



Nuttige uitdrukkingen

- De ideale gaswet zegt dat op elk ogenblik,

$$pV = nRT = Nk_B T.$$

Hierbij is $R = 8,314 \frac{J}{mol \cdot K}$ en $k_B = 1,38 \cdot 10^{-23} \frac{J}{K}$.

- De lengteverandering van een voorwerp geconstrueerd uit een vaste stof voldoet aan

$$\Delta l = \alpha l_0 \Delta T,$$

waarbij de lineaire expansiecoëfficiënt α materiaalafhankelijk is.



Oefening 1 (17.48)

Een gesloten container bevat $4,0$ mol van een gas en wordt samengedrukt, waardoor het volume verandert van $0,020\text{m}^3$ naar $0,018\text{m}^3$. Tijdens dit proces verlaagt de temperatuur met $9,0\text{K}$ terwijl de druk verhoogt met 450Pa . Wat was de oorspronkelijke druk en temperatuur in de container?



Oefening 2 (17.50)

Een luchtbel op de bodem van een meer ($37,0m$ onder het wateroppervlak) heeft een volume van $1,00cm^3$. Als de temperatuur op de bodem $5,5^{\circ}C$ is en aan het oppervlak $18,5^{\circ}C$, wat is dan het volume van de luchtbel vlak voor deze het oppervlak bereikt?



Oefening 3 (17.83)

Een temperatuursregelaar, ontworpen om te werken in een omgeving met stoom, bestaat uit een bimetallische strip die bestaat uit messing en staal, dewelke aan hun uiteinden met elkaar zijn verbonden. Elk van de metalen is $2,0\text{mm}$ dik. Bij 20°C is elk van de strips $10,0\text{cm}$ lang en recht. Zoek de kromtestraal r van het geheel bij 100°C .

De lineaire expansiecoëfficiënten voor messing en staal zijn respectievelijk $19 \cdot 10^{-6} \text{K}^{-1}$ en $12 \cdot 10^{-6} \text{K}^{-1}$.



Oplossingen



Oplossing 1.1

Volgens de ideale gaswet voldoet het gas aan

$$p_1 V_1 = RnT_1 \quad \text{en} \quad p_2 V_2 = RnT_2.$$

Dit zijn twee vergelijkingen met vier onbekenden. Wat echter nog gekend is, zijn de verschillen $\Delta V = V_2 - V_1 = -0,002\text{m}^3$, $\Delta p = p_2 - p_1 = 450\text{Pa}$ en $\Delta T = T_2 - T_1 = -9,0\text{K}$. Daarom kunnen deze relaties worden herschreven tot

$$p_1 V_1 - p_2 V_2 = Rn(T_1 - T_2)$$

zodat

$$\begin{aligned} Rn\Delta T &= -p_1 V_1 + (p_1 + \Delta p)V_2 \\ &= p_1 \Delta V + \Delta p V_2 \end{aligned}$$

Hieruit kan de druk p_1 bepaald worden,

$$p_1 = \frac{Rn\Delta T - \Delta p V_2}{\Delta V} = 1,54 \cdot 10^5 \text{Pa}.$$



Oplossing 1.2

Met de oorspronkelijke druk gekend, kan ook de bijhorende temperatuur worden bepaald. Er geldt immers

$$\begin{aligned}T_1 &= \frac{p_1 V_1}{nR} \\&= \frac{1,54 \cdot 10^5 \text{ Pa} \cdot 0,02 \text{ m}^3}{4 \text{ mol} \cdot 8,314 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}} \\&= 92,4 \text{ K} \\&= -180,7^\circ \text{ C}.\end{aligned}$$



Oplossing 2

De ideale gaswet zegt ons

$$\frac{p_{\uparrow} V_{\uparrow}}{T_{\uparrow}} = \frac{p_{\downarrow} V_{\downarrow}}{T_{\downarrow}} = \frac{(p_{\uparrow} + \rho g \Delta h) V_{\downarrow}}{T_{\downarrow}}.$$

Hieruit kan je concluderen

$$\begin{aligned} V_{\uparrow} &= \left(1 + \frac{\rho g \Delta h}{p_{\uparrow}}\right) \frac{T_{\uparrow}}{T_{\downarrow}} V_{\downarrow} \\ &= \left(1 + \frac{\rho g \Delta h}{p_{\uparrow}}\right) \left(1 + \frac{\Delta T}{T_{\downarrow}}\right) V_{\downarrow} \\ &= \underbrace{\left(1 + \frac{1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 37,0 \text{m}}{101300 \text{Pa}}\right)}_{4,58} \underbrace{\left(1 + \frac{13 \text{K}}{278,65 \text{K}}\right)}_{1,05} 1,00 \text{cm}^3 \\ &= 4,80 \text{cm}^3. \end{aligned}$$

Merk op dat de afname van de druk veel belangrijker is dan de temperatuurstoename.



Oplossing 3.1

Aangezien beide metalen strips een lengte van $10,0\text{cm}$ hebben bij $T_1 = 293,15\text{K}$, zal bij een temperatuur $T_2 = 373,15\text{K}$ de lengte gegeven worden door

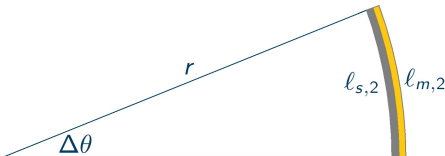
$$\ell_{m,2} = \ell_{m,1}(1 + \alpha_m \Delta T) = 0,100152\text{m},$$

$$\ell_{s,2} = \ell_{s,1}(1 + \alpha_s \Delta T) = 0,100096\text{m}.$$

Aangezien de beide materialen 2mm dik zijn, kunnen we zeggen dat hun middens zich ook op 2mm van elkaar bevinden. De kromtestraal van het geheel zal daarom zijn zodat

$$r\Delta\theta = \ell_{m,2} \quad \text{en} \quad (r + \Delta r)\Delta\theta = \ell_{s,2},$$

waarbij $\Delta\theta$ zoals in de figuur en $\Delta r = 2\text{mm}$.





Oplossing 3.2

Uit de relaties van de vorige slide volgt

$$\frac{r + \Delta r}{r} = \frac{\ell_{m,2}}{\ell_{s,2}}.$$

Dit kan worden herschreven om r af te zonderen. Dit levert als resultaat

$$\begin{aligned} r &= \left(\frac{\ell_{m,2}}{\ell_{s,2}} - 1 \right)^{-1} \Delta r \\ &= \left(\frac{0,100152m}{0,100096m} - 1 \right)^{-1} (0,002m) \\ &= 3,57m. \end{aligned}$$