Examen Fysica I, 25 juni 2010

Achternaam:

Voornaam:

Studierichting:

Het definitieve antwoord, inclusief berekeningen, dient op het opgaveblad te worden geschreven. Denk er aan dat niet alleen het uiteindelijke antwoord punten waard is: je redenering en berekening kunnen dus ook punten opleveren, ook wanneer de uiteindelijk bekomen waarde of uitdrukking fout is. Als je een tussenresultaat niet vindt, antwoord ook dan op de rest van de vraag en laat het onbekende tussenresultaat staan in je uiteindelijke uitkomst en/of schets de werkwijze die je zou gebruiken om de opgave verder op te lossen.

Toegelaten materiaal: Handboek, nota's, oefeningen waarvan de oplossing op BlackBoard is verschenen, rekenmachine (al dan niet grafisch), een zelfgemaakt formularium, iets om te schrijven.

Veel succes!

1. Golven in een touw (6 pt.)

In een touw van onbekende lengte L bevinden zich twee lopende golven waarvan één zich naar links beweegt en de andere naar rechts, beiden met een snelheid $v = 30m/s$. De frequentie f van beide golven is $24Hz$ en de amplitude is in beide gevallen $0,02m$. Voor elk van de golven afzonderlijk is de uitwijking in het punt $x = 0$ op tijdstip $t = 0$ eveneens gelijk aan 0.

- Schrijf een uitdrukking voor elk van beide lopende golven.
- Wat is de resulterende golf in het touw?
- Wat is de totale afstand afgelegd door het punt van het touw op $x = 0,30m$ in een tijdsspanne van 4 periodes?
- Wanneer het touw wordt vastgemaakt aan beide uiteinden en de trilling van het touw bevindt zich bij de gegeven frequentie in de derde harmoniek, wat is dan de lengte L van het touw?

Hint: Als je een goniometrische formule nodig hebt en je ze niet meer zeker weet, kan je deze onder andere vinden in de appendix van je handboek als je geen eigen formularium hebt.

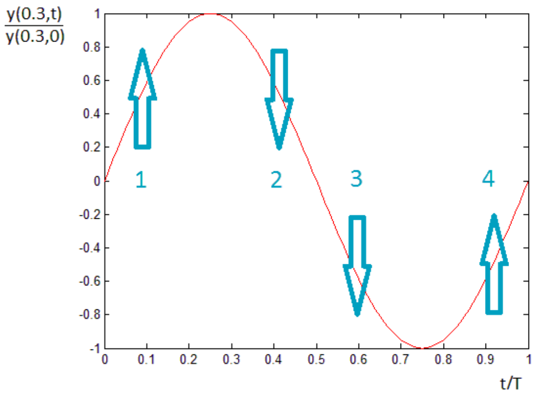
Oplossing

- Een algemene uitdrukking voor een lopende golf die naar rechts beweegt, is
$$y_r(x,t) = A\sin(kx - \omega t + \delta).$$
Rest ons k, ω en δ te bepalen. ω is $2\pi f = 48\pi \text{rad}s^{-1}$. Voor k geldt
$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi f}{v} = 2\pi\frac{24\frac{1}{s}}{30\frac{m}{s}} = \frac{8\pi}{5m},$$
wat ook betekent dat $\lambda = 1,25m$. Daarom geldt
$$y_r(x,t) = 0,02m \cdot \sin\left(\frac{8\pi}{5m}x - \frac{48\pi}{s}t\right)$$
De faseconstante is gelijk aan nul of π wanneer de sinus wordt gebruikt daar $\sin(0) = \sin(\pi) = 0$. Beide keuzes zijn juist, ééntje was voldoende voor een correct antwoord. Een volledig analoge redenering leidt tot
$$y_l(x,t) = 0,02m \cdot \sin\left(\frac{8\pi}{5m}x + \frac{48\pi}{s}t\right).$$
- De som van beiden kan worden bekomen door gebruik te maken van
$$A\sin(a) + A\sin(b) = 2A\sin\left(\frac{a+b}{2}\right)\cos\left(\frac{a-b}{2}\right)$$
zodat
$$y(x,t) = y_r(x,t) + y_l(x,t) = 0,04m \cdot \sin\left(\frac{8\pi}{5m}x\right)\cos\left(\frac{48\pi}{s}t\right).$$
Ook andere combinaties (met π als fase in één of beide andere golven) werden juist gerekend maar dit is de keuze die de meesten hebben gemaakt.

- De totale afstand afgelegd door het touw in $x = 30cm$ in een tijdspanne van 4 periodes is gelijk aan 4×4 keer de amplitude van de staande golf op dat punt. De eerste 4 komt van de 4 periodes, de andere 4 van het aantal keer dat de amplitude in $x = 30cm$ werd afgelegd. Dit is

$$\Delta s = 16 \cdot 0,04m \cdot \sin\left(\frac{8\pi}{5m} 0,3m\right) = 0,6387m \approx 0,64m.$$

In de afbeelding is dit weer gegeven: op de x-as is de tijd weergegeven gedurende 1 periode en op de y-as de uitwijking tussen $+\sin(k \cdot 0,3m)$ en $-\sin(k \cdot 0,3m)$. Elke pijl stelt een afgelegde weg van $\sin(k \cdot 0,3m)$ voor.



Figuur 1: Illustratie van vraag 1.3.

- Daar het touw aan beide kanten is vastgemaakt, geldt

$$f_n = \frac{nv}{2L} \quad \Rightarrow \quad L = \frac{nv}{2f} = \frac{3 \cdot 30\frac{m}{s}}{2 \cdot 24\frac{1}{s}} = 1,875m.$$

2. Dopplereffect (4 pt.)

Je bevindt je in een warmeluchtballon die door een wind met een snelheid van $42km/h$ wordt meegedragen. De ballon vliegt recht op een hoog gebouw af. Je hebt een geluidsbron bij die een geluid uitzendt met een frequentie van $1,20GHz$.

- Welke frequentie heeft dit geluid voor iemand in het gebouw?
- Welke frequentie heeft de echo voor jou?

Je mag aannemen dat de geluidssnelheid in lucht $343m/s$ bedraagt.

Opmerking In deze oefening was het mogelijk met een foute methode toch een uitkomst uit te komen die (tenmiste wanneer het antwoord werd genoteerd met een beperkt aantal cijfers na de komma). Het spreekt voor zich dat het bekomen van een juiste oplossing dus niet voldoende was voor het behalen van alle punten.

Oplossing 1 Dit is de oplossingsmethode waar de meesten voor gekozen hebben.

- De uitdrukking voor het Dopplereffect is

$$f_r = \frac{v \pm u_r}{v \pm u_s} f_s.$$

De snelheid van de bron in de luchtballon ten opzichte van de wind is nul, de snelheid van de waarnemer in het gebouw ten opzichte van de wind is $42km/h$. Het zijn immers de snelheden ten opzichte van het medium dewelke moeten worden ingevuld, niet de snelheden ten opzichte van de grond. De frequentie gehoord door de persoon in het gebouw is hoger, daar deze (in het ruststelsel van de wind) naar de bron toe beweegt. Daarom geldt

$$f_r = \frac{v + u_r}{v} f_s = \frac{343\frac{m}{s} + \frac{42}{3,6}\frac{m}{s}}{343\frac{m}{s}} \, 1,20GHz = 1,24GHz.$$

- Voor de echo kan het gebouw worden beschouwd als een bron die geluid uitzendt met een frequentie van $1,24GHz$. In dit geval beweegt de ontvanger (in de luchtballon) nog steeds niet ten opzichte van het medium en de bron beweegt nu met een snelheid $42km/h$. Dit laatste gebeurt in de richting van de ontvanger en daarom geldt

$$f_r' = \frac{v}{v - u_s} f_s = \frac{343\frac{m}{s}}{343\frac{m}{s} - \frac{42}{3,6}\frac{m}{s}} \, 1,24GHz = 1,28GHz.$$

Oplossing 2 Een andere manier om het juiste resultaat te bekomen (hoewel mijn inziens wat verwarrender en ingewikkelder dan de vorige) is om alle snelheden te schrijven in het stelsel van de grond, ook de snelheid van het geluid.

- De snelheden in het ruststelsel van de grond zijn gegeven door

$$v = 343\frac{m}{s} + \frac{42}{3,6}\frac{m}{s} = 354,67\frac{m}{s}; \quad u_s = 11,67\frac{m}{s}; \quad u_r = 0.$$

  De frequentie moet hoger worden en daaruit kan het onbekende teken worden bepaald, zodat

$$f_r = \frac{354,67\frac{m}{s}}{354,67\frac{m}{s} - 11,67\frac{m}{s}} f_s = 1,24GHz.$$

- Voor de echo geldt

$$v = 343\frac{m}{s} - \frac{42}{3,6}\frac{m}{s} = 332,33\frac{m}{s}; \quad u_s = 0; \quad u_r = 11,67\frac{m}{s}.$$

  Merk op dat de geluidssnelheid tov de grond hier kleiner wordt omdat het geluid tegen de wind in gaat. Invullen in de formule levert dan

$$f_r' = \frac{332,33\frac{m}{s} + 11,67\frac{m}{s}}{332,33\frac{m}{s}} 1,24GHz = 1,28GHz.$$

Veel voorkomende fout Een fout die veel mensen hebben gemaakt is de snelheid van de ballon ten opzichte van de grond gebruiken in combinatie met de snelheid van het geluid ten opzichte van de wind. Dit gaf eveneens $f_r = 1,24GHz$ en $f_r' = 1,28GHz$ als resultaat maar deze werkwijze is niet correct en geeft ook merkbaar andere getallen wanneer de snelheid van de wind en dus van de ballon veel groter zouden zijn.

3. De ideale gaswet (5 pt.)

Een kennis van de fysica van ideale gassen kan onaangename situaties in de keuken vermijden, onder andere bij het klaarmaken van koude aardappelen. Na het koken wordt het water weggegoten en dan dienen de aardappelen af te koelen. Wanneer je dit echter doet met het deksel opnieuw op de kookpot geplaatst, komt dit deksel vast te zitten door de onderdruk in de pot. Stel dat de kookpot perfect cilindervormig is met een hoogte van $18cm$ en een straal van $10cm$ en dat het volume van de inhoud van deze pot (na afgieten van het water) voor 40% bestaat uit aardappelen en de rest uit lucht op een temperatuur van $90°C$ bij atmosferische druk. Je mag het volume van de aardappelen als constant beschouwen doorheen deze oefening, net zoals dat je mag aannemen dat er geen lucht in of uit de pot kan. De atmosferische druk is (ongeveer) $101300Pa$.

- Wanneer de pot met zijn inhoud laat afkoelen tot een temperatuur van $27°C$, wat is de uiteindelijke druk in de pot?
- Wat is de kracht die je in dat geval moet uitoefenen om het deksel terug te verwijderen?
- Als je slechts een kracht van $200N$ zou kunnen uitoefenen, tot welke temperatuur dien je de pot dan terug op te warmen alvorens je aan tafel kan gaan?

Oplossing

- Tijdens het afkoelen blijft het volume van de lucht constant, en dus geldt $V_1 = V_2$. De druk bij de lagere temperatuur T_2 kan worden berekend aan de hand van de ideale gaswet. Het is immers zo dat R, n en V gelijk blijven, en dus geldt
$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{Rn}{V} = \frac{p_2}{T_2}$$
met $p_1 = p_{\text{atm}}$. Daarom is de druk p_2 van de koude lucht gegeven door
$$p_2 = p_1 \frac{T_2}{T_1} = 101300Pa\ \frac{300K}{363K} = 83719Pa.$$
Een andere manier om dit uit te werken is via de regel van drie. Het is cruciaal deze berekening te doen in K, niet in $°C$. Veel mensen hebben ook pV/T, pV/nT ... voor en na het afkoelen gelijk gesteld aan elkaar. Dit is een beetje meer schrijfwerk maar is ook correct. Belangrijk is dat p en T niet constant zijn.
- Om het deksel te verwijderen, dien je een kracht uit te oefenen op het deksel die minstens even groot is als het verschil door de kracht uitgeoefend door de lucht buiten de pot en de kracht uitgeoefend door de lucht in de pot. Dit betekent dat het het drukverschil zal zijn dat nodig is voor de berekeningen en dus geldt
$$||\vec{F}|| = ||\vec{F_1}|| - ||\vec{F_2}|| = (p_1 - p_2)A_{\text{deksel}} = 552N.$$
Een veel voorkomende fout was dat enkel $F_2 = p_2 A$ werd berekend voor F. Dit houdt geen rekening met de druk die van buitenaf komt. Een manier

om in te zien is dat wanneer de druk in de pot opnieuw groter wordt, F_2 ook groter wordt. De kracht die je dient uit te oefenen om het deksel los te trekken zou dan volgens de foute berekening vergroten, terwijl het hele punt van het gegeven is dat deze zou verkleinen.

- Opdat je met $200N$ het deksel van de pot zou kunnen scheiden, dient $F = F_1 - F_3$ gelijk te zijn aan die $200N$. Dit betekent dat de druk in de pot gelijk moet zijn aan

$$200N = (p_1 - p_3)A_{\text{deksel}} \quad \Rightarrow \quad p_3 = 101300Pa - \frac{200N}{0,0314m^2} = 94934Pa.$$

Opnieuw toepassen van de ideale gaswet toont aan dat dit overeen komt met

$$T_3 = \frac{p_3}{p_2}T_2 = \frac{94934Pa}{83719Pa}300K = 340K \ (= 67°C).$$

Een andere, equivalente mogelijkheid, is

$$T_3 = \frac{p_3}{p_1}T_1 = \frac{94934Pa}{101300Pa}363K = 340K.$$