0 - Vectorrekening

Stefan Gea - 01/10/2006

- In de fysica wordt héél vaak met vectoren gewerkt, onder andere door 2 vectoren te vermenigvuldigen. Dit kan op 2 manieren (kruisproduct → vector / scalair product → scalair), en dit zijn 2 fundamenteel verschillende bewerkingen. (Zie ook Tipler p.159 e.v. en 310 e.v.)

Vectorproduct (Kruisproduct) : $\boxed{\vec{A}\times\vec{B}=\vec{C}}$

- Berekening :

Lengte:

- $\left|\vec{A}\times\vec{B}\right| = AB\cdot\sin\phi$ Dit is wél een scalair, A en B zijn de lengtes

Met normaal:

- $\vec{A}\times\vec{B} = AB\cdot\sin\phi\cdot\vec{n}$ $\vec{n}=(n_x,n_y,n_z)$ is de normaal op de 2 vectoren

Met eenheidsvectoren:

- $\vec{A}\times\vec{B} = \begin{vmatrix} \vec{e}_x & \vec{e}_y & \vec{e}_z \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix} = \vec{e}_x\cdot\left(a_y b_z - a_z b_y\right) + \vec{e}_y(a_z b_x - a_x b_z) + \vec{e}_z(a_x b_y - a_y b_x)$

In matrixnotatie:

- $\vec{A}\times\vec{B} = \left[\vec{A}\right]\times\vec{B} = \begin{bmatrix} 0 & -a_z & a_y \\ a_z & 0 & -a_x \\ -a_y & a_x & 0 \end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix} b_x \\ b_y \\ b_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_y b_z - a_z b_y \\ a_z b_x - a_x b_z \\ a_x b_y - a_y b_x \end{bmatrix}$

- Eigenschappen :

- Het kruisproduct van 2 vectoren staat steeds loodrecht op de 2 vectoren, in welke richting hangt af van de volgorde van de vectoren: $\vec{A}\times\vec{B} = -\vec{B}\times\vec{A}$
- Bv: $\vec{\tau} = \vec{r}\times\vec{F}$ → Torsie ligt in de lijn van de draad/schroef/…

Scalair product (Dotproduct) : $\boxed{\vec{A}\cdot\vec{B}=c}$

- Berekening :

Met hoeken:

- $\vec{A}\cdot\vec{B} = AB\cdot\cos\phi$

Met eenheidsvectoren:

- $\vec{A}\cdot\vec{B} = \left(A_x\vec{e}_x + A_y\vec{e}_y + A_z\vec{e}_z\right)\cdot\left(B_x\vec{e}_x + B_y\vec{e}_y + B_z\vec{e}_z\right) = \left(A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z\right)$

3 - Beweging in 2D en 3D

Stefan Gea - 12/10/2006

Résumé :

- Bewegingsvergelijkingen van een versnelde beweging:

Plaats: $x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$

Snelheid: $v = v_0 + at$

4 - Wetten van Newton

Stefan Gea - 04/10/2006

Résumé :

- 2^de en 3^de wet van Newton : $\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a}$ en $\vec{F}_{A,B} = -\vec{F}_{B,A}$

5 - Toepassingen op de wetten van Newton

Stefan Gea - 06/10/2006

Résumé :

- Beweging langs een circulaire baan:

Versnelling: $a_c = \frac{v^2}{r}$ (Naar het centrum toe gericht. Moest deze versnelling er niet zijn zou het object rechtdoor bewegen)

Periode: $T = \frac{2\pi \cdot r}{v}$ (Bij constante grootte van de snelheid)

- De centripetaalkracht is nodig om een object op zijn baan te houden. Het is dus <u>géén fysieke kracht</u>, maar een mathematische <u>vereiste</u>. Elke fysische kracht kan hieraan voldoen: gravitatie (planeet / maan), spanning (touw / emmer), wrijving (wielen van een rijdende auto), …
- Zonder centripetaalkracht beweegt een object eenparig *recht*lijnig, wat op een cirkelbaan aanvoelt als een *fictieve* kracht naar buiten toe. Deze *fictieve* kracht heet de centrifugaalkracht en is naar buiten toe gericht.

6 - Arbeid en energie

Stefan Gea - 09/11/2006

Résumé :

- Arbeid (energie) : $W = \int \vec{F} \cdot d\vec{s}$

- Kinetische energie : $K = \frac{1}{2} m v^2$

- Vermogen : $P = \frac{dW}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{v}$

- Potentiële energie : $\Delta U = U_2 - U_1 = -\int \vec{F} \cdot d\vec{s}$

    - Gravitationeel : $U = U_0 + mgy$
    - Veer : $U = \frac{1}{2} k x^2$

7 - Behoud van energie

Stefan Gea - 16/11/2006

Résumé :

- Behoud van energie: $E_{sys} = E_{mech} + E_{therm} + E_{chem} + E_{rest} = cte$

- Mechanische energie: $E_{mech} = K_{sys} + U_{sys}$

- Rustenergie van een massa: $E_0 = mc^2$

- Potentiële energie in een veer: $U = \frac{1}{2} k x^2$

- Gravitationele potentiële energie: $U = mgh$

8 - Behoud van impuls

Stefan Gea - 22/11/2006

Résumé :

- Opgepast:

Engels		Nederlands		
Momentum	$\rightarrow$	Impuls	$\rightarrow$	$p = mv$
Torque	$\rightarrow$	Moment	$\rightarrow$	$L = I\omega$
Impulse	$\rightarrow$	Krachtstoot	$\rightarrow$	$I = \int \vec{F}\, dt$

- Massamiddelpunt (MMP / CM): $M\,\vec{r}_{CM} = m_1\vec{r}_1 + m_2\vec{r}_2 + \cdots = \int \vec{r}\, dm$

- Impuls: $\vec{p} = \sum_i m_i \vec{v}_i = M\,\vec{v}_{CM}$ (Blijft behouden in een systeem)

- Kinetische energie: $K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}\frac{p^2}{m}$

- Krachtstoot: $\vec{I} = \int \vec{F}\, dt \equiv \Delta\vec{p}$ (Krachtstoot-impuls theorema)

9 - Rotatie

Stefan Gea - 29/11/2006

Résumé :

- Snelheid en versnelling:
  - Angulaire snelheid: $\varpi = \dfrac{d\theta}{dt}$
  - Angulaire versnelling: $\alpha = \dfrac{d\varpi}{dt} = \dfrac{d^2\theta}{dt^2}$
  - Tangentiële snelheid: $v_t = r\varpi$
  - Tangentiële versnelling: $a_t = r\alpha$
  - Centripetaalversnelling: $a_c = \dfrac{v^2}{r} = r\varpi^2$

- Bewegingsvergelijkingen:

$$\begin{cases} \theta = \theta_0 + \varpi_0 t + \dfrac{1}{2}\alpha t^2 \\ \varpi = \varpi_0 + \alpha t \\ \varpi^2 = \varpi_0^2 + 2\alpha(\theta - \theta_0) \end{cases}$$

- Traagheidsmoment: $I = \sum r_i^2 m_i = \int r^2 dm$

(Voor enkele concrete maar eenvoudige gevallen, zie tabel 9-1, p.274 in Tipler)

- Parallelle assen theorema: $I = I_{CM} + M\,h^2$

- Energie t.g.v. rotatie: $K_{rot} = \dfrac{1}{2} I\varpi^2$

- Torsie (ook wel “moment” of “koppel”): $\tau = F_t r$

- 2de wet van Newton voor rotatie: $\tau_{net} = \sum \tau_i = I\alpha$

10 - Behoud van draai-impuls

Stefan Gea - 06/12/2006

Résumé :

- Draai-impuls

  - Van één deeltje op een cirkelbaan : $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$

  - Object roteert rond een symmetrieas (= spin) : $\vec{L} = I\vec{\omega}$

  - Willekeurig object: $\vec{L} = \vec{L}_{orbit} + \vec{L}_{spin} = \left(\vec{r}_{CM} \times M\,\vec{v}_{CM}\right) + \left(\sum_i \vec{r}_i \times m_i \vec{u}_i\right)$

  ($\vec{r}_i$ en $\vec{u}_i$ zijn resp. de plaats- en snelheidsvector v.e. deeltje t.o.v het CM)

- Moment: $\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$

- 2^{de} wet van Newton voor rotatie: $\vec{\tau}_{net} = I\alpha = \dfrac{d\vec{L}}{dt}$

(Wanneer het extern netto moment nul is, blijft de draai-impuls constant)

- Energie t.g.v. rotatie: $K_{rot} = \dfrac{1}{2} I \varpi^2 = \dfrac{L^2}{2I}$

12 - Statisch evenwicht en elasticiteit

Stefan Gea - 19/12/2006

Résumé :

- In statisch evenwicht geldt …
  … een evenwicht van krachten: $\sum \vec{F} = 0$
  … een evenwicht van momenten: $\sum \vec{\tau} = 0$
- Vervorming = $\dfrac{\Delta L}{L}$
- Spanning = $\dfrac{F}{A}$
- Young’s modulus: $\gamma = \dfrac{\text{Spanning}}{\text{Vervorming}} = \dfrac{F/A}{\Delta L/L}$ (Stijf materiaal → grote γ)

- Druk/trek spanning ↔ Schuifspanning