Hfdst 3: Kinematica

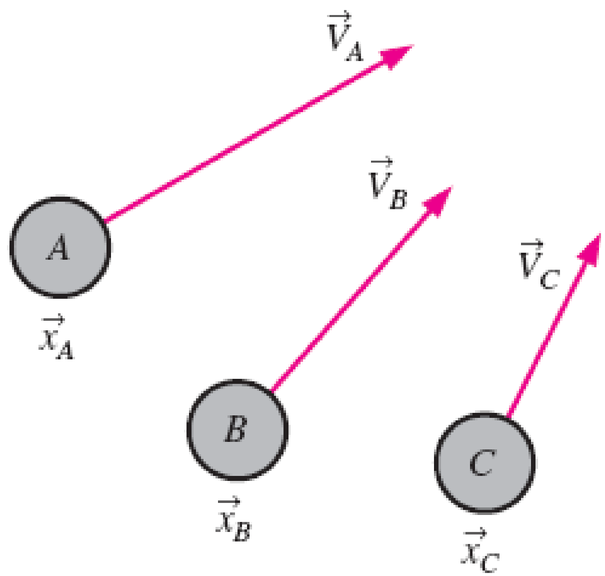
1. Beschrijving volgens Lagrange en Euler

2. Het Reynolds transporttheorema (RTT)

1. Beschrijving volgens Lagrange en Euler

- **Kinematica**: studie van de beweging
- **Fluïdumkinematica**: studie van hoe fluïda stromen en hoe de beweging beschreven wordt.

- 2 manier om beweging te beschrijven: **Lagrangiaanse** en **Euleriaanse**
- **Lagrangiaanse beschrijving**: het pad van individuele objecten volgen = (gesloten)-systeembeschrijving
  - De positie en snelheid van elk fluïdumpakketje (deeltje) volgen en een pakketje met vaste identiteit nemen



- **Lagrangiaanse beschrijving**: moeilijk te gebruiken voor fluïda
  - Bewegende fluïdumdeeltjes moeilijk te definiëren en identificeren
  - Interacties tussen fluïdumdeeltjes is moeilijk te beschrijven vermits het fluïdum een continuüm is
  - Fluïdumdeeltjes vervormen continu als ze bewegen in de stroming

- **Euleriaanse beschrijving**
  - Definiëren van een eindig volume — **stromingsdomein of controlevolume** — waardoor het fluïdum stroomt.
  - **Veldvariabelen** (functies van plaats en tijd) worden gedefinieerd in het controlevolume
  - De veldvariabele op een bepaalde locatie en bepaald tijdstip is de waarde van de variabele voor om het even welk fluïdumdeeltje dat deze locatie op dit tijdstip bezet.
  - Het **drukveld** is een scalaire veldvariabele:

$$P = P(x, y, z, t)$$

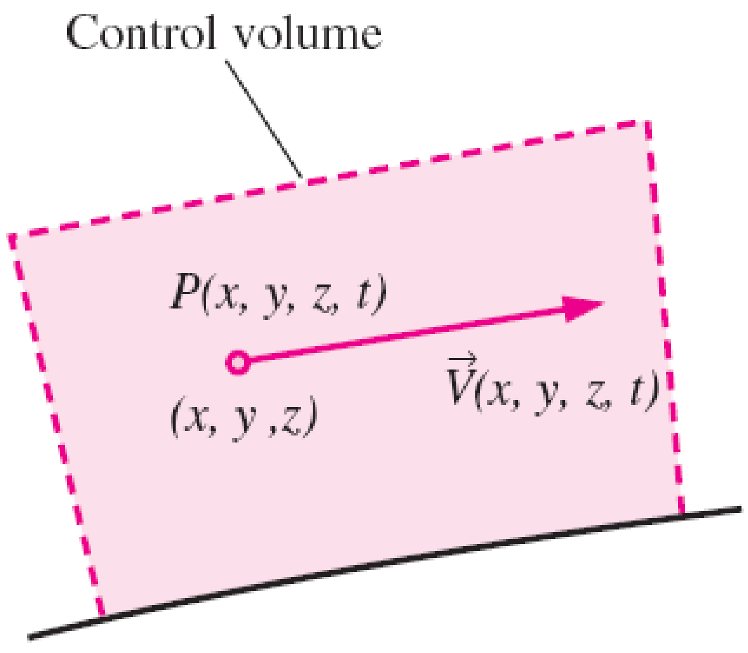
- Het **snelheids- en versnellingsveld** zijn vectorvariabelen:

$$\vec{V} = \vec{V}(x, y, z, t) \qquad \vec{a} = \vec{a}(x, y, z, t)$$

- Deze variabelen definiëren collectief het **stromingsveld**.
- Cartesiaanse coördinaten

$$\vec{V} = (u, v, w) = u(x, y, z, t)\vec{i} + v(x, y, z, t)\vec{j} + w(x, y, z, t)\vec{k}$$

Geen rekening houden met de individuele deeltjes, wel met druk, snelheid, versnelling, … van om het even welk deeltje op een locatie en tijdstip van interesse.



- **Euleriaanse beschrijving**: meestal meer geschikt voor toepassingen in de stromingsmechanica
- Experimentele metingen: in het algemeen beter geschikt voor de Euleriaanse beschrijving
  - Bvb. snelheids- of druksensoren op een vaste positie in de stroming: meten van

$$\vec{V} = \vec{V}(x, y, z, t)$$

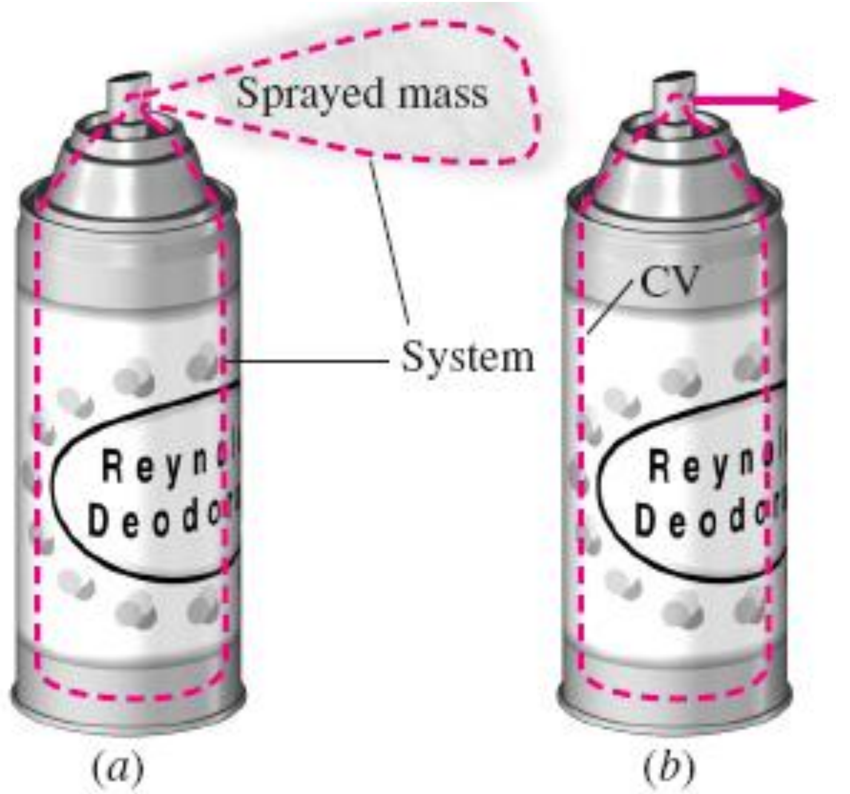
$$P = P(x, y, z, t)$$

2. Het Reynolds transporttheorema

- **Systeem — controlevolume** (CV)

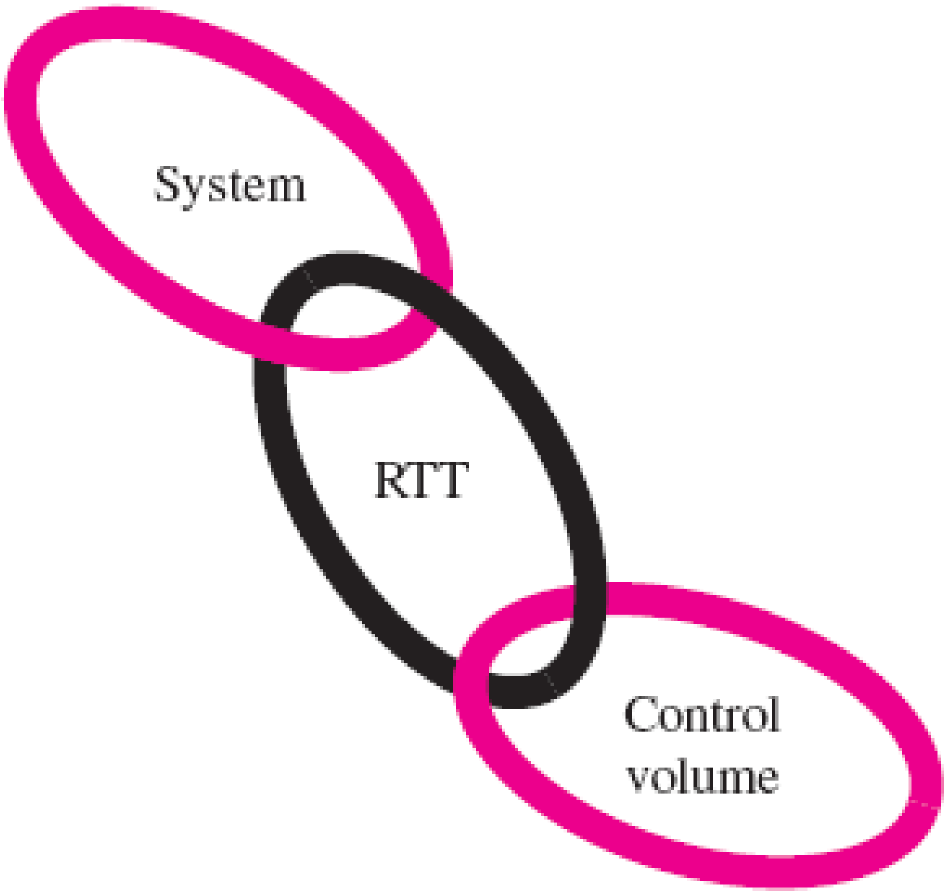
•Lagrange-aanpak: CV volgt de stroming

•Euler-aanpak: CV is vast



- **Reynolds transporttheorema** (RTT):

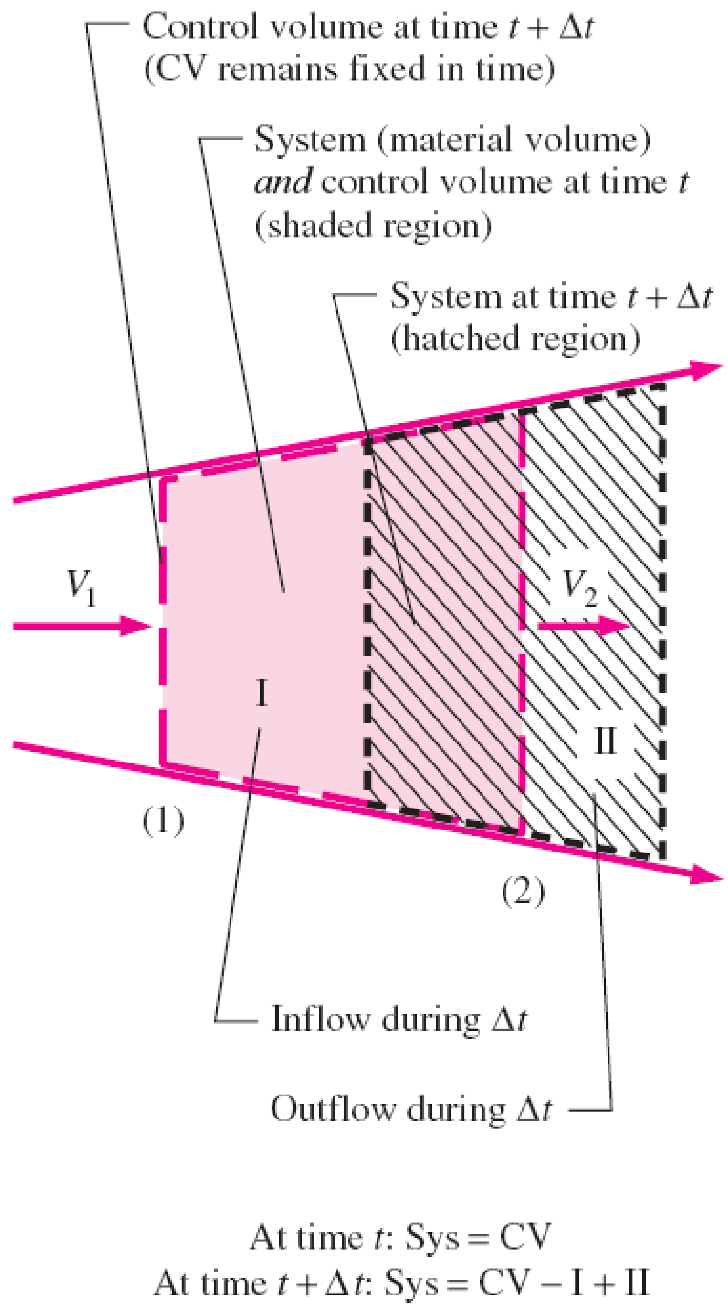
  Veranderingen in een systeem *verbinden* met veranderingen in een controlevolume



- **Extensieve grootheid — Intensieve grootheid**

	Massa	**Impuls**	**Energie**	**Impuls-moment**
Extensieve grootheid B	m	$m\vec{V}$	E	$\vec{H} = \vec{r} \times m\vec{V}$
Intensieve grootheid b	I	$\vec{V}$	e	$\left(\vec{r} \times \vec{V}\right)$

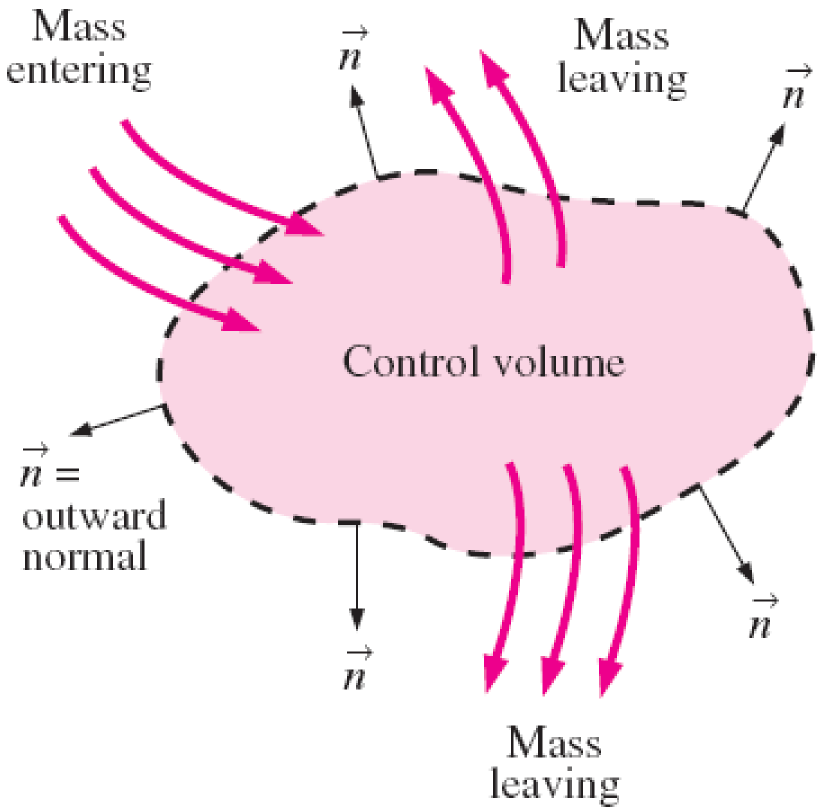
Beschouw:
- stroming door een divergerend deel van het stromingsveld
- boven- en ondergrens zijn stroomlijnen
- uniforme stroming
- gedurende het tijdsinterval Δt beweegt het systeem met snelheid V_1 op sectie (1) en V_2 op sectie (2)



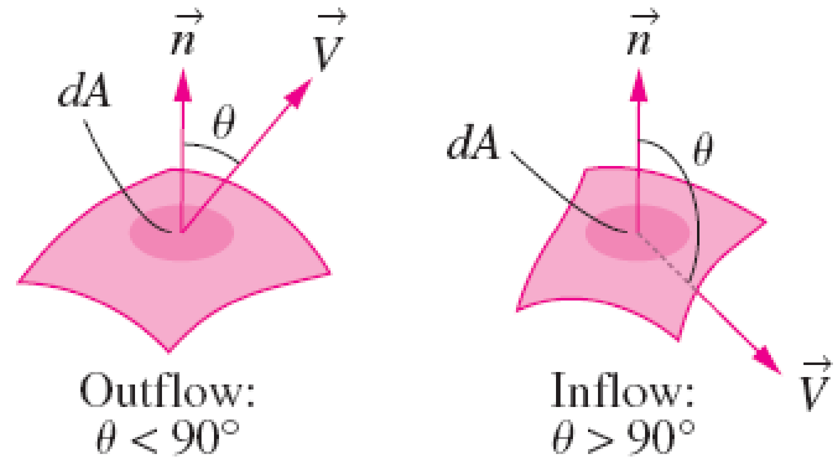
$$\frac{dB_{sys}}{dt} = \frac{dB_{CV}}{dt} - b_1\rho_1 v_1 A_1 + b_2\rho_2 v_2 A_2$$

$$\frac{dB_{\text{sys}}}{dt} = \frac{dB_{\text{CV}}}{dt} - \dot{B}_{\text{in}} + \dot{B}_{\text{out}}$$

Meerdere in- en uitstromen



$$\dot{B}_{\text{net}} = \dot{B}_{\text{out}} - \dot{B}_{\text{in}} = \int_{CS} \rho b \vec{V} \cdot \vec{n} \, dA$$



$\vec{V} \cdot \vec{n} = |\vec{V}||\vec{n}| \cos\theta = V\cos\theta$

If $\theta < 90°$, then $\cos\theta > 0$ (outflow).

If $\theta > 90°$, then $\cos\theta < 0$ (inflow).

If $\theta = 90°$, then $\cos\theta = 0$ (no flow).

- **RTT, vast controlevolume**

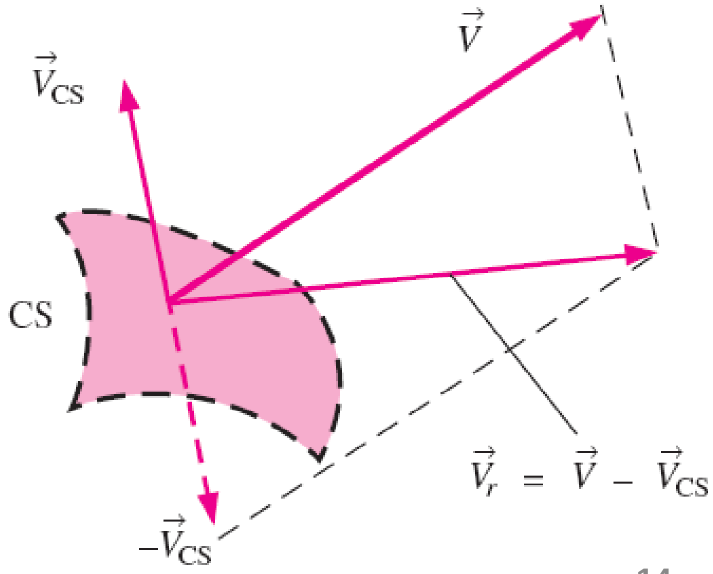
$$\frac{dB_{sys}}{dt} = \frac{d}{dt}\int_{CV} \rho b \, dV + \int_{CS} \rho b \vec{V} \cdot \vec{n} \, dA$$

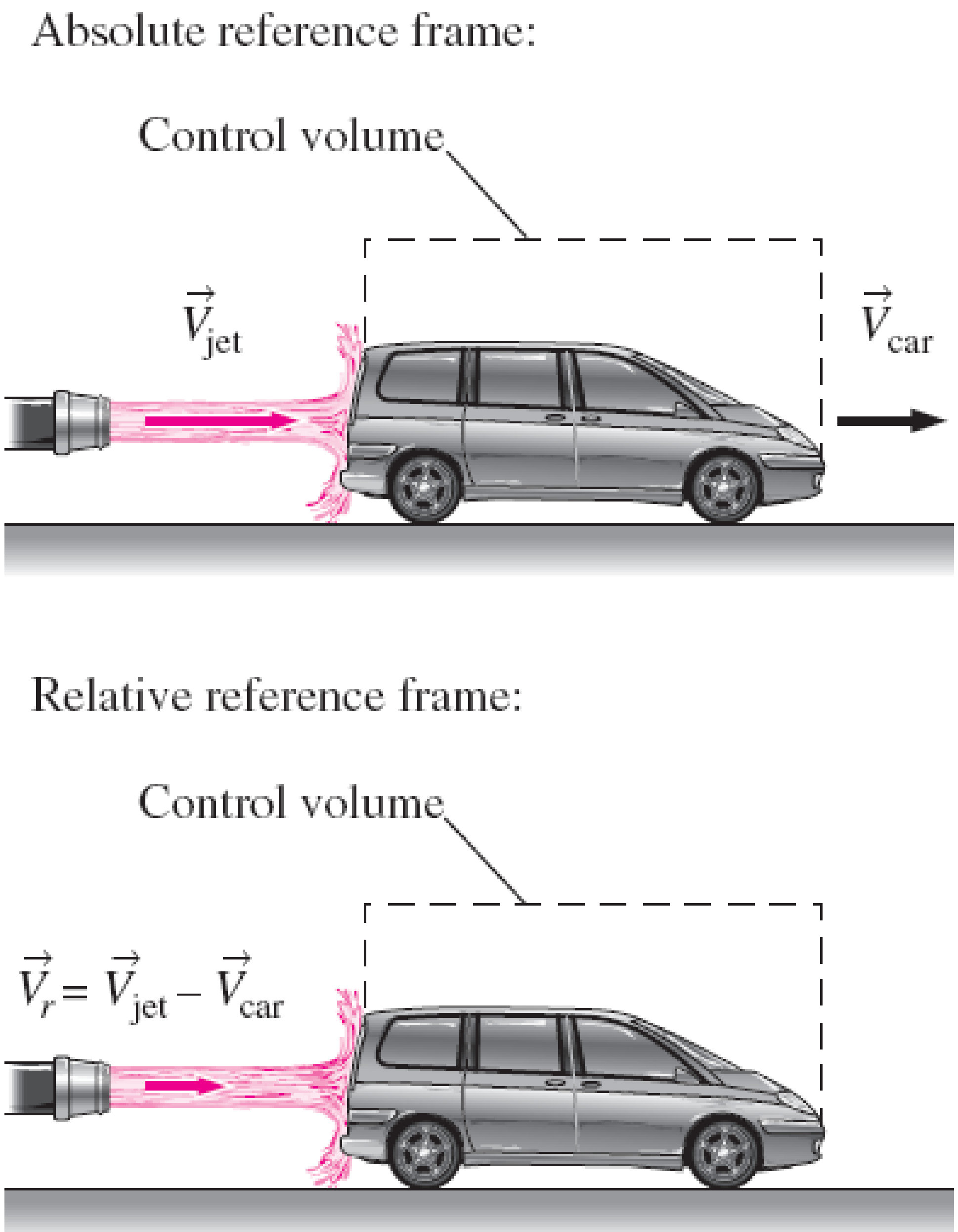
$$\boxed{\frac{dB_{sys}}{dt} = \int_{CV} \frac{\partial}{\partial t}(\rho b) \, dV + \int_{CS} \rho b \vec{V} \cdot \vec{n} \, dA}$$

- **RTT, niet-vast controlevolume**

$$\vec{V}_r = \vec{V} - \vec{V}_{CS}$$

$$\boxed{\frac{dB_{sys}}{dt} = \frac{d}{dt}\int_{CV} \rho b \, dV + \int_{CS} \rho b \vec{V}_r \cdot \vec{n} \, dA}$$





Stel:

$\vec{V}_c = 10 \ \text{km/h}$

$\vec{V}_{jet} = 25 \ \text{km/h}$

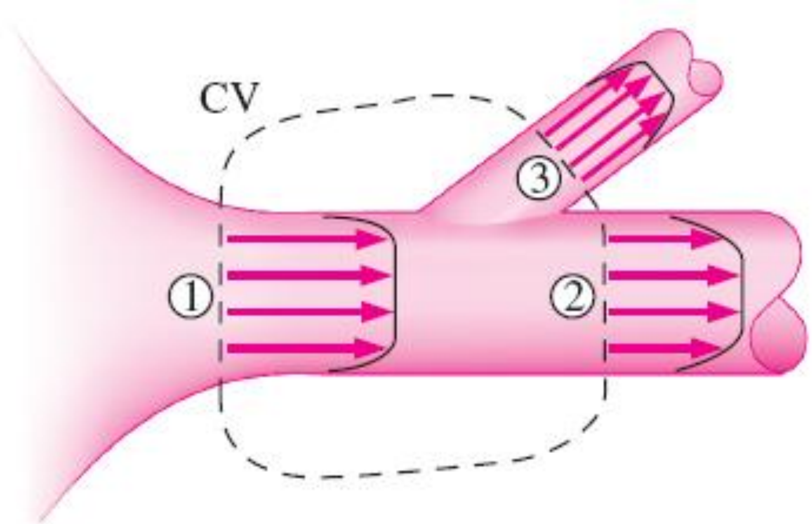
$\vec{V}_{rel} = \ 25 - 10 = 15 \ \text{km/h}$

- **Stationaire stroming**

$$\boxed{\frac{dB_{\text{sys}}}{dt} = \int_{\text{CS}} \rho b \vec{V}_r \cdot \vec{n}\, dA}$$

- **Praktische vereenvoudiging**

$$\int_A \rho b \vec{V}_r \cdot \vec{n}\, dA \cong b_{\text{avg}} \int_A \rho \vec{V}_r \cdot \vec{n}\, dA = b_{\text{avg}} \dot{m}_r$$



$$\frac{dB_{\text{sys}}}{dt} = \frac{d}{dt}\int_{\text{CV}} \rho b\, dV + \sum_{\text{out}} \underbrace{\dot{m}_r b_{\text{avg}}}_{\text{for each outlet}} - \sum_{\text{in}} \underbrace{\dot{m}_r b_{\text{avg}}}_{\text{for each inlet}}$$

Approximate RTT for well-defined inlets and outlets:

$$\dot{m}_r \approx \rho_{\text{avg}} V_r = \rho_{\text{avg}} V_{r,\,\text{avg}} A$$

$$\frac{dB_{\text{sys}}}{dt} = \frac{d}{dt}\int_{\text{CV}} \rho b\, dV + \sum_{\text{out}} \underbrace{\rho_{\text{avg}} b_{\text{avg}} V_{r,\,\text{avg}} A}_{\text{for each outlet}} - \sum_{\text{in}} \underbrace{\rho_{\text{avg}} b_{\text{avg}} V_{r,\text{avg}} A}_{\text{for each inlet}}$$