1e Ba scheikunde & biochemie

Integralen van tweede en derde klasse

Werner Peeters

Integralen van tweede klasse

= rationaal samengestelde goniometrische functies

$$\int f\left(\sin x, \cos x\right) dx$$

Integralen van tweede klasse

= rationaal samengestelde goniometrische functies

$$\int f\left(\sin x, \cos x\right) dx$$

$\Rightarrow 5$ mogelijkheden

Integralen van tweede klasse

= rationaal samengestelde goniometrische functies

$$\int f\left(\sin x, \cos x\right) dx$$

$\Rightarrow 5$ mogelijkheden

- Substitutie $\operatorname{tg}\dfrac{x}{2} = t$

Integralen van tweede klasse

= rationaal samengestelde goniometrische functies

$$\int f(\sin x, \cos x)\, dx$$

$\Rightarrow 5$ mogelijkheden

- Substitutie $\operatorname{tg} \dfrac{x}{2} = t$
- Substitutie $\operatorname{tg} x = t$

Integralen van tweede klasse

= rationaal samengestelde goniometrische functies

$$\int f(\sin x, \cos x)\, dx$$

$\Rightarrow 5$ mogelijkheden

- Substitutie $\operatorname{tg} \frac{x}{2} = t$
- Substitutie $\operatorname{tg} x = t$
- Substitutie $\sin x = t$ of $\cos x = t$

Integralen van tweede klasse

= rationaal samengestelde goniometrische functies

$$\int f(\sin x, \cos x)\, dx$$

$\Rightarrow 5$ mogelijkheden

- Substitutie $\operatorname{tg}\frac{x}{2} = t$
- Substitutie $\operatorname{tg} x = t$
- Substitutie $\sin x = t$ of $\cos x = t$
- Halverings–en verdubbelingsformules

Integralen van tweede klasse

= rationaal samengestelde goniometrische functies

$$\int f(\sin x, \cos x)\, dx$$

$\Rightarrow 5$ mogelijkheden

- Substitutie $\operatorname{tg} \frac{x}{2} = t$
- Substitutie $\operatorname{tg} x = t$
- Substitutie $\sin x = t$ of $\cos x = t$
- Halverings–en verdubbelingsformules
- Recursie

Methode I: substitutie $\boxed{\operatorname{tg}\dfrac{x}{2} = t}$

Methode I: substitutie $\boxed{\operatorname{tg}\dfrac{x}{2} = t}$ voor $\displaystyle\int f\left(\sin x, \cos x\right) dx$

Methode I: substitutie $\boxed{\operatorname{tg}\dfrac{x}{2} = t}$ voor $\displaystyle\int f(\sin x, \cos x)\,dx$

$$\Rightarrow \sin x = \frac{2t}{1+t^2} \qquad \cos x = \frac{1-t^2}{1+t^2} \qquad \operatorname{tg} x = \frac{2t}{1-t^2}$$

Methode I: substitutie $\boxed{\operatorname{tg}\frac{x}{2}=t}$ **voor** $\int f(\sin x, \cos x)\,dx$

$$\Rightarrow \sin x = \frac{2t}{1+t^2} \qquad \cos x = \frac{1-t^2}{1+t^2} \qquad \operatorname{tg} x = \frac{2t}{1-t^2}$$

en

$$x = 2\,\operatorname{Bgtg} t \Rightarrow dx = \frac{2dt}{1+t^2}$$

Methode I: substitutie $\boxed{\operatorname{tg}\dfrac{x}{2} = t}$ voor $\displaystyle\int f(\sin x, \cos x)\, dx$

$$\Rightarrow \sin x = \frac{2t}{1+t^2} \qquad \cos x = \frac{1-t^2}{1+t^2} \qquad \operatorname{tg} x = \frac{2t}{1-t^2}$$

en

$$x = 2 \operatorname{Bgtg} t \Rightarrow dx = \frac{2dt}{1+t^2}$$

$\Rightarrow$ Klasse I

Methode I: substitutie $\boxed{\operatorname{tg}\frac{x}{2} = t}$ voor $\int f(\sin x, \cos x)\, dx$

$$\Rightarrow \sin x = \frac{2t}{1+t^2} \qquad \cos x = \frac{1-t^2}{1+t^2} \qquad \operatorname{tg} x = \frac{2t}{1-t^2}$$

en

$$x = 2\,\mathrm{Bgtg}\, t \Rightarrow dx = \frac{2dt}{1+t^2}$$

$\Rightarrow$ Klasse I

Voorbeeld:

$I = \int \frac{dx}{\sin x}$

Methode I: substitutie $\boxed{\operatorname{tg}\frac{x}{2}=t}$ voor $\int f(\sin x, \cos x)\,dx$

$$\Rightarrow \sin x = \frac{2t}{1+t^2} \qquad \cos x = \frac{1-t^2}{1+t^2} \qquad \operatorname{tg} x = \frac{2t}{1-t^2}$$

en

$$x = 2\operatorname{Bgtg} t \Rightarrow dx = \frac{2dt}{1+t^2}$$

$\Rightarrow$ Klasse I

Voorbeeld:

$$I = \int \frac{dx}{\sin x} = \int \frac{\frac{2dt}{1+t^2}}{\frac{2t}{1+t^2}}$$

Methode I: substitutie $\boxed{\operatorname{tg}\frac{x}{2}=t}$ **voor** $\int f(\sin x, \cos x)\,dx$

$$\Rightarrow \sin x = \frac{2t}{1+t^2} \qquad \cos x = \frac{1-t^2}{1+t^2} \qquad \operatorname{tg} x = \frac{2t}{1-t^2}$$

en

$$x = 2\operatorname{Bgtg} t \Rightarrow dx = \frac{2dt}{1+t^2}$$

$\Rightarrow$ Klasse I

Voorbeeld:

$$I = \int \frac{dx}{\sin x} = \int \frac{\frac{2dt}{1+t^2}}{\frac{2t}{1+t^2}} = \int \frac{dt}{t}$$

Methode I: substitutie $\boxed{\operatorname{tg}\dfrac{x}{2} = t}$ **voor** $\displaystyle\int f(\sin x, \cos x)\,dx$

$$\Rightarrow \sin x = \frac{2t}{1+t^2} \qquad \cos x = \frac{1-t^2}{1+t^2} \qquad \operatorname{tg} x = \frac{2t}{1-t^2}$$

en

$$x = 2\,\mathrm{Bgtg}\,t \Rightarrow dx = \frac{2dt}{1+t^2}$$

$\Rightarrow$ Klasse I

Voorbeeld:

$$I = \int \frac{dx}{\sin x} = \int \frac{\dfrac{2dt}{1+t^2}}{\dfrac{2t}{1+t^2}} = \int \frac{dt}{t} = \ln|t| + k$$

Methode I: substitutie $\boxed{\mathrm{tg}\,\frac{x}{2} = t}$ **voor** $\int f(\sin x, \cos x)\, dx$

$$\Rightarrow \sin x = \frac{2t}{1+t^2} \qquad \cos x = \frac{1-t^2}{1+t^2} \qquad \mathrm{tg}\, x = \frac{2t}{1-t^2}$$

en

$$x = 2\,\mathrm{Bgtg}\, t \Rightarrow dx = \frac{2dt}{1+t^2}$$

$\Rightarrow$ Klasse I

Voorbeeld:

$$I = \int \frac{dx}{\sin x} = \int \frac{\frac{2dt}{1+t^2}}{\frac{2t}{1+t^2}} = \int \frac{dt}{t} = \ln|t| + k = \ln\left|\mathrm{tg}\,\frac{x}{2}\right| + k$$

Methode II: substitutie $\boxed{\operatorname{tg} x = t}$

Methode II: substitutie $\boxed{\operatorname{tg} x = t}$ voor $\int f(\operatorname{tg} x)\, dx$

Methode II: substitutie $\boxed{\operatorname{tg} x = t}$ voor $\int f(\operatorname{tg} x)\,dx$

$$x = \operatorname{Bgtg} t \Rightarrow dx = \frac{dt}{1+t^2}$$

Methode II: substitutie $\boxed{\operatorname{tg} x = t}$ voor $\int f(\operatorname{tg} x)\, dx$

$$x = \operatorname{Bgtg} t \Rightarrow dx = \frac{dt}{1+t^2}$$

$\Rightarrow$ Klasse I

Methode II: substitutie $\boxed{\operatorname{tg} x = t}$ voor $\displaystyle\int f(\operatorname{tg} x)\, dx$

$$x = \operatorname{Bgtg} t \Rightarrow dx = \frac{dt}{1+t^2}$$

$\Rightarrow$ Klasse I

Voorbeeld:

$$I = \int \frac{\cos x - \sin x}{\cos x + \sin x} dx$$

Methode II: substitutie $\boxed{\operatorname{tg} x = t}$ voor $\int f(\operatorname{tg} x)\,dx$

$$x = \operatorname{Bgtg} t \Rightarrow dx = \frac{dt}{1+t^2}$$

$\Rightarrow$ Klasse I

Voorbeeld:

$$I = \int \frac{\cos x - \sin x}{\cos x + \sin x} dx = \int \frac{\dfrac{\cos x - \sin x}{\cos x}}{\dfrac{\cos x + \sin x}{\cos x}} dx$$

Methode II: substitutie $\boxed{\operatorname{tg} x = t}$ voor $\int f(\operatorname{tg} x)\, dx$

$$x = \operatorname{Bgtg} t \Rightarrow dx = \frac{dt}{1+t^2}$$

$\Rightarrow$ Klasse I

Voorbeeld:

$$I = \int \frac{\cos x - \sin x}{\cos x + \sin x} dx = \int \frac{1 - \operatorname{tg} x}{1 + \operatorname{tg} x} dx$$

Methode II: substitutie $\boxed{\operatorname{tg} x = t}$ voor $\displaystyle\int f(\operatorname{tg} x)\, dx$

$$x = \operatorname{Bgtg} t \Rightarrow dx = \frac{dt}{1+t^2}$$

$\Rightarrow$ Klasse I

Voorbeeld:

$$I = \int \frac{\cos x - \sin x}{\cos x + \sin x} dx = \int \frac{1-t}{1+t} \frac{dt}{1+t^2}$$

Methode II: substitutie $\boxed{\operatorname{tg} x = t}$ voor $\int f(\operatorname{tg} x)\, dx$

$$x = \operatorname{Bgtg} t \Rightarrow dx = \frac{dt}{1+t^2}$$

$\Rightarrow$ Klasse I

Voorbeeld:

$$I = \int \frac{\cos x - \sin x}{\cos x + \sin x} dx = \int \frac{(1-t)\, dt}{(1+t)(1+t^2)}$$

Methode II: substitutie $\boxed{\operatorname{tg} x = t}$ voor $\displaystyle\int f(\operatorname{tg} x)\, dx$

$$x = \operatorname{Bgtg} t \Rightarrow dx = \frac{dt}{1+t^2}$$

$\Rightarrow$ Klasse I

Voorbeeld:

$$I = \int \frac{\cos x - \sin x}{\cos x + \sin x} dx = \int \frac{\left(1 + t^2 - t^2 - t\right) dt}{(1+t)\left(1+t^2\right)}$$

Methode II: substitutie $\boxed{\operatorname{tg} x = t}$ voor $\int f(\operatorname{tg} x)\, dx$

$$x = \operatorname{Bgtg} t \Rightarrow dx = \frac{dt}{1+t^2}$$

$\Rightarrow$ Klasse I

Voorbeeld:

$$I = \int \frac{\cos x - \sin x}{\cos x + \sin x} dx = \int \frac{\left(1+t^2\right) - t\,(1+t)}{(1+t)\left(1+t^2\right)} dt$$

Methode II: substitutie $\boxed{\operatorname{tg} x = t}$ voor $\int f(\operatorname{tg} x)\, dx$

$$x = \operatorname{Bgtg} t \Rightarrow dx = \frac{dt}{1+t^2}$$

$\Rightarrow$ Klasse I

Voorbeeld:

$$I = \int \frac{\cos x - \sin x}{\cos x + \sin x} dx = \int \frac{\left(1+t^2\right)}{(1+t)\left(1+t^2\right)} dt - \int \frac{t\,(1+t)}{(1+t)\left(1+t^2\right)} dt$$

Methode II: substitutie $\boxed{\operatorname{tg} x = t}$ voor $\int f(\operatorname{tg} x)\, dx$

$$x = \operatorname{Bgtg} t \Rightarrow dx = \frac{dt}{1+t^2}$$

$\Rightarrow$ Klasse I

Voorbeeld:

$$I = \int \frac{\cos x - \sin x}{\cos x + \sin x} dx = \int \frac{dt}{(1+t)} - \int \frac{t}{(1+t^2)} dt$$

Methode II: substitutie $\boxed{\operatorname{tg} x = t}$ voor $\displaystyle\int f(\operatorname{tg} x)\, dx$

$$x = \operatorname{Bgtg} t \Rightarrow dx = \frac{dt}{1+t^2}$$

$\Rightarrow$ Klasse I

Voorbeeld:

$$I = \int \frac{\cos x - \sin x}{\cos x + \sin x} dx = \ln|1+t| - \frac{1}{2}\int \frac{d\left(1+t^2\right)}{(1+t^2)}$$

Methode II: substitutie $\boxed{\operatorname{tg} x = t}$ **voor** $\int f(\operatorname{tg} x)\,dx$

$$x = \operatorname{Bgtg} t \Rightarrow dx = \frac{dt}{1+t^2}$$

$\Rightarrow$ Klasse I

Voorbeeld:

$$I = \int \frac{\cos x - \sin x}{\cos x + \sin x} dx = \ln|1+t| - \frac{1}{2}\ln\left|1+t^2\right| + k$$

Methode II: substitutie $\boxed{\operatorname{tg} x = t}$ voor $\int f(\operatorname{tg} x)\, dx$

$$x = \operatorname{Bgtg} t \Rightarrow dx = \frac{dt}{1+t^2}$$

$\Rightarrow$ Klasse I

Voorbeeld:

$$I = \int \frac{\cos x - \sin x}{\cos x + \sin x} dx = \frac{1}{2} \ln \left|(1+t)^2\right| - \frac{1}{2} \ln \left|1+t^2\right| + k$$

Methode II: substitutie $\boxed{\operatorname{tg} x = t}$ voor $\displaystyle\int f(\operatorname{tg} x)\, dx$

$$x = \operatorname{Bgtg} t \Rightarrow dx = \frac{dt}{1+t^2}$$

$\Rightarrow$ Klasse I

Voorbeeld:

$$I = \int \frac{\cos x - \sin x}{\cos x + \sin x} dx = \frac{1}{2} \ln \left| \frac{(1+t)^2}{1+t^2} \right| + k$$

Methode II: substitutie $\boxed{\operatorname{tg} x = t}$ voor $\displaystyle\int f(\operatorname{tg} x)\, dx$

$$x = \operatorname{Bgtg} t \Rightarrow dx = \frac{dt}{1+t^2}$$

$\Rightarrow$ Klasse I

Voorbeeld:

$$I = \int \frac{\cos x - \sin x}{\cos x + \sin x} dx = \frac{1}{2} \ln \left| \frac{(1 + \operatorname{tg} x)^2}{1 + \operatorname{tg}^2 x} \right| + k$$

Methode III: substitutie $\boxed{\sin x = t}$ of $\boxed{\cos x = t}$

Methode III: substitutie $\boxed{\sin x = t}$ of $\boxed{\cos x = t}$ voor $\int \sin^m x \cos^n x dx$ met m of n oneven

Methode III: substitutie $\boxed{\sin x = t}$ of $\boxed{\cos x = t}$ voor $\int \sin^m x \cos^n x dx$ met m of n oneven

$\Rightarrow$ Klasse I

Voorbeelden:

$$(1)\ I = \int \sin^5 x \cos^3 x dx$$

Methode III: substitutie $\boxed{\sin x = t}$ **of** $\boxed{\cos x = t}$ voor $\int \sin^m x \cos^n x dx$ met m of n oneven

$\Rightarrow$ Klasse I

Voorbeelden:

(1) $I = \displaystyle\int \sin^5 x \cos^3 x dx = \int \sin^5 x \cos^2 x \cos x dx$

Methode III: substitutie $\boxed{\sin x = t}$ of $\boxed{\cos x = t}$ voor $\int \sin^m x \cos^n x dx$ met m of n oneven
$\Rightarrow$ Klasse I

Voorbeelden:

$$(1)\ I = \int \sin^5 x \cos^3 x dx = \int \sin^5 x \cos^2 x d\left(\sin x\right)$$

Methode III: substitutie $\boxed{\sin x = t}$ **of** $\boxed{\cos x = t}$ **voor** $\int \sin^m x \cos^n x dx$ **met** m **of** n **oneven**
$\Rightarrow$ Klasse I

Voorbeelden:

(1) $I = \displaystyle\int \sin^5 x \cos^3 x dx = \int \sin^5 x \left(1 - \sin^2 x\right) d\left(\sin x\right)$

Methode III: substitutie $\boxed{\sin x = t}$ **of** $\boxed{\cos x = t}$ **voor** $\int \sin^m x \cos^n x dx$ **met** m **of** n **oneven**
$\Rightarrow$ Klasse I

Voorbeelden:

$$(1)\ I = \int \sin^5 x \cos^3 x dx = \int \sin^5 x \left(1 - \sin^2 x\right) d\left(\sin x\right)$$

$$t = \sin x$$

$$= \int t^5 \left(1 - t^2\right) dt$$

Methode III: substitutie $\boxed{\sin x = t}$ **of** $\boxed{\cos x = t}$ **voor** $\int \sin^m x \cos^n x dx$ **met** m **of** n **oneven**
$\Rightarrow$ Klasse I

Voorbeelden:

$$(1)\ I = \int \sin^5 x \cos^3 x dx = \int \sin^5 x \left(1 - \sin^2 x\right) d\left(\sin x\right)$$

$$t = \sin x$$

$$= \int \left(t^5 - t^7\right) dt$$

Methode III: substitutie $\boxed{\sin x = t}$ **of** $\boxed{\cos x = t}$ **voor** $\int \sin^m x \cos^n x dx$ **met** m **of** n **oneven**
$\Rightarrow$ Klasse I

Voorbeelden:

(1) $I = \displaystyle\int \sin^5 x \cos^3 x dx = \int \sin^5 x \left(1 - \sin^2 x\right) d(\sin x)$

$$t = \sin x$$

$$= \frac{1}{6}t^6 - \frac{1}{8}t^8 + k$$

Methode III: substitutie $\boxed{\sin x = t}$ **of** $\boxed{\cos x = t}$ **voor** $\int \sin^m x \cos^n x dx$ **met** m **of** n **oneven**
$\Rightarrow$ Klasse I

Voorbeelden:

(1) $I = \displaystyle\int \sin^5 x \cos^3 x dx = \int \sin^5 x \left(1 - \sin^2 x\right) d\left(\sin x\right)$

$$t = \sin x$$

$$= \frac{1}{6}\sin^6 x - \frac{1}{8}\sin^8 x + k$$

Methode III: substitutie $\boxed{\sin x = t}$ **of** $\boxed{\cos x = t}$ **voor** $\int \sin^m x \cos^n x dx$ **met** m **of** n **oneven**
$\Rightarrow$ Klasse I

Voorbeelden:

(1) $I = \displaystyle\int \sin^5 x \cos^3 x dx = \int \sin^5 x \left(1 - \sin^2 x\right) d\left(\sin x\right)$

$$t = \sin x$$

$= \dfrac{1}{6}\sin^6 x - \dfrac{1}{8}\sin^8 x + k$

(2) $I = \displaystyle\int \frac{\cos^3 x}{\sin^5 x} dx$

Methode III: substitutie $\boxed{\sin x = t}$ **of** $\boxed{\cos x = t}$ voor $\int \sin^m x \cos^n x dx$ met m of n oneven

$\Rightarrow$ Klasse I

Voorbeelden:

(1) $I = \int \sin^5 x \cos^3 x dx = \int \sin^5 x \left(1 - \sin^2 x\right) d\left(\sin x\right)$

$$t = \sin x$$

$= \frac{1}{6} \sin^6 x - \frac{1}{8} \sin^8 x + k$

(2) $I = \int \frac{\cos^3 x}{\sin^5 x} dx = \int \frac{\cos^2 x}{\sin^5 x} \cos x dx$

Methode III: substitutie $\boxed{\sin x = t}$ **of** $\boxed{\cos x = t}$ voor $\int \sin^m x \cos^n x dx$ met m of n oneven

$\Rightarrow$ Klasse I

Voorbeelden:

(1) $I = \displaystyle\int \sin^5 x \cos^3 x dx = \int \sin^5 x \left(1 - \sin^2 x\right) d\left(\sin x\right)$

$$t = \sin x$$

$= \dfrac{1}{6}\sin^6 x - \dfrac{1}{8}\sin^8 x + k$

(2) $I = \displaystyle\int \frac{\cos^3 x}{\sin^5 x} dx = \int \frac{1 - \sin^2 x}{\sin^5 x} d\left(\sin x\right)$

Methode III: substitutie $\boxed{\sin x = t}$ **of** $\boxed{\cos x = t}$ **voor** $\int \sin^m x \cos^n x dx$ **met** m **of** n **oneven**
$\Rightarrow$ Klasse I

Voorbeelden:

(1) $I = \displaystyle\int \sin^5 x \cos^3 x dx = \int \sin^5 x \left(1 - \sin^2 x\right) d(\sin x)$

$$t = \sin x$$

$= \dfrac{1}{6}\sin^6 x - \dfrac{1}{8}\sin^8 x + k$

(2) $I = \displaystyle\int \frac{\cos^3 x}{\sin^5 x} dx = \int \frac{1 - \sin^2 x}{\sin^5 x} d(\sin x)$

$$t = \sin x$$

$= \displaystyle\int \frac{1 - t^2}{t^5} dt$

Methode III: substitutie $\boxed{\sin x = t}$ **of** $\boxed{\cos x = t}$ voor $\int \sin^m x \cos^n x dx$ met m of n oneven
$\Rightarrow$ Klasse I

Voorbeelden:

(1) $I = \displaystyle\int \sin^5 x \cos^3 x dx = \int \sin^5 x \left(1 - \sin^2 x\right) d\left(\sin x\right)$

$$t = \sin x$$

$= \dfrac{1}{6}\sin^6 x - \dfrac{1}{8}\sin^8 x + k$

(2) $I = \displaystyle\int \frac{\cos^3 x}{\sin^5 x} dx = \int \frac{1 - \sin^2 x}{\sin^5 x} d\left(\sin x\right)$

$$t = \sin x$$

$= \displaystyle\int \left(\frac{1}{t^5} - \frac{1}{t^3}\right) dt$

Methode III: substitutie $\boxed{\sin x = t}$ **of** $\boxed{\cos x = t}$ voor $\int \sin^m x \cos^n x dx$ met m of n oneven

$\Rightarrow$ Klasse I

Voorbeelden:

(1) $I = \displaystyle\int \sin^5 x \cos^3 x dx = \int \sin^5 x \left(1 - \sin^2 x\right) d(\sin x)$

$$t = \sin x$$

$= \dfrac{1}{6}\sin^6 x - \dfrac{1}{8}\sin^8 x + k$

(2) $I = \displaystyle\int \frac{\cos^3 x}{\sin^5 x} dx = \int \frac{1 - \sin^2 x}{\sin^5 x} d(\sin x)$

$$t = \sin x$$

$= \dfrac{1}{2t^2} - \dfrac{1}{4t^4} + k$

Methode III: substitutie $\boxed{\sin x = t}$ **of** $\boxed{\cos x = t}$ voor $\int \sin^m x \cos^n x dx$ met m of n oneven
$\Rightarrow$ Klasse I

Voorbeelden:

(1) $I = \displaystyle\int \sin^5 x \cos^3 x dx = \int \sin^5 x \left(1 - \sin^2 x\right) d(\sin x)$

$$t = \sin x$$

$= \dfrac{1}{6}\sin^6 x - \dfrac{1}{8}\sin^8 x + k$

(2) $I = \displaystyle\int \frac{\cos^3 x}{\sin^5 x} dx = \int \frac{1 - \sin^2 x}{\sin^5 x} d(\sin x)$

$$t = \sin x$$

$= \dfrac{1}{2\sin^2 x} - \dfrac{1}{4\sin^4 x} + k$

Methode IV: halverings–en verdubbelingsformules

Methode IV: halverings–en verdubbelingsformules voor $\int \sin^m x \cos^n x dx$ met m of n oneven

Voorbeelden:

(1) $I = \displaystyle\int \sin^4 x dx$

Methode IV: halverings–en verdubbelingsformules voor $\int \sin^m x \cos^n x dx$ met m of n oneven

Voorbeelden:

(1) $I = \displaystyle\int \sin^4 x dx = \int \left(\sin^2 x\right)^2 dx$

Methode IV: halverings–en verdubbelingsformules voor $\int \sin^m x \cos^n x dx$ met m of n oneven

Voorbeelden:

(1) $I = \int \sin^4 x dx = \int \left(\frac{1-\cos 2x}{2}\right)^2 dx$

Methode IV: halverings–en verdubbelingsformules voor $\int \sin^m x \cos^n x dx$ met m of n oneven

Voorbeelden:

(1) $I = \displaystyle\int \sin^4 x dx = \frac{1}{4}\int (1 - \cos 2x)^2 \, dx$

Methode IV: halverings–en verdubbelingsformules voor $\int \sin^m x \cos^n x dx$ met m of n oneven

Voorbeelden:

(1) $I = \displaystyle\int \sin^4 x dx = \frac{1}{4}\int \left(1 - 2\cos 2x + \cos^2 2x\right) dx$

Methode IV: halverings–en verdubbelingsformules voor $\int \sin^m x \cos^n x dx$ met m of n oneven

Voorbeelden:

(1) $I = \displaystyle\int \sin^4 x dx = \frac{1}{4}\int \left(1 - 2\cos 2x + \left(\frac{1+\cos 4x}{2}\right)\right) dx$

Methode IV: halverings–en verdubbelingsformules voor $\int \sin^m x \cos^n x dx$ met m of n oneven

Voorbeelden:

(1) $I = \displaystyle\int \sin^4 x dx = \frac{1}{4}\int \left(1 - 2\cos 2x + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cos 4x\right) dx$

Methode IV: halverings–en verdubbelingsformules voor $\int \sin^m x \cos^n x dx$ met m of n oneven

Voorbeelden:

(1) $I = \displaystyle\int \sin^4 x dx = \frac{1}{4}\int \left(\frac{3}{2} - 2\cos 2x + \frac{1}{2}\cos 4x\right) dx$

Methode IV: halverings–en verdubbelingsformules voor $\int \sin^m x \cos^n x dx$ met m of n oneven

Voorbeelden:

(1) $I = \displaystyle\int \sin^4 x dx = \int \frac{3}{8} dx - \frac{1}{2}\int \cos 2x dx + \frac{1}{8}\int \cos 4x dx$

Methode IV: halverings–en verdubbelingsformules voor $\int \sin^m x \cos^n x dx$ met m of n oneven

Voorbeelden:

(1) $I = \displaystyle\int \sin^4 x dx = \frac{3x}{8} - \frac{1}{4}\sin 2x + \frac{1}{32}\sin 4x + k$

Methode IV: halverings–en verdubbelingsformules voor $\int \sin^m x \cos^n x dx$ met m of n oneven

Voorbeelden:

(1) $I = \displaystyle\int \sin^4 x dx = \frac{3x}{8} - \frac{1}{4}\sin 2x + \frac{1}{32}\sin 4x + k$

(2) $I = \displaystyle\int \sin^2 x \cos^4 x dx$

Methode IV: halverings–en verdubbelingsformules voor $\int \sin^m x \cos^n x dx$ met m of n oneven

Voorbeelden:

(1) $I = \displaystyle\int \sin^4 x dx = \frac{3x}{8} - \frac{1}{4}\sin 2x + \frac{1}{32}\sin 4x + k$

(2) $I = \displaystyle\int \sin^2 x \cos^4 x dx = \int (\sin x \cos x)^2 \cos^2 x dx$

Methode IV: halverings–en verdubbelingsformules voor $\int \sin^m x \cos^n x dx$ met m of n oneven

Voorbeelden:

(1) $I = \int \sin^4 x dx = \frac{3x}{8} - \frac{1}{4} \sin 2x + \frac{1}{32} \sin 4x + k$

(2) $I = \int \sin^2 x \cos^4 x dx = \int \left(\frac{1}{2} \sin 2x\right)^2 \cos^2 x dx$

Methode IV: halverings–en verdubbelingsformules voor $\int \sin^m x \cos^n x dx$ met m of n oneven

Voorbeelden:

(1) $I = \displaystyle\int \sin^4 x dx = \frac{3x}{8} - \frac{1}{4}\sin 2x + \frac{1}{32}\sin 4x + k$

(2) $I = \displaystyle\int \sin^2 x \cos^4 x dx = \frac{1}{4}\int \sin^2 2x \cos^2 x dx$

Methode IV: halverings–en verdubbelingsformules voor $\int \sin^m x \cos^n x dx$ met m of n oneven

Voorbeelden:

(1) $I = \int \sin^4 x dx = \frac{3x}{8} - \frac{1}{4} \sin 2x + \frac{1}{32} \sin 4x + k$

(2) $I = \int \sin^2 x \cos^4 x dx = \frac{1}{4} \int \frac{1 - \cos 4x}{2} \frac{1 + \cos 2x}{2} dx$

Methode IV: halverings–en verdubbelingsformules voor $\int \sin^m x \cos^n x dx$ met m of n oneven

Voorbeelden:

(1) $I = \int \sin^4 x dx = \frac{3x}{8} - \frac{1}{4}\sin 2x + \frac{1}{32}\sin 4x + k$

(2) $I = \int \sin^2 x \cos^4 x dx = \frac{1}{16}\int (1 - \cos 4x)(1 + \cos 2x)\, dx$

Methode IV: halverings–en verdubbelingsformules voor $\int \sin^m x \cos^n x dx$ met m of n oneven

Voorbeelden:

(1) $I = \displaystyle\int \sin^4 x dx = \frac{3x}{8} - \frac{1}{4}\sin 2x + \frac{1}{32}\sin 4x + k$

(2) $I = \displaystyle\int \sin^2 x \cos^4 x dx = \frac{1}{16}\int \left(1 + \cos 2x - \cos 4x - \cos 4x \cos 2x\right) dx$

Methode IV: halverings–en verdubbelingsformules voor $\int \sin^m x \cos^n x dx$ met m of n oneven

Voorbeelden:

(1) $I = \displaystyle\int \sin^4 x dx = \frac{3x}{8} - \frac{1}{4}\sin 2x + \frac{1}{32}\sin 4x + k$

(2) $I = \displaystyle\int \sin^2 x \cos^4 x dx = \frac{1}{16}\int dx + \frac{1}{16}\int \cos 2x dx - \frac{1}{16}\int \cos 4x dx - \frac{1}{16}\int \cos 4x \cos 2x dx$

Methode IV: halverings–en verdubbelingsformules voor $\int \sin^m x \cos^n x dx$ met m of n oneven

Voorbeelden:

(1) $I = \int \sin^4 x dx = \frac{3x}{8} - \frac{1}{4}\sin 2x + \frac{1}{32}\sin 4x + k$

(2) $I = \int \sin^2 x \cos^4 x dx = \frac{1}{16}\int dx + \frac{1}{16}\int \cos 2x dx - \frac{1}{16}\int \cos 4x dx - \frac{1}{16}\int \frac{1}{2}(\cos 6x + \cos 2x)\, dx$

Methode IV: halverings–en verdubbelingsformules voor $\int \sin^m x \cos^n x dx$ met m of n oneven

Voorbeelden:

$$(1)\ I = \int \sin^4 x dx = \frac{3x}{8} - \frac{1}{4}\sin 2x + \frac{1}{32}\sin 4x + k$$

$$(2)\ I = \int \sin^2 x \cos^4 x dx = \frac{1}{16}\int dx + \frac{1}{16}\int \cos 2x dx - \frac{1}{16}\int \cos 4x dx - \frac{1}{32}\int \cos 6x dx - \frac{1}{32}\int \cos 2x dx$$

Methode IV: halverings–en verdubbelingsformules voor $\int \sin^m x \cos^n x dx$ met m of n oneven

Voorbeelden:

(1) $I = \displaystyle\int \sin^4 x dx = \frac{3x}{8} - \frac{1}{4}\sin 2x + \frac{1}{32}\sin 4x + k$

(2) $I = \displaystyle\int \sin^2 x \cos^4 x dx = \frac{1}{16}\int dx + \frac{1}{32}\int \cos 2x dx - \frac{1}{16}\int \cos 4x dx - \frac{1}{32}\int \cos 6x dx$

Methode IV: halverings–en verdubbelingsformules voor $\int \sin^m x \cos^n x dx$ met m of n oneven

Voorbeelden:

(1) $I = \displaystyle\int \sin^4 x dx = \frac{3x}{8} - \frac{1}{4}\sin 2x + \frac{1}{32}\sin 4x + k$

(2) $I = \displaystyle\int \sin^2 x \cos^4 x dx = \frac{x}{16} + \frac{1}{64}\sin 2x - \frac{1}{64}\sin 4x - \frac{1}{192}\sin 6x + k$

Methode V: recursie

Methode V: recursie

Voorbeelden:

$(1)\ T_n = \displaystyle\int \mathrm{tg}^n\, x dx$

Methode V: recursie

Voorbeelden:

(1) $T_n = \int \operatorname{tg}^n x dx = \int \operatorname{tg}^{n-2} x \operatorname{tg}^2 x dx$

Methode V: recursie

Voorbeelden:

(1) $T_n = \int \mathrm{tg}^n\, x dx = \int \mathrm{tg}^{n-2}\, x \left(1 + \mathrm{tg}^2\, x - 1\right) dx$

Methode V: recursie

Voorbeelden:

(1) $T_n = \int \mathrm{tg}^n\, x dx = \int \mathrm{tg}^{n-2}\, x \left(1 + \mathrm{tg}^2\, x\right) dx - \int \mathrm{tg}^{n-2}\, x dx$

Methode V: recursie

Voorbeelden:

(1) $T_n = \int \operatorname{tg}^n x dx = \int \operatorname{tg}^{n-2} x d(\operatorname{tg} x) - \int \operatorname{tg}^{n-2} x dx$

Methode V: recursie

Voorbeelden:

(1) $T_n = \int \mathrm{tg}^n\, x dx = \dfrac{\mathrm{tg}^{n-1}\, x}{n-1} - T_{n-2}$

Methode V: recursie

Voorbeelden:

(1)

$$T_n = \frac{\operatorname{tg}^{n-1} x}{n-1} - T_{n-2}$$

$$T_4 = \int \operatorname{tg}^4 x dx$$

Methode V: recursie

Voorbeelden:

(1)

$$T_n = \frac{\operatorname{tg}^{n-1} x}{n-1} - T_{n-2}$$

$$T_4 = \int \operatorname{tg}^4 x dx = \frac{1}{3} \operatorname{tg}^3 x - \int \operatorname{tg}^2 x dx$$

Methode V: recursie

Voorbeelden:

(1)

$$T_n = \frac{\operatorname{tg}^{n-1} x}{n-1} - T_{n-2}$$

$$T_4 = \int \operatorname{tg}^4 x dx = \frac{1}{3} \operatorname{tg}^3 x - \operatorname{tg} x + \int dx$$

Methode V: recursie

Voorbeelden:

(1)

$$T_n = \frac{\operatorname{tg}^{n-1} x}{n-1} - T_{n-2}$$

$$T_4 = \int \operatorname{tg}^4 x dx = \frac{1}{3} \operatorname{tg}^3 x - \operatorname{tg} x + x + k$$

Methode V: recursie

Voorbeelden:

(1)

$$T_n = \frac{\operatorname{tg}^{n-1} x}{n-1} - T_{n-2}$$

$$T_4 = \int \operatorname{tg}^4 x dx = \frac{1}{3} \operatorname{tg}^3 x - \operatorname{tg} x + x + k$$

(2) $S_{m,n} = \displaystyle\int \sin^m x \cos^n x dx$ met $m + n \neq 0$

Methode V: recursie

Voorbeelden:

(1)

$$T_n = \frac{\operatorname{tg}^{n-1} x}{n-1} - T_{n-2}$$

$$T_4 = \int \operatorname{tg}^4 x dx = \frac{1}{3} \operatorname{tg}^3 x - \operatorname{tg} x + x + k$$

(2) $S_{m,n} = \int \sin^m x \cos^n x dx$ met $m + n \neq 0$

$$= \int \sin^m x \cos^{n-1} x \cos x dx$$

Methode V: recursie

Voorbeelden:

(1)

$$T_n = \frac{\operatorname{tg}^{n-1} x}{n-1} - T_{n-2}$$

$T_4 = \int \operatorname{tg}^4 x dx = \frac{1}{3} \operatorname{tg}^3 x - \operatorname{tg} x + x + k$

(2) $S_{m,n} = \int \sin^m x \cos^n x dx$ met $m + n \neq 0$

$= \int \sin^m x \cos^{n-1} x d(\sin x)$

Methode V: recursie

Voorbeelden:

(1)

$$T_n = \frac{\operatorname{tg}^{n-1} x}{n-1} - T_{n-2}$$

$$T_4 = \int \operatorname{tg}^4 x dx = \frac{1}{3}\operatorname{tg}^3 x - \operatorname{tg} x + x + k$$

(2) $S_{m,n} = \int \sin^m x \cos^n x dx$ met $m + n \neq 0$

$$= \frac{1}{m+1}\int \cos^{n-1} x d\left(\sin^{m+1} x\right)$$

Methode V: recursie

Voorbeelden:

(1)

$$T_n = \frac{\operatorname{tg}^{n-1} x}{n-1} - T_{n-2}$$

$$T_4 = \int \operatorname{tg}^4 x dx = \frac{1}{3} \operatorname{tg}^3 x - \operatorname{tg} x + x + k$$

(2) $S_{m,n} = \int \sin^m x \cos^n x dx$ met $m + n \neq 0$

$$= \frac{1}{m+1} \left[\sin^{m+1} x \cos^{n-1} x - \int \sin^{m+1} x d\left(\cos^{n-1} x\right) \right]$$

Methode V: recursie

Voorbeelden:

(1)

$$T_n = \frac{\operatorname{tg}^{n-1} x}{n-1} - T_{n-2}$$

$$T_4 = \int \operatorname{tg}^4 x dx = \frac{1}{3} \operatorname{tg}^3 x - \operatorname{tg} x + x + k$$

(2) $S_{m,n} = \int \sin^m x \cos^n x dx$ met $m + n \neq 0$

$$= \frac{1}{m+1} \left[\sin^{m+1} x \cos^{n-1} x - (n-1) \int \sin^{m+1} x \cos^{n-2} x d(\cos x) \right]$$

Methode V: recursie

Voorbeelden:

(1)

$$T_n = \frac{\operatorname{tg}^{n-1} x}{n-1} - T_{n-2}$$

$$T_4 = \int \operatorname{tg}^4 x dx = \frac{1}{3} \operatorname{tg}^3 x - \operatorname{tg} x + x + k$$

(2) $S_{m,n} = \int \sin^m x \cos^n x dx$ met $m + n \neq 0$

$$= \frac{1}{m+1} \left[\sin^{m+1} x \cos^{n-1} x - (n-1) \int \sin^{m+1} x \cos^{n-2} x \,(-\sin x)\, dx \right]$$

Methode V: recursie

Voorbeelden:

(1)

$$T_n = \frac{\operatorname{tg}^{n-1} x}{n-1} - T_{n-2}$$

$T_4 = \displaystyle\int \operatorname{tg}^4 x dx = \frac{1}{3}\operatorname{tg}^3 x - \operatorname{tg} x + x + k$

(2) $S_{m,n} = \displaystyle\int \sin^m x \cos^n x dx$ met $m + n \neq 0$

$= \displaystyle\frac{1}{m+1}\left[\sin^{m+1} x \cos^{n-1} x + (n-1)\int \sin^{m+2} x \cos^{n-2} x dx\right]$

Methode V: recursie

Voorbeelden:

(1)

$$T_n = \frac{\operatorname{tg}^{n-1} x}{n-1} - T_{n-2}$$

$T_4 = \int \operatorname{tg}^4 x dx = \dfrac{1}{3} \operatorname{tg}^3 x - \operatorname{tg} x + x + k$

(2) $S_{m,n} = \int \sin^m x \cos^n x dx$ met $m + n \neq 0$

$= \dfrac{1}{m+1} \left[\sin^{m+1} x \cos^{n-1} x + (n-1) \int \sin^m x \sin^2 x \cos^{n-2} x dx \right]$

Methode V: recursie

Voorbeelden:

(1)

$$T_n = \frac{\operatorname{tg}^{n-1} x}{n-1} - T_{n-2}$$

$$T_4 = \int \operatorname{tg}^4 x dx = \frac{1}{3} \operatorname{tg}^3 x - \operatorname{tg} x + x + k$$

(2) $S_{m,n} = \int \sin^m x \cos^n x dx$ met $m + n \neq 0$

$$= \frac{1}{m+1} \left[\sin^{m+1} x \cos^{n-1} x + (n-1) \int \sin^m x \left(1 - \cos^2 x\right) \cos^{n-2} x dx \right]$$

Methode V: recursie

Voorbeelden:

(1)

$$T_n = \frac{\operatorname{tg}^{n-1} x}{n-1} - T_{n-2}$$

$T_4 = \displaystyle\int \operatorname{tg}^4 x dx = \frac{1}{3} \operatorname{tg}^3 x - \operatorname{tg} x + x + k$

(2) $S_{m,n} = \displaystyle\int \sin^m x \cos^n x dx$ met $m + n \neq 0$

$= \dfrac{1}{m+1}\left[\sin^{m+1} x \cos^{n-1} x + (n-1)\displaystyle\int \sin^m x \cos^{n-2} x dx - (n-1)\int \sin^m x \cos^n x dx\right]$

Methode V: recursie

Voorbeelden:

(1)

$$T_n = \frac{\operatorname{tg}^{n-1} x}{n-1} - T_{n-2}$$

$$T_4 = \int \operatorname{tg}^4 x dx = \frac{1}{3} \operatorname{tg}^3 x - \operatorname{tg} x + x + k$$

(2) $S_{m,n} = \int \sin^m x \cos^n x dx$ met $m + n \neq 0$

$$= \frac{1}{m+1} \left[\sin^{m+1} x \cos^{n-1} x + (n-1)\left(S_{m,n-2} - S_{m,n}\right)\right]$$

Methode V: recursie

Voorbeelden:

(1)

$$T_n = \frac{\operatorname{tg}^{n-1} x}{n-1} - T_{n-2}$$

$T_4 = \int \operatorname{tg}^4 x dx = \frac{1}{3} \operatorname{tg}^3 x - \operatorname{tg} x + x + k$

(2) $S_{m,n} = \int \sin^m x \cos^n x dx$ met $m + n \neq 0$

$\Rightarrow S_{m,n} = \dfrac{1}{m+1} \sin^{m+1} x \cos^{n-1} x + \dfrac{n-1}{m+1} (S_{m,n-2} - S_{m,n})$

Methode V: recursie

Voorbeelden:

(1)

$$T_n = \frac{\operatorname{tg}^{n-1} x}{n-1} - T_{n-2}$$

$$T_4 = \int \operatorname{tg}^4 x dx = \frac{1}{3} \operatorname{tg}^3 x - \operatorname{tg} x + x + k$$

(2) $S_{m,n} = \int \sin^m x \cos^n x dx$ met $m + n \neq 0$

$\Rightarrow (m+1) S_{m,n} = \sin^{m+1} x \cos^{n-1} x + (n-1)(S_{m,n-2} - S_{m,n})$

Methode V: recursie

Voorbeelden:

(1)

$$T_n = \frac{\operatorname{tg}^{n-1} x}{n-1} - T_{n-2}$$

$$T_4 = \int \operatorname{tg}^4 x dx = \frac{1}{3} \operatorname{tg}^3 x - \operatorname{tg} x + x + k$$

(2) $S_{m,n} = \int \sin^m x \cos^n x dx$ met $m + n \neq 0$

$\Rightarrow (m+1)\, S_{m,n} = \sin^{m+1} x \cos^{n-1} x + (n-1)\, S_{m,n-2} + (1-n)\, S_{m,n}$

Methode V: recursie

Voorbeelden:

(1)

$$T_n = \frac{\operatorname{tg}^{n-1} x}{n-1} - T_{n-2}$$

$$T_4 = \int \operatorname{tg}^4 x dx = \frac{1}{3} \operatorname{tg}^3 x - \operatorname{tg} x + x + k$$

(2) $S_{m,n} = \displaystyle\int \sin^m x \cos^n x dx$ met $m + n \neq 0$

$\Rightarrow (m + 1 - 1 + n)\, S_{m,n} = \sin^{m+1} x \cos^{n-1} x + (n-1)\, S_{m,n-2}$

Methode V: recursie

Voorbeelden:

(1)

$$T_n = \frac{\operatorname{tg}^{n-1} x}{n-1} - T_{n-2}$$

$$T_4 = \int \operatorname{tg}^4 x dx = \frac{1}{3} \operatorname{tg}^3 x - \operatorname{tg} x + x + k$$

(2) $S_{m,n} = \displaystyle\int \sin^m x \cos^n x dx$ met $m + n \neq 0$

$\Rightarrow (m+n)\, S_{m,n} = \sin^{m+1} x \cos^{n-1} x + (n-1)\, S_{m,n-2}$

Methode V: recursie

Voorbeelden:

(1)

$$T_n = \frac{\operatorname{tg}^{n-1} x}{n-1} - T_{n-2}$$

$$T_4 = \int \operatorname{tg}^4 x dx = \frac{1}{3} \operatorname{tg}^3 x - \operatorname{tg} x + x + k$$

(2) $S_{m,n} = \displaystyle\int \sin^m x \cos^n x dx$ met $m + n \neq 0$

$$\Rightarrow S_{m,n} = \frac{1}{m+n} \left(\sin^{m+1} x \cos^{n-1} x + (n-1) S_{m,n-2} \right)$$

Methode V: recursie

Voorbeelden:

(1)

$$T_n = \frac{\operatorname{tg}^{n-1} x}{n-1} - T_{n-2}$$

$$T_4 = \int \operatorname{tg}^4 x dx = \frac{1}{3} \operatorname{tg}^3 x - \operatorname{tg} x + x + k$$

(2) $S_{m,n} = \int \sin^m x \cos^n x dx$ met $m + n \neq 0$

$$\Rightarrow S_{m,n} = \frac{1}{m+n} \left(\sin^{m+1} x \cos^{n-1} x + (n-1) S_{m,n-2} \right)$$

Analoog:

$$S_{m,n} = \frac{1}{m+n} \left(-\sin^{m-1} x \cos^{n+1} x + (m-1) S_{m-2,n} \right)$$

Methode V: recursie

(2)

$$
\begin{aligned}
S_{m,n} &= \frac{1}{m+n}\left(\sin^{m+1} x \cos^{n-1} x + (n-1)\, S_{m,n-2}\right) \\
S_{m,n} &= \frac{1}{m+n}\left(-\sin^{m-1} x \cos^{n+1} x + (m-1)\, S_{m-2,n}\right)
\end{aligned}
$$

Methode V: recursie

(2)

$$
\begin{aligned}
S_{m,n} &= \frac{1}{m+n}\left(\sin^{m+1} x \cos^{n-1} x + (n-1)\, S_{m,n-2}\right) \\
S_{m,n} &= \frac{1}{m+n}\left(-\sin^{m-1} x \cos^{n+1} x + (m-1)\, S_{m-2,n}\right)
\end{aligned}
$$

Voorbeelden:

(a) $S_{2,-3} = \displaystyle\int \sin^2 x \cos^{-3} x dx$

Methode V: recursie

(2)

$$\begin{aligned} S_{m,n} &= \frac{1}{m+n}\left(\sin^{m+1}x\cos^{n-1}x + (n-1)\,S_{m,n-2}\right) \\ S_{m,n} &= \frac{1}{m+n}\left(-\sin^{m-1}x\cos^{n+1}x + (m-1)\,S_{m-2,n}\right) \end{aligned}$$

Voorbeelden:

(a) $S_{2,-3} = \displaystyle\int \sin^2 x\cos^{-3} x dx = \frac{1}{-1}\left(-\sin x\cos^{-2}x + \int \cos^{-3} x dx\right)$

Methode V: recursie

(2)

$$\begin{aligned} S_{m,n} &= \frac{1}{m+n}\left(\sin^{m+1}x\cos^{n-1}x + (n-1)\,S_{m,n-2}\right) \\ S_{m,n} &= \frac{1}{m+n}\left(-\sin^{m-1}x\cos^{n+1}x + (m-1)\,S_{m-2,n}\right) \end{aligned}$$

Voorbeelden:

(a) $S_{2,-3} = \int \sin^2 x\cos^{-3} x dx = \sin x\cos^{-2} x - S_{0,-3}$

Methode V: recursie

(2)

$$
\begin{aligned}
S_{m,n} &= \frac{1}{m+n}\left(\sin^{m+1}x\cos^{n-1}x + (n-1)\,S_{m,n-2}\right)\\
S_{m,n} &= \frac{1}{m+n}\left(-\sin^{m-1}x\cos^{n+1}x + (m-1)\,S_{m-2,n}\right)
\end{aligned}
$$

Voorbeelden:

(a) $S_{2,-3} = \int \sin^2 x \cos^{-3} x dx = \sin x \cos^{-2} x - \int \cos^{-3} x dx$

Methode V: recursie

(2)

$$\begin{aligned} S_{m,n} &= \frac{1}{m+n}\left(\sin^{m+1}x\cos^{n-1}x+(n-1)\,S_{m,n-2}\right) \\ S_{m,n} &= \frac{1}{m+n}\left(-\sin^{m-1}x\cos^{n+1}x+(m-1)\,S_{m-2,n}\right) \end{aligned}$$

Voorbeelden:

$(a)\ S_{2,-3} = \int \sin^2 x\cos^{-3} x dx = \sin x\cos^{-2} x - \int \left(\sin^2 x + \cos^2 x\right)\cos^{-3} x dx$

Methode V: recursie

(2)

$$\begin{aligned} S_{m,n} &= \frac{1}{m+n}\left(\sin^{m+1} x \cos^{n-1} x + (n-1)\, S_{m,n-2}\right) \\ S_{m,n} &= \frac{1}{m+n}\left(-\sin^{m-1} x \cos^{n+1} x + (m-1)\, S_{m-2,n}\right) \end{aligned}$$

Voorbeelden:

$(a)\ S_{2,-3} = \int \sin^2 x \cos^{-3} x dx = \sin x \cos^{-2} x - \int \sin^2 x \cos^{-3} x dx - \int \cos^2 x \cos^{-3} x dx$

Methode V: recursie

(2)

$$S_{m,n} = \frac{1}{m+n}\left(\sin^{m+1} x \cos^{n-1} x + (n-1)\, S_{m,n-2}\right)$$
$$S_{m,n} = \frac{1}{m+n}\left(-\sin^{m-1} x \cos^{n+1} x + (m-1)\, S_{m-2,n}\right)$$

Voorbeelden:

(a) $S_{2,-3} = \int \sin^2 x \cos^{-3} x dx = \sin x \cos^{-2} x - S_{2,-3} - \int \cos^{-1} x dx$

Methode V: recursie

(2)

$$
\begin{aligned}
S_{m,n} &= \frac{1}{m+n}\left(\sin^{m+1} x \cos^{n-1} x + (n-1)\, S_{m,n-2}\right) \\
S_{m,n} &= \frac{1}{m+n}\left(-\sin^{m-1} x \cos^{n+1} x + (m-1)\, S_{m-2,n}\right)
\end{aligned}
$$

Voorbeelden:

$(a)\ 2S_{2,-3} = \sin x \cos^{-2} x - \int \frac{dx}{\cos x}$

Methode V: recursie

(2)

$$
\begin{aligned}
S_{m,n} &= \frac{1}{m+n}\left(\sin^{m+1} x \cos^{n-1} x + (n-1)\, S_{m,n-2}\right) \\
S_{m,n} &= \frac{1}{m+n}\left(-\sin^{m-1} x \cos^{n+1} x + (m-1)\, S_{m-2,n}\right)
\end{aligned}
$$

Voorbeelden:

$(a)\ S_{2,-3} = \frac{1}{2}\sin x \cos^{-2} x - \frac{1}{2}\int \frac{dx}{\cos x}$

Methode V: recursie

(2)

$$
\begin{aligned}
S_{m,n} &= \frac{1}{m+n}\left(\sin^{m+1} x \cos^{n-1} x + (n-1)\, S_{m,n-2}\right) \\
S_{m,n} &= \frac{1}{m+n}\left(-\sin^{m-1} x \cos^{n+1} x + (m-1)\, S_{m-2,n}\right)
\end{aligned}
$$

Voorbeelden:

$(a)\ S_{2,-3} = \dfrac{1}{2}\sin x \cos^{-2} x - \dfrac{1}{2}\ln\left|\mathrm{tg}\left(\dfrac{x}{2}+\dfrac{\pi}{4}\right)\right| + k$

Methode V: recursie

(2)

$$
\begin{aligned}
S_{m,n} &= \frac{1}{m+n}\left(\sin^{m+1} x \cos^{n-1} x + (n-1)\, S_{m,n-2}\right) \\
S_{m,n} &= \frac{1}{m+n}\left(-\sin^{m-1} x \cos^{n+1} x + (m-1)\, S_{m-2,n}\right)
\end{aligned}
$$

Voorbeelden:

$(a)\ S_{2,-3} = \frac{1}{2}\sin x \cos^{-2} x - \frac{1}{2}\ln\left|\operatorname{tg}\left(\frac{x}{2}+\frac{\pi}{4}\right)\right| + k$

$(b)\ S_{-1,-3} = \int \sin^{-1} x \cos^{-3} x dx$

Methode V: recursie

(2)

$$
\begin{aligned}
S_{m,n} &= \frac{1}{m+n}\left(\sin^{m+1}x\cos^{n-1}x + (n-1)\,S_{m,n-2}\right)\\
S_{m,n} &= \frac{1}{m+n}\left(-\sin^{m-1}x\cos^{n+1}x + (m-1)\,S_{m-2,n}\right)
\end{aligned}
$$

Voorbeelden:

$(a)\ S_{2,-3} = \frac{1}{2}\sin x\cos^{-2}x - \frac{1}{2}\ln\left|\mathrm{tg}\left(\frac{x}{2}+\frac{\pi}{4}\right)\right| + k$

$(b)\ S_{-1,-3} = \int \sin^{-1}x\cos^{-3}x\,dx = \int \left(\sin^2 x + \cos^2 x\right)\sin^{-1}x\cos^{-3}x\,dx$

Methode V: recursie

(2)

$$\begin{aligned} S_{m,n} &= \frac{1}{m+n}\left(\sin^{m+1}x\cos^{n-1}x+(n-1)\,S_{m,n-2}\right) \\ S_{m,n} &= \frac{1}{m+n}\left(-\sin^{m-1}x\cos^{n+1}x+(m-1)\,S_{m-2,n}\right) \end{aligned}$$

Voorbeelden:

$(a)\ S_{2,-3} = \frac{1}{2}\sin x\cos^{-2}x - \frac{1}{2}\ln\left|\mathrm{tg}\left(\frac{x}{2}+\frac{\pi}{4}\right)\right| + k$

$(b)\ S_{-1,-3} = \int \sin^{-1}x\cos^{-3}x dx = \int \sin^2 x\sin^{-1}x\cos^{-3}x dx + \int \cos^2 x\sin^{-1}x\cos^{-3}x dx$

Methode V: recursie

(2)

$$S_{m,n} = \frac{1}{m+n}\left(\sin^{m+1} x \cos^{n-1} x + (n-1)\, S_{m,n-2}\right)$$
$$S_{m,n} = \frac{1}{m+n}\left(-\sin^{m-1} x \cos^{n+1} x + (m-1)\, S_{m-2,n}\right)$$

Voorbeelden:

$(a)\ S_{2,-3} = \frac{1}{2}\sin x \cos^{-2} x - \frac{1}{2}\ln\left|\mathrm{tg}\left(\frac{x}{2}+\frac{\pi}{4}\right)\right| + k$

$(b)\ S_{-1,-3} = \int \sin^{-1} x \cos^{-3} x dx = \int \sin x \cos^{-3} x dx + \int \sin^{-1} x \cos^{-1} x dx$

Methode V: recursie

(2)

$$
\begin{aligned}
S_{m,n} &= \frac{1}{m+n}\left(\sin^{m+1}x\cos^{n-1}x+(n-1)\,S_{m,n-2}\right)\\
S_{m,n} &= \frac{1}{m+n}\left(-\sin^{m-1}x\cos^{n+1}x+(m-1)\,S_{m-2,n}\right)
\end{aligned}
$$

Voorbeelden:

$(a)\ S_{2,-3}=\frac{1}{2}\sin x\cos^{-2}x-\frac{1}{2}\ln\left|\operatorname{tg}\left(\frac{x}{2}+\frac{\pi}{4}\right)\right|+k$

$(b)\ S_{-1,-3}=\int\sin^{-1}x\cos^{-3}x\,dx=-\int\cos^{-3}x\,d\left(\cos x\right)+\int\left(\sin^2x+\cos^2x\right)\sin^{-1}x\cos^{-1}x\,dx$

Methode V: recursie

(2)

$$
\begin{aligned}
S_{m,n} &= \frac{1}{m+n}\left(\sin^{m+1} x \cos^{n-1} x + (n-1)\, S_{m,n-2}\right)\\
S_{m,n} &= \frac{1}{m+n}\left(-\sin^{m-1} x \cos^{n+1} x + (m-1)\, S_{m-2,n}\right)
\end{aligned}
$$

Voorbeelden:

$(a)\ S_{2,-3} = \frac{1}{2}\sin x \cos^{-2} x - \frac{1}{2}\ln\left|\operatorname{tg}\left(\frac{x}{2}+\frac{\pi}{4}\right)\right| + k$

$(b)\ S_{-1,-3} = \int \sin^{-1} x \cos^{-3} x dx = \frac{1}{2}\cos^{-2} x + \int \sin^2 x \sin^{-1} x \cos^{-1} x dx + \int \cos^2 x \sin^{-1} x \cos^{-1} x dx$

Methode V: recursie

(2)

$$\begin{aligned} S_{m,n} &= \frac{1}{m+n}\left(\sin^{m+1}x\cos^{n-1}x+(n-1)\,S_{m,n-2}\right) \\ S_{m,n} &= \frac{1}{m+n}\left(-\sin^{m-1}x\cos^{n+1}x+(m-1)\,S_{m-2,n}\right) \end{aligned}$$

Voorbeelden:

$(a)\ S_{2,-3} = \frac{1}{2}\sin x\cos^{-2}x - \frac{1}{2}\ln\left|\mathrm{tg}\left(\frac{x}{2}+\frac{\pi}{4}\right)\right| + k$

$(b)\ S_{-1,-3} = \int \sin^{-1}x\cos^{-3}x dx = \frac{1}{2}\cos^{-2}x + \int \sin x\cos^{-1}x dx + \int \cos x\sin^{-1}x dx$

Methode V: recursie

(2)

$$\begin{aligned}
S_{m,n} &= \frac{1}{m+n}\left(\sin^{m+1}x\cos^{n-1}x+(n-1)\,S_{m,n-2}\right)\\
S_{m,n} &= \frac{1}{m+n}\left(-\sin^{m-1}x\cos^{n+1}x+(m-1)\,S_{m-2,n}\right)
\end{aligned}$$

Voorbeelden:

$(a)\ S_{2,-3}=\dfrac{1}{2}\sin x\cos^{-2}x-\dfrac{1}{2}\ln\left|\mathrm{tg}\left(\dfrac{x}{2}+\dfrac{\pi}{4}\right)\right|+k$

$(b)\ S_{-1,-3}=\displaystyle\int\sin^{-1}x\cos^{-3}x\,dx=\frac{1}{2}\cos^{-2}x+\int\mathrm{tg}\,x\,dx+\int\mathrm{cotg}\,x\,dx$

Methode V: recursie

(2)

$$
\begin{aligned}
S_{m,n} &= \frac{1}{m+n}\left(\sin^{m+1}x\cos^{n-1}x+(n-1)\,S_{m,n-2}\right)\\
S_{m,n} &= \frac{1}{m+n}\left(-\sin^{m-1}x\cos^{n+1}x+(m-1)\,S_{m-2,n}\right)
\end{aligned}
$$

Voorbeelden:

$(a)\ S_{2,-3}=\frac{1}{2}\sin x\cos^{-2}x-\frac{1}{2}\ln\left|\operatorname{tg}\left(\frac{x}{2}+\frac{\pi}{4}\right)\right|+k$

$(b)\ S_{-1,-3}=\int\sin^{-1}x\cos^{-3}x\,dx=\frac{1}{2}\cos^{-2}x-\ln|\cos x|+\ln|\sin x|+k$

Methode V: recursie

(2)

$$S_{m,n} = \frac{1}{m+n}\left(\sin^{m+1} x \cos^{n-1} x + (n-1)\, S_{m,n-2}\right)$$
$$S_{m,n} = \frac{1}{m+n}\left(-\sin^{m-1} x \cos^{n+1} x + (m-1)\, S_{m-2,n}\right)$$

Voorbeelden:

(a) $S_{2,-3} = \frac{1}{2}\sin x \cos^{-2} x - \frac{1}{2}\ln\left|\operatorname{tg}\left(\frac{x}{2}+\frac{\pi}{4}\right)\right| + k$

(b) $S_{-1,-3} = \int \sin^{-1} x \cos^{-3} x dx = \frac{1}{2}\cos^{-2} x + \ln|\operatorname{tg} x| + k$

Integralen van derde klasse

= irrationaal samengestelde functies

Integralen van derde klasse

= irrationaal samengestelde functies

$\Rightarrow 4$ mogelijkheden

Integralen van derde klasse

= irrationaal samengestelde functies

$\Rightarrow 4$ mogelijkheden

- Naar klasse I met $\sqrt{ax+b} = t$

Integralen van derde klasse

= irrationaal samengestelde functies

$\Rightarrow 4$ mogelijkheden

- Naar klasse I met $\sqrt{ax+b} = t$
- Naar klasse I met $\sqrt{ax^2+bx+c} = \sqrt{a}x + t$

Integralen van derde klasse

= irrationaal samengestelde functies

$\Rightarrow 4$ mogelijkheden

- Naar klasse I met $\sqrt{ax+b} = t$
- Naar klasse I met $\sqrt{ax^2+bx+c} = \sqrt{a}x + t$
- Naar klasse I met $\sqrt{a\left(x-p\right)\left(x-q\right)} = \left(x-p\right)t$

Integralen van derde klasse

= irrationaal samengestelde functies

$\Rightarrow 4$ mogelijkheden

- Naar klasse I met $\sqrt{ax+b} = t$
- Naar klasse I met $\sqrt{ax^2+bx+c} = \sqrt{a}x + t$
- Naar klasse I met $\sqrt{a\left(x-p\right)\left(x-q\right)} = \left(x-p\right)t$
- Naar klasse II met (hyper)goniometrie

Methode I: substitutie $\boxed{\sqrt{ax+b}=t}$

Methode I: substitutie $\boxed{\sqrt{ax+b} = t}$ voor $\int f(x, y)\, dx$ met $y = \sqrt{ax+b}$

Methode I: substitutie $\boxed{\sqrt{ax+b}=t}$ voor $\displaystyle\int f\left(x,y\right)dx$ met $y=\sqrt{ax+b}$

$\Rightarrow$ Klasse I

Methode I: substitutie $\boxed{\sqrt{ax+b}=t}$ voor $\displaystyle\int f(x,y)\,dx$ met $y=\sqrt{ax+b}$

$\Rightarrow$ Klasse I

Voorbeelden:

$$(1)\ I=\int\frac{dx}{x\sqrt{x-1}}$$

Methode I: substitutie $\boxed{\sqrt{ax+b}=t}$ voor $\int f(x,y)\,dx$ met $y=\sqrt{ax+b}$

$\Rightarrow$ Klasse I

Voorbeelden:

(1) $I=\displaystyle\int \frac{dx}{x\sqrt{x-1}}$

$$t=\sqrt{x-1}$$

Methode I: substitutie $\boxed{\sqrt{ax+b}=t}$ voor $\int f(x,y)\,dx$ met $y=\sqrt{ax+b}$

$\Rightarrow$ Klasse I

Voorbeelden:

(1) $I=\int \frac{dx}{x\sqrt{x-1}}$

$$t=\sqrt{x-1} \Rightarrow x=t^2+1$$

Methode I: substitutie $\boxed{\sqrt{ax+b}=t}$ voor $\int f(x,y)\,dx$ met $y=\sqrt{ax+b}$

$\Rightarrow$ Klasse I

Voorbeelden:

$(1)\ I=\displaystyle\int \frac{dx}{x\sqrt{x-1}}$

$$t=\sqrt{x-1}\Rightarrow\ \begin{aligned} x&=t^2+1\\ dx&=2tdt\end{aligned}$$

Methode I: substitutie $\boxed{\sqrt{ax+b}=t}$ voor $\int f(x,y)\,dx$ met $y=\sqrt{ax+b}$

$\Rightarrow$ Klasse I

Voorbeelden:

$(1)\ I=\int \frac{dx}{x\sqrt{x-1}}$

$$t=\sqrt{x-1} \Rightarrow \begin{array}{l} x=t^2+1 \\ dx=2tdt \end{array}$$

$=\int \frac{2tdt}{(t^2+1)\,t}$

Methode I: substitutie $\boxed{\sqrt{ax+b}=t}$ voor $\int f(x,y)\,dx$ met $y=\sqrt{ax+b}$

$\Rightarrow$ Klasse I

Voorbeelden:

$(1)\ I=\int \frac{dx}{x\sqrt{x-1}}$

$$t=\sqrt{x-1} \Rightarrow \begin{aligned} x &= t^2+1 \\ dx &= 2tdt \end{aligned}$$

$=2\int \frac{dt}{(t^2+1)}$

Methode I: substitutie $\boxed{\sqrt{ax+b}=t}$ voor $\int f(x,y)\,dx$ met $y=\sqrt{ax+b}$

$\Rightarrow$ Klasse I

Voorbeelden:

(1) $I=\displaystyle\int \frac{dx}{x\sqrt{x-1}}$

$$t=\sqrt{x-1}\Rightarrow \begin{array}{l} x=t^2+1 \\ dx=2tdt \end{array}$$

$=2\,\mathrm{Bgtg}\,t+k$

Methode I: substitutie $\boxed{\sqrt{ax+b}=t}$ voor $\int f(x,y)\,dx$ met $y=\sqrt{ax+b}$

$\Rightarrow$ Klasse I

Voorbeelden:

(1) $I=\displaystyle\int\frac{dx}{x\sqrt{x-1}}$

$$t=\sqrt{x-1}\Rightarrow\ \begin{aligned} x&=t^2+1\\ dx&=2tdt\end{aligned}$$

$=2\,\mathrm{Bgtg}\,\sqrt{x-1}+k$

Methode I: substitutie $\boxed{\sqrt{ax+b}=t}$ voor $\int f(x,y)\,dx$ met $y=\sqrt{ax+b}$

$\Rightarrow$ Klasse I

Voorbeelden:

(1) $I=\int \frac{dx}{x\sqrt{x-1}}$

$$t=\sqrt{x-1} \Rightarrow \begin{aligned} x &= t^2+1 \\ dx &= 2tdt \end{aligned}$$

$= 2\,\mathrm{Bgtg}\,\sqrt{x-1}+k$

(2) $I=\int x\sqrt{x+3}dx$

Methode I: substitutie $\boxed{\sqrt{ax+b}=t}$ voor $\int f(x,y)\,dx$ met $y=\sqrt{ax+b}$

$\Rightarrow$ Klasse I

Voorbeelden:

$(1)\ I=\int\frac{dx}{x\sqrt{x-1}}$

$$t=\sqrt{x-1}\Rightarrow\ \begin{aligned}x&=t^2+1\\ dx&=2tdt\end{aligned}$$

$=2\,\mathrm{Bgtg}\,\sqrt{x-1}+k$

$(2)\ I=\int x\sqrt{x+3}dx$

$$t=\sqrt{x+3}$$

Methode I: substitutie $\boxed{\sqrt{ax+b} = t}$ voor $\int f(x,y)\,dx$ met $y = \sqrt{ax+b}$

$\Rightarrow$ Klasse I

Voorbeelden:

$(1)\ I = \displaystyle\int \frac{dx}{x\sqrt{x-1}}$

$$t = \sqrt{x-1} \Rightarrow \begin{aligned} x &= t^2+1 \\ dx &= 2tdt \end{aligned}$$

$= 2\,\mathrm{Bgtg}\,\sqrt{x-1} + k$

$(2)\ I = \displaystyle\int x\sqrt{x+3}dx$

$$t = \sqrt{x+3} \Rightarrow x = t^2 - 3$$

Methode I: substitutie $\boxed{\sqrt{ax+b}=t}$ voor $\displaystyle\int f(x,y)\,dx$ met $y=\sqrt{ax+b}$

$\Rightarrow$ Klasse I

Voorbeelden:

$(1)\ I=\displaystyle\int \frac{dx}{x\sqrt{x-1}}$

$$t=\sqrt{x-1}\Rightarrow \begin{aligned} x&=t^2+1\\ dx&=2tdt\end{aligned}$$

$=2\,\mathrm{Bgtg}\sqrt{x-1}+k$

$(2)\ I=\displaystyle\int x\sqrt{x+3}dx$

$$t=\sqrt{x+3}\Rightarrow \begin{aligned} x&=t^2-3\\ dx&=2tdt\end{aligned}$$

Methode I: substitutie $\boxed{\sqrt{ax+b}=t}$ voor $\int f(x,y)\,dx$ met $y=\sqrt{ax+b}$

$\Rightarrow$ Klasse I

Voorbeelden:

(1) $I=\int \frac{dx}{x\sqrt{x-1}}$

$$t=\sqrt{x-1}\Rightarrow \begin{aligned} x&=t^2+1\\ dx&=2tdt \end{aligned}$$

$=2\,\mathrm{Bgtg}\,\sqrt{x-1}+k$

(2) $I=\int x\sqrt{x+3}dx$

$$t=\sqrt{x+3}\Rightarrow \begin{aligned} x&=t^2-3\\ dx&=2tdt \end{aligned}$$

$=\int \left(t^2-3\right)t2tdt$

Methode I: substitutie $\boxed{\sqrt{ax+b}=t}$ voor $\int f(x,y)\,dx$ met $y=\sqrt{ax+b}$

$\Rightarrow$ Klasse I

Voorbeelden:

(1) $I=\int \frac{dx}{x\sqrt{x-1}}$

$$t=\sqrt{x-1} \Rightarrow \begin{array}{l} x=t^2+1 \\ dx=2tdt \end{array}$$

$=2\,\mathrm{Bgtg}\sqrt{x-1}+k$

(2) $I=\int x\sqrt{x+3}dx$

$$t=\sqrt{x+3} \Rightarrow \begin{array}{l} x=t^2-3 \\ dx=2tdt \end{array}$$

$=\int \left(2t^4-6t^2\right) dt$

Methode I: substitutie $\boxed{\sqrt{ax+b}=t}$ voor $\int f(x,y)\,dx$ met $y=\sqrt{ax+b}$

$\Rightarrow$ Klasse I

Voorbeelden:

(1) $I=\int \frac{dx}{x\sqrt{x-1}}$

$$t=\sqrt{x-1} \Rightarrow \begin{aligned} x &= t^2+1 \\ dx &= 2tdt \end{aligned}$$

$= 2\,\mathrm{Bgtg}\sqrt{x-1}+k$

(2) $I=\int x\sqrt{x+3}dx$

$$t=\sqrt{x+3} \Rightarrow \begin{aligned} x &= t^2-3 \\ dx &= 2tdt \end{aligned}$$

$=\frac{2t^5}{5}-2t^3+k$

Methode I: substitutie $\boxed{\sqrt{ax+b}=t}$ voor $\int f(x,y)\,dx$ met $y=\sqrt{ax+b}$

$\Rightarrow$ Klasse I

Voorbeelden:

$(1)\ I=\displaystyle\int \frac{dx}{x\sqrt{x-1}}$

$$t=\sqrt{x-1}\Rightarrow \begin{aligned} x&=t^2+1\\ dx&=2tdt\end{aligned}$$

$=2\,\mathrm{Bgtg}\sqrt{x-1}+k$

$(2)\ I=\displaystyle\int x\sqrt{x+3}dx$

$$t=\sqrt{x+3}\Rightarrow \begin{aligned} x&=t^2-3\\ dx&=2tdt\end{aligned}$$

$$=\frac{2\sqrt{(x+3)^5}}{5}-2\sqrt{(x+3)^3}+k$$

Methode II: substitutie $\boxed{\sqrt{ax^2+bx+c} = \sqrt{a}x + t}$

Methode II: substitutie $\boxed{\sqrt{ax^2+bx+c}=\sqrt{a}x+t}$ **voor** $\int f\left(x,y\right)dx$

met $y=\sqrt{ax^2+bx+c}$, $a>0$

Methode II: substitutie $\boxed{\sqrt{ax^2+bx+c}=\sqrt{a}x+t}$ voor $\displaystyle\int f\left(x,y\right)dx$

met $y=\sqrt{ax^2+bx+c}$, $a>0$

$$\Rightarrow ax^2+bx+c=\left(\sqrt{a}x+t\right)^2$$

Methode II: substitutie $\boxed{\sqrt{ax^2+bx+c} = \sqrt{a}x + t}$ voor $\displaystyle\int f\left(x,y\right)dx$

met $y = \sqrt{ax^2+bx+c}$, $a > 0$

$$\Rightarrow ax^2 + bx + c = \left(\sqrt{a}x + t\right)^2 = ax^2 + 2\sqrt{a}xt + t^2$$

Methode II: substitutie $\boxed{\sqrt{ax^2+bx+c}=\sqrt{a}x+t}$ **voor** $\displaystyle\int f(x,y)\,dx$

met $y=\sqrt{ax^2+bx+c}$, $a>0$

$$\begin{aligned}
&\Rightarrow\ ax^2+bx+c=\left(\sqrt{a}x+t\right)^2=ax^2+2\sqrt{a}xt+t^2\\
&\Rightarrow\ bx+c=2\sqrt{a}xt+t^2
\end{aligned}$$

Methode II: substitutie $\boxed{\sqrt{ax^2+bx+c}=\sqrt{a}x+t}$ **voor** $\displaystyle\int f(x,y)\,dx$

met $y=\sqrt{ax^2+bx+c}$, $a>0$

$$\Rightarrow\ ax^2+bx+c=\left(\sqrt{a}x+t\right)^2=ax^2+2\sqrt{a}xt+t^2$$
$$\Rightarrow\ bx+c=2\sqrt{a}xt+t^2\Rightarrow x=\frac{c-t^2}{2\sqrt{a}t-b}$$

Methode II: substitutie $\boxed{\sqrt{ax^2+bx+c}=\sqrt{a}x+t}$ **voor** $\displaystyle\int f\left(x,y\right)dx$

met $y=\sqrt{ax^2+bx+c}$, $a>0$

$$\Rightarrow\ ax^2+bx+c=\left(\sqrt{a}x+t\right)^2=ax^2+2\sqrt{a}xt+t^2$$
$$\Rightarrow\ bx+c=2\sqrt{a}xt+t^2\Rightarrow x=\frac{c-t^2}{2\sqrt{a}t-b}$$

$\Rightarrow$ Klasse I

Methode II: substitutie $\boxed{\sqrt{ax^2+bx+c}=\sqrt{a}x+t}$ voor $\int f(x,y)\,dx$

met $y=\sqrt{ax^2+bx+c}$, $a>0$

$$\Rightarrow\ ax^2+bx+c=\left(\sqrt{a}x+t\right)^2=ax^2+2\sqrt{a}xt+t^2$$
$$\Rightarrow\ bx+c=2\sqrt{a}xt+t^2\Rightarrow x=\frac{c-t^2}{2\sqrt{a}t-b}$$

$\Rightarrow$ Klasse I

Voorbeelden:

$(1)\ I=\displaystyle\int\frac{dx}{1+\sqrt{4x^2+1}}$

Methode II: substitutie $\boxed{\sqrt{ax^2+bx+c}=\sqrt{a}x+t}$ voor $\int f(x,y)\,dx$

met $y=\sqrt{ax^2+bx+c}$, $a>0$

$$\Rightarrow \; ax^2+bx+c=\left(\sqrt{a}x+t\right)^2=ax^2+2\sqrt{a}xt+t^2$$

$$\Rightarrow \; bx+c=2\sqrt{a}xt+t^2 \Rightarrow x=\frac{c-t^2}{2\sqrt{a}t-b}$$

$\Rightarrow$ Klasse I

Voorbeelden:

$(1)\ I=\int \frac{dx}{1+\sqrt{4x^2+1}}$

$\sqrt{4x^2+1}=2x+t$

Methode II: substitutie $\boxed{\sqrt{ax^2+bx+c}=\sqrt{a}x+t}$ voor $\int f(x,y)\,dx$

met $y=\sqrt{ax^2+bx+c}$, $a>0$

$$\Rightarrow \quad ax^2+bx+c=\left(\sqrt{a}x+t\right)^2=ax^2+2\sqrt{a}xt+t^2$$

$$\Rightarrow \quad bx+c=2\sqrt{a}xt+t^2 \Rightarrow x=\frac{c-t^2}{2\sqrt{a}t-b}$$

$\Rightarrow$ Klasse I

Voorbeelden:

(1) $I=\int\frac{dx}{1+\sqrt{4x^2+1}}$

$\sqrt{4x^2+1}=2x+t\Rightarrow 4x^2+1=4x^2+4tx+t^2$

Methode II: substitutie $\boxed{\sqrt{ax^2+bx+c}=\sqrt{a}x+t}$ voor $\int f(x,y)\,dx$

met $y=\sqrt{ax^2+bx+c}$, $a>0$

$$\Rightarrow \quad ax^2+bx+c=\left(\sqrt{a}x+t\right)^2=ax^2+2\sqrt{a}xt+t^2$$

$$\Rightarrow \quad bx+c=2\sqrt{a}xt+t^2 \Rightarrow x=\frac{c-t^2}{2\sqrt{a}t-b}$$

$\Rightarrow$ Klasse I

Voorbeelden:

(1) $I=\int \frac{dx}{1+\sqrt{4x^2+1}}$

$\sqrt{4x^2+1}=2x+t \Rightarrow \; 4x^2+1=4x^2+4tx+t^2 \; \Rightarrow \; x=\frac{-t^2+1}{4t}$

Methode II: substitutie $\boxed{\sqrt{ax^2+bx+c}=\sqrt{a}x+t}$ **voor** $\int f(x,y)\,dx$

met $y=\sqrt{ax^2+bx+c}$, $a>0$

$$\Rightarrow \; ax^2+bx+c=\left(\sqrt{a}x+t\right)^2=ax^2+2\sqrt{a}xt+t^2$$

$$\Rightarrow \; bx+c=2\sqrt{a}xt+t^2 \Rightarrow x=\frac{c-t^2}{2\sqrt{a}t-b}$$

$\Rightarrow$ Klasse I

Voorbeelden:

$(1)\ I=\int\frac{dx}{1+\sqrt{4x^2+1}}$

$$\sqrt{4x^2+1}=2x+t \Rightarrow \; 4x^2+1=4x^2+4tx+t^2 \; \Rightarrow \; x=\frac{-t^2+1}{4t}$$

$$\Rightarrow \; dx=\frac{-t^2-1}{4t^2}dt$$

Methode II: substitutie $\boxed{\sqrt{ax^2+bx+c} = \sqrt{a}x + t}$ voor $\int f(x,y)\,dx$

met $y = \sqrt{ax^2+bx+c}$, $a > 0$

$$\Rightarrow\ ax^2+bx+c = \left(\sqrt{a}x+t\right)^2 = ax^2 + 2\sqrt{a}xt + t^2$$

$$\Rightarrow\ bx + c = 2\sqrt{a}xt + t^2 \Rightarrow x = \frac{c-t^2}{2\sqrt{a}t - b}$$

$\Rightarrow$ Klasse I

Voorbeelden:

(1) $I = \displaystyle\int \frac{dx}{1+\sqrt{4x^2+1}}$

$$\sqrt{4x^2+1} = 2x + t \Rightarrow\ 4x^2+1 = 4x^2 + 4tx + t^2\ \Rightarrow\ x = \frac{-t^2+1}{4t}$$

$$\Rightarrow\ dx = \frac{-t^2-1}{4t^2}dt$$

$$\Rightarrow\ \sqrt{4x^2+1} = 2\frac{-t^2+1}{4t} + t = \frac{t^2+1}{2t}$$

Methode II: substitutie $\boxed{\sqrt{ax^2+bx+c}=\sqrt{a}x+t}$ voor $\displaystyle\int f(x,y)\,dx$

met $y=\sqrt{ax^2+bx+c}$, $a>0$

$$\Rightarrow\ ax^2+bx+c=\left(\sqrt{a}x+t\right)^2=ax^2+2\sqrt{a}xt+t^2$$
$$\Rightarrow\ bx+c=2\sqrt{a}xt+t^2\Rightarrow x=\frac{c-t^2}{2\sqrt{a}t-b}$$

$\Rightarrow$ Klasse I

Voorbeelden:

$$(1)\ I=\int\frac{dx}{1+\sqrt{4x^2+1}}=\int\frac{\dfrac{-t^2-1}{4t^2}dt}{1+\dfrac{t^2+1}{2t}}$$

$$\sqrt{4x^2+1}=2x+t\Rightarrow\ 4x^2+1=4x^2+4tx+t^2\ \Rightarrow\ x=\frac{-t^2+1}{4t}$$
$$\Rightarrow\ dx=\frac{-t^2-1}{4t^2}dt$$
$$\Rightarrow\ \sqrt{4x^2+1}=2\frac{-t^2+1}{4t}+t=\frac{t^2+1}{2t}$$

Methode II: substitutie $\boxed{\sqrt{ax^2+bx+c}=\sqrt{a}x+t}$ voor $\int f(x,y)\,dx$

met $y=\sqrt{ax^2+bx+c}$, $a>0$

$$\Rightarrow\ ax^2+bx+c=\left(\sqrt{a}x+t\right)^2=ax^2+2\sqrt{a}xt+t^2$$

$$\Rightarrow\ bx+c=2\sqrt{a}xt+t^2\Rightarrow x=\frac{c-t^2}{2\sqrt{a}t-b}$$

$\Rightarrow$ Klasse I

Voorbeelden:

(1) $I=\int\frac{dx}{1+\sqrt{4x^2+1}}=-\frac{1}{2}\int\frac{t^2+1}{t\left(2t+t^2+1\right)}dt$

$\sqrt{4x^2+1}=2x+t\Rightarrow\ 4x^2+1=4x^2+4tx+t^2\ \Rightarrow\ x=\frac{-t^2+1}{4t}$

$$\Rightarrow\ dx=\frac{-t^2-1}{4t^2}dt$$

$$\Rightarrow\ \sqrt{4x^2+1}=2\frac{-t^2+1}{4t}+t=\frac{t^2+1}{2t}$$

Methode II: substitutie $\boxed{\sqrt{ax^2+bx+c}=\sqrt{a}x+t}$ voor $\int f(x,y)\,dx$

met $y=\sqrt{ax^2+bx+c}$, $a>0$

$$\Rightarrow \; ax^2+bx+c=\left(\sqrt{a}x+t\right)^2=ax^2+2\sqrt{a}xt+t^2$$
$$\Rightarrow \; bx+c=2\sqrt{a}xt+t^2 \Rightarrow x=\frac{c-t^2}{2\sqrt{a}t-b}$$

$\Rightarrow$ Klasse I

Voorbeelden:

(1) $I=\int \frac{dx}{1+\sqrt{4x^2+1}}=-\int \frac{1}{2}\frac{t^2+1}{t\,(t+1)^2}dt$

$\sqrt{4x^2+1}=2x+t \Rightarrow \; 4x^2+1=4x^2+4tx+t^2 \; \Rightarrow \; x=\frac{-t^2+1}{4t}$

$$\Rightarrow \; dx=\frac{-t^2-1}{4t^2}dt$$
$$\Rightarrow \; \sqrt{4x^2+1}=2\frac{-t^2+1}{4t}+t=\frac{t^2+1}{2t}$$

Methode II: substitutie $\boxed{\sqrt{ax^2+bx+c}=\sqrt{a}x+t}$ voor $\int f(x,y)\,dx$

met $y=\sqrt{ax^2+bx+c}$, $a>0$

$$\Rightarrow\ ax^2+bx+c=\left(\sqrt{a}x+t\right)^2=ax^2+2\sqrt{a}xt+t^2$$

$$\Rightarrow\ bx+c=2\sqrt{a}xt+t^2\Rightarrow x=\frac{c-t^2}{2\sqrt{a}t-b}$$

$\Rightarrow$ Klasse I

Voorbeelden:

(1) $I=\displaystyle\int\frac{dx}{1+\sqrt{4x^2+1}}=\int\left(-\frac{1}{2t}+\frac{1}{(t+1)^2}\right)dt$

$\sqrt{4x^2+1}=2x+t\Rightarrow\ 4x^2+1=4x^2+4tx+t^2\ \Rightarrow\ x=\dfrac{-t^2+1}{4t}$

$$\Rightarrow\ dx=\frac{-t^2-1}{4t^2}dt$$

$$\Rightarrow\ \sqrt{4x^2+1}=2\frac{-t^2+1}{4t}+t=\frac{t^2+1}{2t}$$

Methode II: substitutie $\boxed{\sqrt{ax^2+bx+c}=\sqrt{a}x+t}$ voor $\int f(x,y)\,dx$

met $y=\sqrt{ax^2+bx+c}$, $a>0$

$$\Rightarrow\ ax^2+bx+c=\left(\sqrt{a}x+t\right)^2=ax^2+2\sqrt{a}xt+t^2$$

$$\Rightarrow\ bx+c=2\sqrt{a}xt+t^2\Rightarrow x=\frac{c-t^2}{2\sqrt{a}t-b}$$

$\Rightarrow$ Klasse I

Voorbeelden:

(1) $I=\int\frac{dx}{1+\sqrt{4x^2+1}}=-\frac{1}{2}\ln t-\frac{1}{t+1}+c$

$\sqrt{4x^2+1}=2x+t\Rightarrow\ 4x^2+1=4x^2+4tx+t^2\ \Rightarrow\ x=\frac{-t^2+1}{4t}$

$$\Rightarrow\ dx=\frac{-t^2-1}{4t^2}dt$$

$$\Rightarrow\ \sqrt{4x^2+1}=2\frac{-t^2+1}{4t}+t=\frac{t^2+1}{2t}$$

Methode II: substitutie $\boxed{\sqrt{ax^2+bx+c}=\sqrt{a}x+t}$ voor $\int f(x,y)\,dx$

met $y=\sqrt{ax^2+bx+c}$, $a>0$

$$\begin{aligned}
&\Rightarrow\ ax^2+bx+c=\left(\sqrt{a}x+t\right)^2=ax^2+2\sqrt{a}xt+t^2\\
&\Rightarrow\ bx+c=2\sqrt{a}xt+t^2\Rightarrow x=\frac{c-t^2}{2\sqrt{a}t-b}
\end{aligned}$$

$\Rightarrow$ Klasse I

Voorbeelden:

(1) $I=\displaystyle\int\frac{dx}{1+\sqrt{4x^2+1}}=-\frac{1}{2}\ln t-\frac{1}{t+1}+c$

$\sqrt{4x^2+1}=2x+t\Rightarrow t=\sqrt{4x^2+1}-2x$

Methode II: substitutie $\boxed{\sqrt{ax^2+bx+c}=\sqrt{a}x+t}$ voor $\displaystyle\int f(x,y)\,dx$

met $y=\sqrt{ax^2+bx+c}$, $a>0$

$$\Rightarrow \; ax^2+bx+c=\left(\sqrt{a}x+t\right)^2=ax^2+2\sqrt{a}xt+t^2$$
$$\Rightarrow \; bx+c=2\sqrt{a}xt+t^2 \Rightarrow x=\frac{c-t^2}{2\sqrt{a}t-b}$$

$\Rightarrow$ Klasse I

Voorbeelden:

(1) $I=\displaystyle\int\frac{dx}{1+\sqrt{4x^2+1}}=-\frac{1}{2}\ln\left|\sqrt{4x^2+1}-2x\right|-\frac{1}{\sqrt{4x^2+1}-2x+1}+c$

$\sqrt{4x^2+1}=2x+t\Rightarrow t=\sqrt{4x^2+1}-2x$

Methode II: substitutie $\boxed{\sqrt{ax^2+bx+c}=\sqrt{a}x+t}$ voor $\int f(x,y)\,dx$

Voorbeelden:

(2) $I=\int\sqrt{x^2-3x+2}dx$

Methode II: substitutie $\boxed{\sqrt{ax^2+bx+c}=\sqrt{a}x+t}$ voor $\int f(x,y)\,dx$

Voorbeelden:

(2) $I=\int\sqrt{x^2-3x+2}dx$

$\sqrt{x^2-3x+2}=x+t$

Methode II: substitutie $\boxed{\sqrt{ax^2+bx+c}=\sqrt{a}x+t}$ **voor** $\int f(x,y)\,dx$

Voorbeelden:

$$(2)\ I=\int\sqrt{x^2-3x+2}dx$$

$$\sqrt{x^2-3x+2}=x+t \Rightarrow\ x^2-3x+2=x^2+2tx+t^2\ \Rightarrow\ x=\frac{-t^2+2}{2t+3}$$

Methode II: substitutie $\boxed{\sqrt{ax^2+bx+c}=\sqrt{a}x+t}$ voor $\int f(x,y)\,dx$

Voorbeelden:

(2) $I=\int\sqrt{x^2-3x+2}dx$

$$\sqrt{x^2-3x+2}=x+t \Rightarrow\ x^2-3x+2=x^2+2tx+t^2\ \Rightarrow\ x=\frac{-t^2+2}{2t+3}$$

$$\Rightarrow\ dx=-2\frac{t^2+3t+2}{(2t+3)^2}dt$$

Methode II: substitutie $\boxed{\sqrt{ax^2+bx+c}=\sqrt{a}x+t}$ voor $\int f(x,y)\,dx$

Voorbeelden:

(2) $I=\int\sqrt{x^2-3x+2}dx$

$$\sqrt{x^2-3x+2}=x+t \Rightarrow\ x^2-3x+2=x^2+2tx+t^2\ \Rightarrow\ x=\frac{-t^2+2}{2t+3}$$

$$\Rightarrow\ dx=-2\frac{t^2+3t+2}{(2t+3)^2}dt$$

$$\Rightarrow\ \sqrt{x^2-3x+2}=\frac{-t^2+2}{2t+3}+t=\frac{t^2+3t+2}{2t+3}$$

Methode II: substitutie $\boxed{\sqrt{ax^2+bx+c}=\sqrt{a}x+t}$ **voor** $\int f(x,y)\,dx$

Voorbeelden:

$$(2)\ I=\int\sqrt{x^2-3x+2}dx$$

$$\sqrt{x^2-3x+2}=x+t \Rightarrow\ x^2-3x+2=x^2+2tx+t^2\ \Rightarrow\ x=\frac{-t^2+2}{2t+3}$$

$$\Rightarrow\ dx=-2\frac{t^2+3t+2}{(2t+3)^2}dt$$

$$\Rightarrow\ \sqrt{x^2-3x+2}=\frac{-t^2+2}{2t+3}+t=\frac{t^2+3t+2}{2t+3}$$

$$=-2\int\frac{\left(t^2+3t+2\right)^2}{(2t+3)^3}dt$$

Methode II: substitutie $\boxed{\sqrt{ax^2+bx+c}=\sqrt{a}x+t}$ **voor** $\int f(x,y)\,dx$

Voorbeelden:

(2) $I=\int\sqrt{x^2-3x+2}dx$

$$\sqrt{x^2-3x+2}=x+t \Rightarrow \; x^2-3x+2=x^2+2tx+t^2 \;\Rightarrow\; x=\frac{-t^2+2}{2t+3}$$

$$\Rightarrow\; dx=-2\frac{t^2+3t+2}{(2t+3)^2}dt$$

$$\Rightarrow\; \sqrt{x^2-3x+2}=\frac{-t^2+2}{2t+3}+t=\frac{t^2+3t+2}{2t+3}$$

$$=\int\frac{-2t^4-12t^3-26t^2-24t-8}{8t^3+36t^2+54t+27}dt$$

Methode II: substitutie $\boxed{\sqrt{ax^2+bx+c}=\sqrt{a}x+t}$ **voor** $\int f(x,y)\,dx$

Voorbeelden:

(2) $I=\int\sqrt{x^2-3x+2}dx$

$$\sqrt{x^2-3x+2}=x+t \Rightarrow\ x^2-3x+2=x^2+2tx+t^2\ \Rightarrow\ x=\frac{-t^2+2}{2t+3}$$

$$\Rightarrow\ dx=-2\frac{t^2+3t+2}{(2t+3)^2}dt$$

$$\Rightarrow\ \sqrt{x^2-3x+2}=\frac{-t^2+2}{2t+3}+t=\frac{t^2+3t+2}{2t+3}$$

$$=\int\left(-\frac{1}{4}t-\frac{3}{8}+\frac{8t^2+24t+17}{8(2t+3)^3}\right)dt$$

Methode II: substitutie $\boxed{\sqrt{ax^2+bx+c}=\sqrt{a}x+t}$ **voor** $\int f(x,y)\,dx$

Voorbeelden:

(2) $I=\int\sqrt{x^2-3x+2}dx$

$$\sqrt{x^2-3x+2}=x+t \Rightarrow\ x^2-3x+2=x^2+2tx+t^2\ \Rightarrow\ x=\frac{-t^2+2}{2t+3}$$

$$\Rightarrow\ dx=-2\frac{t^2+3t+2}{(2t+3)^2}dt$$

$$\Rightarrow\ \sqrt{x^2-3x+2}=\frac{-t^2+2}{2t+3}+t=\frac{t^2+3t+2}{2t+3}$$

$$=\int\left(-\frac{1}{4}t-\frac{3}{8}-\frac{1}{8(3+2t)^3}+\frac{1}{4(3+2t)}\right)dt$$

Methode II: substitutie $\boxed{\sqrt{ax^2+bx+c}=\sqrt{a}x+t}$ **voor** $\int f(x,y)\,dx$

Voorbeelden:

(2) $I=\int\sqrt{x^2-3x+2}dx$

$$\sqrt{x^2-3x+2}=x+t \Rightarrow\ x^2-3x+2=x^2+2tx+t^2\ \Rightarrow\ x=\frac{-t^2+2}{2t+3}$$

$$\Rightarrow\ dx=-2\frac{t^2+3t+2}{(2t+3)^2}dt$$

$$\Rightarrow\ \sqrt{x^2-3x+2}=\frac{-t^2+2}{2t+3}+t=\frac{t^2+3t+2}{2t+3}$$

$$=-\frac{1}{8}t^2-\frac{3}{8}t+\frac{1}{32\,(2t+3)^2}+\frac{1}{8}\ln|2t+3|+c$$

Methode II: substitutie $\boxed{\sqrt{ax^2+bx+c}=\sqrt{a}x+t}$ **voor** $\int f(x,y)\,dx$

Voorbeelden:

(2) $I=\int\sqrt{x^2-3x+2}dx$

$$\sqrt{x^2-3x+2}=x+t \Rightarrow\ x^2-3x+2=x^2+2tx+t^2\ \Rightarrow\ x=\frac{-t^2+2}{2t+3}$$

$$\Rightarrow\ dx=-2\frac{t^2+3t+2}{(2t+3)^2}dt$$

$$\Rightarrow\ \sqrt{x^2-3x+2}=\frac{-t^2+2}{2t+3}+t=\frac{t^2+3t+2}{2t+3}$$

$$=-\frac{1}{8}\left(\sqrt{x^2-3x+2}-x\right)^2-\frac{3}{8}\left(\sqrt{x^2-3x+2}-x\right)$$

$$+\frac{1}{32\left(2\sqrt{x^2-3x+2}-2x+3\right)^2}+\frac{1}{8}\ln\left|2\sqrt{x^2-3x+2}-2x+3\right|+c$$

Methode III: substitutie $\boxed{\sqrt{a\,(x-p)\,(x-q)} = (x-p)\,t}$

Methode III: substitutie $\boxed{\sqrt{a\,(x-p)\,(x-q)} = (x-p)\,t}$ **voor** $\displaystyle\int f\,(x,y)\,dx$

met $y = \sqrt{ax^2+bx+c} = \sqrt{a\,(x-p)\,(x-q)}$

Methode III: substitutie $\boxed{\sqrt{a\left(x-p\right)\left(x-q\right)}=\left(x-p\right)t}$ **voor** $\int f\left(x,y\right)dx$

met $y=\sqrt{ax^2+bx+c}=\sqrt{a\left(x-p\right)\left(x-q\right)}$

$\Rightarrow a\left(x-p\right)\left(x-q\right)=\left(x-p\right)^2t^2$

Methode III: substitutie $\boxed{\sqrt{a\,(x-p)\,(x-q)} = (x-p)\,t}$ voor $\displaystyle\int f\,(x,y)\,dx$

met $y = \sqrt{ax^2+bx+c} = \sqrt{a\,(x-p)\,(x-q)}$

$\Rightarrow a\,(x-p)\,(x-q) = (x-p)^2\,t^2$

$\Rightarrow a\,(x-q) = (x-p)\,t^2$

Methode III: substitutie $\boxed{\sqrt{a\left(x-p\right)\left(x-q\right)}=\left(x-p\right)t}$ voor $\displaystyle\int f\left(x,y\right)dx$

met $y=\sqrt{ax^2+bx+c}=\sqrt{a\left(x-p\right)\left(x-q\right)}$

$\Rightarrow a\left(x-p\right)\left(x-q\right)=\left(x-p\right)^2t^2$

$\Rightarrow a\left(x-q\right)=\left(x-p\right)t^2$

$\Rightarrow x=\dfrac{pt^2-aq}{t^2-a}$

Methode III: substitutie $\boxed{\sqrt{a(x-p)(x-q)} = (x-p)\,t}$ **voor** $\int f(x,y)\,dx$

met $y = \sqrt{ax^2+bx+c} = \sqrt{a(x-p)(x-q)}$

$\Rightarrow a(x-p)(x-q) = (x-p)^2\,t^2$

$\Rightarrow a(x-q) = (x-p)\,t^2$

$\Rightarrow x = \dfrac{pt^2-aq}{t^2-a}$

$\Rightarrow$ Klasse I

Voorbeelden:

$(1)\ I = \displaystyle\int \frac{dx}{\sqrt{(x-1)(x-4)}}$

Methode III: substitutie $\boxed{\sqrt{a\,(x-p)\,(x-q)}=(x-p)\,t}$ voor $\int f\,(x,y)\,dx$

met $y=\sqrt{ax^2+bx+c}=\sqrt{a\,(x-p)\,(x-q)}$

$\Rightarrow a\,(x-p)\,(x-q)=(x-p)^2\,t^2$

$\Rightarrow a\,(x-q)=(x-p)\,t^2$

$\Rightarrow x=\dfrac{pt^2-aq}{t^2-a}$

$\Rightarrow$ Klasse I

Voorbeelden:

$(1)\ I=\displaystyle\int\frac{dx}{\sqrt{(x-1)\,(x-4)}}$

$\sqrt{(x-1)\,(x-4)}=(x-1)\,t$

Methode III: substitutie $\boxed{\sqrt{a\left(x-p\right)\left(x-q\right)}=\left(x-p\right)t}$ voor $\displaystyle\int f\left(x,y\right)dx$

met $y=\sqrt{ax^2+bx+c}=\sqrt{a\left(x-p\right)\left(x-q\right)}$

$\Rightarrow a\left(x-p\right)\left(x-q\right)=\left(x-p\right)^2t^2$

$\Rightarrow a\left(x-q\right)=\left(x-p\right)t^2$

$\Rightarrow x=\dfrac{pt^2-aq}{t^2-a}$

$\Rightarrow$ Klasse I

Voorbeelden:

$(1)\ I=\displaystyle\int\frac{dx}{\sqrt{\left(x-1\right)\left(x-4\right)}}$

$\sqrt{\left(x-1\right)\left(x-4\right)}=\left(x-1\right)t\Rightarrow x-4=\left(x-1\right)t^2$

Methode III: substitutie $\boxed{\sqrt{a(x-p)(x-q)} = (x-p)\,t}$ **voor** $\int f(x,y)\,dx$

met $y = \sqrt{ax^2+bx+c} = \sqrt{a(x-p)(x-q)}$

$\Rightarrow a(x-p)(x-q) = (x-p)^2\,t^2$

$\Rightarrow a(x-q) = (x-p)\,t^2$

$\Rightarrow x = \dfrac{pt^2-aq}{t^2-a}$

$\Rightarrow$ Klasse I

Voorbeelden:

$(1)\ I = \displaystyle\int \frac{dx}{\sqrt{(x-1)(x-4)}}$

$\sqrt{(x-1)(x-4)} = (x-1)\,t \Rightarrow\ x-4 = (x-1)\,t^2$

$$x = \frac{t^2-4}{t^2-1} \qquad \Rightarrow\ x-1 = \frac{-3}{t^2-1}$$

Methode III: substitutie $\boxed{\sqrt{a(x-p)(x-q)} = (x-p)\,t}$ **voor** $\int f(x,y)\,dx$

met $y = \sqrt{ax^2+bx+c} = \sqrt{a(x-p)(x-q)}$

$\Rightarrow a(x-p)(x-q) = (x-p)^2\,t^2$

$\Rightarrow a(x-q) = (x-p)\,t^2$

$\Rightarrow x = \dfrac{pt^2-aq}{t^2-a}$

$\Rightarrow$ Klasse I

Voorbeelden:

(1) $I = \displaystyle\int \frac{dx}{\sqrt{(x-1)(x-4)}}$

$\sqrt{(x-1)(x-4)} = (x-1)\,t \Rightarrow \quad x-4 = (x-1)\,t^2$

$$x = \frac{t^2-4}{t^2-1} \qquad \Rightarrow \quad x-1 = \frac{-3}{t^2-1}$$

$$\Rightarrow \quad dx = \frac{6tdt}{(t^2-1)^2}$$

Methode III: substitutie $\boxed{\sqrt{a\left(x-p\right)\left(x-q\right)}=\left(x-p\right)t}$ **voor** $\int f\left(x,y\right)dx$

met $y=\sqrt{ax^2+bx+c}=\sqrt{a\left(x-p\right)\left(x-q\right)}$

$\Rightarrow a\left(x-p\right)\left(x-q\right)=\left(x-p\right)^2t^2$

$\Rightarrow a\left(x-q\right)=\left(x-p\right)t^2$

$\Rightarrow x=\dfrac{pt^2-aq}{t^2-a}$

$\Rightarrow$ Klasse I

Voorbeelden:

$$(1)\ I=\int\frac{dx}{\sqrt{\left(x-1\right)\left(x-4\right)}}$$

$$\sqrt{\left(x-1\right)\left(x-4\right)}=\left(x-1\right)t\Rightarrow\ x-4=\left(x-1\right)t^2$$

$$x=\frac{t^2-4}{t^2-1}\qquad\Rightarrow\ x-1=\frac{-3}{t^2-1}$$

$$\Rightarrow\ dx=\frac{6tdt}{\left(t^2-1\right)^2}$$

$$=\int\frac{\dfrac{6tdt}{\left(t^2-1\right)^2}}{\dfrac{-3}{t^2-1}t}$$

Methode III: substitutie $\boxed{\sqrt{a(x-p)(x-q)} = (x-p)\,t}$ **voor** $\int f(x,y)\,dx$

met $y = \sqrt{ax^2+bx+c} = \sqrt{a(x-p)(x-q)}$

$\Rightarrow a(x-p)(x-q) = (x-p)^2\,t^2$

$\Rightarrow a(x-q) = (x-p)\,t^2$

$\Rightarrow x = \dfrac{pt^2-aq}{t^2-a}$

$\Rightarrow$ Klasse I

Voorbeelden:

$$(1)\ I = \int \frac{dx}{\sqrt{(x-1)(x-4)}}$$

$$\sqrt{(x-1)(x-4)} = (x-1)\,t \Rightarrow\ x-4 = (x-1)\,t^2$$

$$x = \frac{t^2-4}{t^2-1} \qquad \Rightarrow\ x-1 = \frac{-3}{t^2-1}$$

$$\Rightarrow\ dx = \frac{6tdt}{(t^2-1)^2}$$

$$= \int \frac{\dfrac{6tdt}{(t^2-1)}}{-3t}$$

Methode III: substitutie $\boxed{\sqrt{a(x-p)(x-q)} = (x-p)\,t}$ **voor** $\int f(x,y)\,dx$

met $y = \sqrt{ax^2+bx+c} = \sqrt{a(x-p)(x-q)}$

$\Rightarrow a(x-p)(x-q) = (x-p)^2\,t^2$

$\Rightarrow a(x-q) = (x-p)\,t^2$

$\Rightarrow x = \dfrac{pt^2-aq}{t^2-a}$

$\Rightarrow$ Klasse I

Voorbeelden:

$(1)\ I = \displaystyle\int \frac{dx}{\sqrt{(x-1)(x-4)}}$

$$\sqrt{(x-1)(x-4)} = (x-1)\,t \Rightarrow\ x-4 = (x-1)\,t^2$$

$$x = \frac{t^2-4}{t^2-1} \qquad \Rightarrow\ x-1 = \frac{-3}{t^2-1}$$

$$\Rightarrow\ dx = \frac{6tdt}{(t^2-1)^2}$$

$$= \int \frac{-2dt}{t^2-1}$$

Methode III: substitutie $\boxed{\sqrt{a(x-p)(x-q)} = (x-p)\,t}$ **voor** $\int f(x,y)\,dx$

met $y = \sqrt{ax^2+bx+c} = \sqrt{a(x-p)(x-q)}$

$\Rightarrow a(x-p)(x-q) = (x-p)^2\,t^2$

$\Rightarrow a(x-q) = (x-p)\,t^2$

$\Rightarrow x = \dfrac{pt^2-aq}{t^2-a}$

$\Rightarrow$ Klasse I

Voorbeelden:

$$(1)\ I = \int \frac{dx}{\sqrt{(x-1)(x-4)}}$$

$$\sqrt{(x-1)(x-4)} = (x-1)\,t \Rightarrow \ x-4 = (x-1)\,t^2$$

$$x = \frac{t^2-4}{t^2-1} \qquad \Rightarrow \ x-1 = \frac{-3}{t^2-1}$$

$$\Rightarrow \ dx = \frac{6tdt}{(t^2-1)^2}$$

$$= \int \frac{dt}{t+1} - \int \frac{dt}{t-1}$$

Methode III: substitutie $\boxed{\sqrt{a(x-p)(x-q)} = (x-p)\,t}$ **voor** $\int f(x,y)\,dx$

met $y = \sqrt{ax^2+bx+c} = \sqrt{a(x-p)(x-q)}$

$\Rightarrow a(x-p)(x-q) = (x-p)^2\,t^2$

$\Rightarrow a(x-q) = (x-p)\,t^2$

$\Rightarrow x = \dfrac{pt^2-aq}{t^2-a}$

$\Rightarrow$ Klasse I

Voorbeelden:

$$(1)\ I = \int \frac{dx}{\sqrt{(x-1)(x-4)}}$$

$\sqrt{(x-1)(x-4)} = (x-1)\,t \Rightarrow\ x-4 = (x-1)\,t^2$

$$x = \frac{t^2-4}{t^2-1} \qquad \Rightarrow\ x-1 = \frac{-3}{t^2-1}$$

$$\Rightarrow\ dx = \frac{6tdt}{(t^2-1)^2}$$

$= \ln|t+1| - \ln|t-1| + k$

Methode III: substitutie $\boxed{\sqrt{a\left(x-p\right)\left(x-q\right)}=\left(x-p\right)t}$ voor $\int f\left(x,y\right)dx$

met $y=\sqrt{ax^2+bx+c}=\sqrt{a\left(x-p\right)\left(x-q\right)}$

$\Rightarrow a\left(x-p\right)\left(x-q\right)=\left(x-p\right)^2t^2$

$\Rightarrow a\left(x-q\right)=\left(x-p\right)t^2$

$\Rightarrow x=\dfrac{pt^2-aq}{t^2-a}$

$\Rightarrow$ Klasse I

Voorbeelden:

$(1)\ I=\displaystyle\int\frac{dx}{\sqrt{\left(x-1\right)\left(x-4\right)}}$

$\sqrt{\left(x-1\right)\left(x-4\right)}=\left(x-1\right)t\Rightarrow\ x-4=\left(x-1\right)t^2$

$$x=\frac{t^2-4}{t^2-1}\qquad\Rightarrow\ x-1=\frac{-3}{t^2-1}$$

$$\Rightarrow\ dx=\frac{6tdt}{\left(t^2-1\right)^2}$$

$$=\ln\left|\frac{t+1}{t-1}\right|+k$$

Methode III: substitutie $\boxed{\sqrt{a\left(x-p\right)\left(x-q\right)}=\left(x-p\right)t}$ voor $\int f\left(x,y\right)dx$

met $y=\sqrt{ax^2+bx+c}=\sqrt{a\left(x-p\right)\left(x-q\right)}$

$\Rightarrow a\left(x-p\right)\left(x-q\right)=\left(x-p\right)^2t^2$

$\Rightarrow a\left(x-q\right)=\left(x-p\right)t^2$

$\Rightarrow x=\dfrac{pt^2-aq}{t^2-a}$

$\Rightarrow$ Klasse I

Voorbeelden:

$$(1)\ I=\int\frac{dx}{\sqrt{\left(x-1\right)\left(x-4\right)}}=\ln\left|\frac{t+1}{t-1}\right|+k$$

$$t=\frac{\sqrt{\left(x-1\right)\left(x-4\right)}}{x-1}$$

Methode III: substitutie $\boxed{\sqrt{a(x-p)(x-q)} = (x-p)\,t}$ voor $\int f(x,y)\,dx$

met $y = \sqrt{ax^2+bx+c} = \sqrt{a(x-p)(x-q)}$

$\Rightarrow a(x-p)(x-q) = (x-p)^2\,t^2$

$\Rightarrow a(x-q) = (x-p)\,t^2$

$\Rightarrow x = \dfrac{pt^2-aq}{t^2-a}$

$\Rightarrow$ Klasse I

Voorbeelden:

$$(1)\ I = \int \frac{dx}{\sqrt{(x-1)(x-4)}} = \ln\left|\frac{t+1}{t-1}\right| + k$$

$$t = \frac{\sqrt{(x-1)(x-4)}}{x-1} \Rightarrow \frac{t+1}{t-1} = \frac{\dfrac{\sqrt{(x-1)(x-4)}}{x-1}+1}{\dfrac{\sqrt{(x-1)(x-4)}}{x-1}-1}$$

Methode III: substitutie $\boxed{\sqrt{a\left(x-p\right)\left(x-q\right)}=\left(x-p\right)t}$ voor $\displaystyle\int f\left(x,y\right)dx$

met $y=\sqrt{ax^2+bx+c}=\sqrt{a\left(x-p\right)\left(x-q\right)}$

$\Rightarrow a\left(x-p\right)\left(x-q\right)=\left(x-p\right)^2t^2$

$\Rightarrow a\left(x-q\right)=\left(x-p\right)t^2$

$\Rightarrow x=\dfrac{pt^2-aq}{t^2-a}$

$\Rightarrow$ Klasse I

Voorbeelden:

$$(1)\ I=\int\frac{dx}{\sqrt{\left(x-1\right)\left(x-4\right)}}=\ln\left|\frac{t+1}{t-1}\right|+k$$

$$t=\frac{\sqrt{\left(x-1\right)\left(x-4\right)}}{x-1}\Rightarrow\frac{t+1}{t-1}=\frac{\sqrt{\left(x-1\right)\left(x-4\right)}+x-1}{\sqrt{\left(x-1\right)\left(x-4\right)}-x+1}$$

Methode III: substitutie $\boxed{\sqrt{a\left(x-p\right)\left(x-q\right)}=\left(x-p\right)t}$ **voor** $\displaystyle\int f\left(x,y\right)dx$

met $y=\sqrt{ax^2+bx+c}=\sqrt{a\left(x-p\right)\left(x-q\right)}$

$\Rightarrow a\left(x-p\right)\left(x-q\right)=\left(x-p\right)^2t^2$

$\Rightarrow a\left(x-q\right)=\left(x-p\right)t^2$

$\Rightarrow x=\dfrac{pt^2-aq}{t^2-a}$

$\Rightarrow$ Klasse I

Voorbeelden:

$$(1)\ I=\int\frac{dx}{\sqrt{\left(x-1\right)\left(x-4\right)}}=\ln\left|\frac{t+1}{t-1}\right|+k$$

$$t=\frac{\sqrt{\left(x-1\right)\left(x-4\right)}}{x-1}\Rightarrow\frac{t+1}{t-1}=\frac{\left(\sqrt{\left(x-1\right)\left(x-4\right)}+x-1\right)^2}{\left(\sqrt{\left(x-1\right)\left(x-4\right)}-x+1\right)\left(\sqrt{\left(x-1\right)\left(x-4\right)}+x-1\right)}$$

Methode III: substitutie $\boxed{\sqrt{a(x-p)(x-q)} = (x-p)\,t}$ **voor** $\int f(x,y)\,dx$

met $y = \sqrt{ax^2+bx+c} = \sqrt{a(x-p)(x-q)}$

$\Rightarrow a(x-p)(x-q) = (x-p)^2\,t^2$

$\Rightarrow a(x-q) = (x-p)\,t^2$

$\Rightarrow x = \dfrac{pt^2-aq}{t^2-a}$

$\Rightarrow$ Klasse I

Voorbeelden:

$$(1)\ I = \int \frac{dx}{\sqrt{(x-1)(x-4)}} = \ln\left|\frac{t+1}{t-1}\right| + k$$

$$t = \frac{\sqrt{(x-1)(x-4)}}{x-1} \Rightarrow \frac{t+1}{t-1} = \frac{(x-1)^2 + 2(x-1)\sqrt{(x-1)(x-4)} + (x-1)(x-4)}{(x-1)(x-4)-(x-1)^2}$$

Methode III: substitutie $\boxed{\sqrt{a(x-p)(x-q)} = (x-p)\,t}$ **voor** $\int f(x,y)\,dx$

met $y = \sqrt{ax^2+bx+c} = \sqrt{a(x-p)(x-q)}$

$\Rightarrow a(x-p)(x-q) = (x-p)^2\,t^2$

$\Rightarrow a(x-q) = (x-p)\,t^2$

$\Rightarrow x = \dfrac{pt^2-aq}{t^2-a}$

$\Rightarrow$ Klasse I

Voorbeelden:

$$(1)\ I = \int \frac{dx}{\sqrt{(x-1)(x-4)}} = \ln\left|\frac{t+1}{t-1}\right| + k$$

$$t = \frac{\sqrt{(x-1)(x-4)}}{x-1} \Rightarrow \frac{t+1}{t-1} = \frac{2x^2-7x+5+2(x-1)\sqrt{(x-1)(x-4)}}{-3x+3}$$

Methode III: substitutie $\boxed{\sqrt{a\left(x-p\right)\left(x-q\right)}=\left(x-p\right)t}$ **voor** $\displaystyle\int f\left(x,y\right)dx$

met $y=\sqrt{ax^2+bx+c}=\sqrt{a\left(x-p\right)\left(x-q\right)}$

$\Rightarrow a\left(x-p\right)\left(x-q\right)=\left(x-p\right)^2t^2$

$\Rightarrow a\left(x-q\right)=\left(x-p\right)t^2$

$\Rightarrow x=\dfrac{pt^2-aq}{t^2-a}$

$\Rightarrow$ Klasse I

Voorbeelden:

$$(1)\ I=\int\frac{dx}{\sqrt{\left(x-1\right)\left(x-4\right)}}=\ln\left|\frac{t+1}{t-1}\right|+k$$

$$t=\frac{\sqrt{\left(x-1\right)\left(x-4\right)}}{x-1}\Rightarrow\frac{t+1}{t-1}=\frac{\left(x-1\right)\left(2x-5\right)+2\left(x-1\right)\sqrt{\left(x-1\right)\left(x-4\right)}}{-3\left(x-1\right)}$$

Methode III: substitutie $\boxed{\sqrt{a\left(x-p\right)\left(x-q\right)}=\left(x-p\right)t}$ voor $\displaystyle\int f\left(x,y\right)dx$

met $y=\sqrt{ax^2+bx+c}=\sqrt{a\left(x-p\right)\left(x-q\right)}$

$\Rightarrow a\left(x-p\right)\left(x-q\right)=\left(x-p\right)^2t^2$

$\Rightarrow a\left(x-q\right)=\left(x-p\right)t^2$

$\Rightarrow x=\dfrac{pt^2-aq}{t^2-a}$

$\Rightarrow$ Klasse I

Voorbeelden:

$$(1)\ I=\int\frac{dx}{\sqrt{\left(x-1\right)\left(x-4\right)}}=\ln\left|\frac{t+1}{t-1}\right|+k$$

$$t=\frac{\sqrt{\left(x-1\right)\left(x-4\right)}}{x-1}\Rightarrow\frac{t+1}{t-1}=\frac{\left(2x-5\right)+2\sqrt{\left(x-1\right)\left(x-4\right)}}{-3}$$

Methode III: substitutie $\boxed{\sqrt{a\,(x-p)\,(x-q)}=(x-p)\,t}$ voor $\int f\,(x,y)\,dx$

met $y=\sqrt{ax^2+bx+c}=\sqrt{a\,(x-p)\,(x-q)}$

$\Rightarrow a\,(x-p)\,(x-q)=(x-p)^2\,t^2$

$\Rightarrow a\,(x-q)=(x-p)\,t^2$

$\Rightarrow x=\dfrac{pt^2-aq}{t^2-a}$

$\Rightarrow$ Klasse I

Voorbeelden:

(1) $I=\displaystyle\int\frac{dx}{\sqrt{(x-1)\,(x-4)}}=\ln\left|\frac{t+1}{t-1}\right|+k$

$t=\dfrac{\sqrt{(x-1)\,(x-4)}}{x-1}\Rightarrow\left|\dfrac{t+1}{t-1}\right|=\left|\dfrac{(2x-5)+2\sqrt{(x-1)\,(x-4)}}{-3}\right|$

Methode III: substitutie $\boxed{\sqrt{a(x-p)(x-q)} = (x-p)\,t}$ **voor** $\int f(x,y)\,dx$

met $y = \sqrt{ax^2+bx+c} = \sqrt{a(x-p)(x-q)}$

$\Rightarrow a(x-p)(x-q) = (x-p)^2\,t^2$

$\Rightarrow a(x-q) = (x-p)\,t^2$

$\Rightarrow x = \dfrac{pt^2 - aq}{t^2 - a}$

$\Rightarrow$ Klasse I

Voorbeelden:

(1) $I = \displaystyle\int \frac{dx}{\sqrt{(x-1)(x-4)}} = \ln\left|\frac{t+1}{t-1}\right| + k$

$t = \dfrac{\sqrt{(x-1)(x-4)}}{x-1} \Rightarrow \left|\dfrac{t+1}{t-1}\right| = \left|\dfrac{(2x-5)+2\sqrt{(x-1)(x-4)}}{-3}\right|$

$\Rightarrow I = \ln\left|\dfrac{2x-5+2\sqrt{(x-1)(x-4)}}{3}\right| + k$

Methode III: substitutie $\boxed{\sqrt{a\left(x-p\right)\left(x-q\right)}=\left(x-p\right)t}$ voor $\int f\left(x,y\right)dx$

met $y=\sqrt{ax^2+bx+c}=\sqrt{a\left(x-p\right)\left(x-q\right)}$

Voorbeelden:

$(2)\ I=\int\frac{dx}{\sqrt{2+x-x^2}}$

Methode III: substitutie $\boxed{\sqrt{a\left(x-p\right)\left(x-q\right)}=\left(x-p\right)t}$ voor $\displaystyle\int f\left(x,y\right)dx$

met $y=\sqrt{ax^2+bx+c}=\sqrt{a\left(x-p\right)\left(x-q\right)}$

Voorbeelden:

$$(2)\ I=\int\frac{dx}{\sqrt{2+x-x^2}}=\int\frac{dx}{\sqrt{\left(2-x\right)\left(x+1\right)}}$$

Methode III: substitutie $\boxed{\sqrt{a\left(x-p\right)\left(x-q\right)}=\left(x-p\right)t}$ voor $\int f\left(x,y\right)dx$

met $y=\sqrt{ax^2+bx+c}=\sqrt{a\left(x-p\right)\left(x-q\right)}$

Voorbeelden:

$$(2)\ I=\int\frac{dx}{\sqrt{2+x-x^2}}=\int\frac{dx}{\sqrt{\left(2-x\right)\left(x+1\right)}}$$

$$\sqrt{\left(2-x\right)\left(x+1\right)}=\left(2-x\right)t$$

Methode III: substitutie $\boxed{\sqrt{a\,(x-p)\,(x-q)} = (x-p)\,t}$ voor $\int f\,(x,y)\,dx$

met $y = \sqrt{ax^2+bx+c} = \sqrt{a\,(x-p)\,(x-q)}$

Voorbeelden:

(2) $I = \int \frac{dx}{\sqrt{2+x-x^2}} = \int \frac{dx}{\sqrt{(2-x)\,(x+1)}}$

$\sqrt{(2-x)\,(x+1)} = (2-x)\,t \Rightarrow x+1 = (2-x)\,t^2$

Methode III: substitutie $\boxed{\sqrt{a\left(x-p\right)\left(x-q\right)}=\left(x-p\right)t}$ voor $\int f\left(x,y\right)dx$

met $y=\sqrt{ax^2+bx+c}=\sqrt{a\left(x-p\right)\left(x-q\right)}$

Voorbeelden:

$$(2)\ I=\int\frac{dx}{\sqrt{2+x-x^2}}=\int\frac{dx}{\sqrt{\left(2-x\right)\left(x+1\right)}}$$

$$\sqrt{\left(2-x\right)\left(x+1\right)}=\left(2-x\right)t\Rightarrow\ x+1=\left(2-x\right)t^2$$

$$x=\frac{2t^2-1}{t^2+1}\qquad\Rightarrow\ 2-x=\frac{3}{t^2+1}$$

Methode III: substitutie $\boxed{\sqrt{a(x-p)(x-q)} = (x-p)\,t}$ **voor** $\int f(x,y)\,dx$

met $y = \sqrt{ax^2+bx+c} = \sqrt{a(x-p)(x-q)}$

Voorbeelden:

(2) $I = \int \frac{dx}{\sqrt{2+x-x^2}} = \int \frac{dx}{\sqrt{(2-x)(x+1)}}$

$$\sqrt{(2-x)(x+1)} = (2-x)\,t \Rightarrow \; x+1 = (2-x)\,t^2$$

$$x = \frac{2t^2-1}{t^2+1} \qquad \Rightarrow \; 2-x = \frac{3}{t^2+1}$$

$$\Rightarrow \; dx = \frac{6t\,dt}{\left(t^2+1\right)^2}$$

Methode III: substitutie $\boxed{\sqrt{a(x-p)(x-q)}=(x-p)t}$ **voor** $\int f(x,y)\,dx$

met $y=\sqrt{ax^2+bx+c}=\sqrt{a(x-p)(x-q)}$

Voorbeelden:

$$(2)\ I=\int\frac{dx}{\sqrt{2+x-x^2}}=\int\frac{dx}{\sqrt{(2-x)(x+1)}}$$

$$\sqrt{(2-x)(x+1)}=(2-x)\,t\Rightarrow\ x+1=(2-x)\,t^2$$

$$x=\frac{2t^2-1}{t^2+1}\qquad\Rightarrow\ 2-x=\frac{3}{t^2+1}$$

$$\Rightarrow\ dx=\frac{6tdt}{(t^2+1)^2}$$

$$=\int\frac{\dfrac{6tdt}{(t^2+1)^2}}{\dfrac{3t}{t^2+1}}$$

Methode III: substitutie $\boxed{\sqrt{a(x-p)(x-q)} = (x-p)\,t}$ **voor** $\int f(x,y)\,dx$

met $y = \sqrt{ax^2+bx+c} = \sqrt{a(x-p)(x-q)}$

Voorbeelden:

$$(2)\ I = \int \frac{dx}{\sqrt{2+x-x^2}} = \int \frac{dx}{\sqrt{(2-x)(x+1)}}$$

$$\sqrt{(2-x)(x+1)} = (2-x)\,t \Rightarrow\ x+1 = (2-x)\,t^2$$

$$x = \frac{2t^2-1}{t^2+1} \qquad \Rightarrow\ 2-x = \frac{3}{t^2+1}$$

$$\Rightarrow\ dx = \frac{6tdt}{\left(t^2+1\right)^2}$$

$$= \int \frac{\frac{6tdt}{t^2+1}}{3t}$$

Methode III: substitutie $\boxed{\sqrt{a\left(x-p\right)\left(x-q\right)} = \left(x-p\right)t}$ voor $\int f\left(x,y\right)dx$

met $y = \sqrt{ax^2+bx+c} = \sqrt{a\left(x-p\right)\left(x-q\right)}$

Voorbeelden:

$$(2)\ I = \int \frac{dx}{\sqrt{2+x-x^2}} = \int \frac{dx}{\sqrt{\left(2-x\right)\left(x+1\right)}}$$

$$\sqrt{\left(2-x\right)\left(x+1\right)} = \left(2-x\right)t \Rightarrow \ x+1 = \left(2-x\right)t^2$$

$$x = \frac{2t^2-1}{t^2+1} \qquad \Rightarrow\ 2-x = \frac{3}{t^2+1}$$

$$\Rightarrow\ dx = \frac{6tdt}{\left(t^2+1\right)^2}$$

$$= \int \frac{2dt}{t^2+1}$$

Methode III: substitutie $\boxed{\sqrt{a(x-p)(x-q)} = (x-p)\,t}$ **voor** $\int f(x,y)\,dx$

met $y = \sqrt{ax^2+bx+c} = \sqrt{a(x-p)(x-q)}$

Voorbeelden:

$$(2)\ I = \int \frac{dx}{\sqrt{2+x-x^2}} = \int \frac{dx}{\sqrt{(2-x)(x+1)}}$$

$$\sqrt{(2-x)(x+1)} = (2-x)\,t \Rightarrow\ x+1 = (2-x)\,t^2$$

$$x = \frac{2t^2-1}{t^2+1} \qquad \Rightarrow\ 2-x = \frac{3}{t^2+1}$$

$$\Rightarrow\ dx = \frac{6t\,dt}{(t^2+1)^2}$$

$$= 2\,\mathrm{Bgtg}\,t + k$$

Methode III: substitutie $\boxed{\sqrt{a(x-p)(x-q)} = (x-p)\,t}$ **voor** $\int f(x,y)\,dx$

met $y = \sqrt{ax^2+bx+c} = \sqrt{a(x-p)(x-q)}$

Voorbeelden:

$$(2)\ I = \int \frac{dx}{\sqrt{2+x-x^2}} = \int \frac{dx}{\sqrt{(2-x)(x+1)}}$$

$$\sqrt{(2-x)(x+1)} = (2-x)\,t \Rightarrow \ x+1 = (2-x)\,t^2$$

$$x = \frac{2t^2-1}{t^2+1} \qquad \Rightarrow\ 2-x = \frac{3}{t^2+1}$$

$$\Rightarrow\ dx = \frac{6tdt}{(t^2+1)^2}$$

$$= 2\,\mathrm{Bgtg}\sqrt{\frac{x+1}{2-x}} + k$$

Methode IV: substitutie naar 2de klasse

Voorbeelden:

(1) $I = \int \sqrt{1 - x^2} dx$

Methode IV: substitutie naar 2de klasse

Voorbeelden:

(1) $I = \int \sqrt{1 - x^2} dx$

$x = \sin t$

Methode IV: substitutie naar 2de klasse

Voorbeelden:

(1) $I = \int \sqrt{1-x^2}dx$

$x = \sin t \Rightarrow \sqrt{1-x^2} = \sqrt{1-\sin^2 t} = \cos t$

Methode IV: substitutie naar 2de klasse

Voorbeelden:

(1) $I = \int \sqrt{1-x^2}dx$

$$x = \sin t \Rightarrow \begin{array}{l} \sqrt{1-x^2} = \sqrt{1-\sin^2 t} = \cos t \\ dx = \cos t dt \end{array}$$

Methode IV: substitutie naar 2de klasse

Voorbeelden:

(1) $I = \int \sqrt{1-x^2}dx$

$$x = \sin t \Rightarrow \begin{array}{l} \sqrt{1-x^2} = \sqrt{1-\sin^2 t} = \cos t \\ dx = \cos t dt \\ t = \text{Bgsin}\, x \end{array}$$

Methode IV: substitutie naar 2de klasse

Voorbeelden:

(1) $I = \int \sqrt{1-x^2}dx$

$$x = \sin t \Rightarrow \begin{aligned} &\sqrt{1-x^2} = \sqrt{1-\sin^2 t} = \cos t \\ &dx = \cos t dt \\ &t = \operatorname{Bgsin} x \end{aligned}$$

$$= \int \cos^2 t dt$$

Methode IV: substitutie naar 2de klasse

Voorbeelden:

(1) $I = \int \sqrt{1-x^2}dx$

$$x = \sin t \Rightarrow \begin{array}{l} \sqrt{1-x^2} = \sqrt{1-\sin^2 t} = \cos t \\ dx = \cos t dt \\ t = \operatorname{Bgsin} x \end{array}$$

$$= \frac{1}{2}\left(t + \sin t \cos t\right) + k$$

Methode IV: substitutie naar 2de klasse

Voorbeelden:

(1) $I = \int \sqrt{1-x^2}dx$

$$x = \sin t \Rightarrow \begin{array}{l} \sqrt{1-x^2} = \sqrt{1-\sin^2 t} = \cos t \\ dx = \cos t dt \\ t = \operatorname{Bgsin} x \end{array}$$

$$= \frac{1}{2}\left(\operatorname{Bgsin} x + x\sqrt{1-x^2}\right) + k$$

Methode IV: substitutie naar 2de klasse

Voorbeelden:

(1) $I = \int \sqrt{1-x^2}dx$

$$x = \sin t \Rightarrow \begin{aligned} &\sqrt{1-x^2} = \sqrt{1-\sin^2 t} = \cos t \\ &dx = \cos t dt \\ &t = \mathrm{Bgsin}\, x \end{aligned}$$

$$= \frac{1}{2}\left(\mathrm{Bgsin}\, x + x\sqrt{1-x^2}\right) + k$$

(2) $I = \int \sqrt{x^2+4}dx$

Methode IV: substitutie naar 2de klasse

Voorbeelden:

(1) $I = \int \sqrt{1-x^2}dx$

$$x = \sin t \Rightarrow \begin{array}{l} \sqrt{1-x^2} = \sqrt{1-\sin^2 t} = \cos t \\ dx = \cos t dt \\ t = \operatorname{Bgsin} x \end{array}$$

$$= \frac{1}{2}\left(\operatorname{Bgsin} x + x\sqrt{1-x^2}\right) + k$$

(2) $I = \int \sqrt{x^2+4}dx$

$x = 2\operatorname{sh} t$

Methode IV: substitutie naar 2de klasse

Voorbeelden:

(1) $I = \int \sqrt{1-x^2}dx$

$$x = \sin t \Rightarrow \begin{aligned} &\sqrt{1-x^2} = \sqrt{1-\sin^2 t} = \cos t \\ &dx = \cos t dt \\ &t = \operatorname{Bgsin} x \end{aligned}$$

$$= \frac{1}{2}\left(\operatorname{Bgsin} x + x\sqrt{1-x^2}\right) + k$$

(2) $I = \int \sqrt{x^2+4}dx$

$$x = 2\operatorname{sh} t \Rightarrow \sqrt{x^2+4} = \sqrt{4\operatorname{sh}^2 t + 4}$$

Methode IV: substitutie naar 2de klasse

Voorbeelden:

$$(1)\ I = \int \sqrt{1-x^2}dx$$

$$x = \sin t \Rightarrow \begin{array}{l} \sqrt{1-x^2} = \sqrt{1-\sin^2 t} = \cos t \\ dx = \cos t dt \\ t = \operatorname{Bgsin} x \end{array}$$

$$= \frac{1}{2}\left(\operatorname{Bgsin} x + x\sqrt{1-x^2}\right) + k$$

$$(2)\ I = \int \sqrt{x^2+4}dx$$

$$x = 2\operatorname{sh} t \Rightarrow \sqrt{x^2+4} = \sqrt{4\operatorname{sh}^2 t + 4} = 2\sqrt{\operatorname{sh}^2 t + 1}$$

Methode IV: substitutie naar 2de klasse

Voorbeelden:

(1) $I = \displaystyle\int \sqrt{1-x^2}dx$

$$\begin{aligned} x = \sin t \Rightarrow\ & \sqrt{1-x^2} = \sqrt{1-\sin^2 t} = \cos t \\ & dx = \cos t dt \\ & t = \operatorname{Bgsin} x \end{aligned}$$

$$= \frac{1}{2}\left(\operatorname{Bgsin} x + x\sqrt{1-x^2}\right) + k$$

(2) $I = \displaystyle\int \sqrt{x^2+4}dx$

$$x = 2\operatorname{sh} t \Rightarrow \sqrt{x^2+4} = \sqrt{4\operatorname{sh}^2 t + 4} = 2\sqrt{\operatorname{sh}^2 t + 1} = 2\operatorname{ch} t$$

Methode IV: substitutie naar 2de klasse

Voorbeelden:

(1) $I = \int \sqrt{1-x^2}dx$

$$\begin{aligned} x = \sin t \Rightarrow\ & \sqrt{1-x^2} = \sqrt{1-\sin^2 t} = \cos t \\ & dx = \cos t dt \\ & t = \operatorname{Bgsin} x \end{aligned}$$

$$= \frac{1}{2}\left(\operatorname{Bgsin} x + x\sqrt{1-x^2}\right) + k$$

(2) $I = \int \sqrt{x^2+4}dx$

$$\begin{aligned} x = 2\operatorname{sh} t \Rightarrow\ & \sqrt{x^2+4} = \sqrt{4\operatorname{sh}^2 t + 4} = 2\sqrt{\operatorname{sh}^2 t + 1} = 2\operatorname{ch} t \\ & dx = 2\operatorname{ch} t dt \end{aligned}$$

Methode IV: substitutie naar 2de klasse

Voorbeelden:

$$(1)\ I = \int \sqrt{1-x^2}dx$$

$$x = \sin t \Rightarrow \begin{array}{l} \sqrt{1-x^2} = \sqrt{1-\sin^2 t} = \cos t \\ dx = \cos t dt \\ t = \operatorname{Bgsin} x \end{array}$$

$$= \frac{1}{2}\left(\operatorname{Bgsin} x + x\sqrt{1-x^2}\right) + k$$

$$(2)\ I = \int \sqrt{x^2+4}dx$$

$$x = 2\operatorname{sh} t \Rightarrow \begin{array}{l} \sqrt{x^2+4} = \sqrt{4\operatorname{sh}^2 t + 4} = 2\sqrt{\operatorname{sh}^2 t + 1} = 2\operatorname{ch} t \\ dx = 2\operatorname{ch} t dt \end{array}$$

$$= 4\int \operatorname{ch}^2 t dt$$

Methode IV: substitutie naar 2de klasse

Voorbeelden:

$$(1)\ I = \int \sqrt{1-x^2}dx$$

$$x = \sin t \Rightarrow \ \sqrt{1-x^2} = \sqrt{1-\sin^2 t} = \cos t$$
$$dx = \cos t dt$$
$$t = \operatorname{Bgsin} x$$

$$= \frac{1}{2}\left(\operatorname{Bgsin} x + x\sqrt{1-x^2}\right) + k$$

$$(2)\ I = \int \sqrt{x^2+4}dx$$

$$x = 2\operatorname{sh} t \Rightarrow \ \sqrt{x^2+4} = \sqrt{4\operatorname{sh}^2 t + 4} = 2\sqrt{\operatorname{sh}^2 t + 1} = 2\operatorname{ch} t$$
$$dx = 2\operatorname{ch} t dt$$

$$= 2\int (1+\operatorname{ch} 2t)\, dt$$

Methode IV: substitutie naar 2de klasse

Voorbeelden:

$(1)\ I = \int \sqrt{1-x^2}dx$

$$x = \sin t \Rightarrow \begin{array}{l} \sqrt{1-x^2} = \sqrt{1-\sin^2 t} = \cos t \\ dx = \cos t dt \\ t = \operatorname{Bgsin} x \end{array}$$

$$= \frac{1}{2}\left(\operatorname{Bgsin} x + x\sqrt{1-x^2}\right) + k$$

$(2)\ I = \int \sqrt{x^2+4}dx$

$$x = 2\operatorname{sh} t \Rightarrow \begin{array}{l} \sqrt{x^2+4} = \sqrt{4\operatorname{sh}^2 t + 4} = 2\sqrt{\operatorname{sh}^2 t + 1} = 2\operatorname{ch} t \\ dx = 2\operatorname{ch} t dt \end{array}$$

$$= 2t + \operatorname{sh} 2t + k$$

Methode IV: substitutie naar 2de klasse

Voorbeelden:

$$(1)\ I = \int \sqrt{1-x^2}dx$$

$$x = \sin t \Rightarrow \ \sqrt{1-x^2} = \sqrt{1-\sin^2 t} = \cos t$$
$$dx = \cos t dt$$
$$t = \operatorname{Bgsin} x$$

$$= \frac{1}{2}\left(\operatorname{Bgsin} x + x\sqrt{1-x^2}\right) + k$$

$$(2)\ I = \int \sqrt{x^2+4}dx$$

$$x = 2\operatorname{sh} t \Rightarrow \ \sqrt{x^2+4} = \sqrt{4\operatorname{sh}^2 t + 4} = 2\sqrt{\operatorname{sh}^2 t + 1} = 2\operatorname{ch} t$$
$$dx = 2\operatorname{ch} t dt$$

$$= 2t + \operatorname{sh} 2t + k$$

$$\operatorname{sh} 2t = 2\operatorname{sh} t \operatorname{ch} t \text{ en } \operatorname{ch} t = \sqrt{1+\operatorname{sh}^2 t}$$

Methode IV: substitutie naar 2de klasse

Voorbeelden:

(1) $I = \int \sqrt{1-x^2}dx$

$$x = \sin t \Rightarrow \sqrt{1-x^2} = \sqrt{1-\sin^2 t} = \cos t$$
$$dx = \cos t dt$$
$$t = \operatorname{Bgsin} x$$

$$= \frac{1}{2}\left(\operatorname{Bgsin} x + x\sqrt{1-x^2}\right) + k$$

(2) $I = \int \sqrt{x^2+4}dx$

$$x = 2\operatorname{sh} t \Rightarrow \sqrt{x^2+4} = \sqrt{4\operatorname{sh}^2 t + 4} = 2\sqrt{\operatorname{sh}^2 t + 1} = 2\operatorname{ch} t$$
$$dx = 2\operatorname{ch} t dt$$

$$= 2\left(\operatorname{Bgsh}\frac{x}{2} + x\sqrt{1+\frac{x^2}{4}}\right) + k$$

$\operatorname{sh} 2t = 2\operatorname{sh} t \operatorname{ch} t$ en $\operatorname{ch} t = \sqrt{1+\operatorname{sh}^2 t}$

Twee belangrijke integralen

Twee belangrijke integralen

(1) $\displaystyle\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \operatorname{Bgsin}\frac{x}{a} + k$ *als* $a > 0$

Twee belangrijke integralen

(1) $\displaystyle\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \text{Bgsin}\,\frac{x}{a} + k$ *als* $a > 0$

(2) $\displaystyle\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + a}} = \ln\left|x + \sqrt{x^2 + a}\right| + k$

Twee belangrijke integralen

(1) $\displaystyle\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \operatorname{Bgsin}\frac{x}{a} + k$ *als* $a > 0$

(2) $\displaystyle\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + a}} = \ln\left|x + \sqrt{x^2 + a}\right| + k$

Voorbeelden

(1) $\displaystyle I = \int \frac{dx}{\sqrt{x^2 - 5x + 4}}$

Twee belangrijke integralen

(1) $\displaystyle\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \mathrm{Bgsin}\,\frac{x}{a} + k$ *als* $a > 0$

(2) $\displaystyle\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + a}} = \ln\left|x + \sqrt{x^2 + a}\right| + k$

Voorbeelden

(1) $\displaystyle I = \int \frac{dx}{\sqrt{x^2 - 5x + 4}} = \int \frac{d\left(x - \frac{5}{2}\right)}{\sqrt{\left(x - \frac{5}{2}\right)^2 - \frac{9}{4}}}$

Twee belangrijke integralen

(1) $\displaystyle\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \operatorname{Bgsin}\frac{x}{a} + k$ *als* $a > 0$

(2) $\displaystyle\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + a}} = \ln\left|x + \sqrt{x^2 + a}\right| + k$

Voorbeelden

(1) $\displaystyle I = \int \frac{dx}{\sqrt{x^2 - 5x + 4}} = \int \frac{d\left(x - \frac{5}{2}\right)}{\sqrt{\left(x - \frac{5}{2}\right)^2 - \frac{9}{4}}}$

Twee belangrijke integralen

(1) $\displaystyle\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \operatorname{Bgsin}\frac{x}{a} + k$ *als* $a > 0$

(2) $\displaystyle\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + a}} = \ln\left|x + \sqrt{x^2 + a}\right| + k$

Voorbeelden

(1) $\displaystyle I = \int \frac{dx}{\sqrt{x^2 - 5x + 4}} = \ln\left|x - \frac{5}{2} + \sqrt{x^2 - 5x + 4}\right| + k$

Twee belangrijke integralen

(1) $\displaystyle\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \operatorname{Bgsin}\frac{x}{a} + k$ *als* $a > 0$

(2) $\displaystyle\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + a}} = \ln\left|x + \sqrt{x^2 + a}\right| + k$

Voorbeelden

(1) $\displaystyle I = \int \frac{dx}{\sqrt{x^2 - 5x + 4}} = \ln\left|2x - 5 + 2\sqrt{x^2 - 5x + 4}\right| + k$

Twee belangrijke integralen

$$(1)\ \int \frac{dx}{\sqrt{a^2-x^2}} = \operatorname{Bgsin}\frac{x}{a} + k \qquad \textit{als } a>0$$

$$(2)\ \int \frac{dx}{\sqrt{x^2+a}} = \ln\left|x+\sqrt{x^2+a}\right| + k$$

Voorbeelden

$$(1)\ I = \int \frac{dx}{\sqrt{x^2-5x+4}} = \ln\left|2x-5+2\sqrt{x^2-5x+4}\right| + k$$

$$(2)\ I = \int \frac{dx}{\sqrt{2+x-x^2}}$$

Twee belangrijke integralen

(1) $\displaystyle\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \operatorname{Bgsin}\frac{x}{a} + k$ *als* $a > 0$

(2) $\displaystyle\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + a}} = \ln\left|x + \sqrt{x^2 + a}\right| + k$

Voorbeelden

(1) $\displaystyle I = \int \frac{dx}{\sqrt{x^2 - 5x + 4}} = \ln\left|2x - 5 + 2\sqrt{x^2 - 5x + 4}\right| + k$

(2) $\displaystyle I = \int \frac{dx}{\sqrt{2 + x - x^2}} = \int \frac{d\left(x - \frac{1}{2}\right)}{\sqrt{\frac{9}{4} - \left(x - \frac{1}{2}\right)^2}}$

Twee belangrijke integralen

(1) $\displaystyle\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \operatorname{Bgsin}\frac{x}{a} + k$ *als* $a > 0$

(2) $\displaystyle\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + a}} = \ln\left|x + \sqrt{x^2 + a}\right| + k$

Voorbeelden

(1) $\displaystyle I = \int \frac{dx}{\sqrt{x^2 - 5x + 4}} = \ln\left|2x - 5 + 2\sqrt{x^2 - 5x + 4}\right| + k$

(2) $\displaystyle I = \int \frac{dx}{\sqrt{2 + x - x^2}} = \operatorname{Bgsin}\frac{x - \frac{1}{2}}{\frac{3}{2}} + k$

Twee belangrijke integralen

(1) $\displaystyle\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \operatorname{Bgsin}\frac{x}{a} + k$ *als* $a > 0$

(2) $\displaystyle\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + a}} = \ln\left|x + \sqrt{x^2 + a}\right| + k$

Voorbeelden

(1) $\displaystyle I = \int \frac{dx}{\sqrt{x^2 - 5x + 4}} = \ln\left|2x - 5 + 2\sqrt{x^2 - 5x + 4}\right| + k$

(2) $\displaystyle I = \int \frac{dx}{\sqrt{2 + x - x^2}} = \operatorname{Bgsin}\frac{2x - 1}{3} + k$

EINDE

van deze presentatie