aligned} a_{\text{op}} &= \frac{-F_g + 2F_t}{m} \\ &= \frac{-72\text{kg} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}} + 2 \cdot 1,15 \cdot 353\text{N}}{72\text{kg}} \\ &= 1,47 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}. \end{aligned}$$

Zoals verwacht zal de ramenwasser zich dus naar boven bewegen.



## Oplossing 3.1

- De versnelling van elk blok zal gelijk zijn aan de netto kracht die inwerkt op elk blok gedeeld door de massa van dat blok (tweede wet van Newton).
- De beweging van de blokken zal in essentie slechts ééndimensionaal zijn: de blokken zullen bewegen over een curve die samenvalt met het touw (en het verlengde hiervan). Hierdoor kan je een geörienteerde coördinaat kiezen die langs deze curve ligt. Laat ons de richting van deze as kiezen in de richting van het liggende naar het hangende blok.
- Op het liggende blok werken drie krachten. De zwaartekracht en de normaalkracht zullen elkaar opheffen om te garanderen dat dit blok niet op- of neer versnelt. De netto kracht is daarom gelijk aan de derde kracht, de spankracht in het touw.
- Op het hangende blok werken de spankracht en de zwaartekracht.



## Oplossing 3.2

- Door de geörienteerde coördinaatas met  $x$  te benoemen, kan je de tweede wet van Newton uitdrukken als het stelsel<sup>1</sup>

$$\begin{cases} m_A a_{A,x} &= +T \\ m_B a_{B,x} &= -T + m_B g. \end{cases}$$

Dit zijn twee vergelijkingen met 3 onbekenden. Er is dus een extra vergelijking nodig.

- De voor de hand liggende derde vergelijking is

$$a_{A,x} = a_{B,x} \equiv a.$$

Deze zegt ons dat de versnellingen van beide blokken dezelfde is, wat we verwachten uit onze dagdagelijkse ervaring.

---

<sup>1</sup>Ik heb hier opzettelijk  $T$  geschreven en niet  $T_x$  om te benadrukken dat de kracht die het touw uitoefent op het blok strikt genomen niet de spankracht is maar de groottes zijn wel dezelfde.



## Oplossing 3.3

- Door de derde vergelijking te gebruiken om  $a_{A,x}$  en  $A_{B,x}$  te vervangen door  $a$  in de andere twee vergelijkingen en dan de eerste te gebruiken om  $T$  te vervangen in de tweede vergelijking, reduceert deze laatste vergelijking zich tot

$$m_B a = -m_A a + m_B g \quad \Rightarrow \quad a = \frac{m_B}{m_A + m_B} g,$$

zodat de versnelling gekend is.

- Deze versnelling invullen in de eerste vergelijking leert je dat

$$T = m_A a = \frac{m_A m_B}{m_A + m_B} g.$$



## Oplossing 4.1

- De spankrachten in de zes touwen samen zullen het gewicht van de persoon compenseren: de persoon is in rust ten opzichte van de vlieger (en blijft dat ook) en hun relatieve versnelling moet dus nul zijn. Daarom moeten de verticale componenten van de spankrachten elk gelijk zijn aan

$$T_{i,y} = \frac{1}{6}mg,$$

waar de  $y$ -richting werd gekozen als verticale richting.

- Door de constructie van de zweefvlieger zullen de horizontale componenten van de spankrachten in twee touwen die dezelfde hoek met de verticale maken elkaar compenseren. Dit komt omdat hun verticale componenten dezelfde zijn en de hoek met de verticale as ook dezelfde is. De grootte van de horizontale componenten moet dus ook dezelfde zijn (maar natuurlijk wel een tegengesteld teken hebben).



## Oplossing 4.2

- Voor de verticale touwen is de verticale component van de spankrachten gelijk aan de grootte en dus geldt

$$T_y = \frac{1}{6}mg = \frac{1}{6}74kg \cdot 9,81 \frac{m}{s^2} = 121N.$$

- Voor de touwen die een hoek met  $30^\circ$  maken, is de verticale component de projectie van de grootte van de spankracht op de  $y$ -as, met andere woorden

$$T_y = T \cos(30^\circ).$$

Hieruit volgt

$$T = \frac{T_y}{\cos(30^\circ)} = \frac{mg}{6 \cos(30^\circ)} = 140N.$$

- Volledig analoog geldt voor de  $60^\circ$ -touwen

$$T = \frac{T_y}{\cos(60^\circ)} = \frac{mg}{6 \cos(60^\circ)} = 242N.$$





## Oplossing 5.1

- Je kan in deze oefening opnieuw een geörienteerde coördinaatas kiezen. Laat ons deze opnieuw  $x$  noemen en de richting waarin aan het onderste blok wordt getrokken positief nemen.
- De versnelling van het bovenste blok zal gelijk zijn aan de totale kracht gedeeld door de massa. Van de drie krachten die op dit blok werken — de zwaartekracht, de normaalkracht en de trekkracht van het touw — compenseren de eerste twee elkaar. Deze trekkracht is opnieuw gelijk aan de spankracht. Daarom weet je alvast dat

$$\vec{T} = m\vec{a} = 2,5\text{kg} \cdot 2,5\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\hat{i} = 6,25\text{N}\hat{i}.$$

- Opnieuw zal de versnelling van beide blokken dezelfde zijn. (Als je een gewone, rechte as had gekozen, zijn ze hetzelfde op een teken na.)



## Oplossing 5.2

- Om te antwoorden op het eerste deel van de vraag, moet je weten welke kracht op het onderste blok er voor zal zorgen dat de spankracht in het touw precies die waarde heeft die is berekend op de vorige slide. Deze spankracht zal immers zorgen voor de juiste versnelling van het bovenste blok.
- De verticaal gerichte zwaartekracht en normaalkracht zullen elkaar ook voor dit blok precies opheffen. De x-component van de tweede wet van Newton opschrijven levert

$$Ma_x = -T + F \quad \text{zodat} \quad F = Ma + T = 7,5\text{kg} \cdot 2,5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} + 6,25\text{N} = 25\text{N}.$$