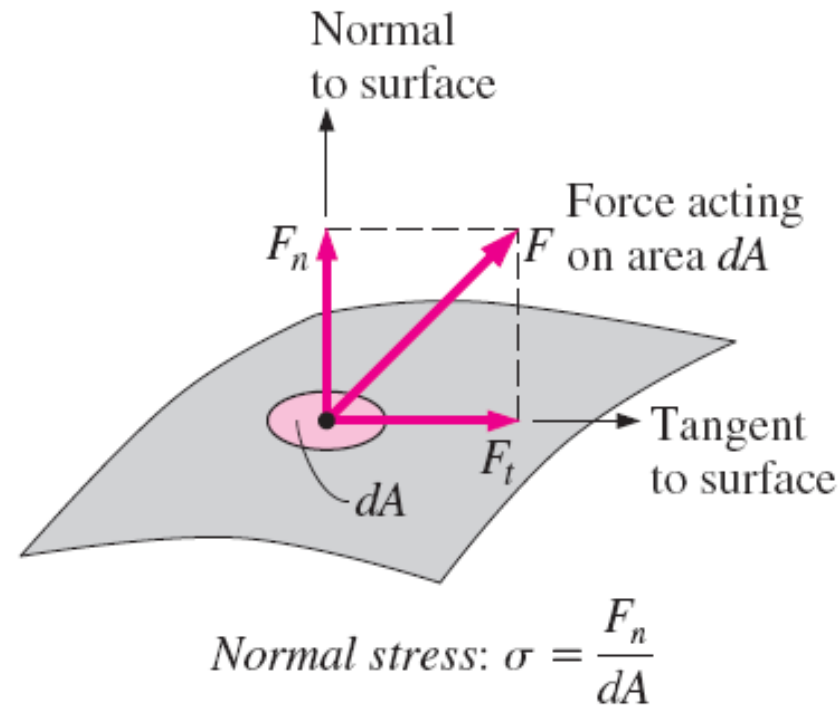


Hfdst 2: Statica

1. Inleiding
2. Hydrostatische krachten op ondergedompelde vlakke oppervlakken
3. Hydrostatische krachten op ondergedompelde gekromde oppervlakken
4. Drijfkracht
5. Stabiliteit

1. Inleiding

- Fluida in rust: geen relatieve beweging van naast elkaar gelegen fluïdumlagen => geen schuifspanning
- Enkel normaalspanning = druk
- Drukvariatie te wijten aan het gewicht (graviteitsveld)



- Toepassingen
 - Waterdammen, vloeistofopslagtanks, drijvende of ondergedompelde lichamen

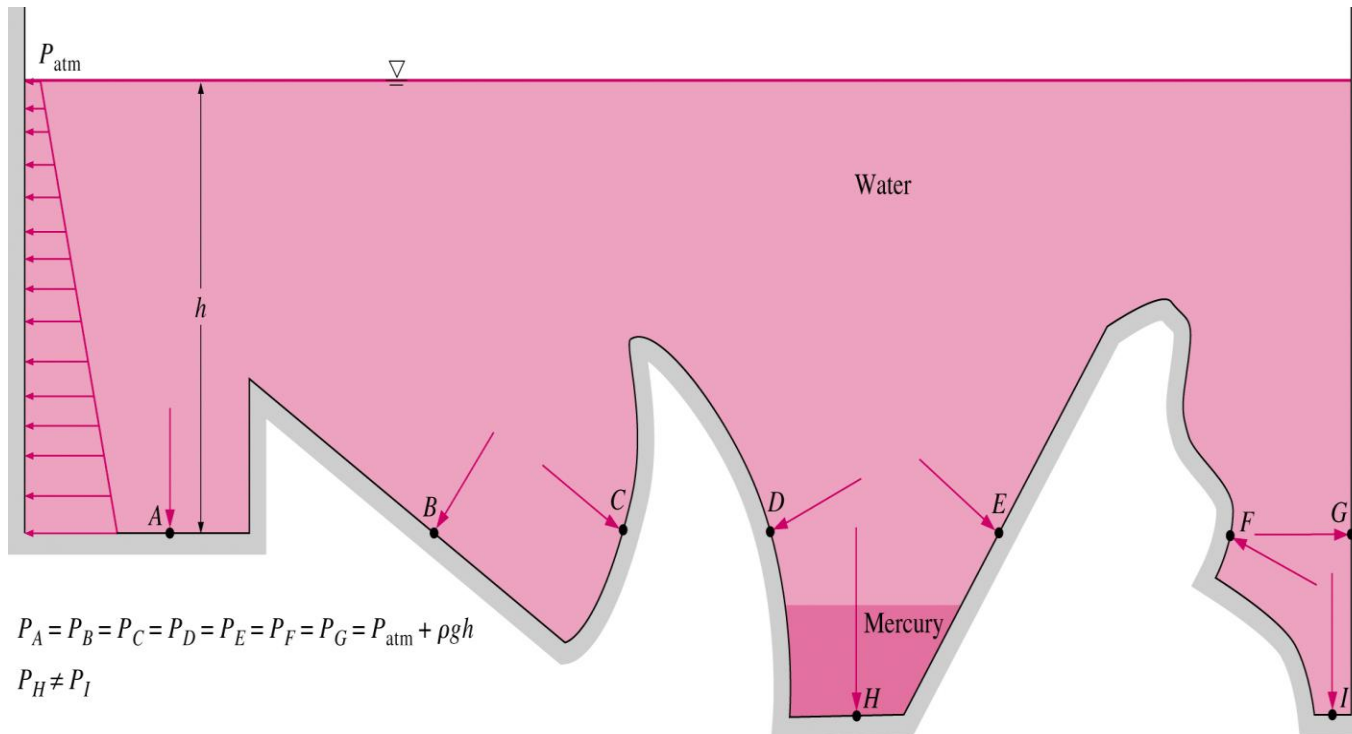




(C) W. Huijben

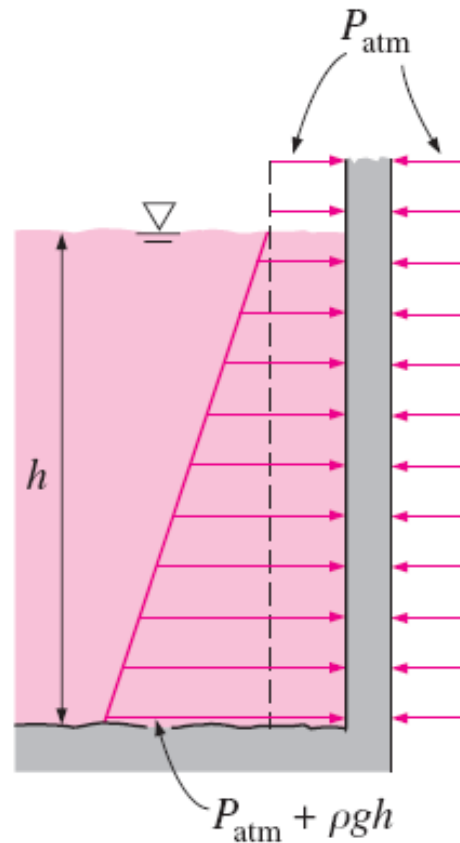
• Druk

- Samendrukkingskracht per oppervlakte-eenheid
- Scalaire grootheid: de druk in een punt is gelijk in alle richtingen
- Verandert enkel met de verticale afstand



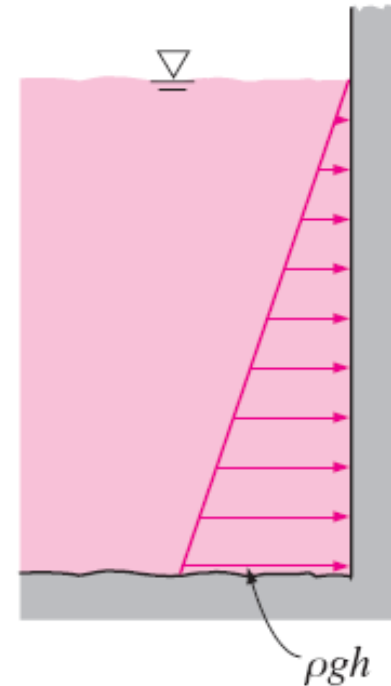
2. Hydrostatische krachten op ondergedompelde vlakke oppervlakken

- Systeem van parallelle krachten
- Resulterende hydrostatische kracht: grootte en punt van inwerking = drukcentrum
- Atmosferische druk verwaarlozen als deze op beide kanten inwerkt



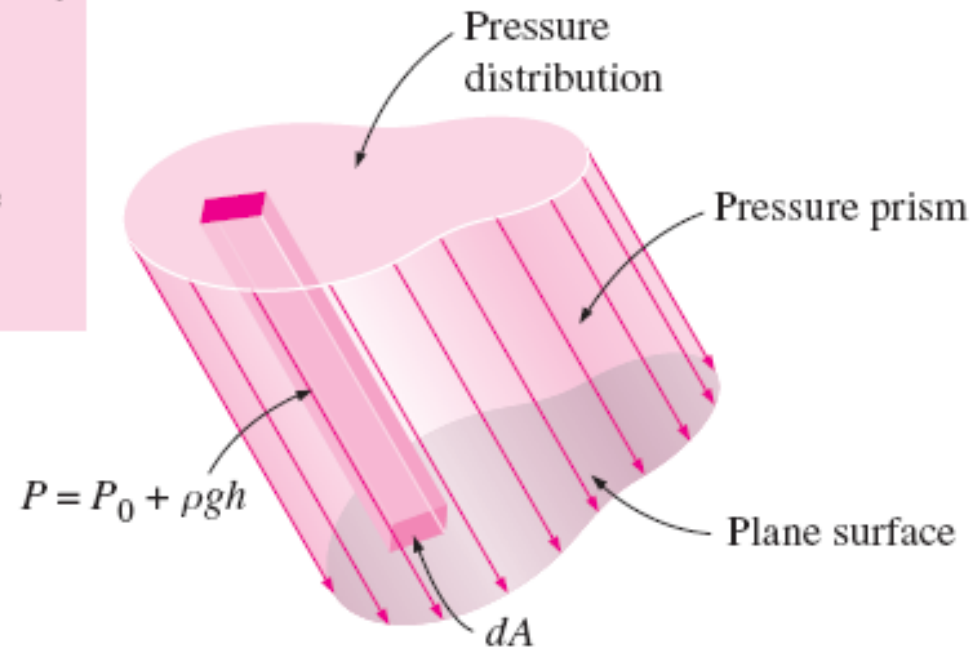
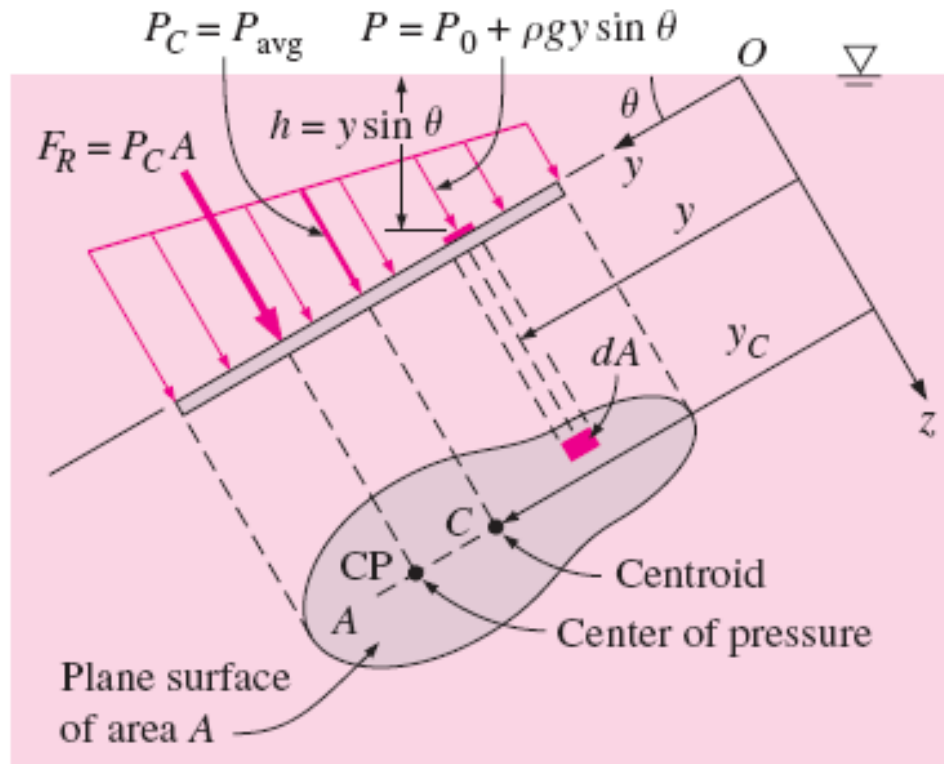
(a) P_{atm} considered

≡



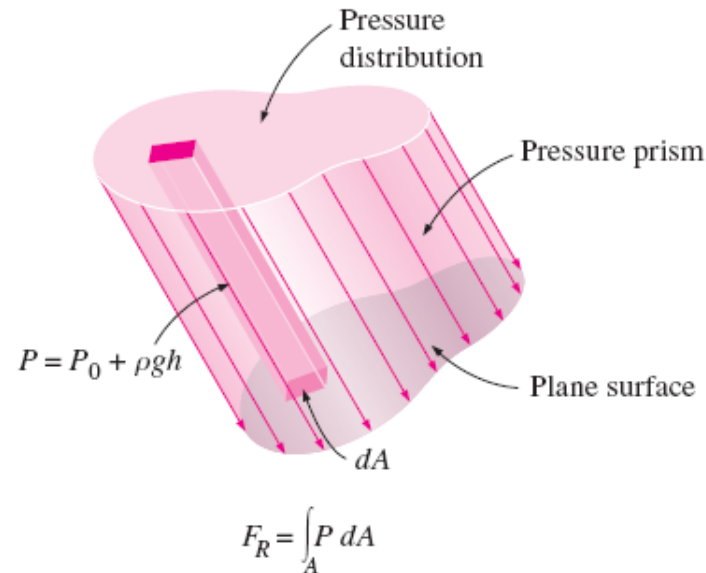
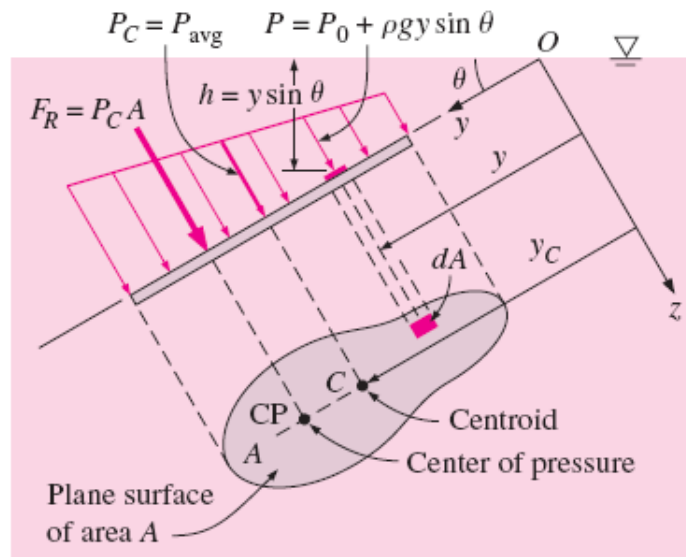
(b) P_{atm} subtracted

- Grootte resulterende hydrostatische kracht



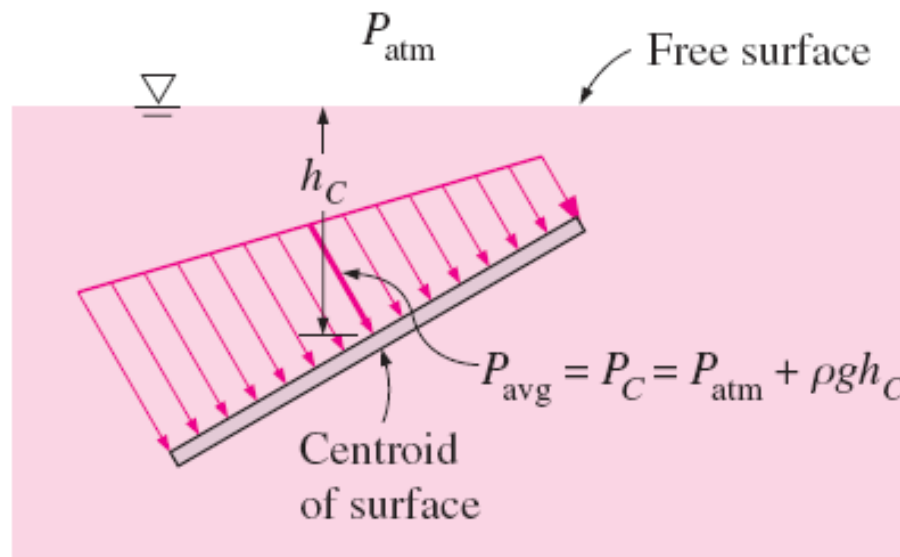
$$F_R = \int_A P dA$$

- Grootte resulterende hydrostatische kracht



$$F_R = (P_0 + \rho g y_C \sin \theta) A = (P_0 + \rho g h_C) A = P_C A = P_{avg} A$$

$$y_c \equiv \frac{1}{A} \int_A y dA$$



De druk in het centrum is equivalent met de gemiddelde druk op de oppervlakte

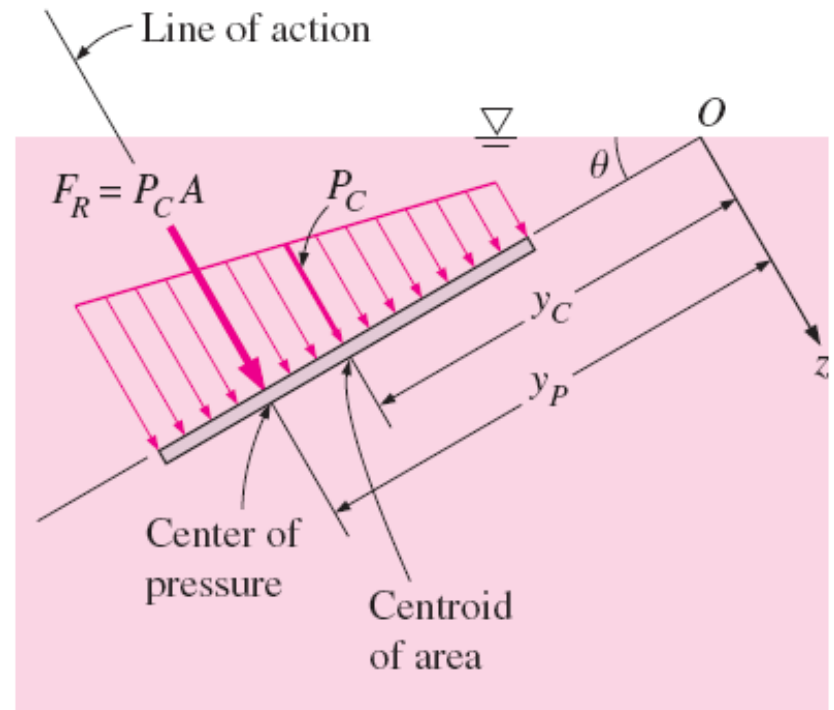
- Resultierende kracht werkt in op drukcentrum
- Positie van het drukpunt y_p

$$y_P = y_C + \frac{I_{xx, C}}{[y_C + P_0/(\rho g \sin \theta)]A}$$

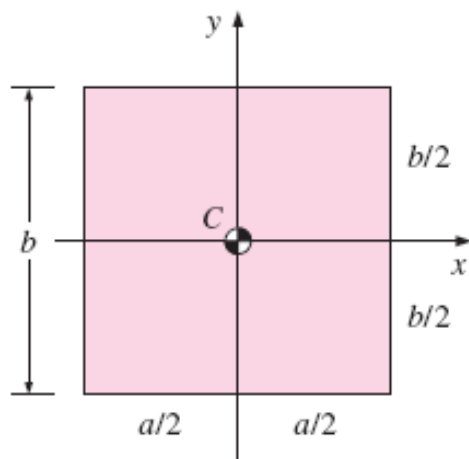
$$y_P = y_C + \frac{I_{xx, C}}{y_C A}$$

$$I_{xx, O} = \int_A y^2 dA$$

$$I_{xx, O} = I_{xx, C} + y_C^2 A$$

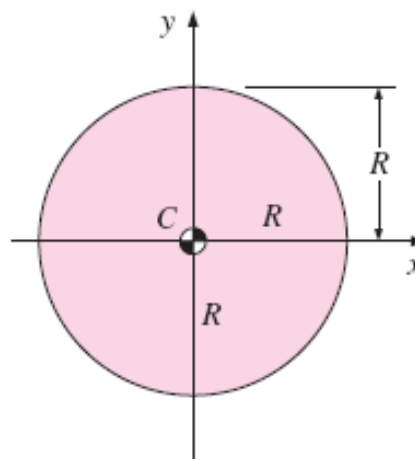


- Oppervlaktecentra en oppervlaktemomenten



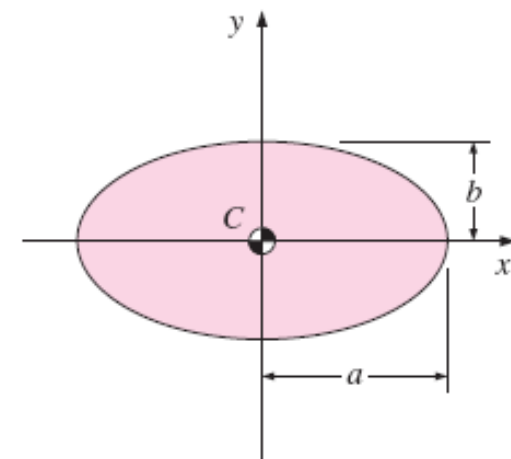
$$A = ab, I_{xx, C} = ab^3/12$$

(a) Rectangle



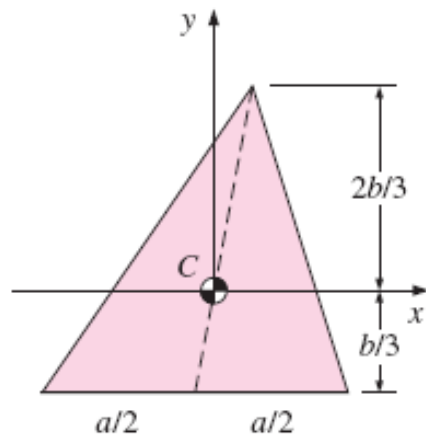
$$A = \pi R^2, I_{xx, C} = \pi R^4/4$$

(b) Circle



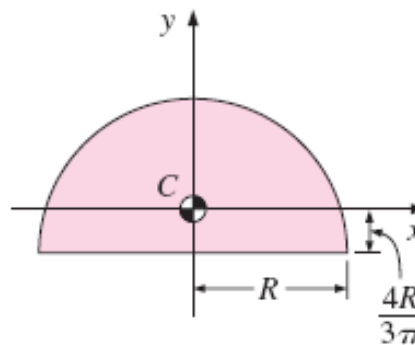
$$A = \pi ab, I_{xx, C} = \pi ab^3/4$$

(c) Ellipse



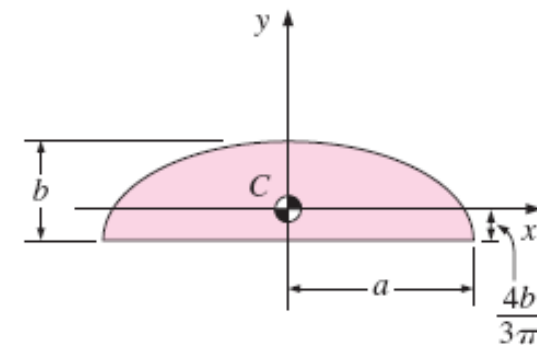
$$A = ab/2, I_{xx, C} = ab^3/36$$

(d) Triangle



$$A = \pi R^2/2, I_{xx, C} = 0.109757R^4$$

(e) Semicircle



$$A = \pi ab/2, I_{xx, C} = 0.109757ab^3$$

(f) Semiellipse

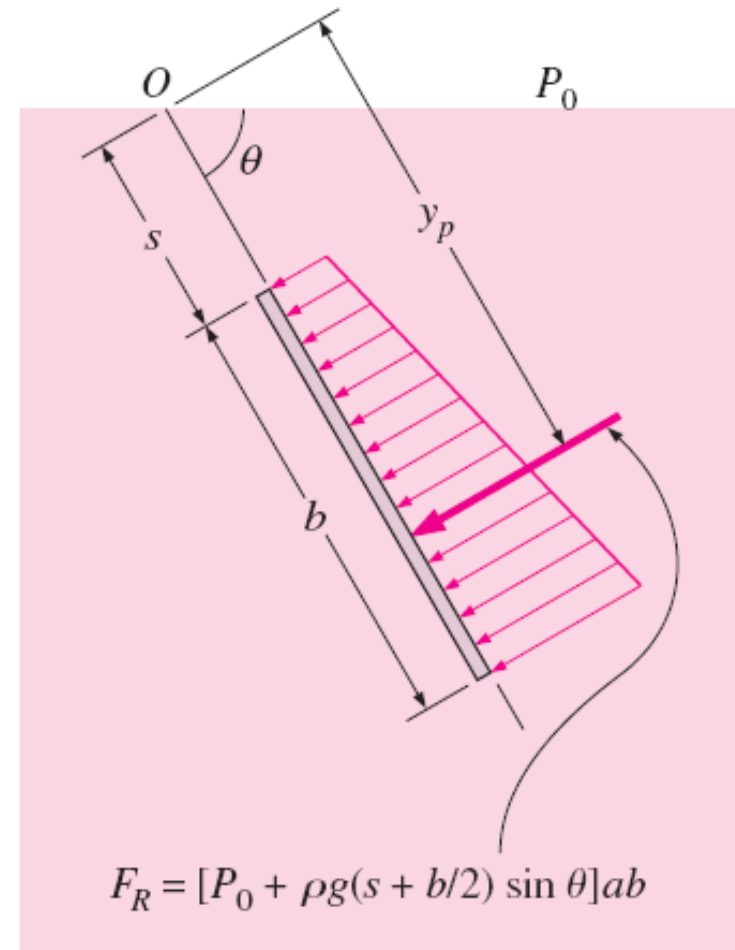
- Speciaal geval: Ondergedompelde rechthoekige plaat
 - Schuine plaat

$$y_P = s + \frac{b}{2} + \frac{ab^3/12}{[s + b/2 + P_0/(\rho g \sin \theta)]ab}$$

$$= s + \frac{b}{2} + \frac{b^2}{12[s + b/2 + P_0/(\rho g \sin \theta)]}$$

$$F_R = P_C A = [P_0 + \rho g(s + b/2) \sin \theta]ab$$

$$(s = 0): \quad F_R = [P_0 + \rho g(b \sin \theta)/2]ab$$

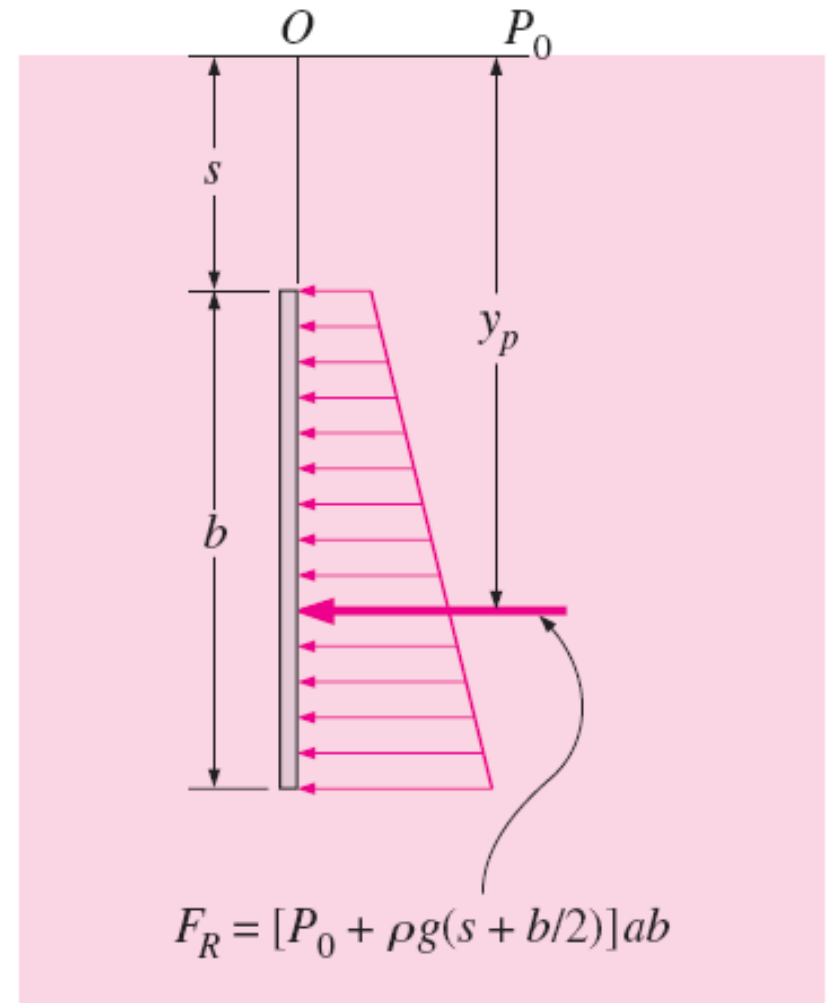


(a) Tilted plate

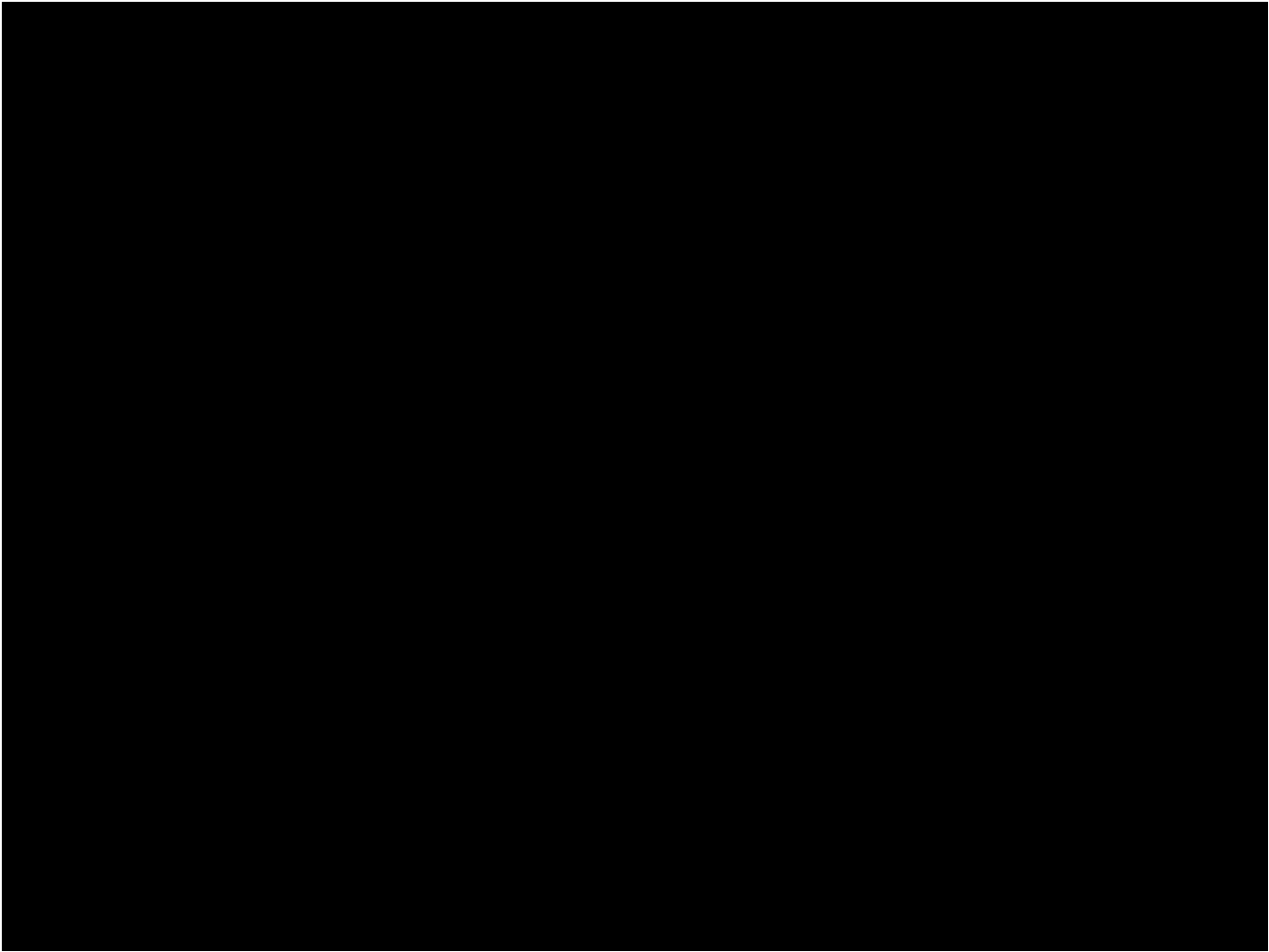
- Verticale plaat ($\theta=90^\circ$) (Vb. 10-1)

$$F_R = [P_0 + \rho g(s + b/2)]ab$$

$$(s = 0): F_R = (P_0 + \rho gb/2)ab$$

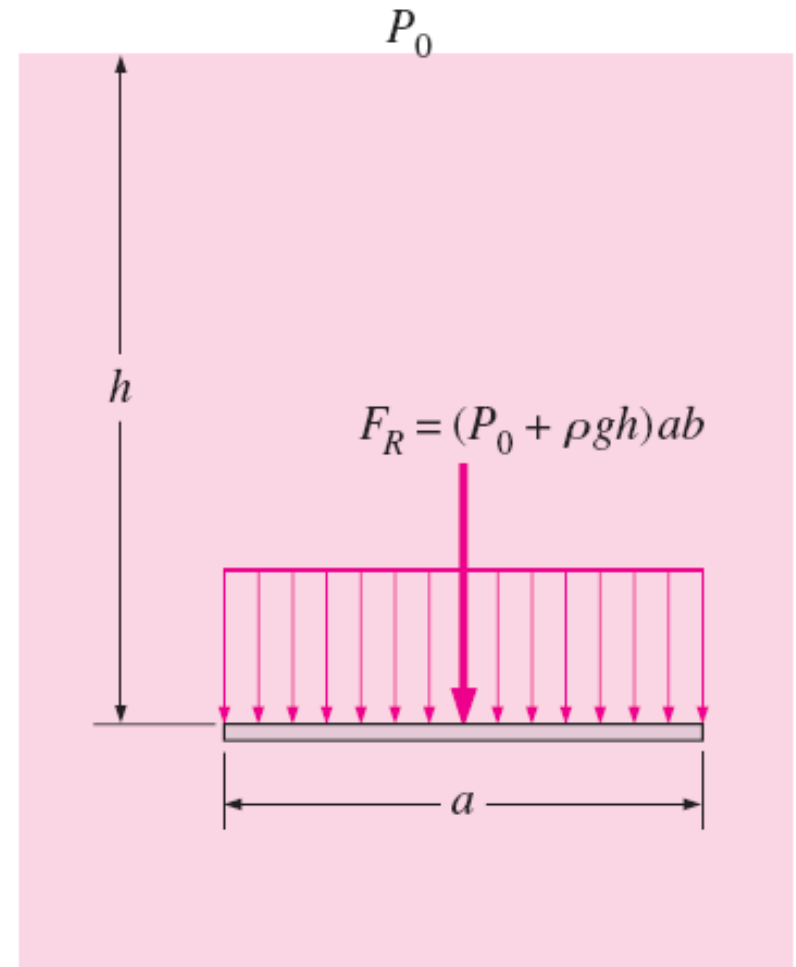


(b) Vertical plate



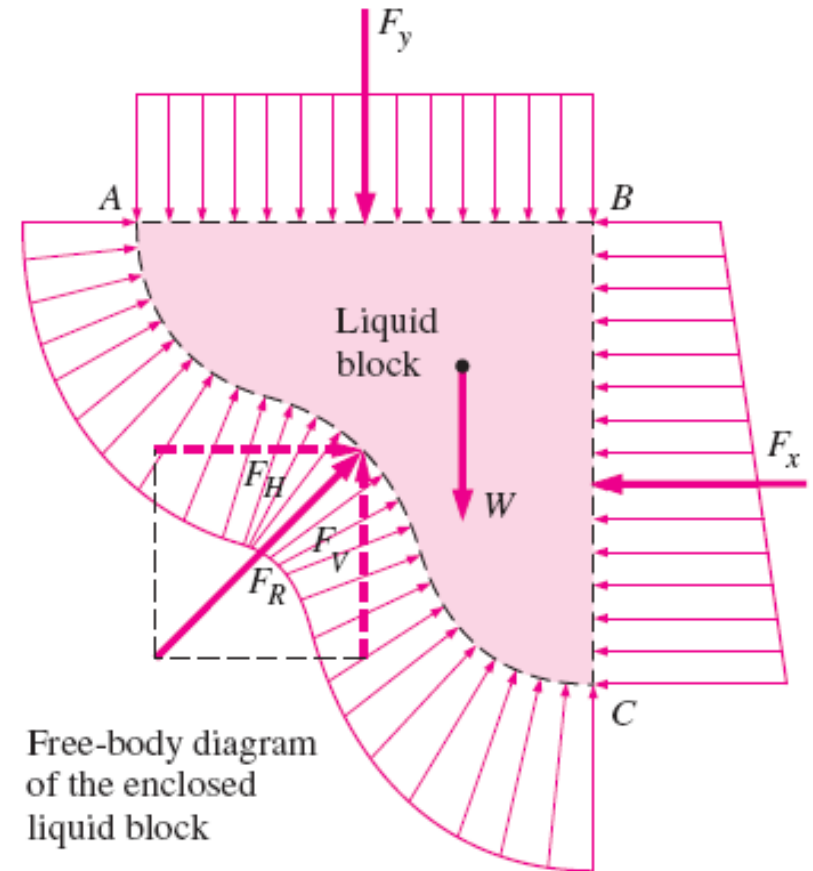
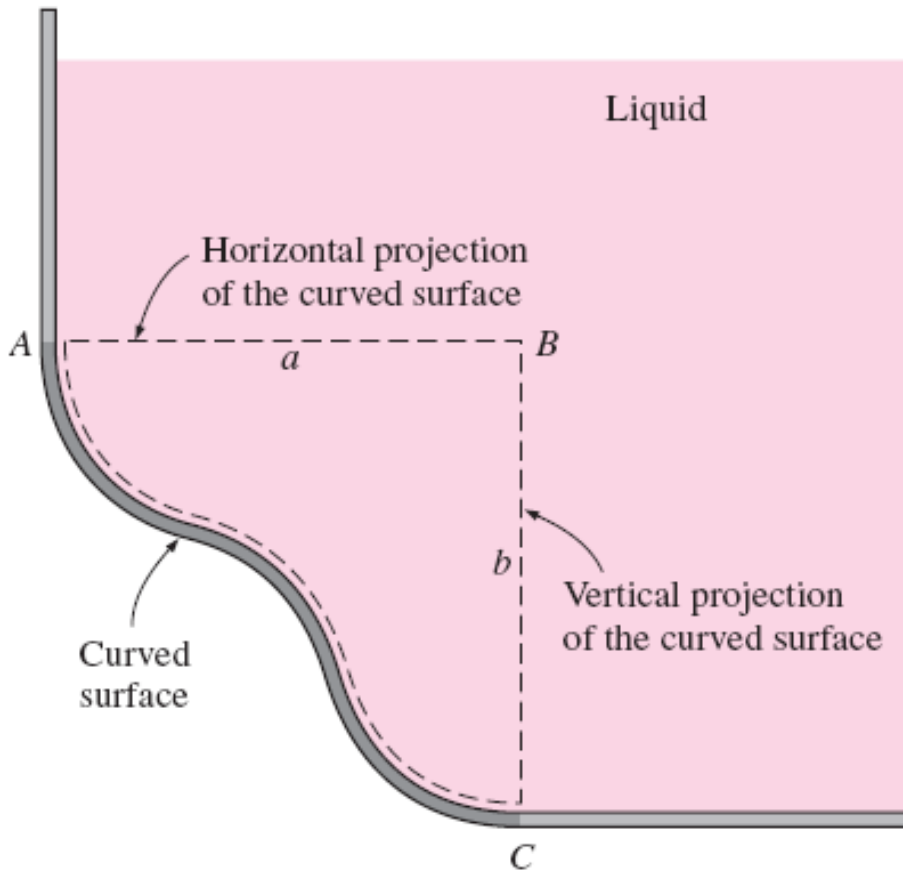
- Horizontale plaat

$$F_R = (P_0 + \rho gh)ab$$

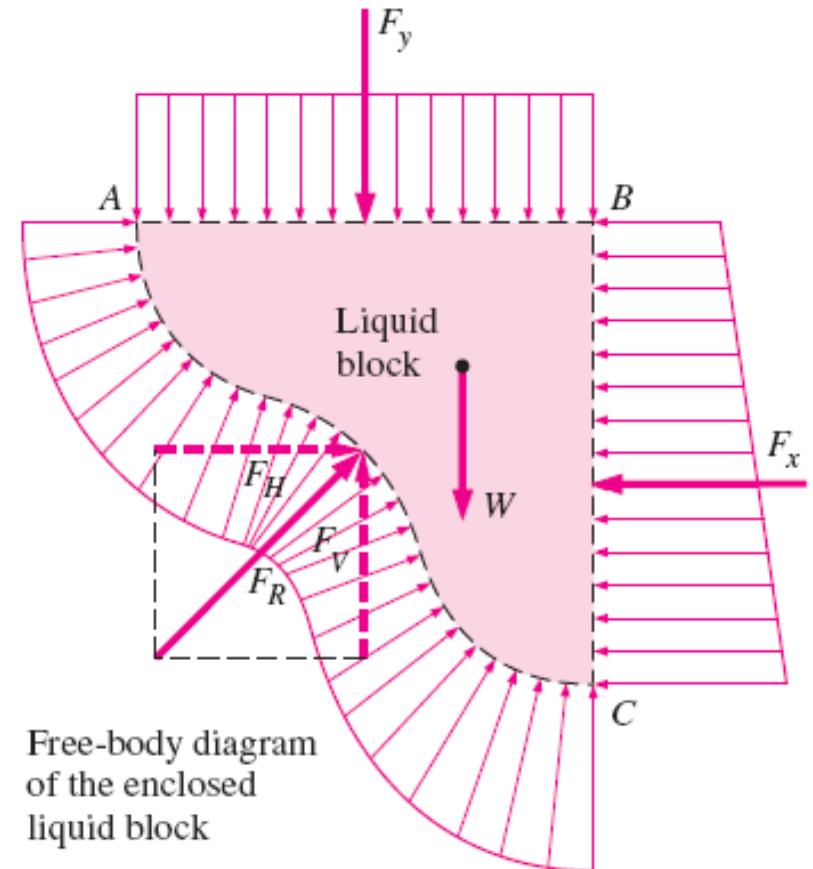
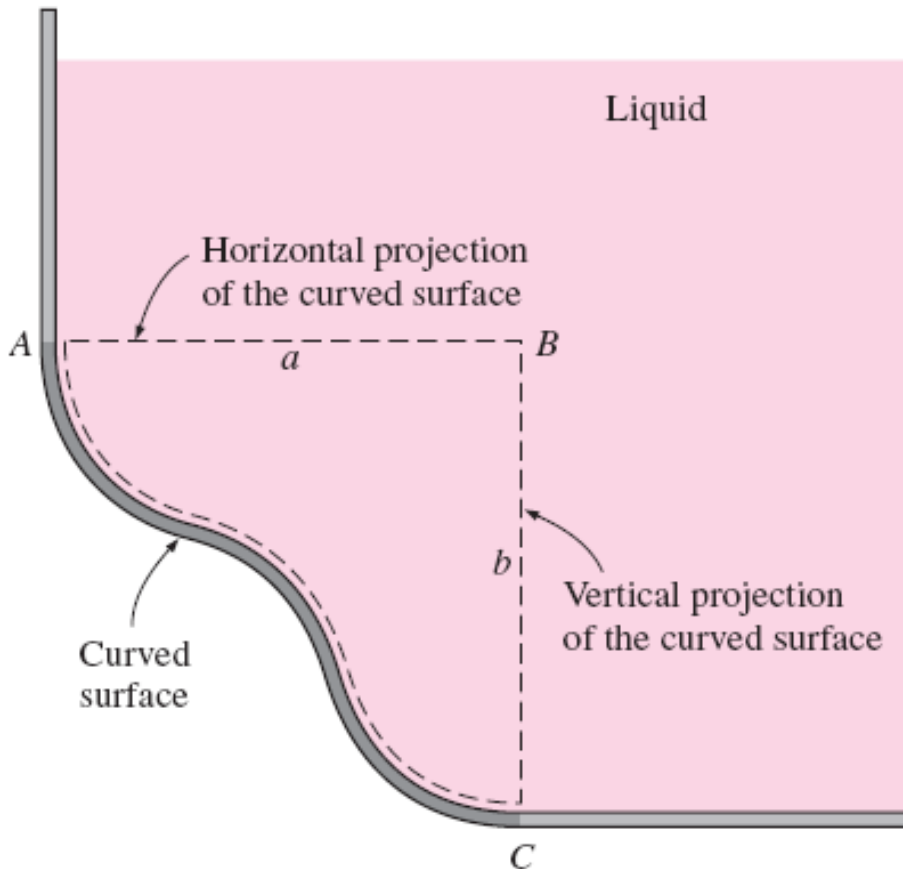


(c) Horizontal plate

3. Hydrostatic krachten op ondergedompelde gekromde oppervlakken



- Ontbinding in verticale en horizontale componenten



Free-body diagram of the enclosed liquid block

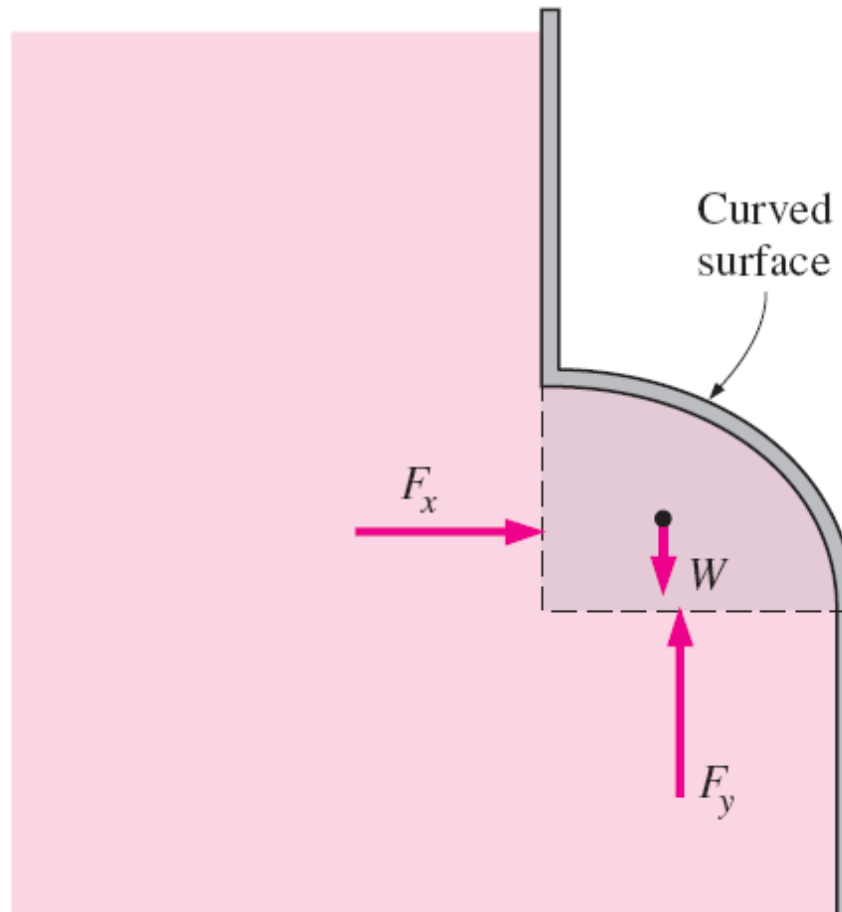
$$F_H = F_x$$

$$F_V = F_y + W$$

$$F_R = \sqrt{F_H^2 + F_V^2}$$

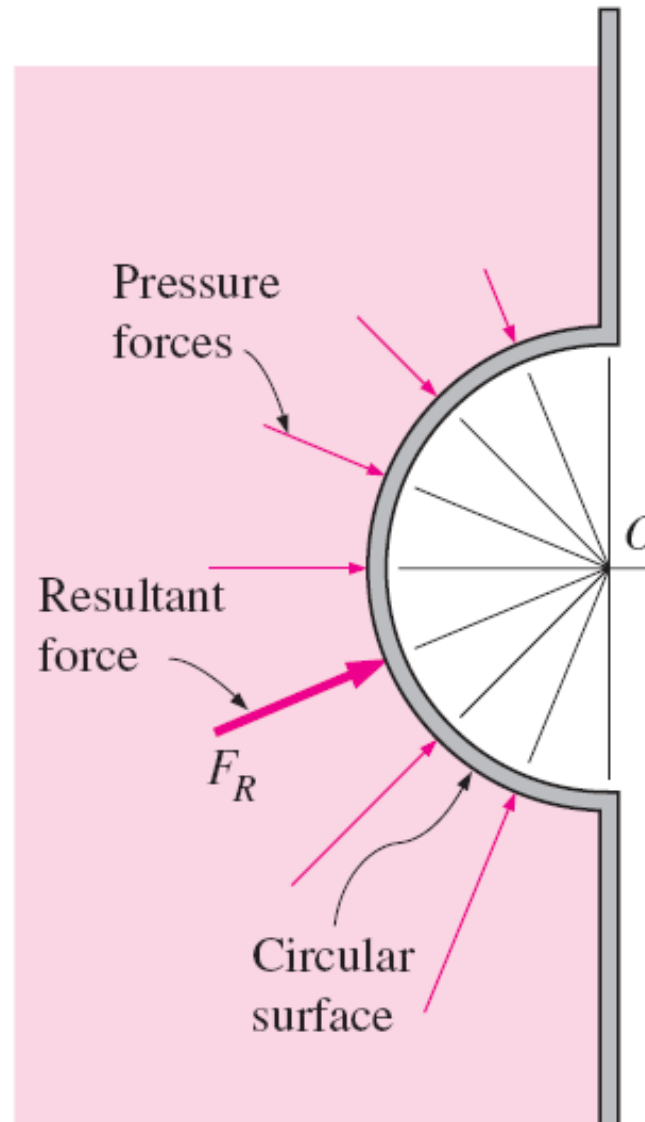
$$\tan \alpha = F_V / F_H$$

- Gekromd oppervlak boven de vloeistof
Het gewicht van de vloeistof en de verticale component werken in tegenovergestelde richting



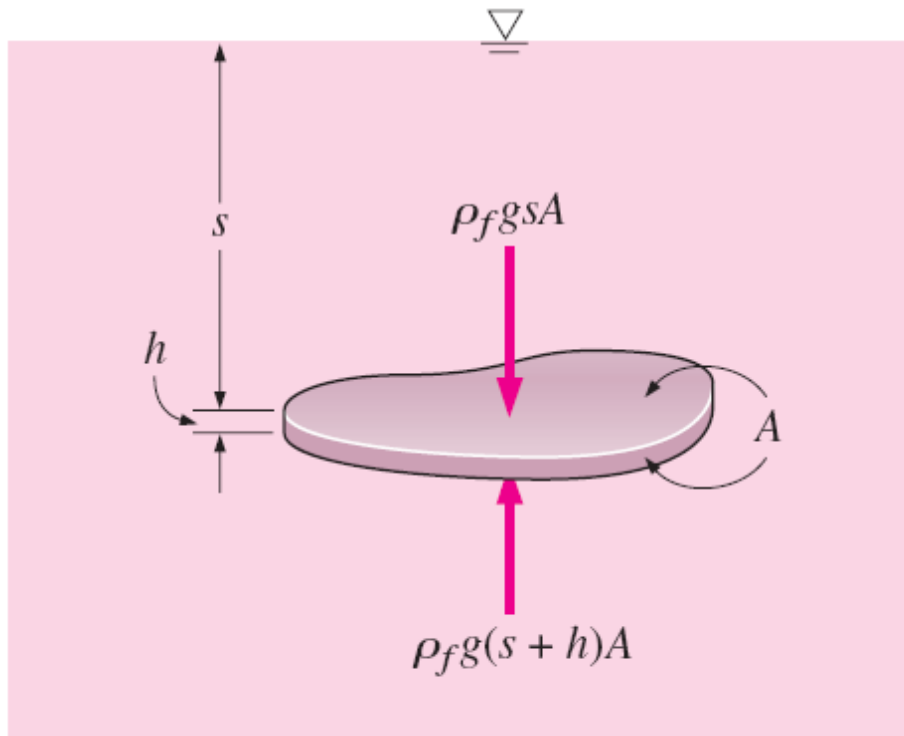
- Cirkelvormige boog (Vb. 10-2)

Resulterende kracht gaat door het middelpunt van de cirkel



4. Drijfkracht

- Drijfkracht F_B

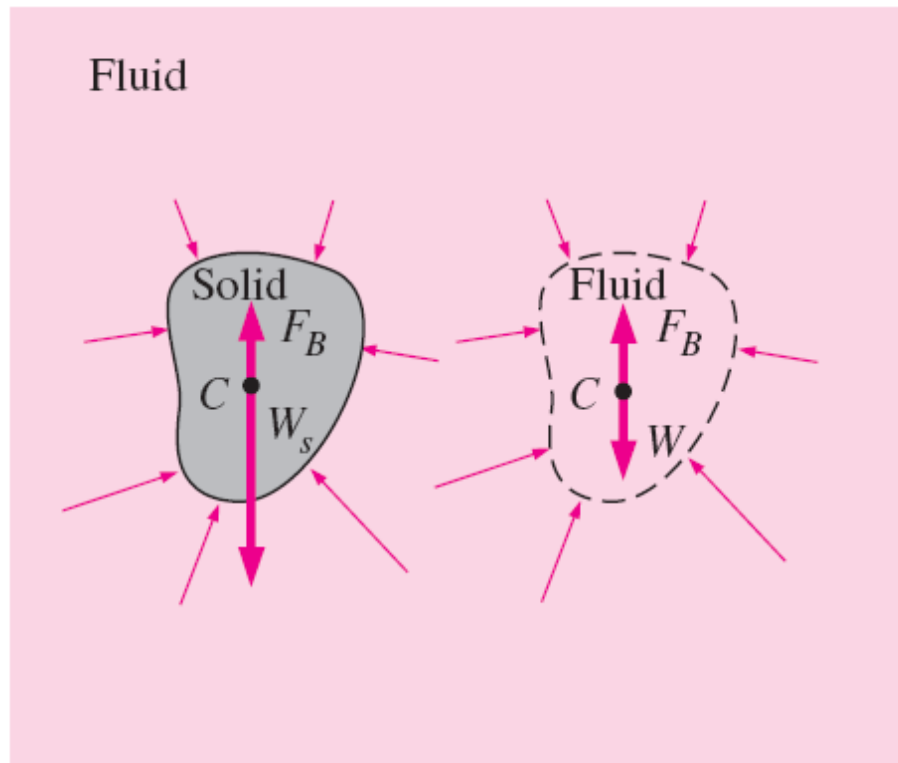


De drijfkracht op een plaat is gelijk aan het gewicht van de vloeistof verplaatst door de plaat

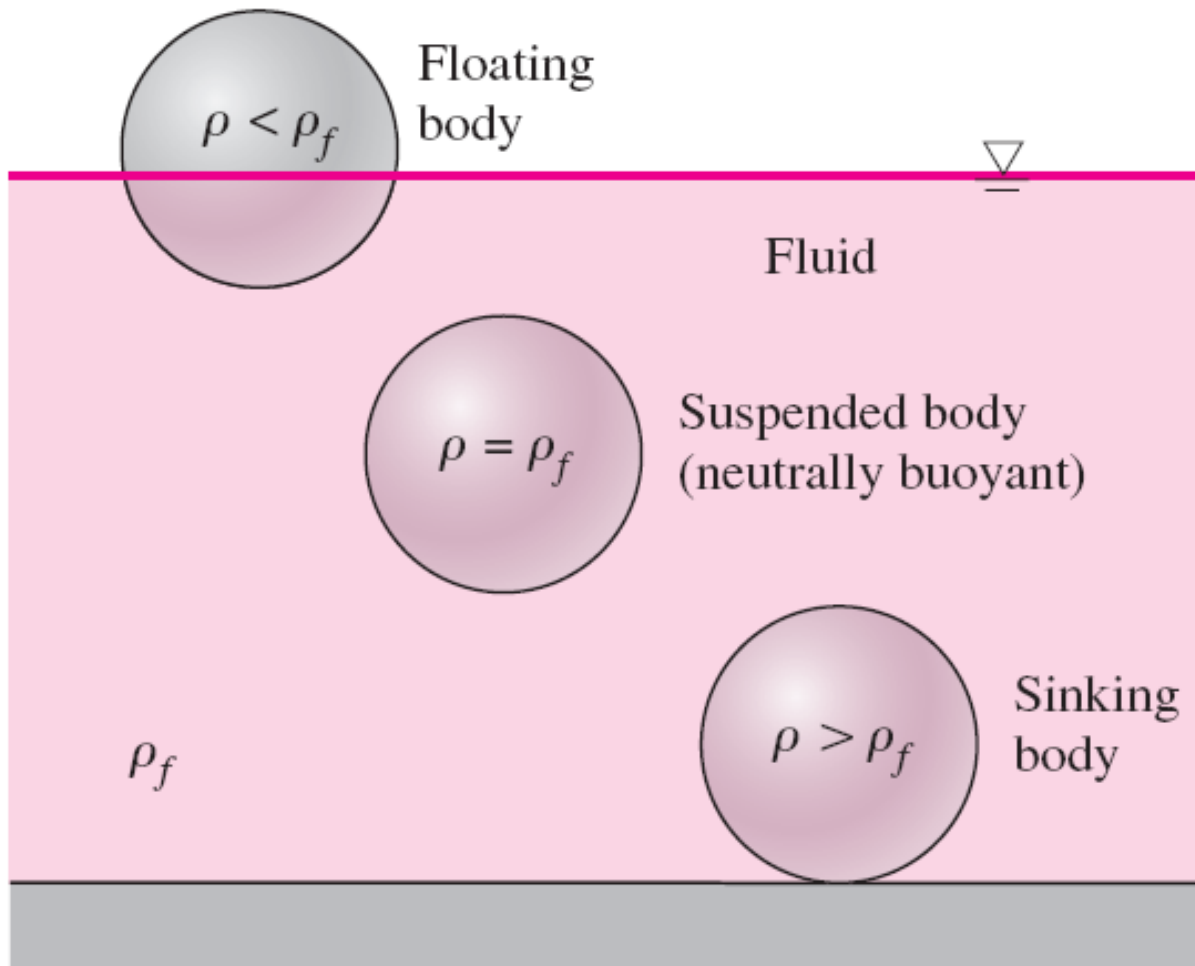
$$F_B = F_{\text{bottom}} - F_{\text{top}} = \rho_f g (s + h) A - \rho_f g s A = \rho_f g h A = \rho_f g V$$

- **Wet van Archimedes**

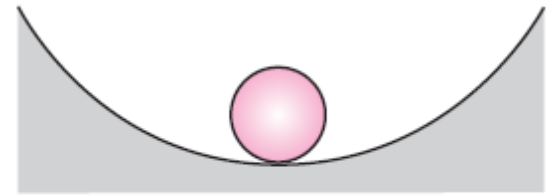
De drijfkracht die inwerkt op een ondergedompeld lichaam is gelijk aan het gewicht van de verplaatste vloeistof, en werkt opwaarts in het centrum van het verplaatst volume



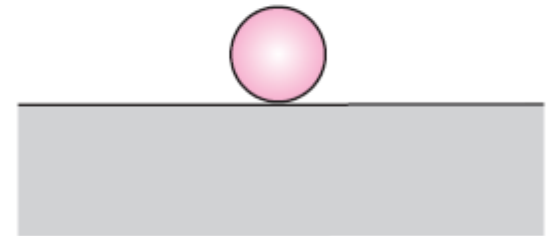
- **Drijvende lichamen** (Vb. 10-4)



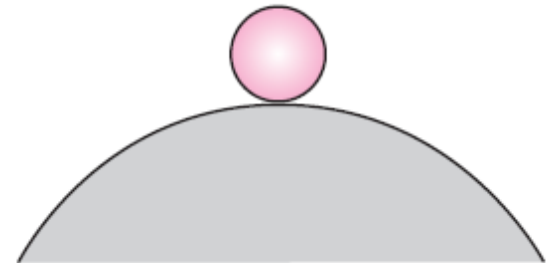
5. Stabilität



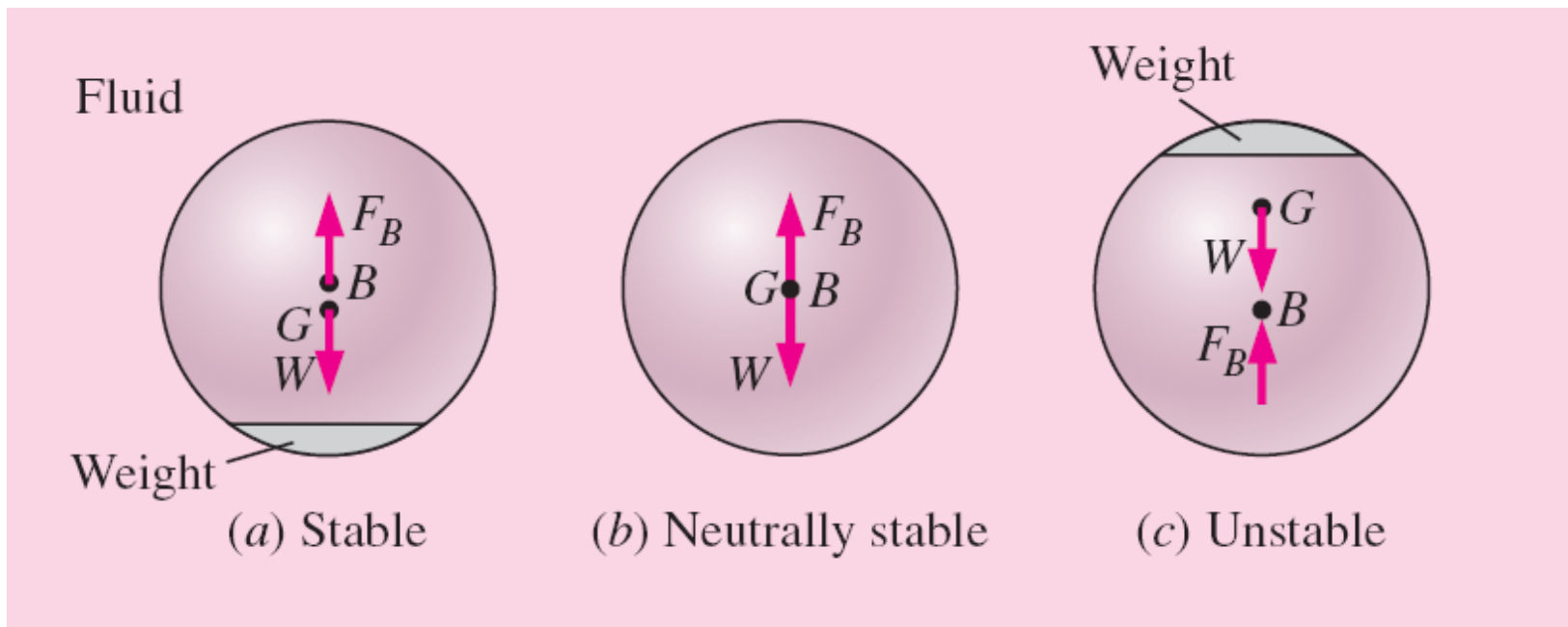
(a) Stable



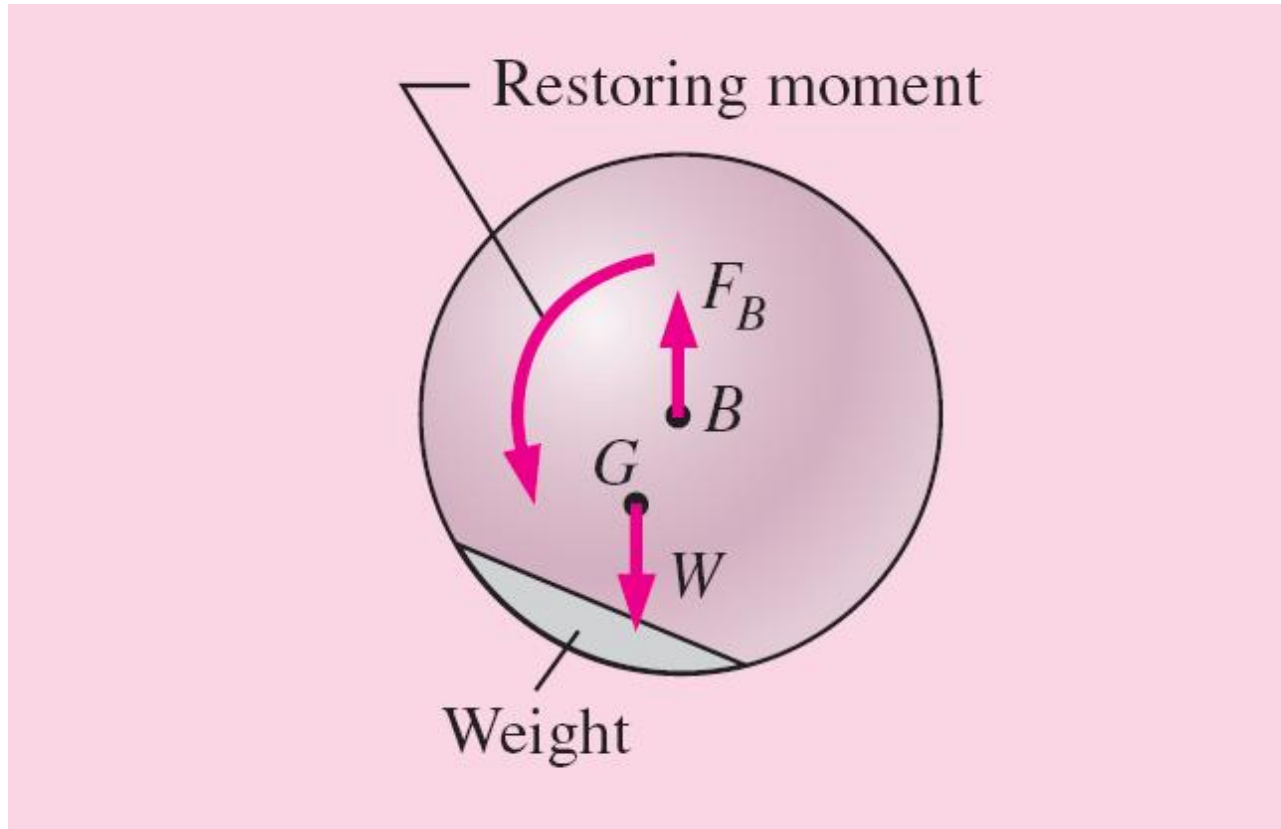
(b) Neutrally stable



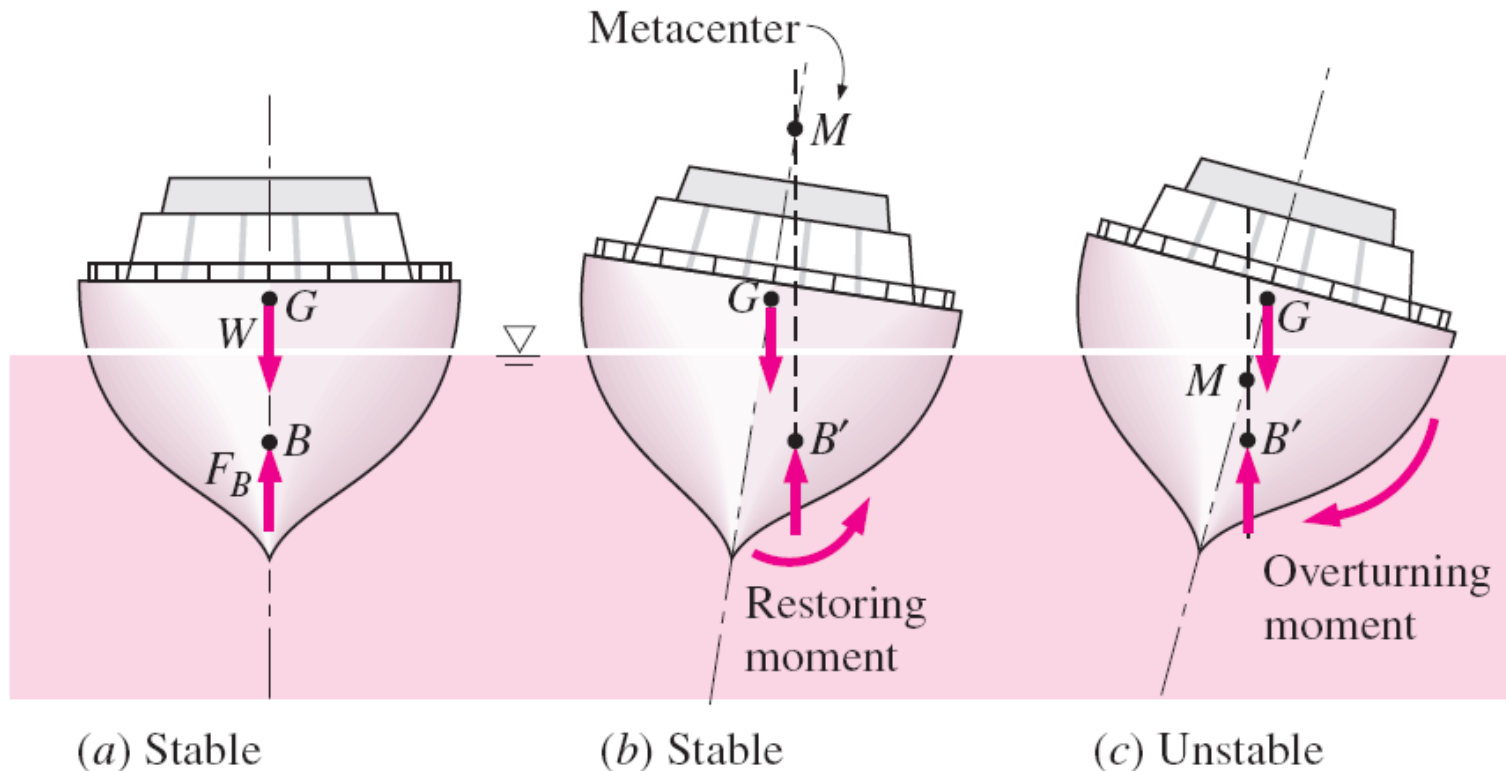
(c) Unstable



Een zwevend voorwerp is (a) stabiel als het zwaartepunt (G) van het lichaam direct onder het drijfcentrum (B) gelegen is, (b) neutraal stabiel als G en B gelijkvallen, en (c) onstabiel als G boven B gelegen is



Wanneer G van een zwevend lichaam niet verticaal gealigneerd is met B , dan is er geen evenwicht en ontstaat er herstellingsbeweging (rotatie) zodat stabiliteit verkregen wordt



Een drijvend lichaam is stabiel wanneer G onder B ligt, maar ook wanneer B onder G ligt, maar dan moet het metacentrum M boven het zwaartepunt G liggen zodat er een herstellingsbeweging kan plaatsvinden. Het is onstabiel wanneer M onder G ligt.

Metacentrische hoogte GM : Afstand tussen het zwaartepunt en het metacentrum M (= de snijpunt van zwaartelij en actielijn v/d drijfkracht).

De lengte van GM boven G is een maat voor de stabiliteit. Hoe hoger, hoe stabiel!