Examen Fysica II, 7 juni 2010

Achternaam:

Voornaam:

Rolnummer:

Richting:

Het definitieve antwoord, inclusief berekeningen, dient op het opgaveblad te worden geschreven. Denk er aan dat niet alleen het uiteindelijke antwoord punten waard is: je redenering en berekening kunnen dus ook punten opleveren, ook wanneer de uiteindelijk bekomen waarde of uitdrukking fout is. De mensen die opteerden nu examen te doen over wisselstroom, maken vraag 3b en hoeven 3a niet te beantwoorden. De mensen die kozen wisselstroom in januari te doen, beantwoorden vraag 3a.

Toegelaten materiaal: Handboek, nota's, oefeningen waarvan de oplossing op BlackBoard is verschenen, eventuele samenvattingen en wiskundige formularia, rekenmachine (al dan niet grafisch), kladpapier, iets om te schrijven.

Veel succes!

1. Lineaire optica I (4 pt.)

Een voorwerp met een hoogte $h = 25cm$ wordt op een afstand $s = 0,40m$ van een holle lens met brandpuntsafstand $f = 0,10m$ geplaatst. Wat is de hoogte van het gevormde beeld? Is dit beeld reëel of virtueel? Los de oefening op aan de hand van zowel een berekening als een stralendiagram.

Oplossing De grootte van dit beeld wordt gegeven door de absolute waarde van de vergrootting ten gevolge van de lens maal de oorspronkelijke hoogte

$$h' = |mh| = \left| -\frac{s'}{s} \right| h.$$

Van de grootheden in dit rechterlid is enkel s' onbekend maar dit kan worden berekend uit de lenzenwet

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f} \quad \Rightarrow \quad s' = \frac{sf}{s-f} = \frac{0,4m \cdot (-0,1m)}{0,4m + 0,1m} = -0,08m.$$

Dit invullen in de eerste uitdrukking levert het antwoord, namelijk

$$h' = \frac{0,08m}{0,40m} \cdot 0,25m = 0,05m.$$

2. Diffractie en interferentie (6 pt.)

In een scherm werden twee spleten aangebracht met een breedte van $1,2\mu m$. Op dit scherm wordt licht ingestuurd met een golflengte van $632,8nm$. Dit resulteert in een interferentie-diffractiepatroon op een tweede scherm dat zich op een afstand van $1,0m$ van het eerste scherm bevindt. In dit patroon valt het eerste diffractieminimum samen met het 24^e interferentiemaximum. Onder welke hoek wordt het 18^e interferentiemaximum waargenomen?

Oplossing Laat ons de notatie ϑ_n gebruiken voor de hoek waaronder het n^e interferentiemaximum wordt waargenomen en φ_n voor de hoek waaronder het n^e diffractieminimum wordt waargenomen. Om te weten onder welke hoek het 18^e interferentiemaximum dan wordt waargenomen, kan worden gebruik gemaakt van

$$18\lambda = d\sin(\vartheta_{18}).$$

De afstand d tussen de spleten is onbekend maar om deze kan worden berekend uit

$$\lambda = a\sin(\varphi_1)$$

wanneer geweten is dat $\varphi_1 = \vartheta_{24}$ en dus

$$d = \frac{24\lambda}{\sin(\vartheta_{24})} = \frac{24\lambda}{\sin(\varphi_1)} = \frac{24\lambda}{\frac{\lambda}{a}} = 28,8\mu m$$

Dit betekent

$$\vartheta_{18} = \text{Bgsin}\left(\frac{18\lambda}{d}\right) = \text{Bgsin}\left(\frac{18 \cdot 0,6328\mu m}{28,8\mu m}\right) = 23,3°.$$

3a. Lineaire optica II (5 pt.)

Het principe achter een prisma is dat de brekingsindex van een materiaal afhangt van de golflengte van het licht. Zo is voor (een bepaald soort) glas de brekingsindex ongeveer $1,61$ wanneer $\lambda = 600nm$ en voor licht met $\lambda = 400nm$ is de brekingsindex van ditzelfde materiaal ongeveer $1,65$. Bereken voor een symmetrische bolle lens bestaande uit twee sferische oppervlakken met een straal $0,4m$ hoe ver de brandpunten van deze lens uit elkaar liggen voor deze twee golflengten. Je mag aannemen dat de lens zich in lucht bevindt zodat de brekingsindex van het medium rondom de lens gelijk is aan $n = 1$.
Let op de tekens van de stralen van de gekromde oppervlakken!

Oplossing Voor deze vraag kan de lenzenmakerswet gebruikt worden, namelijk

$$\frac{1}{f} = \left(\frac{n}{n_l} - 1\right)\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right).$$

Dit betekent

$$\frac{1}{f_1} = 0,65\left(\frac{1}{0,4m} - \frac{1}{-0,4m}\right) = \frac{3,25}{m}.$$

en

$$\frac{1}{f_2} = 0,61\left(\frac{1}{0,4m} - \frac{1}{-0,4m}\right) = \frac{3,05}{m}.$$

Daarom geldt

$$f_2 - f_1 = \frac{1m}{3,05} - \frac{1m}{3,25} = \frac{3,25 - 3,05}{3,25 \cdot 3,05}1m = 0,02m.$$

Opmerking Er zijn een aantal mensen die deze vraag anders hebben geïnterpreteerd en $2f_1$ en $2f_2$ hebben berekend. Deze onduidelijkheid in de vraagstelling is volledig mijn verantwoordelijkheid en het spreekt voor zich dat wie dit correct heeft gedaan, ook alle punten heeft gekregen. De essentie van de vraag was het berekenen van f_1 en f_2, de rest was noch echt belangrijk noch moeilijk.

3b. Wisselstroom (5 pt.)

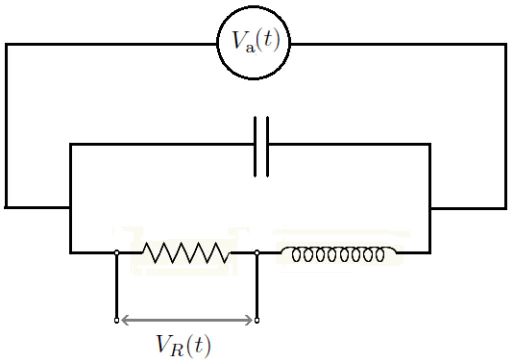
Gegeven een circuit zoals in de tekening. De waarden van R, L en C zijn gegeven door

$$R = 6\Omega, \quad L = 42mH, \quad \text{en} \quad C = 18\mu F.$$

Een spanningsbron levert een wisselspanning met onbekende amplitude. De spanning over de weerstand wordt gemeten als

$$V_R(t) = V_R \cos(\omega t) \quad \text{met} \quad f = 100Hz \quad \text{en} \quad V_R = 2,6V.$$

Wat is de stroom door de condensator? Denk er aan dat je zowel amplitude als fase dient te berekenen.
Hint: Door de parallelschakeling is het waarschijnlijk het eenvoudigst dit met complexe getallen op te lossen. Als je twijfelt aan hoe je parallelschakelingen kan behandelen, denk dan terug aan gelijkstroom.



Figuur 1: De beschouwde schakeling.

Oplossing We werken in complexe notatie. De spanning over de weerstand wordt gegeven door

$$V_R(t) = V_R e^{i\omega t}.$$

We zullen hier V_R gebruiken als notatie voor de (tijdsonafhankelijke) amplitude van de (tijdsafhankelijke) spanning $V_R(t)$. Dit betekent dat de stroom door deze keten met de weerstand en de spoel wordt gegeven door

$$I_{R+L}(t) = \frac{V_R(t)}{R} = \frac{V_R}{R} e^{i\omega t}$$

De spanning over deze tak van de parallelschakeling is daarom

$$V_{R+L}(t) = I_{R+L}(t) Z_{R+L} = \frac{V_R}{R}(R + i\omega L)e^{i\omega t}.$$

Dit is tevens de aangelegde spanning alsook de spanning over de condensator. De stroom door de condensator is daarom gelijk aan

$$I_C(t) = \frac{V_C(t)}{Z_C} = \frac{V_{R+L}(t)}{Z_C} = \frac{V_R}{R}(i\omega C)(R + i\omega L)e^{i\omega t} = \frac{V_R}{R}\left(i\omega RC - \omega^2 LC\right)e^{i\omega t}.$$

Dit kan worden herschreven in poolvoorstelling als

$$\begin{aligned} I_C(t) &= \frac{V_R}{R}\sqrt{\omega^4(LC)^2+\omega^2(RC)^2}e^{\mathrm{i}\delta}e^{\mathrm{i}\omega t} \\ &= \frac{V_R}{R}\sqrt{(\omega^2 LC)^2+\omega^2(RC)^2}e^{\mathrm{i}(\omega t+\delta)} \end{aligned}$$

waarbij

$$\begin{aligned} \delta &= \mathrm{Bgtg}\left(\frac{\omega RC}{-\omega^2 LC}\right) \\ &= -\mathrm{Bgtg}\left(\frac{R}{\omega L}\right) \\ &= -\mathrm{Bgtg}\left(\frac{6\Omega}{2\pi\cdot 100Hz\cdot 42mH}\right) \\ &= -0,22\mathrm{rad}. \end{aligned}$$

De amplitude van de stroom kan eveneens worden uitgerekend. Deze is gelijk aan

$$\begin{aligned} I_C &= \frac{V_R}{R}\sqrt{(\omega^2 LC)^2+\omega^2(RC)^2} \\ &= \frac{2,6V}{6\Omega}\sqrt{(2\pi\cdot 100Hz)^4(42mH\cdot 18\mu F)^2+(2\pi\cdot 100Hz)^2(6\Omega\cdot 18\mu F)^2} \\ &= 0,13A. \end{aligned}$$

De volledige uitdrukking voor de fysische stroom door de condensator is daarom

$$\Re(I_C(t)) = 0,13A\cos(\omega t - 0,22\mathrm{rad}).$$