Examen Fysica II, 14 januari 2010

Achternaam:

Voornaam:

Rolnummer:

Richting:

Het definitieve antwoord moet op het opgaveblad worden geschreven. Voor berekeningen en tussenstappen mag je zowel het opgaveblad als het kladpapier gebruiken. Denk er aan dat niet alleen het uiteindelijke antwoord punten waard is: je redenering en berekening kunnen dus ook punten opleveren, ook wanneer de uiteindelijk bekomen waarde of uitdrukking fout is.
De mensen die opteerden nu examen te doen over wisselstroom, maken vraag 3b en hoeven 3a niet te beantwoorden. De mensen die kozen wisselstroom in juni te doen, beantwoorden vraag 3a.

Toegelaten materiaal: Handboek, nota's, oefeningen waarvan de oplossing op BlackBoard is verschenen, rekenmachine (al dan niet grafisch), kladpapier dat je krijgt bij het examen, iets om te schrijven.

Veel succes!

1. Elektriciteit

Beschouw een niet-holle sfeer met een straal R waarop een totale lading Q werd aangebracht. Daarrond wordt een sferische schil aangebracht, concentrisch met de eerste sfeer. Deze schil heeft een straal $2R$ en een homogene oppervlakteladingsdichtheid σ.

a) Wat is de elektrische potentiaal in het gebied tussen beide sferen?

b) Wat is het elektrisch veld in datzelfde gebied?

c) Welke waarde moet σ hebben opdat het elektrisch veld buiten de holle sfeer gelijk zou zijn aan nul?

Oplossing

- De potentiaal ten gevolge van de opgevulde (niet-holle) sfeer is ongeacht de precieze ladingsverdeling gegeven door

$$V_1(r) = \frac{kQ}{r} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r}.$$

  Dit resultaat hoefde je niet te berekenen, als je het opzocht in het boek (bvb blz 779 van Tipler). Dit is waarschijnlijk het makkelijkst te bekomen door gebruik te maken van de wet van Gauss, in het geval je het toch zou willen berekenen. De potentiaal ten gevolge van de sferische schil (maar binnenin die schil) wordt gegeven door

$$V_2(r) = \frac{kQ'}{2R} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

  Dit resultaat kan je eveneens terugvinden op blz 779 van Tipler. De totale potentiaal in het gevraagde gebied is daarom

$$V(r) = V_1(r) + V_2(r) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r} + \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}.$$

- De radiële (en door symmetrie ook de enige) component van het elektrisch veld kan je bekomen door de potentiaal af te leiden naar de straal (met een mintekentje),

$$E_r = -\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}r}V(r) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}.$$

  Dit resultaat kon je ook opzoeken, bvb op blz 745 van Tipler.

- Opdat het elektrisch veld buiten de sferische schil gelijk zou zijn aan 0, dient de totale lading besloten in een bol met straal $r > 2R$ gelijk te zijn aan nul. Deze totale lading wordt gegeven door

$$Q_{\text{tot}} = Q + Q' = Q + 4\pi\sigma(2R)^2$$

  zodat

$$Q_{\text{tot}} = 0 \quad \Rightarrow \quad \sigma = -\frac{Q}{16\pi R^2}.$$

2. Magnetisme

Twee oneindig lange stroomdraden liggen in het xy-vlak. Elk van de draden ligt op één van de onderling loodrechte coördinaatassen. De draad op de x-as voert een stroom van $16A$, de draad op de y-as voert een stroom van $12A$, beide stromen lopen in de richting van de positieve coördinaatrichting. Wat is de kracht op een proton met lading $q = 1,60 \cdot 10^{-19}C$ op het ogenblik dat het proton parallel met de x-as beweegt met een snelheid van $3 \cdot 10^7 m/s$ in negatieve x-richting en zich bevindt op een positie $\vec{r} = 3,0m\hat{\imath} + 4,0m\hat{\jmath}$?

Oplossing

- Het magneetveld in het gegeven punt ten gevolge van de draad gelegen op de x-as is gegeven door

$$\begin{aligned} \vec{B}_1 &= -\frac{\mu_0 I_1}{2\pi y}\hat{k} \\ &= -\frac{4\pi \cdot 10^{-7}\frac{T\cdot m}{A} \cdot 16A}{2\pi \cdot 4m}\hat{k} \\ &= -8 \cdot 10^{-7} T\hat{k}. \end{aligned}$$

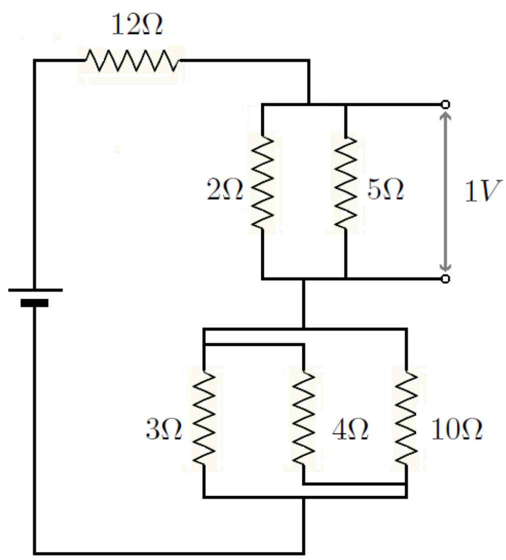
- Volledig analoog vinden we voor het magneetveld in datzelfde punt opgewekt door de stroom in de draad op de y-as

$$\begin{aligned} \vec{B}_2 &= \frac{\mu_0 I_2}{2\pi x}\hat{k} \\ &= \frac{4\pi \cdot 10^{-7}\frac{T\cdot m}{A} \cdot 12A}{2\pi \cdot 3m}\hat{k} \\ &= 8 \cdot 10^{-7} T\hat{k}. \end{aligned}$$

- Het totale magneetveld is de som van deze magneetvelden en is dus gelijk aan nul. Dit betekent dat de kracht van het magneetveld op de bewegende lading in het punt $\vec{r}$ eveneens gelijk is aan nul.

3a. Gelijkstroom (niet voor mensen die wisselstroom kozen)

Bereken de spanning die door de bron wordt aangelegd gegeven de schakeling in de figuur als je weet dat de spanningsval over de 5Ω-weerstand gelijk is aan $1V$.



Figuur 1: Gelijkstroomschakeling

Oplossing

- De spanning over R_5 is $1V$. Daar R_2 in parallel geschakeld is met R_5, is de spanning over deze weerstand eveneens $1V$. De equivalente weerstand $R_{2,5}$ is gegeven door

$$\frac{1}{R_{2+5}} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_5} = \frac{R_2 R_5}{R_2 + R_5} = \frac{10}{7}\Omega.$$

De totale stroom die loopt in de keten is dus

$$I = \frac{V}{R} = \frac{1V}{\frac{10}{7}\Omega} = 0,7A.$$

- De spanning geleverd door de bron is

$$V_{\text{app}} = IR_{\text{tot}}.$$

De totale weerstand R_{tot} wordt gegeven door

$$R_{\text{tot}} = R_{12} + R_{2+5} + \left(R_3^{-1} + R_4^{-1} + R_{10}^{-1}\right)^{-1} = 14,89\Omega$$

De spanning geleverd door de bron is daarom

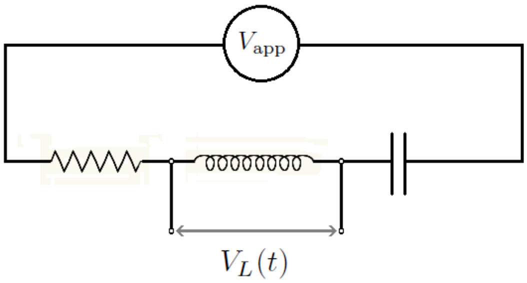
$$V_{\text{app}} = IR_{\text{tot}} = 0,7A \cdot 14,89\Omega = 10,42V.$$

3b. Wisselstroom

Een stroomketen bestaat uit een wisselspanningsbron, een weerstand $R = 10\Omega$, een capaciteit $C = 29\mu F$ en een inductiespoel $L = 13mH$ in serie geschakeld zoals in de figuur. De spanning over de spoel wordt gemeten als

$$V_L(t) = V_{0,L}\cos(\omega t) \quad \text{met} \quad V_{0,L} = 12,1V, \quad \omega = 10^3\frac{\text{rad}}{s}.$$

Bereken de aangelegde spanning $V_{\text{app}}(t)$.



Figuur 2: Wisselstroomschakeling

Oplossing

- De stroom door de keten wordt gegeven door

$$I(t) = \frac{V_{\text{app}}(t)}{Z} = \frac{V_{\text{app}}(t)}{R + i\omega L + \frac{1}{i\omega C}}.$$

- De spanning over de spoel wordt daarom gegeven door

$$V_L(t) = Z_L I(t) = i\omega L I(t) = \frac{i\omega L}{R + i\omega L + \frac{1}{i\omega C}} V_{\text{app}}(t).$$

  Dit is een relatie tussen de aangelegde en de gemeten spanning, waaruit het gevraagde kan worden berekend. In het bijzonder geldt

$$\begin{aligned}
V_{\text{app}}(t) &= V_{0,L}\frac{R + i\omega L + \frac{1}{i\omega C}}{i\omega L}e^{i\omega t} \\
&= V_{0,L}\frac{R + i\omega L + \frac{1}{i\omega C}}{\omega L}e^{i\omega t - i\frac{\pi}{2}} \\
&= V_{0,L}\frac{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}{\omega L}e^{i\omega t - i\frac{\pi}{2} + i\,\text{Bgtg}\left(\frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}\right)}.
\end{aligned}$$

- Op dit punt kan je het reële deel berekenen. Dit wordt gegeven door

$$\Re(V_{\text{app}}(t)) = V_{0,L}\frac{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}{\omega L}\sin\left(\omega t + \text{Bgtg}\left(\frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}\right)\right)$$

- Je kan nu ook de juiste waarden invullen en aldus bekom je

$$\Re(V_{\text{app}}(t)) = 22,06V\sin(\omega t - 65^\circ).$$