Nuttige uitdrukkingen

- De meeste nuttige uitdrukkingen van het vorige hoofdstuk zijn ook hier van toepassing.
- Het geluidsniveau — uitgedrukt in dB — wordt gedefinieerd als

$$\beta = 10dB \log_{10}\left(\frac{I}{I_0}\right) \quad \text{waar} \quad I_0 = 10^{-12}\frac{W}{m^2}.$$

- Het Dopplereffect beschrijft hoe de frequentie van dezelfde golf verschillend wordt waargenomen door waarnemers die ten opzichte van elkaar en ten opzichte van het medium bewegen:

$$f_r = \frac{v \pm u_r}{v \pm u_s} f_s \quad \text{of} \quad \frac{f_r}{v \pm u_r} = \frac{f_s}{v \pm u_s}.$$

  Hierbij is v de snelheid van het geluid, u_r de snelheid van de waarnemer en u_s de snelheid van de geluidsbron. Deze drie snelheden dienen te worden uitgedrukt in hetzelfde referentiestelsel! Welke tekens dit moeten zijn, hangt af van beweging van waarnemer en bron.

Oefening 1 (16.6)

Een vissersboot op de oceaan drijft vlak boven een school tonijn. Plots krijgt een andere vissersboot $1,35 km$ verder een motorpanne die gepaard gaat met een luide knal. Hoe lang duurt het eer de knal gehoord wordt

a) door de vissen?

b) door de vissers?

De snelheid van geluid in water is ongeveer $1560\,\frac{m}{s}$.

Oefening 2 (16.32)

Een vliegtuig zendt $5,0 \cdot 10^5 J$ aan geluidsenergie per seconde uit.

a) Wat is het geluidsniveau $25m$ verder?

b) Wat is het geluidsniveau $1,0km$ verder als je weet dat lucht geluid absorbeert aan $7,0dB$ per km?

Oefening 3 (16.50)

In een kwartsoscillator, die wordt gebruikt als een stabiele klok in elektronische apparatuur, wordt een transversale staande geluidsgolf opgewekt langsheen de dikte d van het kristal. De frequentie van deze trilling wordt elektronisch geregistreerd. De parallelle zijden van het kristal worden niet ondersteund en gedragen zich dus als vrije uiteinden (in tegenstelling tot vaste uiteinden) wanneer de geluidsgolf reflecteert. Als het toestel is bedoeld te werken met de eerste harmoniek, bepaal dan de benodigde dikte van het kristal als de frequentie gelijk dient te zijn aan $f = 12,0 MHz$.
De geluidssnelheid in kwarts wordt gegeven door

$$v = \sqrt{\frac{G}{\rho}}$$

waarbij de schuifmodulus $G = 2,95 \cdot 10^{10} \frac{N}{m^2}$ en $\rho = 2650 \frac{kg}{m^3}$ de massadichtheid van kwarts.
De eerste harmoniek van een dergelijke trilling heeft twee buiken aan de uiteinden en een knoop in het midden.

Oefening 4 (16.58)

Twee luidsprekers worden $3,00m$ uit elkaar geplaatst. Zij sturen geluidsgolven uit met een frequentie van $494Hz$ en dit doen ze in fase. Een microfoon bevindt zich op $3,2m$ van het punt halverwege tussen beide luidsprekers. Op deze plaats wordt een intensiteitsmaximum waargenomen.

a) Hoe ver moet de microfoon zijwaarts verplaatst worden (parallel met de verbindingslijn tussen de luidsprekers) om het eerste intensiteitsminimum waar te nemen?

b) Veronderstel dat de luidsprekers opnieuw worden ingesteld zodanig dat de golven precies uit fase zijn. Op welke posities bevinden zich nu de intensiteitsminima en -maxima?

Oefening 5 (16.65)

Een politieauto rijdt met de sirene aan tegen een snelheid van $120,0\frac{km}{h}$. De frequentie van de sirene is $1280Hz$.

a) Welke frequenties hoort een waarnemer die langs de kant van de weg staat wanneer de politiewagen naar hem toe rijdt en van hem weg rijdt?

b) Welke twee frequenties worden gehoord in een auto die met een snelheid van $90\frac{km}{h}$ in de andere richting rijdt en de politiewagen zo passeert?

Oefening 6 (16.70)

Een fluitsignaal heeft een frequentie van $720\,Hz$. Als er een wind blaast van $15\,\frac{m}{s}$ uit het noorden, welke frequentie horen stilstaande waarnemers dan die zich

a) ten noorden

b) ten oosten

c) ten zuiden

d) ten westen

van de fluit bevinden? Welke frequentie zal gehoord worden door een fietser die

e) ten zuiden van het fluitje in noordelijke richting fietst,

f) ten oosten van het fluitje in westelijke richting fietst,

telkens met een snelheid van $12,0\,\frac{m}{s}$?

Oefening 7

De radarinstallatie van een stilstaande politiewagen stuurt elektromagnetische golven uit die zich verplaatsen met de snelheid van het licht, $c = 299792458 \frac{m}{s}$. De frequentie van de elektrische stroom in de antenne van de radar oscilleert met frequentie f_s. De golven reflecteren op een auto die zich met een snelheid u van de politiewagen weg beweegt. Er wordt een frequentieverschil Δf waargenomen tussen de frequentie f_s en de frequentie f_x die de radarinstallatie registreert voor de gereflecteerde golven.

Bepaal u als functie van f_s en Δf.

Oplossingen

Oplossing 1

a) De tijd die nodig is voor de vissen de knal horen is

$$\Delta t = \frac{\Delta x}{v} = \frac{1350m}{1560\frac{m}{s}} = 0,865s.$$

b) Voor de vissers duurt het langer, immers

$$\Delta t = \frac{\Delta x}{v} = \frac{1350m}{343\frac{m}{s}} = 3,94s.$$

Oplossing 2.1

a) Het geluidsniveau is gegeven door

$$\begin{aligned}
\beta &= 10dB \log_{10}\left(\frac{I}{I_0}\right) \\
&= 10dB \log_{10}\left(\frac{P}{4\pi r^2 I_0}\right) \\
&= 10dB \log_{10}\left(\frac{5,0 \cdot 10^5 W}{4\pi(25m)^2 \cdot 10^{-12}\frac{W}{m^2}}\right) \\
&= 138dB.
\end{aligned}$$

Oplossing 2.2

b) Op een afstand van $1km$ is het geluidsniveau gelijk aan

$$
\begin{aligned}
\beta &= 10dB \log_{10}\left(\frac{I}{I_0}\right) - 7dB \\
&= 10dB \log_{10}\left(\frac{P}{4\pi r^2 I_0}\right) - 7dB \\
&= 10dB \log_{10}\left(\frac{5,0 \cdot 10^5 W}{4\pi(1000m)^2 \cdot 10^{-12}\frac{W}{m^2}}\right) - 7dB \\
&= 106dB - 7dB \\
&= 99dB.
\end{aligned}
$$

Oplossing 3

De fundamentele frequentie of eerste harmoniek van dit systeem is een trilling met in het midden van het kristal een knoop en buiken aan de uiteinden. Daarom geldt

$$\lambda = 2d.$$

De frequentie is gegeven door

$$\begin{aligned} f &= \frac{v}{\lambda} \\ &= \frac{1}{2d}\sqrt{\frac{G}{\rho}}. \end{aligned}$$

Dit betekent

$$d = \frac{1}{2f}\sqrt{\frac{G}{\rho}} = \frac{1}{2 \cdot 12,0MHz}\sqrt{\frac{2,95 \cdot 10^{10} N/m^2}{2650kg/m^3}} = 0,28mm.$$

Oplossing 4.1

a) Merk op dat de intensiteit altijd maximaal is op de lijn tussen twee luidsprekers in fase. Het faseverschil is er immers gelijk aan nul. Opdat er een intensiteitsminimum — dit wil zeggen: destructieve interferentie — zou waargenomen worden, dient het faseverschil een oneven veelvoud van π te zijn. Het eerste zulke veelvoud dat volgt op 0 is π.
Het faseverschil kan ook worden uitgedrukt als

$$k\sqrt{\left(\frac{d}{2}+x\right)^2+h^2}-k\sqrt{\left(\frac{d}{2}-x\right)^2+h^2}=\pi,$$

waar h de afstand is tussen de microfoon en de rechte die de luidsprekers verbindt. Hieruit kan x worden bepaald. Na herschrijven volgt

$$x=\lambda\sqrt{\frac{\frac{1}{4}d^2+h^2-\frac{1}{16}\lambda^2}{4d^2-\lambda^2}}=\frac{v}{f}\sqrt{\frac{\frac{1}{4}d^2+h^2-\frac{1}{16}(v/f)^2}{4d^2-(v/f)^2}}$$

$$=\frac{343\frac{m}{s}}{494Hz}\sqrt{\frac{\frac{1}{4}(3m)^2+(3,2m)^2-\frac{1}{16}(343/494m)^2}{4(3,0m)^2-(343/494m)^2}}=0,411m.$$

Oplossing 4.2

b) Als de golven uit fase zijn, betekent dit dat er nu op de lijn tussen beide destructieve interferentie optreedt. In het algemeen zullen plaatsen waar vroeger constructieve interferentie te vinden was, nu destructieve interferentie vertonen en omgekeerd. Inderdaad,

$$\begin{aligned}\Delta\phi' &= (kd_2 - \omega t + \pi) - (kd_1 - \omega t) \\ &= (kd_2 - \omega t) - (kd_1 - \omega t) + \pi \\ &= \Delta\phi + \pi,\end{aligned}$$

zodat de faseverschillen tussen beide golven nu overal precies π verschillen met de faseverschillen voor de luidsprekers uit fasen werden gebracht. Specifiek voor dit geval betekent dit dat er destructieve interferentie zal zijn op de oorspronkelijke positie van de microfoon en constructieve interferentie wanneer deze $0,411m$ opzij wordt geplaatst.

Oplossing 5.1

a) Bij het naderen van de persoon langs de weg zal deze een frequentie horen van

$$f' = \frac{v}{v - v_b} f = \frac{343\,\frac{m}{s}}{343\,\frac{m}{s} - \frac{120}{3{,}6}\,\frac{m}{s}} 1280 Hz = 1418 Hz.$$

Bij het wegrijden wordt de frequentie

$$f' = \frac{v}{v + v_b} f = \frac{343\,\frac{m}{s}}{343\,\frac{m}{s} + \frac{120}{3{,}6}\,\frac{m}{s}} 1280 Hz = 1167 Hz.$$

Opmerking: let bij het maken van deze oefeningen op welke uitdrukking te gebruiken. Vaak zal de geluidssnelheid aanzienlijk groter zijn dan de snelheden van bron en ontvanger. In dat geval zal

$$\frac{v - v_b}{v} \approx \frac{v}{v + v_b}$$

en analoge gevallen met v_s en andere tekens. Zo kan je foutief de indruk krijgen dat de uitkomst correct is, zelfs wanneer dit niet zo is.

Oplossing 5.2

b) Voor een auto die met $90\,\frac{km}{h}$ de politiewagen kruist, wordt de uitdrukking voor het kruisen

$$f' = \frac{343\,\frac{m}{s} + \frac{90}{3{,}6}\,\frac{m}{s}}{343\,\frac{m}{s} - \frac{120}{3{,}6}\,\frac{m}{s}} 1280\,Hz = 1521\,Hz.$$

Na het kruisen wordt dit daarentegen

$$f' = \frac{343\,\frac{m}{s} - \frac{90}{3{,}6}\,\frac{m}{s}}{343\,\frac{m}{s} + \frac{120}{3{,}6}\,\frac{m}{s}} 1280\,Hz = 1082\,Hz.$$

Oplossing 6.1

a) In een Dopperprobleem waar het medium beweegt, is het uiterst belangrijk alle snelheden in hetzelfde referentiestelsel uit te drukken. Welk stelsel je kiest heeft geen invloed op je resultaat; je moet het alleen op een consistente manier doen.
Met de wind die blaast uit het noorden, zal het geluid dat noordwaarts propageert tegen de wind in bewegen. In het referentiestelsel van de wind bewegen de bron en waarnemer en is de snelheid van het geluid nog steeds $343\,\frac{m}{s}$. Zo vind je

$$\frac{f'}{f} = \frac{v - v_w}{v - v_b} = \frac{343\,\frac{m}{s} - 15\,\frac{m}{s}}{343\,\frac{m}{s} - 15\,\frac{m}{s}} = 1.$$

In het referentiestelsel van de grond daarentegen beweegt het geluid trager in noordelijke richting maar staan bron en waarnemer stil, met als gevolg

$$\frac{f'}{f} = \frac{v - v_w}{v - v_b} = \frac{328\,\frac{m}{s} - 0\,\frac{m}{s}}{328\,\frac{m}{s} - 0\,\frac{m}{s}} = 1.$$

Oplossing 6.2

b) Voor een waarnemer gepositioneerd ten oosten van de geluidsbron waait de wind in een richting loodrecht op de verbingingslijn tussen waarnemer en bron, zal de effectieve geluidssnelheid langs deze lijn nog steeds 343 $\frac{m}{s}$ zijn.
Omdat bron en waarnemer ten opzichte van elkaar in rust zijn, zal er geen netto frequentieverschuiving optreden.

c),d) Analoog aan delen a) en b) zal ook hier geen Dopplereffect optreden. In deel c) zal je wel twee plustekens krijgen in plaats van twee mintekens. Dit verandert echter niets aan het resultaat.

Oplossing 6.3

e) De wind waait in de richting van de fietser. De effectieve snelheid van het geluid in de richting van de fietser is dus de som van geluidssnelheid en windsnelheid v_l. De fietser nadert de bron en dus de uitgestuurde golf echter nog eens met een extra snelheid van $v_w = 12m/s$. Daarom is de waargenomen frequentie

$$f' = \frac{(v + v_l) + v_w}{v + v_l} f = \frac{(343\frac{m}{s} + 15\frac{m}{s}) + 12\frac{m}{s}}{(343\frac{m}{s} + 15\frac{m}{s})} 720Hz = 744Hz.$$

f) Aangezien de wind waait in een richting loodrecht op de bewegingsrichting van de fietser (en omdat de wind veel trager waait dan het geluid zich voortplant), is het een goede benadering te zeggen dat de snelheid van het geluid nog steeds $343\frac{m}{s}$ is. In dat geval geldt

$$f' = \frac{v + v_w}{v} f = \frac{343\frac{m}{s} + 12\frac{m}{s}}{343\frac{m}{s}} 720Hz = 745Hz.$$

Oplossing 7

De frequentie van de uitgestuurde golven zoals waargenomen door de politiewagen is de frequentie van de stroom, f_s. De auto zal deze golven zien naderen en zal deze ontvangen met een frequentie

$$f' = \frac{c-u}{c} f_s.$$

De auto reflecteert deze golven en dient daarbij als bron. Omdat de rijdende auto zich van de stilstaande politiewagen wegbeweegt, zal de radarinstallatie de gereflecteerde golven waarnemen met een frequentie die lager is dan f'. Zodus

$$f_x = \frac{c}{c+u} f' = \frac{c-u}{c+u} f_s.$$

Het verschil $\Delta f = f_s - f_x$ is daarom gelijk aan

$$\Delta f = \left(1 - \frac{c-u}{c+u}\right) f_s = \frac{2u}{c+u} f_s \quad \text{zodat} \quad u = \frac{\Delta f}{2f_s - \Delta f} c.$$