

Examen Fysica I, 25 juni 2010

Achternaam:

Voornaam:

Studierichting:

Het definitieve antwoord, inclusief berekeningen, dient op het opgaveblad te worden geschreven. Denk er aan dat niet alleen het uiteindelijke antwoord punten waard is: je redenering en berekening kunnen dus ook punten opleveren, ook wanneer de uiteindelijk bekomen waarde of uitdrukking fout is. Als je een tussenresultaat niet vindt, antwoord ook dan op de rest van de vraag en laat het onbekende tussenresultaat staan in je uiteindelijke uitkomst en/of schets de werkwijze die je zou gebruiken om de opgave verder op te lossen.

Toegelaten materiaal: Handboek, nota's, oefeningen waarvan de oplossing op BlackBoard is verschenen, rekenmachine (al dan niet grafisch), een zelfgemaakt formularium, iets om te schrijven.

Veel succes!

1. Golven in een touw (6 pt.)

In een touw van onbekende lengte L bevinden zich twee lopende golven waarvan één zich naar links beweegt en de andere naar rechts, beiden met een snelheid $v = 30m/s$. De frequentie f van beide golven is $24Hz$ en de amplitude is in beide gevallen $0,02m$. Voor elk van de golven afzonderlijk is de uitwijking in het punt $x = 0$ op tijdstip $t = 0$ eveneens gelijk aan 0.

- Schrijf een uitdrukking voor elk van beide lopende golven.
- Wat is de resulterende golf in het touw?
- Wat is de totale afstand afgelegd door het punt van het touw op $x = 0,30m$ in een tijdsspanne van 4 periodes?
- Wanneer het touw wordt vastgemaakt aan beide uiteinden en de trilling van het touw bevindt zich bij de gegeven frequentie in de derde harmoniek, wat is dan de lengte L van het touw?

Hint: Als je een goniometrische formule nodig hebt en je ze niet meer zeker weet, kan je deze onder andere vinden in de appendix van je handboek als je geen eigen formularium hebt.

Oplossing

- Een algemene uitdrukking voor een lopende golf die naar rechts beweegt, is

$$y_r(x, t) = A \sin(kx - \omega t + \delta).$$

Rest ons k , ω en δ te bepalen. ω is $2\pi f = 48\pi \text{rads}^{-1}$. Voor k geldt

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi f}{v} = 2\pi \frac{24 \frac{1}{s}}{30 \frac{m}{s}} = \frac{8\pi}{5m},$$

wat ook betekent dat $\lambda = 1,25m$. Daarom geldt

$$y_r(x, t) = 0,02m \cdot \sin\left(\frac{8\pi}{5m}x - \frac{48\pi}{s}t\right)$$

De faseconstante is gelijk aan nul of π wanneer de sinus wordt gebruikt daar $\sin(0) = \sin(\pi) = 0$. Beide keuzes zijn juist, éénje was voldoende voor een correct antwoord. Een volledig analoge redenering leidt tot

$$y_l(x, t) = 0,02m \cdot \sin\left(\frac{8\pi}{5m}x + \frac{48\pi}{s}t\right).$$

- De som van beiden kan worden bekomen door gebruik te maken van

$$A \sin(a) + A \sin(b) = 2A \sin\left(\frac{a+b}{2}\right) \cos\left(\frac{a-b}{2}\right)$$

zodat

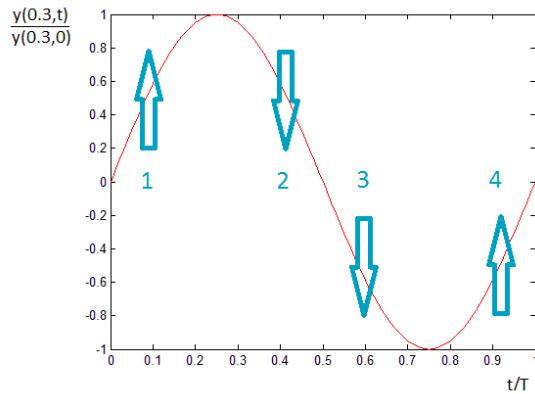
$$y(x, t) = y_r(x, t) + y_l(x, t) = 0,04m \cdot \sin\left(\frac{8\pi}{5m}x\right) \cos\left(\frac{48\pi}{s}t\right).$$

Ook andere combinaties (met π als fase in één of beide andere golven) werden juist gerekend maar dit is de keuze die de meesten hebben gemaakt.

- De totale afstand afgelegd door het touw in $x = 30\text{cm}$ in een tijdsperiode van 4 perioden is gelijk aan 4×4 keer de amplitude van de staande golf op dat punt. De eerste 4 komt van de 4 perioden, de andere 4 van het aantal keer dat de amplitude in $x = 30\text{cm}$ werd afgelegd. Dit is

$$\Delta s = 16 \cdot 0,04\text{m} \cdot \sin \left(\frac{8\pi}{5\text{m}} 0,3\text{m} \right) = 0,6387\text{m} \approx 0,64\text{m}.$$

In de afbeelding is dit weer gegeven: op de x -as is de tijd weergegeven gedurende 1 periode en op de y -as de uitwijking tussen $+\sin(k \cdot 0,3\text{m})$ en $-\sin(k \cdot 0,3\text{m})$. Elke pijl stelt een afgelegde weg van $\sin(k \cdot 0,3\text{m})$ voor.



Figuur 1: Illustratie van vraag 1.3.

- Daar het touw aan beide kanten is vastgemaakt, geldt

$$f_n = \frac{nv}{2L} \quad \Rightarrow \quad L = \frac{nv}{2f} = \frac{3 \cdot 30 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{2 \cdot 24 \frac{1}{\text{s}}} = 1,875\text{m}.$$

2. Dopplereffect (4 pt.)

Je bevindt je in een warmeluchtballon die door een wind met een snelheid van 42km/h wordt meegedragen. De ballon vliegt recht op een hoog gebouw af. Je hebt een geluidsbron bij die een geluid uitzendt met een frequentie van $1,20\text{GHz}$.

- Welke frequentie heeft dit geluid voor iemand in het gebouw?
- Welke frequentie heeft de echo voor jou?

Je mag aannemen dat de geluidssnelheid in lucht 343m/s bedraagt.

Opmerking In deze oefening was het mogelijk met een foute methode toch een uitkomst uit te komen die (tenminste wanneer het antwoord werd genoteerd met een beperkt aantal cijfers na de komma). Het spreekt voor zich dat het bekomen van een juiste oplossing dus niet voldoende was voor het behalen van alle punten.

Oplossing 1 Dit is de oplossingsmethode waar de meesten voor gekozen hebben.

- De uitdrukking voor het Dopplereffect is

$$f_r = \frac{v \pm u_r}{v \pm u_s} f_s.$$

De snelheid van de bron in de luchtballon ten opzichte van de wind is nul, de snelheid van de waarnemer in het gebouw ten opzichte van de wind is 42km/h . Het zijn immers de snelheden ten opzichte van het medium dewelke moeten worden ingevuld, niet de snelheden ten opzichte van de grond. De frequentie gehoord door de persoon in het gebouw is hoger, daar deze (in het ruststelsel van de wind) naar de bron toe beweegt. Daarom geldt

$$f_r = \frac{v + u_r}{v} f_s = \frac{343 \frac{\text{m}}{\text{s}} + \frac{42}{3,6} \frac{\text{m}}{\text{s}}}{343 \frac{\text{m}}{\text{s}}} 1,20\text{GHz} = 1,24\text{GHz}.$$

- Voor de echo kan het gebouw worden beschouwd als een bron die geluid uitzendt met een frequentie van $1,24\text{GHz}$. In dit geval beweegt de ontvanger (in de luchtballon) nog steeds niet ten opzichte van het medium en de bron beweegt nu met een snelheid 42km/h . Dit laatste gebeurt in de richting van de ontvanger en daarom geldt

$$f'_r = \frac{v}{v - u_s} f_s = \frac{343 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{343 \frac{\text{m}}{\text{s}} - \frac{42}{3,6} \frac{\text{m}}{\text{s}}} 1,24\text{GHz} = 1,28\text{GHz}.$$

Oplossing 2 Een andere manier om het juiste resultaat te bekomen (hoewel mijn inziens wat verwarrender en ingewikkelder dan de vorige) is om alle snelheden te schrijven in het stelsel van de grond, ook de snelheid van het geluid.

- De snelheden in het ruststelsel van de grond zijn gegeven door

$$v = 343 \frac{m}{s} + \frac{42}{3,6} \frac{m}{s} = 354,67 \frac{m}{s}; \quad u_s = 11,67 \frac{m}{s}; \quad u_r = 0.$$

De frequentie moet hoger worden en daaruit kan het onbekende teken worden bepaald, zodat

$$f_r = \frac{354,67 \frac{m}{s}}{354,67 \frac{m}{s} - 11,67 \frac{m}{s}} f_s = 1,24 GHz.$$

- Voor de echo geldt

$$v = 343 \frac{m}{s} - \frac{42}{3,6} \frac{m}{s} = 332,33 \frac{m}{s}; \quad u_s = 0; \quad u_r = 11,67 \frac{m}{s}.$$

Merk op dat de geluidssnelheid tov de grond hier kleiner wordt omdat het geluid tegen de wind in gaat. Invullen in de formule levert dan

$$f'_r = \frac{332,33 \frac{m}{s} + 11,67 \frac{m}{s}}{332,33 \frac{m}{s}} 1,24 GHz = 1,28 GHz.$$

Veel voorkomende fout Een fout die veel mensen hebben gemaakt is de snelheid van de ballon ten opzichte van de grond gebruiken in combinatie met de snelheid van het geluid ten opzichte van de wind. Dit gaf eveneens $f_r = 1,24 GHz$ en $f'_r = 1,28 GHz$ als resultaat maar deze werkwijze is niet correct en geeft ook merkbaar andere getallen wanneer de snelheid van de wind en dus van de ballon veel groter zouden zijn.

3. De ideale gaswet (5 pt.)

Een kennis van de fysica van ideale gassen kan onaangename situaties in de keuken vermijden, onder andere bij het klaarmaken van koude aardappelen. Na het koken wordt het water weggegoten en dan dienen de aardappelen af te koelen. Wanneer je dit echter doet met het deksel opnieuw op de kookpot geplaatst, komt dit deksel vast te zitten door de onderdruk in de pot. Stel dat de kookpot perfect cilindervormig is met een hoogte van 18cm en een straal van 10cm en dat het volume van de inhoud van deze pot (na afgieten van het water) voor 40% bestaat uit aardappelen en de rest uit lucht op een temperatuur van 90°C bij atmosferische druk. Je mag het volume van de aardappelen als constant beschouwen doorheen deze oefening, net zoals dat je mag aannemen dat er geen lucht in of uit de pot kan. De atmosferische druk is (ongeveer) 101300Pa .

- Wanneer de pot met zijn inhoud laat afkoelen tot een temperatuur van 27°C , wat is de uiteindelijke druk in de pot?
- Wat is de kracht die je in dat geval moet uitoefenen om het deksel terug te verwijderen?
- Als je slechts een kracht van 200N zou kunnen uitoefenen, tot welke temperatuur dien je de pot dan terug op te warmen alvorens je aan tafel kan gaan?

Oplossing

- Tijdens het afkoelen blijft het volume van de lucht constant, en dus geldt $V_1 = V_2$. De druk bij de lagere temperatuur T_2 kan worden berekend aan de hand van de ideale gaswet. Het is immers zo dat R , n en V gelijk blijven, en dus geldt

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{Rn}{V} = \frac{p_2}{T_2}$$

met $p_1 = p_{\text{atm}}$. Daarom is de druk p_2 van de koude lucht gegeven door

$$p_2 = p_1 \frac{T_2}{T_1} = 101300\text{Pa} \frac{300K}{363K} = 83719\text{Pa}.$$

Een andere manier om dit uit te werken is via de regel van drie. Het is cruciaal deze berekening te doen in K , niet in ${}^\circ\text{C}$. Veel mensen hebben ook pV/T , pV/nT ... voor en na het afkoelen gelijk gesteld aan elkaar. Dit is een beetje meer schrijfwerk maar is ook correct. Belangrijk is dat p en T niet constant zijn.

- Om het deksel te verwijderen, dien je een kracht uit te oefenen op het deksel die minstens even groot is als het verschil door de kracht uitgeoefend door de lucht buiten de pot en de kracht uitgeoefend door de lucht in de pot. Dit betekent dat het het drukverschil zal zijn dat nodig is voor de berekeningen en dus geldt

$$||\vec{F}|| = ||\vec{F}_1|| - ||\vec{F}_2|| = (p_1 - p_2)A_{\text{deksel}} = 552\text{N}.$$

Een veel voorkomende fout was dat enkel $F_2 = p_2A$ werd berekend voor F . Dit houdt rekening met de druk die van buitenaf komt. Een manier

om in te zien is dat wanneer de druk in de pot opnieuw groter wordt, F_2 ook groter wordt. De kracht die je dient uit te oefenen om het deksel los te trekken zou dan volgens de foute berekening vergroten, terwijl het hele punt van het gegeven is dat deze zou verkleinen.

- Opdat je met $200N$ het deksel van de pot zou kunnen scheiden, dient $F = F_1 - F_3$ gelijk te zijn aan die $200N$. Dit betekent dat de druk in de pot gelijk moet zijn aan

$$200N = (p_1 - p_3)A_{\text{deksel}} \Rightarrow p_3 = 101300Pa - \frac{200N}{0,0314m^2} = 94934Pa.$$

Opnieuw toepassen van de ideale gaswet toont aan dat dit overeen komt met

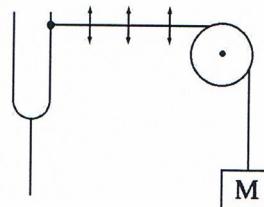
$$T_3 = \frac{p_3}{p_2}T_2 = \frac{94934Pa}{83719Pa}300K = 340K (= 67^\circ C).$$

Een andere, equivalente mogelijkheid, is

$$T_3 = \frac{p_3}{p_1}T_1 = \frac{94934Pa}{101300Pa}363K = 340K.$$

1. Een snaar wegen met een stemvork

Je hebt een dunne snaar met lengte $2m$ waarvan je de massa m wil bepalen. Je hebt echter geen weegschaal maar wel een stemvork, een katrol, een meetlat van 30cm en een nauwkeurig gekende massa $M = 2\text{kg} \gg m$. Je bouwt de opstelling zoals in de tekening: de massa M wordt opgehangen aan de snaar, die over een katrol naar de stemvork loopt. Door de stemvork aan te slaan, creëer je lopende golven met een frequentie van 440Hz in het touw. Deze lopende golven worden gereflecteerd tegen de katrol. Dit betekent dat er lopende golven met dezelfde golflengte, frequentie en amplitude als de invallende golven worden opgewekt maar die in de andere richting lopen en waarvan de fase zodanig is dat de uitwijking nul is aan de katrol. Wanneer het horizontale stuk snaar een lengte van 23cm heeft, vind je dat de snaar trilt in de derde harmoniek.



- Wat is de massa van het touw?
- Schrijf een uitdrukking neer voor zowel de invallende als de gereflecteerde lopende golf in het touw en verifieer dat het resultaat een staande golf is (in de derde harmoniek). De amplitude van de golven mag je gelijk kiezen aan $0,5\text{mm}$.

Houd er rekening mee dat het uiteinde van het touw aan de stemvork oscilleert met een maximale uitwijking en dat de amplitude van de oscillatie aan de katrol nul is. De massa van het verticale stuk touw mag je verwaarlozen omdat dit veel kleiner zal zijn dan M . Je mag veronderstellen dat de massadichtheid van het touw overal dezelfde is. Als je ergens een assenstelsel nodig hebt, mag je dat zelf invoeren.

Oplossing

- De snaar heeft één uiteinde met een maximale amplitude en één uiteinde is vast. Voor de derde harmoniek geldt daarom

$$L_h = \frac{3}{4}\lambda \Rightarrow \lambda = \frac{4}{3}L_h$$

met $L_h = 0,24\text{m}$ de lengte van het horizontale stuk van de snaar. Je kent ook de frequentie en dus is de golfsnelheid

$$v = \lambda f = \frac{4}{3}L_h f.$$

De spankracht in het touw is het gewicht van de massa M , dus $F = Mg$. De massadichtheid van het horizontale stuk snaar (en dus van de hele snaar) is daarom

$$\frac{m}{L} = \mu = \frac{F}{v^2} = \frac{Mg}{v^2} = \frac{9}{16} \frac{Mg}{(L_h f)^2}$$

zodat

$$m = \mu L = \frac{9}{16} \frac{MgL}{(L_h f)^2} = 0,0022\text{kg}.$$

- Er is geen assenstelsel gespecificeerd dus dat mag je zelf kiezen. Het makelijkst is waarschijnlijk een x -as te kiezen die langs het horizontale stuk van de snaar gespannen is en die nul is op de plaats waar de snaar aan de stemvork is bevestigd. De lopende golven hebben dezelfde frequentie $f = 440\text{Hz}$ en golf lengte $\lambda = 0,307\text{m}$ als de staande golf waarin ze zullen resulteren. Dit betekent

$$y_{\pm}(x, t) = A \cos(kx \pm \omega t + \delta_{\pm}) = A \cos\left(2\pi \frac{x}{\lambda} \pm 2\pi ft + \delta_{\pm}\right)$$

waarbij de $-$ moet worden gekozen voor de invallende golf aangezien deze naar rechts beweegt en $+$ voor de gereflecteerde golf. Als $x = L_h = \frac{3}{4}\lambda$, worden deze golven

$$y_{\pm}(x, t) = A \cos\left(\frac{3\pi}{2} \pm 2\pi ft + \delta_{\pm}\right)$$

Op deze positie moeten de totale fases $kx \pm \omega t + \delta_{\pm}$ in totaal π verschillen en dus geldt (bijvoorbeeld) $\delta_+ = \pi/2$ en $\delta_- = -\pi/2$. De lopende golven worden daarom gegeven door

$$y_{\pm}(x, t) = A \cos\left(2\pi \frac{x}{\lambda} \pm 2\pi ft \pm \frac{\pi}{2}\right).$$

De totale resulterende golf wordt dan

$$\begin{aligned} y(x, t) &= y_+(x, t) + y_-(x, t) \\ &= A \cos\left(2\pi \frac{x}{\lambda} + 2\pi ft + \frac{\pi}{2}\right) + A \cos\left(2\pi \frac{x}{\lambda} - 2\pi ft - \frac{\pi}{2}\right) \\ &= 2A \cos\left(2\pi \frac{x}{\lambda}\right) \cos\left(2\pi ft + \frac{\pi}{2}\right) \\ &= -2A \cos\left(2\pi \frac{x}{\lambda}\right) \sin(2\pi ft). \end{aligned}$$

Varianten hierop met een andere keuze voor δ_+ en δ_- zijn natuurlijk ook juist gegeven dat de berekeningen juist zijn uitgevoerd.

2. Voorwerp aan een veer

Een voorwerp met onbekende massa m hangt aan een verticale veer met veerconstante $1600 \frac{N}{m}$. Wanneer het voorwerp $2,5\text{cm}$ naar beneden wordt getrokken vanuit evenwicht en vanuit rust in deze positie wordt losgelaten, oscilleert het geheel met een frequentie van 4Hz .

- Wat is de massa van het voorwerp?
- Hoe ver zal de veer (in evenwicht) uitrekken wanneer deze massa aan de veer wordt bevestigd?
- Wat is de amplitude van de oscillatie als het voorwerp tijdens het oscilleren met een snelheid van $1,2 \frac{m}{s}$ door zijn evenwichtspositie beweegt?

Oplossing

- De massa van het voorwerp is gegeven door

$$m = \frac{k}{\omega^2} = \frac{k}{4\pi^2 f^2} = \frac{1600 \frac{N}{m}}{4\pi^2 (4\text{Hz})^2} = 2,53\text{kg}.$$

- In de onbelaste toestand heeft de veer een evenwichtslengte ℓ_0 . Met de massa bevestigd aan de veer is het systeem in evenwicht wanneer

$$k(\ell - \ell_0) = mg \Rightarrow (\ell - \ell_0) = \frac{mg}{k} = 0,0155\text{m}.$$

- De positie van de oscillerende massa wordt gegeven door

$$x(t) = A \sin(\omega t).$$

Je mag hier een faseconstante meenemen maar door een goede keuze van welk ogenblik $t = 0$ is, kan je deze nul stellen. Het nulpunt van de x -as werd zodanig gekozen dat de evenwichtspositie zich op $x = 0$ bevindt. De snelheid is dan

$$v(t) = A\omega \cos(\omega t).$$

Wanneer het deeltje door de evenwichtspositie beweegt, is de snelheid maximaal. Deze snelheid is gegeven. Dus

$$A = \frac{v_{\max}}{\omega} = \frac{1,2 \frac{m}{s}}{2\pi 4\text{Hz}} = 0,048\text{m}.$$

3. Valse noten

Je staat op straat te wachten om over te steken en er rijdt een auto voorbij waaruit luide muziek klinkt. Je herkent de muziek maar in plaats van een la hoor je een sol kruis wanneer de auto terug van je weg rijdt. (Deze noten hebben frequenties respectievelijk 440Hz en 415Hz .) Als je weet dat er een wind staat van $20\frac{\text{km}}{\text{h}}$ en dat de auto tegen deze wind in rijdt, hoe snel rijdt de auto dan (ten opzichte van de grond)? De snelheid van het geluid in lucht is $343\frac{\text{m}}{\text{s}}$.

Oplossing Laat ons alle snelheden uitdrukken ten opzichte van de grond. Dan is $u_r = 0$ want je staat stil te wachten om over te steken. De snelheid van het geluid ten opzichte van de grond is

$$v = 343 \frac{\text{m}}{\text{s}} + \frac{1\frac{\text{m}}{\text{s}}}{3,6\frac{\text{km}}{\text{h}}} 20\frac{\text{km}}{\text{h}} = 348,6\frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

De snelheid van de bron u_r is de snelheid van de auto. Deze is gevraagd ten opzichte van de grond dus we hoeven deze niet meer om te rekenen. Aangezien de bron wegbeweegt van de waarnemer, wordt de formule van het dopplereffect in dit geval

$$f_r = \frac{v}{v + u_s} f_s \quad \Rightarrow \quad u_s = v \left(\frac{f_s}{f_r} - 1 \right) = 348,6 \frac{\text{m}}{\text{s}} \left(\frac{440\text{Hz}}{415\text{Hz}} - 1 \right) = 21 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Dit komt overeen met ongeveer $76\frac{\text{km}}{\text{h}}$, wat een realistische snelheid is voor een auto.

1. Veren met massa's

Een blok met massa $4,60\text{kg}$ wordt aan een veer gehangen, dewelke een onbekende krachtsconstante k heeft. Het geheel wordt opgehangen aan het plafond met het blok in mechanisch evenwicht. Op dat ogenblik is de veer in het geheel $27,6\text{cm}$ lang. Er wordt nog $6,32\text{kg}$ aan de eerste massa vastgemaakt, waarop de totale lengte van de veer $5,0\text{cm}$ groter wordt.

- Wat is de krachtsconstante van de veer?
- Wat is de evenwichtslengte van de onbelaste veer, dus wanneer er geen massa aan is bevestigd?
- Als het systeem met de beide massa's bevestigd uit evenwicht wordt gebracht door de massa's $3,75\text{cm}$ naar beneden te duwen en vanuit rust los te laten, wat zal dan de maximale snelheid zijn die de massa's zullen vertonen tijdens het oscilleren?

Oplossing

- ✓ a) Het blok ondervindt twee krachten wanneer het in evenwicht aan de veer hangt: de veerkracht, die opwaarts gericht is en de zwaartekracht die neerwaarts gericht is. Als de onbelaste veer evenwichtslengte ℓ_0 en totale lengte ℓ heeft, kan dit nul zijn van de netto kracht worden uitgedrukt als

$$\hookrightarrow k(\ell - \ell_0) = mg \quad ??$$

zodat

$$\ell = \ell_0 + \frac{mg}{k}$$

Dit geldt in zowel in de situatie waarin de kleinere als waarin de grotere massa aan de veer is bevestigd. Je kan deze relatie dus in beide gevallen opschrijven en ze van elkaar aftrekken. Zo vind je

$$\begin{aligned} \ell_2 - \ell_1 &= \ell_0 + \frac{m_2 g}{k} - \ell_0 - \frac{m_1 g}{k} \\ &= \frac{(m_2 - m_1)g}{k}. \end{aligned}$$

Dit omschrijven levert je

$$k = \frac{(m_2 - m_1)g}{(\ell_2 - \ell_1)} = \frac{6,32\text{kg} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{0,05\text{m}} = 1240 \frac{\text{N}}{\text{m}}.$$

- ✓ b) Met de veerconstante gekend, kan de evenwichtslengte worden berekend uit de relatie die hierboven ook werd gebruikt, in het bijzonder

$$\ell_0 = \ell_1 - \frac{m_1 g}{k} = 0,276 - \frac{4,60\text{kg} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{1240 \frac{\text{N}}{\text{m}}} = 0,240\text{m}.$$

- ✓ c) De maximale snelheid van de oscillatie wordt gegeven door

$$v_{\max} = A\omega = A\sqrt{\frac{k}{m}} = 0,0375\text{m} \cdot \sqrt{\frac{1240 \frac{\text{N}}{\text{kg}}}{10,92\text{kg}}} = 0,4 \frac{\text{m}}{\text{s}},$$

aangezien de beginuitwijking ook de maximale uitwijking (= de amplitude) is daar de massa's uit rust vertrekken.

2. Geluidsgolven in een buis...

Tijdens een experiment waarbij geluidsgolven worden bestudeerd, worden staande golven gecreëerd in een tube die langs één kant afgesloten is en langs de andere kant open. Bij een bepaalde resonantiefrequentie bevinden de knopen zich op een afstand van **7,56cm** van elkaar. Bij de daaropvolgende (hogere) resonantiefrequentie is deze afstand verminderd tot **5,4cm**.

- Wat zijn de resonantiefrequenties?
- Welke harmonieken zijn dit?
- Wat is de fundamentele frequentie?

De snelheid van geluid in lucht is ongeveer $343m/s$.

Oplossing

- ✓ a) De afstand tussen twee knopen is de helft van de golflengte. Dit betekent dat de beschouwde golflengtes gelijk zijn aan $\lambda = 15,12cm$ en $\lambda' = 10,8cm$. De frequenties worden gegeven door

$$f = \frac{v}{\lambda} = \frac{343 \frac{m}{s}}{15,12cm} = 2269Hz \quad \text{en} \quad f' = \frac{v}{\lambda'} = \frac{343 \frac{m}{s}}{10,8cm} = 3176Hz.$$

- ✓ b) Voor de n^e harmoniek geldt

$$\lambda_n = \frac{4L}{n} \Rightarrow \frac{\lambda_n}{\lambda_m} = \frac{m}{n}$$

met n en m beide oneven aangezien één van de uiteinden van de buis open is. Daarom geldt

$$\frac{\lambda_m}{\lambda_n} = \frac{15,12cm}{10,8cm} \approx \frac{7}{5}.$$

Dit betekent dat het om de 5^e en 7^e harmonieken gaat. Je zou deze verhouding ook kunnen krijgen met 10 en 14, maar dit zijn geen oneven getallen en corresponderen niet met harmonieken van een halfopen buis, of met 15 en 21 maar deze zijn geen opeenvolgende harmonieken meer, enzoverder.

- ✓ c) Gebruikmakend van de oplossing van de vorige deelvragen vinden we

$$f_n = n \frac{v}{4L} = nf_1 \Rightarrow f_1 = \frac{1}{n} f_n = \frac{v}{n\lambda_n} = \frac{343 \frac{m}{s}}{5 \cdot 0,108m} = 453,7Hz$$

of $\frac{343 \frac{m}{s}}{7 \cdot 0,1512m} = 453,7Hz$

5

~~635,2Hz?~~

3. ... en geluidsgolven in de open lucht

Terwijl je met de wagen rijdt, word je voorbijgestoken door een andere wagen waar luide basmuziek uit te horen is. De muziek heeft een frequentie $f = 0,600\text{kHz}$ maar jij hoort deze aan een frequentie $f' = 0,592\text{kHz}$ wanneer de andere wagen voor je rijdt (met een hogere snelheid dan jij). Jij rijdt op dat ogenblik aan een snelheid van $72\frac{\text{km}}{\text{h}}$ en je ondervindt een directe tegenwind van $25\frac{\text{km}}{\text{h}}$. Wanneer de andere wagen zich tot op 200m van jou verwijderd heeft, hoort je nog een geluidsniveau van 44dB .

- Hoe snel rijdt de andere wagen?
- Wat is het vermogen aan geluidsenergie geproduceerd door de luidsprekers in die wagen, in de veronderstelling dat ze het geluid in alle richtingen even sterk uitzenden? (Je zal een erg klein getal vinden in vergelijking met het elektrische vermogen van de meeste luidsprekers, dat meestal rond de 1kW ligt.)

De snelheid van geluid in lucht mag je opnieuw $343\frac{\text{m}}{\text{s}}$ nemen.

Oplossing

- In dit geval bewegen zowel bron (de andere auto) als de waarnemer (jijzelf). Eén mogelijkheid is om alles te beschrijven in het referentiestelsel van de grond. In dat stelsel rijdt de bron met een onbekende snelheid v_b maar de wind voert het geluid weg met een snelheid van

$$\checkmark v_g + v_{\text{wind}} = 343 \frac{\text{m}}{\text{s}} + \frac{25 \frac{\text{km}}{\text{h}}}{3,6 \frac{\text{km/h}}{\text{m/s}}} = 350 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Een waarnemer die met de wind meebeekt, hoort daarom een frequentie

$$f_{\text{wind}} = \frac{v_g + v_{\text{wind}}}{(v_g + v_{\text{wind}}) + v_b} f.$$

Als waarnemer beweeg jij echter niet met de wind mee, door een tweede Dopplerverschuiving zal je een andere frequentie horen. Het geluid heeft nog steeds een snelheid $v = 350\text{m/s}$ ten opzichte van de grond maar jij beweegt met een snelheid

$$v_w = \frac{72 \frac{\text{km}}{\text{h}}}{3,6 \frac{\text{km/h}}{\text{m/s}}} = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Jij hoort daarom een frequentie

$$f' = \frac{(v_g + v_{\text{wind}}) + v_w}{v_g + v_{\text{wind}}} f_{\text{wind}} = \frac{(v_g + v_{\text{wind}}) + v_w}{(v_g + v_{\text{wind}}) + v_b} f.$$



Hieruit kan je de snelheid van de bron vinden, namelijk

$$\begin{aligned}v_b &= \frac{(v_g + v_{\text{wind}} + v_w)f - vf'}{f'} \\&= (v_g + v_{\text{wind}} + v_w)\frac{f}{f'} - (v_g + v_{\text{wind}}) \\&= \left(350\frac{m}{s} + 20\frac{m}{s}\right)\frac{600Hz}{592Hz} - 350\frac{m}{s} \\&= 25,0\frac{m}{s} \\&= 90,0\frac{km}{h}.\end{aligned}$$

b) Het geluidsniveau van $44dB$ komt overeen met een intensiteit van

✓ $I = 10^{44dB/10dB}I_0 = 2,511 \cdot 10^{-8}\frac{W}{m^2}$.

Deze intensiteit is gerelateerd aan het vermogen van de geluidsbron — de luidsprekers — door

$$I(r) = \frac{P}{4\pi r^2}.$$

Dit omschrijven levert je

✓ $P = 4\pi r^2 I(r) = 4\pi(200m)^2 \cdot 2,511 \cdot 10^{-8}\frac{W}{m^2} = 0,0126W$.

Dit lijkt een erg klein getal te zijn vergeleken met het vermogen van de meeste luidsprekers. Je kan echter verifiëren dat iemand op een afstand van $1m$ van deze luidsprekers een geluidsniveau hoort van

$$L = 10dB \log \left(\frac{P}{(4\pi(1m)^2 \cdot 10^{-12}\frac{W}{m^2})} \right) = 90dB,$$

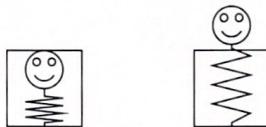
wat al tamelijk luid is. Als er $1kW$ aan geluidsenergie zou worden geproduceerd, zou dit een pijnlijke $139dB$ worden. Het verschil heeft waarschijnlijk te maken met de efficiëntie van de luidsprekers die rond de 1% zou liggen, en andere effecten waardoor energie gedissipeerd wordt.

Juni 2013

1. Een duiveltje in (of uit) een doosje is een kinderspeeltje waarin een pop, meestal een duiveltje of een clown, uit een doosje springt. Je kan dit modelleren als een veer met daar bovenop een massa. Je wil graag de eigenschappen van dit speeltje bepalen zonder het te demonteren. Daarom besluit je een experiment te doen. Je laat het duiveltje uit het doosje springen en meet hoe lang het duurt alvorens het duiveltje 20 keer op en neer is gegaan: 4,4s. Het duiveltje komt tot stilstand met de bovenkant van zijn hoofd 2,8cm boven de rand van het doosje. Je bevestigt een massa van 100g aan de pop—op een dergelijke manier dat de pop en de extra massa als één enkel massapunt kunnen beschreven worden—en je merkt dat de veer 1,0cm korter wordt.

Wat zijn

- de veerconstante van de veer, (1,5pt.)
- de massa van de pop, (2pt.)
- de potentiële energie die in de veer was opgeslagen wanneer het duiveltje nog in het doosje zat? (*Hint:* Bereken eerst hoe ver de veer boven het doosje zou uitsteken indien de pop er niet aan bevestigd zou zijn.) (1,5pt.)



Illustratie: Duiveltje in het doosje (links) en uit het doosje (rechts).

2. Een snaar van een muziekinstrument is 42,0cm lang en heeft een totale massa van 0,0086kg. Je maakt de uiteinden vast aan twee vijzen. Om dit te doen heb je aan elk uiteinde 1,0cm nodig zodat het stuk snaar dat nog gespannen is nog 40cm lang is. Je wil met deze snaar graag een toon produceren van 261,6Hz (een do) wanneer deze wordt aangeslagen in de eerste harmoniek. De snelheid van geluid in lucht is ongeveer $343\frac{m}{s}$.

- Wat is de golflengte van de geluidsgolf met deze frequentie? (1pt.)
- Met welke kracht moet je de snaar aanspannen om de juiste toon op te wekken wanneer de snaar in de eerste harmoniek trilt? (2pt.)
- Je wil de snaar nu graag laten trillen in de derde harmoniek. Omdat dat nogal moeilijk te doen is met de hand, besluit je om je opstelling op te stellen naast een (gesloten) orgelpijp en de geluidsgolven uit het orgel het touw te laten aandrijven. In de veronderstelling dat een orgelpijp enkel haar grondtoon produceert, welke lengte van orgelpijp moet je dan laten spelen? (2pt.)

3. Je bevindt je op een onderzoeksschip op zoek naar walvissen. Om hen te vinden, gebruikt het schip een sonarinstallatie die geluidsgolven uitzendt met een frequentie van 40,000MHz. Het schip detecteert een gereflecteerde puls van recht onder het stationaire schip, die nog een frequentie heeft van 39,958MHz en dit met een vertraging van 104ms. De snelheid van geluid in water is ongeveer $1540\frac{m}{s}$ (zolang de diepte niet te groot wordt, wat je hier mag veronderstellen).

- Hoe diep bevindt de walvis zich? (1pt.)
- Wat is de grootte van de verticale snelheid van de walvis? (3pt.)
- Beweegt de walvis naar boven of naar beneden? (1pt.)

4. Twee luidsprekers—voorgesteld door de zwarte bollen, die je mag behandelen als puntbronnen—staan opgesteld op een afstand $d = 6,0\text{m}$ van elkaar. Deze produceren geluid met een frequentie van 440Hz en ze doen dat in fase. Hun vermogens zijn dezelfde (maar niet gekend).

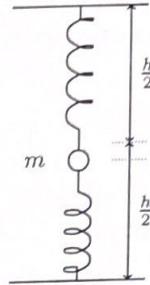
- a) Wanneer je over de verticale rechte van zeer ver "naar beneden" wandelt, op welke afstand van de horizontale rechte zal je je dan bevinden wanneer je voor de eerste keer op een punt komt waar destructieve interferentie optreedt? (*Hint: Zal het faseverschil tussen de geluidsgolven daar eerder klein of net heel groot zijn?*) (2pt.)
- b) De luidsprekers zullen in dit punt met een andere intensiteit gehoord worden. Wanneer enkel de dichtstbijzijnde luidspreker speelt, neemt men in dit punt een geluidssterkte van 92,0dB waar. Welke geluidssterkte zal men waarnemen wanneer enkel de andere luidspreker speelt? (2pt.)
- c) Nog steeds in datzelfde punt, wat zal de geluidssterkte worden wanneer beide luidsprekers aan staan en de frequentie verdubbelt naar 880Hz maar de geluidssterkte van de afzonderlijke luidsprekers nog steeds dezelfde is als in de vorige deelvraag? (1pt.)



Juni 2014

1. Een onbekende puntmassa m wordt tussen twee volstrekt identieke veren opgehangen in het zwaarteveld van de Aarde.

- Toon aan dat de massa harmonisch beweegt. (2pt.)
- De massa wordt in beweging gebracht en oscilleert met een amplitude van $0,52\text{cm}$ en beweegt door haar evenwicht met een snelheid van $0,097\frac{\text{m}}{\text{s}}$. Wat is de frequentie van de oscillatie? (2pt.)
- Op welke afstand onder het midden van de opstelling zal de evenwichtspositie van de veer zich bevinden? (2pt.)



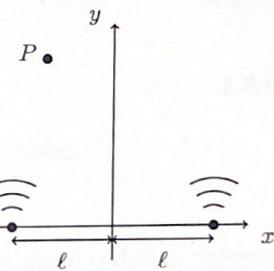
2. Een leerkracht fysica wil een demonstratie geven voor een les over golven. Hiervoor moet een touw met een lengte $L = 1,00\text{m}$ en massa $m = 0,0125\text{kg}$ horizontaal opgehangen worden tussen een vast punt en een motortje dat de trilling aandrijft aan het andere uiteinde. Omdat de amplitude aan dat uiteinde zeer klein is ten opzichte van plaatsen in het touw met een maximale uitwijking, wordt ook dat uiteinde als een knoop beschouwd. De spankracht in het touw is $3,20\text{N}$.

- Wat is de frequentie waarmee het motortje minstens dient te kunnen trillen opdat de laagste drie harmonieken kunnen worden gedemonstreerd? (2pt.)
- De leerkracht maakt nu het eerste uiteinde van het touw vrij om op en neer te bewegen. Ook hier wil hij de op twee na laagste harmoniek demonstreren. Wat dient de spankracht in het touw te zijn opdat zij deze harmoniek kan laten zien bij dezelfde frequentie als je vond in de vorige deelvraag? (2pt.) Als je (nog) geen antwoord vond bij de vorige deelvraag, mag je $f = 27,39\text{Hz}$ gebruiken.)

3. Twee luidsprekers worden geplaatst zoals in de tekening, waarbij $\ell = 0,26\text{m}$. Zij zenden elk geluid uit met een frequentie $f = 782\text{Hz}$ maar doen dat niet in fase.

De snelheid van geluid mag je opnieuw gelijk nemen aan $343\frac{\text{m}}{\text{s}}$.

- Er treedt constructieve interferentie op in het punt P met coördinaten $(-0,17\text{m}, 0,746\text{m})$. Wat is het verschil in fase tussen de geluidsgolven uitgezonden door de luidsprekers (op een veelvoud van 2π na)? (3pt.)
- De linkse luidspreker wordt uitgezet. In het punt P meet men nadien een geluidsniveau van 68dB . Welk vermogen produceert de rechtse luidspreker? (2pt.) (Opmerking: Dit antwoord is misschien kleiner dan je verwacht omdat er geen verliezen in rekening gebracht worden.)



Juni 2015

1. De zogeheten *Morse-potentiaal* is een klassiek model voor interatomaire interacties, dat de volgende vorm voor de potentiële energie in een diatomaire molecule voorstelt:

$$U_M(x) = E \left(e^{-2(ax-b)} - 2e^{-(ax-b)} \right). \quad (b > \ln 2) \quad (1)$$

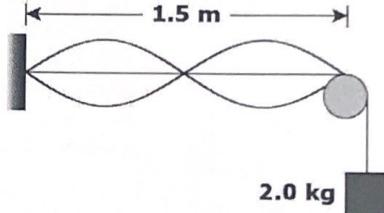
Hierin is E een positieve constante en x de afstand tussen de atomen. Eén van de grote voordelen van dit model is dat het wel dissociatie van de molecule beschrijft, een eigenschap die afwezig is wanneer men de binding eenvoudigweg als een veer modelleert.

- a) Schets de vorm van de potentiële energie (1). Beargumenteer je tekening.
- b) Zoek de evenwichtsafstand x_0 in functie van (uitsluitend) a en b .
- c) Stel dat $\Delta x = x - x_0 \ll \frac{1}{a}$ een kleine uitwijking is ten opzichte van de evenwichtsafstand. Bereken de kracht en toon hiermee aan dat de beweging voor zulke kleine uitwijkingen benaderend harmonisch is. Maak hiertoe gebruik van de Taylorexpansie voor $z \ll 1$:

$$e^{-z} \approx 1 - z.$$

- d) Bepaal de veerconstante.

2. Een groep astronauten is geland op de (exo-)planeet Krypton en doet enkele proeven om het hemellichaam te karakteriseren. Zo willen ze onder andere de valversnelling op de planeet meten. Hiervoor bevestigen ze een touw met één uiteinde aan een muurtje, hangen ze aan het andere uiteinde een gewicht met massa $M = 2.0\text{ kg}$ en spannen dit uiteinde horizontaal over een wrijvingsloze katrol, zoals in de figuur hiernaast. Vervolgens gaan ze staande golven exciteren in het touw: hieruit kunnen ze besluiten dat er staande golven bestaan bij frequenties 72 Hz en 108 Hz maar geen daartussen.

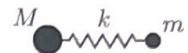


- a) Geef een uitdrukking voor de spankracht in het touw.
- b) Als het touw een lengte $\ell = 1.5\text{ m}$ heeft en een massa $m = 5.0\text{ g}$, hoe groot is dan de valversnelling g_K op Krypton?

3. Een Britse *Spearfish* torpedo wordt met een snelheid $v \approx 150\text{ km/h}$ afgevuurd in de Atlantische Oceaan (geluidssnelheid $c = 1472\text{ m/s}$). Het Sonarsysteem van de torpedo zendt op tijdstip $t_0 \equiv 0$ een geluidspuls uit met frequentie $f = 5.00 \times 10^4\text{ Hz}$ en ontvangt $\Delta t = 1.60\text{ s}$ later het gereflecteerde signaal met frequentie $f'' = 5.18 \times 10^4\text{ Hz}$. Hoelang duurt het nog voordat de *Spearfish* zijn doelwit bereikt? Ga ervan uit dat het doelwit in dezelfde richting beweegt als de torpedo en dat het zeewater stilstaat. (Hint: bereken de snelheid van het doelwit en de afstand tussen doelwit en torpedo.)

Juni 2016

1. Een diatomaire molecule zoals HCl kan bij voldoende lage temperaturen beschreven worden als twee massa's m en M die met elkaar verbonden zijn via een veer met veerconstante k , zoals in de figuur hiernaast. Dit model werkt niet meer goed wanneer de thermische energie van de molecule vergelijkbaar wordt met de dissociatie-energie (de energie nodig om de binding te breken). Voor HCl zijn de massa's $m = 1.67 \times 10^{-27}$ kg en $M = 5.89 \times 10^{-26}$ kg, en is de dissociatie-energie $E_{dis} \approx 7.173 \times 10^{-19}$ J. Wanneer de energie van de molecule slechts 10 % van deze waarde bedraagt, is de maximale uitrekking van de H–Cl binding ongeveer 0.17 Å. Bepaal de periode van de trilling. ($1\text{ \AA} = 10^{-10}\text{ m}$)

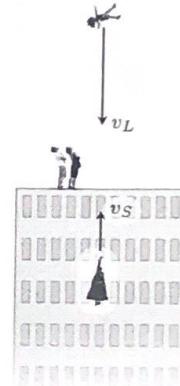


2. Een orgel werkt door lucht toe te laten in de pijpen die overeenkomen met de aangeslagen toetsen en zo staande golven bij de fundamentele frequentie (grondtoon) van elke pijp te creëren. De speler van een relatief kleine orgel opent zo twee cilindervormige pijpen die beide één open en één gesloten uiteinde hebben. De lengte van de ene pijp is $\ell = 20.3$ cm.

- Als de zwevingen die hierdoor geproduceerd worden een frequentie van 213 Hz hebben en de tweede pijp korter is dan de eerste, wat is dan de lengte ℓ' van die tweede pijp?
- Op welke afstanden van het gesloten uiteinde bevinden zich alle knopen in de eerste pijp voor de derde harmoniek?

De snelheid van geluid in lucht is 343 m/s.

3. Lois Lane is Eddy Wally-gewijs uit een vliegmachien gesprongen. Begrijpelijkwijls schreeuwde Lois het tijdens haar val uit. Lichtjes geirriteerd door de veelvuldigheid waarmee hij Lois moet redden, vliegt Superman haar tegemoet. Hij vangt Lois op vlakbij een dakterras in het centrum van Metropolis (zie tekening). De mensen op dat dak horen Lois gillen, voor ze opgevangen wordt, bij een frequentie van 1639 Hz. Anderzijds horen ze Superman een kreet van inspanning slaan terwijl hij omhoog vliegt, bij een frequentie van 106 Hz. Zelf hoort Superman zijn eigen kreet bij een frequentie van 100 Hz. Bij welke frequentie hoort hij Lois schreeuwen? Ga ervan uit dat Superman loodrecht onder Lois staat wanneer hij vertrekt en recht omhoog vliegt.



Juni 2017

1. Beschouw een massadeeltje waarvan de potentiële energie gegeven wordt door

$$U(x) = c \frac{e^{ax-1}}{x},$$

met $x > 0$ de positie van het deeltje en a en c positieve constanten.

- Bepaal de evenwichtspositie x_0 van het deeltje als functie van (uitsluitend) a en c .
- Beschouw een kleine uitwijking $\Delta x = x - x_0 \ll x_0$ ten opzichte van die evenwichtspositie. Bepaal de kracht die het deeltje ondervindt en toon aan dat de beweging van het deeltje voor zulke kleine uitwijkingen benaderend harmonisch is. Maak hiertoe in eerste instantie gebruik van volgende benaderingen voor $q \ll 1$:

$$e^q \approx 1 + q, \quad (1 + q)^m \approx 1 + mq$$

en verwaarloos dan alle termen waarin Δx in een macht groter dan 1 voorkomt. ($\Delta x^2, \Delta x^3$, etc.)

- Bepaal de krachtsconstante als functie van (uitsluitend) a en c .

2. Een snaar op Jeroen's gitaar is in twee stukken met lengtes $\ell/7$ en $6\ell/7$ gebroken. Wanneer hij de snaar verwijdert ter inspectie, verliest Jeroen het kortste stuk. In plaats van een nieuwe snaar te kopen, kiest Jeroen ervoor om zelf een oplossing te implementeren: hij neemt een stuk nylondraad, knoopt die met één uiteinde vast aan het overgebleven stuk snaar met lengte $6\ell/7$ en bevestigt het andere uiteinde aan de gitarkop.

De lineaire dichtheid van de gitarsnaar is 1.85 g/m, die van de nylondraad 7.4 g/m. Jeroen laat de gerepareerde snaar trillen bij zijn laagste staande golffrequentie met een buik in het aanhechtingspunt. Wanneer hij ook een stemvork bij 220 Hz aanslaat, hoort hij zwevingen met een zwevingsfrequentie van 4 Hz. Hoe groot is de spankracht in de gerepareerde snaar *minstens*? Neem $\ell = 65$ cm.

3. Timmy is in een grote waterput gevallen. Na een tijdje heeft hij de terminale valsnelheid bereikt en versnelt hij niet verder. Op dat moment is Timmy nog steeds aan het vallen en slaakt hij een kreet met frequentie f . Lassie, die bovenaan de waterput staat, hoort die kreet bij een frequentie $f_1 = 793$ Hz. Anderzijds wordt Timmy's kreet onderaan de waterput teruggekaatst door de bodem en hoort Lassie die teruggekaatste kreet bij een frequentie $f_2 = 1103$ Hz. Aan welke snelheid is Timmy onderweg richting de grond?

Examen juni 2018

1. De potentiële energie van een puntdeeltje wordt gegeven door

$$U(x) = \frac{a - cx}{bx^2}$$

met $x > 0$ de positie van het deeltje en a , b en c positieve constanten. (6pt.)

- Bepaal de evenwichtspositie x_0 van het deeltje als functie van (uitsluitend) a , b en c .
- Beschouw een kleine uitwijking $\Delta x = x - x_0$ ten opzichte van die evenwichtspositie. Bepaal de kracht die het deeltje ondervindt en toon aan dat de beweging van het deeltje voor zulke kleine uitwijkingen benaderend harmonisch is. Maak hiertoe in eerste instantie gebruik van volgende benaderingen voor $q \ll 1$:

$$(1 + q)^m \approx 1 + m q,$$

verwaarloos dan alle termen waarin Δx in een macht groter dan 1 voorkomt. ($\Delta x^2, \Delta x^3, \dots$)

- Bepaal de krachtsconstante als functie van (uitsluitend) a , b en c .

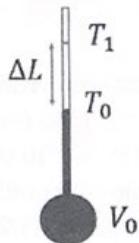
2. De finale van het WK voetbal is België -Duitsland. In de 85e minuut staat het wonderbaarlijk genoeg 4-0 voor onze Rode Duivels en er ontstaat een Mexican wave in het stadion: een golf van handen die de lucht ingaan. Wanneer de handen van de supporters achter het Duitse doel helemaal omhoog zijn, zijn die van de mensen recht tegenover hen (achter het Belgische doel) net helemaal omlaag. Nergens anders in het stadion zijn er op dat moment mensen met hun handen helemaal omhoog of omlaag. Het stadion is cirkelvormig en de supporters bevinden zich op een straal van 60m van het midden. Wanneer de 90e minuut aanvat is dezelfde Mexican wave nog steeds aan de gang. Een willekeurige supporter heeft op dat moment haar handen net helemaal omhoog en doet ze nog eens 5 keer helemaal omhoog voordat de scheidsrechter twee minuten later affluit. Op dat moment zijn haar handen toevallig net weer helemaal omhoog. (Deze keer is meegerekend in de 5 waarvan eerder sprake.) (4pt.)

- Met welke snelheid beweegt de golf van handen door het stadion?
- Twee andere supporters lopen stevig achter op de trends en hebben elk een vuvuzela meegebracht, een blaasinstrument met twee open uiteinden dat populair was op het WK van 2010. De ene vuvuzela is 60 cm lang en de andere 61 cm. Bepaal de zwevingsfrequentie die gehoord wordt als beide instrumenten tesamen in de grondtoon worden bespeeld. De geluidssnelheid in lucht bedraagt 343 m/s.

3. Timmy is in een grote waterput gevallen. Na een tijdje heeft hij de terminale valsnelheid bereikt en versnelt hij niet verder. Op dat moment is hij nog steeds aan het vallen en Timmy vraagt zich af hoe snel hij nu eigenlijk aan het bewegen is. Hij slaakt een kreet met frequentie $f = 923$ Hz richting de bodem van de put en hoort een tijdje later zijn teruggekaatste kreet met frequentie $f'' = 1283$ Hz. Aan welke snelheid is Timmy onderweg richting de grond? (4pt.)

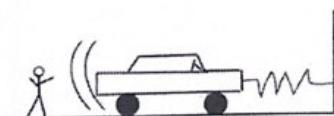
Examenopgaven juni 2019

Opgave 1. (8 pt.) Een kwikthermometer heeft onderaan een bolvormig reservoir met volume V_0 . Het cilindervormig buisje heeft een diameter d . Hoe hoog zal het kwik in het buisje stijgen wanneer de temperatuur stijgt van een temperatuur T_0 naar een temperatuur T_1 ? Druk de stijging van het kwik ΔL uit in functie van de gekende grootheden $V_0, \Delta T = T_1 - T_0, d, \beta_k, \beta_g$. Deze laatste grootheden zijn de volume expansiecoëfficiënten van respectievelijk kwik en glas ($\beta_k \gg \beta_g$). Je moet rekening houden met de expansie van het glazen bolvormige reservoir (en van kwik), maar die van het glazen buisje mag je verwaarlozen.



Opgave 2. (11 pt.) Een politiewagen met massa $m = 950$ kg rijdt aan een snelheid $v = 25\text{m/s}$ in op een veer die hierdoor 5 m wordt ingedrukt alvorens de auto terug in de andere richting wordt gedrukt. De auto blijft aan de veer "kleven" en oscilleert wrijvingsloos over de grond. Stel de beweging van de auto voor als $x(t) = A \cos(\omega t + \phi)$.

- Bepaal de veerconstante.
- Bepaal de periode van de oscillatie.
- Bepaal de amplitude A .
- Bepaal de fasehoek ϕ .
- Bepaal de maximale snelheid van de oscillatie. Met welke fysische grootheid komt die overeen?
- Indien de sirene van de auto een geluidsgolf (met snelheid v_g) met frequentie f uitzendt, geef dan een algebraïsche uitdrukking voor de hoogste en laagste frequentie die wordt waargenomen door een stilstaande persoon zoals weergegeven in figuur.



Opgave 3. (6 pt.) Een gitarsnaar van 65 cm is vastgeklemd aan beide uiteinden. In het frequentiegebied tussen 1 en 2 kHz heeft de snaar enkel resonanties bij $1,2\text{ kHz}, 1,5\text{ kHz}$ en $1,8\text{ kHz}$. Wat is de snelheid van de lopende golven in deze snaar?