Examen Wiskunde Oefeningen

dr Werner Peeters

1e bachelor scheikunde, biochemie & bio–ingenieur
— 2e zittijd 2008–2009

Naam: ....

Richting: SCH / BIC / BIR

Studentenkaartnr.: ....

- Gebruik van een niet–programmeerbaar, niet–alfanumeriek rekentoestel is toegelaten!
- Onleesbaar = fout!
- Gebruik, tenzij uitdrukkelijk gevraagd, geen numerieke afrondingen en geen kommagetallen.
- Schrijf waar mogelijk zo veel mogelijk tussenstappen.
- VEEL SUCCES!

Eindscore:	/70

1. (a) Ontbind in factoren: $z^4 - 4z^3 + 10z^2 - 12z + 21$ over $\mathbb{R}$ als het produkt van twee reële veeltermen van graad 2. (hint: splits $10z^2$ op in $7z^2 + 3z^2$)

(b) Los op in $\mathbb{C}$: $z^6 - 6z^5 + 15z^4 - 20z^3 + 15z^2 - 6z - 63 = 0$, steunend op (a), en toon aan dat de oplossingen hiervan in het vlak van Gauss een regelmatige zeshoek vormen.

/6

2. Bereken $\dfrac{\dfrac{2+3i}{2-3i} - \dfrac{2-3i}{2+3i}}{\dfrac{3+2i}{3-2i} + \dfrac{3-2i}{3+2i}}$

/5

3. Zoek alle waarden $x \in \mathbb{R}$ waarvoor de volgende determinant nul wordt:

$$\begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & x \\ 0 & x & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & x & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & x & 0 \\ x & 0 & 1 & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

/6

4. Los op met de methode van Gauss-Jordan:

$$\begin{cases} x + y + z + t = 14 \\ x + 2y + 3z - 4t = -13 \\ 5x + 7y + 9z - 5t = 16 \end{cases}$$

$\boxed{\quad\quad /6}$

5. Gegeven de parametervergelijkingen van de rechten

$$A : \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ en } B : \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ -4 \\ -4 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}.$$

Hoe liggen deze twee rechten ten opzichte van elkaar?

/6

6. Zij $s, t : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}^2$ twee lineaire transformaties met bijhorende respectievelijke matrices S en T. Beschouw de uitspraak

"Als 1 een eigenwaarde is van S, en 2 is een eigenwaarde van T, dan is 3 een eigenwaarde van $S+T$."

Bewijs dit indien je denkt dat deze uitspraak *waar* is, zoek een tegenvoorbeeld indien je denkt dat deze uitspraak *niet waar* is.

/5

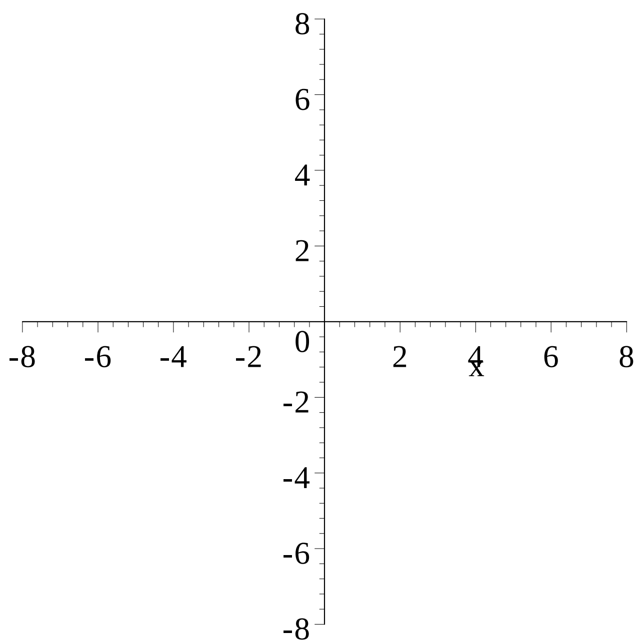
7. Bereken de volgende waarde *zonder* numerieke afrondingen: $\sin\left(\arcsin\frac{1}{3} + 2\arcsin\frac{1}{5}\right)$

/5

8. Bereken de volgende limiet met een methode naar keuze: $\lim_{x\to 0} \frac{\cos x \operatorname{ch} x - 1}{x^4}$

/6

9. Maak een volledig tekenonderzoek van de poolkromme $r(\theta) = 6\cos\theta + 3\sin 2\theta - 2\cos 3\theta$ tot en met de eerste afgeleide, inclusief een deftige tekening.



/7

10. Een isoleercel heeft een vierkant als grondvlak. De prijs per cm^2 bekleding is 250€ voor het grondvlak, 450€ voor het bovenvlak en 550€ per zijwand. Bereken het volume van de grootst mogelijke kamer wanneer de kostprijs maximaal 50000€ is. Rond de uitkomst numeriek af tot op 1 cm^3. (Vergeet niet te bewijzen dat de gevonden uitkomst een maximum is!)

/6

11. Bereken $\int \frac{28x^2 - 46x + 15}{4x^3 - 8x^2 + 3x} dx$. Schrijf de einduitkomst met maximaal één keer de ln–functie.

/6

12. Bereken $\displaystyle\int \cos(\ln x)\, dx$

/6

En hier is nog een leeg blad om flaters van de vorige bladzijden recht te zetten:

/70

Oplossingen:

1.

(a) Ontbind in factoren: $z^4 - 4z^3 + 10z^2 - 12z + 21$ over $\mathbb{R}$ als het produkt van twee reële veeltermen van graad 2. (hint: splits $10z^2$ op in $7z^2 + 3z^2$)
$z^4 - 4z^3 + 10z^2 - 12z + 21 = z^4 - 4z^3 + 7z^2 + 3z^2 - 12z + 21$
$= z^2\left(z^2 - 4z + 7\right) + 3\left(z^2 - 4z + 7\right) = \left(z^2 - 4z + 7\right)\left(z^2 + 3\right)$

(b) Los op in $\mathbb{C}$: $z^6 - 6z^5 + 15z^4 - 20z^3 + 15z^2 - 6z - 63 = 0$, steunend op (a), en toon aan dat de oplossingen hiervan in het vlak van Gauss een regelmatige zeshoek vormen.
Lange manier:

	1	−6	15	−20	15	−6	−63
−1		−1	7	−22	42	−57	63
	1	−7	22	−42	57	−63	0
3		3	−12	30	−36	63	
	1	−4	10	−12	21	0	

$f(z) = z^6 - 6z^5 + 15z^4 - 20z^3 + 15z^2 - 6z - 63 = (z+1)(z-3)\left(z^4 - 4z^3 + 10z^2 - 12z + 21\right)$
$= (z+1)(z-3)\left(z^2+3\right)\left(z^2 - 4z + 7\right)$
Nulpunten:

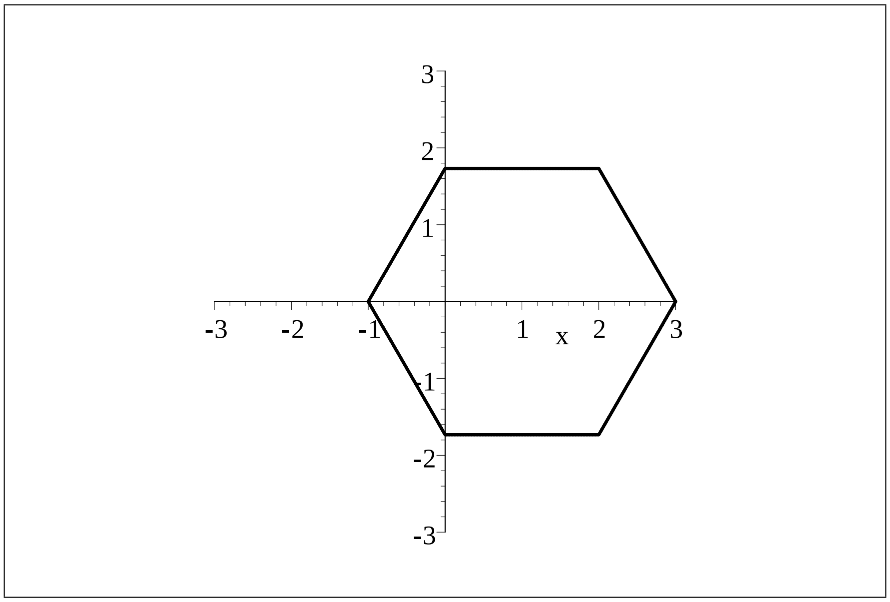
- $z_1 = -1$
- $z_2 = 3$
- $z^2 + 3 = 0 \Rightarrow z_3 = \sqrt{3}i, z_4 = -\sqrt{3}i$
- $z^2 - 4z + 7 = 0 \Rightarrow \Delta = -12 \Rightarrow z_5 = 2 + \sqrt{3}i, z_6 = 2 + \sqrt{3}i$

  Korte manier:
  $(z-1)^6 - 64 = 0$
  Stel $w = z - 1 \Rightarrow w^6 = 64 = 64 \operatorname{cis} 0$

$$\Rightarrow \begin{cases} w_1 = 2\operatorname{cis} 0 = 2 \\ w_2 = 2\operatorname{cis}\dfrac{\pi}{3} = 1 + \sqrt{3}i \\ w_3 = 2\operatorname{cis}\dfrac{2\pi}{3} = -1 + \sqrt{3}i \\ w_4 = 2\operatorname{cis}\pi = -2 \\ w_5 = 2\operatorname{cis}\dfrac{4\pi}{3} = -1 - \sqrt{3}i \\ w_6 = 2\operatorname{cis}\dfrac{5\pi}{3} = 1 - \sqrt{3}i \end{cases}$$

$\Rightarrow z - 1 \in \left\{2, 1 + \sqrt{3}i, -1 + \sqrt{3}i, -2, -1 - \sqrt{3}i, 1 - \sqrt{3}i\right\}$

$\Rightarrow z \in \left\{3, 2+\sqrt{3}i, \sqrt{3}i, -1, -\sqrt{3}i, 2-\sqrt{3}i\right\}$



2. Bereken

$$\frac{\dfrac{2+3i}{2-3i} - \dfrac{2-3i}{2+3i}}{\dfrac{3+2i}{3-2i} + \dfrac{3-2i}{3+2i}} = \frac{12}{5}i$$

3. Zoek alle waarden $x \in \mathbb{R}$ waarvoor de volgende determinant nul wordt:

$$\begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & x \\ 0 & x & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & x & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & x & 0 \\ x & 0 & 1 & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

$$\begin{aligned}
\begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & x \\ 0 & x & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & x & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & x & 0 \\ x & 0 & 1 & 0 & 0 \end{vmatrix}
&\overset{R_5 - xR_3}{=} \begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & x \\ 0 & x & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & x & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & x & 0 \\ 0 & 0 & 1-x^2 & 0 & -x \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 & x \\ x & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & x & 0 \\ 0 & 1-x^2 & 0 & -x \end{vmatrix} \\
&\overset{R_4 + R_1}{=} \begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 & x \\ x & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & x & 0 \\ 0 & 2-x^2 & 0 & 0 \end{vmatrix} = -x \begin{vmatrix} x & 0 & 1 \\ 1 & 0 & x \\ 0 & 2-x^2 & 0 \end{vmatrix} \\
&\overset{R_1 - xR_2}{=} -x \begin{vmatrix} 0 & 0 & 1-x^2 \\ 1 & 0 & x \\ 0 & 2-x^2 & 0 \end{vmatrix} = -x\left(1-x^2\right) \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2-x^2 \end{vmatrix} \\
&= x\left(x^2-1\right)\left(2-x^2\right)
\end{aligned}$$

$\Rightarrow x \in \left\{0, 1, -1, \sqrt{2}, -\sqrt{2}\right\}$

4. Los op met de methode van Gauss-Jordan:

$$\begin{cases} x + y + z + t = 14 \\ x + 2y + 3z - 4t = -13 \\ 5x + 7y + 9z - 5t = 16 \end{cases}$$

$$\text{rg}\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & 1 & 1 & 14 \\ 1 & 2 & 3 & -4 & -13 \\ 5 & 7 & 9 & -5 & 16 \end{array}\right) \overset{\substack{R_2-R_1 \\ R_3-5R_1}}{=} \text{rg}\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & 1 & 1 & 14 \\ 0 & 1 & 2 & -5 & -27 \\ 0 & 2 & 4 & -10 & -54 \end{array}\right)$$

$$\overset{R_3-2R_2}{=} \text{rg}\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & 1 & 1 & 14 \\ 0 & 1 & 2 & -5 & -27 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right) = 2$$

$\Rightarrow$ Stel $(\lambda, \mu) = (z, t)$

$$= \text{rg}\left(\begin{array}{cc|ccc} 1 & 1 & -1 & -1 & 14 \\ 0 & 1 & -2 & 5 & -27 \end{array}\right) \overset{R_1-R_2}{=} \text{rg}\left(\begin{array}{cc|ccc} 1 & 0 & 1 & -6 & 41 \\ 0 & 1 & -2 & 5 & -27 \end{array}\right)$$

$\Rightarrow (x, y, z, t) = \lambda\,(1, -2, 1, 0) + \mu\,(-6, 5, 0, 1) + (41, -27, 0, 0)$

5. Gegeven de parametervergelijkingen van de rechten

$$A: \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \text{en } B: \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ -4 \\ -4 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}.$$

Hoe liggen deze twee rechten ten opzichte van elkaar?

* Ze zijn niet evenwijdig want $(2, 2, 1)$ en $(-2, 1, 3)$ zijn geen veelvouden van elkaar

* $\begin{vmatrix} 1-5 & -2+4 & 2+4 \\ 2 & 2 & 1 \\ -2 & 1 & 3 \end{vmatrix} = 0$, dus ze snijden.

Ze vormen dus één vlak, namelijk $\begin{vmatrix} x-5 & y+4 & z+4 \\ 2 & 2 & 1 \\ -2 & 1 & 3 \end{vmatrix} = 5x - 8y + 6z - 33 = 0$

Ze snijden elkaar in het volgende punt: stel

$$\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ -4 \\ -4 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 1 + 2\lambda = 5 - 2\mu \\ -2 + 2\lambda = -4 + \mu \\ 2 + \lambda = -4 + 3\mu \end{cases} \Rightarrow (\lambda, \mu) = (0, 2) \Rightarrow \text{in het punt } (1, -2, 2)$$

6. Zij $s, t : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}^2$ twee lineaire transformaties met bijhorende respectievelijke matrices S en T. Beschouw de uitspraak

"Als 1 een eigenwaarde is van S, en 2 is een eigenwaarde van T, dan is 3 een eigenwaarde van $S+T$."

Bewijs dit indien je denkt dat deze uitspraak *waar* is, zoek een tegenvoorbeeld indien je denkt dat deze uitspraak *niet waar* is.

De uitspraak is niet waar. Immers,

$S = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ heeft als eigenwaarden $1, -1$

$T = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$ heeft als eigenwaarden $2, -2$

maar $S + T = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$ heeft als eigenwaarden: $\sqrt{6}, -\sqrt{6}$

7. Bereken de volgende waarde *zonder* numerieke afrondingen: $\sin\left(\arcsin\frac{1}{3} + 2\arcsin\frac{1}{5}\right)$

Stel $\alpha = \arcsin\frac{1}{3}$, $\beta = \arcsin\frac{1}{5}$

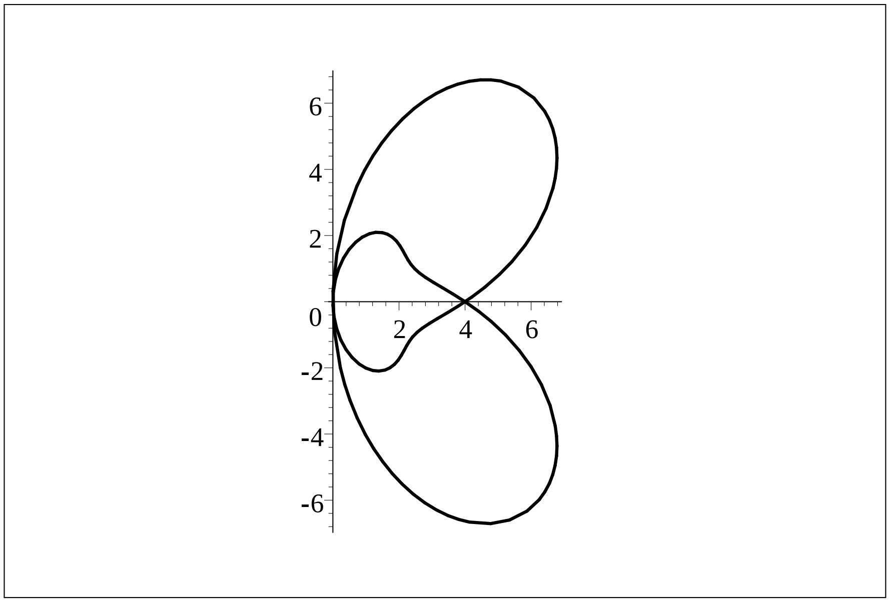
$= \sin(\alpha + 2\beta) = \sin\alpha\cos 2\beta + \cos\alpha \sin 2\beta$
$= \sin\alpha\left(1 - 2\sin^2\beta\right) + 2\cos\alpha\sin\beta\cos\beta$
$= \dfrac{1}{3}\left(1 - 2\left(\dfrac{1}{5}\right)^2\right) + 2\cdot\sqrt{1-\left(\dfrac{1}{3}\right)^2}\cdot\dfrac{1}{5}\sqrt{1-\left(\dfrac{1}{5}\right)^2} = \dfrac{23+16\sqrt{3}}{75}$

8. Bereken de volgende limiet met een methode naar keuze: $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos x\,\mathrm{ch}\,x - 1}{x^4}$

$$= \lim_{x\to 0}\frac{\left(1-\frac{x^2}{2!}+\frac{x^4}{4!}+O\left(x^6\right)\right)\left(1+\frac{x^2}{2!}+\frac{x^4}{4!}+O\left(x^6\right)\right)-1}{x^4}$$
$$= \lim_{x\to 0}\frac{1-\frac{x^2}{2}+\frac{x^4}{24}+\frac{x^2}{2}-\frac{x^4}{4}+\frac{x^6}{48}+\frac{x^4}{24}-\frac{x^6}{48}+\frac{x^8}{576}+O\left(x^6\right)-1}{x^4}$$
$$= \lim_{x\to 0}\frac{1+\frac{x^4}{24}-\frac{x^4}{4}+\frac{x^4}{24}+O\left(x^6\right)-1}{x^4} = \lim_{x\to 0}\frac{1-\frac{x^4}{6}+O\left(x^6\right)-1}{x^4}$$
$$= \lim_{x\to 0}\frac{-\frac{x^4}{6}+O\left(x^6\right)}{x^4} = \lim_{x\to 0}\frac{-\frac{1}{6}+O\left(x^2\right)}{1} = -\frac{1}{6}$$

9. Maak een volledig tekenonderzoek van de poolkromme $r(\theta) = 6\cos\theta + 3\sin 2\theta - 2\cos 3\theta$ tot en met de eerste afgeleide, inclusief een deftige tekening.
Domein: $\mathbb{R}$, periode $2\pi \Rightarrow$ we onderzoeken de functie op het domein $[-\pi,\pi]$
$r(\theta) = 6\cos\theta + 3\sin 2\theta - 2\cos 3\theta = 0$
$\Leftrightarrow 6\cos\theta + 6\sin\theta\cos\theta - 2\left(4\cos^3\theta - 3\cos\theta\right) = 0$
$\Leftrightarrow 6\cos\theta + 6\sin\theta\cos\theta - 2\cos\theta\left(4\cos^2\theta - 3\right) = 0$
$\Leftrightarrow 2\cos\theta\left(6 + 3\sin\theta - 4\cos^2\theta\right) = 0$
$\Leftrightarrow 2\cos\theta\left(2 + 3\sin\theta + 4\sin^2\theta\right)$
$\Delta = 3^2 - 2\cdot 4\cdot 4 < 0$, dus de vierkantsvergelijking heeft geen oplossingen meer
$\Rightarrow \cos\theta = 0 \Rightarrow \theta = \dfrac{\pi}{2} + k\pi$
$r'(\theta) = -6\sin\theta + 6\cos 2\theta + 6\sin 3\theta = 0$
$\Leftrightarrow -\sin\theta + \cos 2\theta + \sin 3\theta = 0$
$\Leftrightarrow 2\sin\theta\cos 2\theta + \cos 2\theta = 0$
$\Leftrightarrow (\cos 2\theta)(2\sin\theta + 1) = 0$
$\Rightarrow 2\theta = \dfrac{\pi}{2} + k\pi$ of $\theta = -\dfrac{\pi}{6} + k2\pi$ of $\theta = -\dfrac{5\pi}{6} + k2\pi$
$\Rightarrow \theta = \dfrac{\pi}{4} + k\dfrac{\pi}{2}$ of $\theta = -\dfrac{\pi}{6} + k2\pi$ of $\theta = -\dfrac{5\pi}{6} + k2\pi$

	$-\pi$		$-\frac{5\pi}{6}$		$-\frac{3\pi}{4}$		$-\frac{\pi}{2}$		$-\frac{\pi}{4}$		$-\frac{\pi}{6}$		$\frac{\pi}{4}$		$\frac{\pi}{2}$		$\frac{3\pi}{4}$		π
$r(\theta)$	$-$	$-$	$-$	$-$	$-$	$-$	0	$+$	$+$	$+$	$+$	$+$	$+$	$+$	0	$-$	$-$	$-$	$-$
$r'(\theta)$	$+$	$+$	0	$-$	0	$+$	$+$	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	$-$	$-$	0	$+$	$+$
$r(\theta)$	$\nearrow$	$\nearrow$	M	$\searrow$	m	$\nearrow$	$\nearrow$	$\nearrow$	M	$\searrow$	m	$\nearrow$	M	$\searrow$	$\searrow$	$\searrow$	m	$\nearrow$	$\nearrow$
			$-\frac{3\sqrt{3}}{2}$		$-4\sqrt{2}+3$				$4\sqrt{2}-3$		$\frac{3\sqrt{3}}{2}$		$4\sqrt{2}+3$				$-4\sqrt{2}-3$		



10. Een isoleercel heeft een vierkant als grondvlak. De prijs per cm^2 bekleding is 250€ voor het grondvlak, 450€ voor het bovenvlak en 550€ per zijwand. Bereken het volume van de grootst mogelijke kamer wanneer de kostprijs maximaal 50000€ is. Rond de uitkomst numeriek af tot op 1 cm^3. (Vergeet niet te bewijzen dat de gevonden uitkomst een maximum is!)Zij z de zijde van de kamer, h de hoogte en $V = z^2 h$ het volume.
    Kostprijs grondvlak $= 250z^2$
    Kostprijs bovenvlak $= 450z^2$
    Kostprijs 4 zijvlakken $= 4 \cdot 550 \cdot zh = 2200zh$
    $\Rightarrow$ Totale kostprijs $= 250z^2 + 450z^2 + 2200zh = 700z^2 + 2200zh$
    Eis: $700z^2 + 2200zh = 50000 \Rightarrow h = \dfrac{500 - 7z^2}{22z}$
    $\Rightarrow$ Volume $= z^2 \left(\dfrac{500 - 7z^2}{22z}\right) = \dfrac{250}{11}z - \dfrac{7}{22}z^3$
    Eis: $\dfrac{d}{dz}\left(\dfrac{250}{11}z - \dfrac{7}{22}z^3\right) = 0 \Rightarrow \dfrac{250}{11} - \dfrac{21}{22}z^2 = 0 \Rightarrow z = \dfrac{10\sqrt{105}}{21} \simeq 4.879\,500\,365$
    $$\Rightarrow h = \frac{500 - 7\left(\dfrac{10\sqrt{105}}{21}\right)^2}{22\left(\dfrac{10\sqrt{105}}{21}\right)} = \frac{10\sqrt{105}}{33} \simeq 3.105\,136\,596$$
    $$\Rightarrow V = z^2 h = \left(\frac{10\sqrt{105}}{21}\right)^2 \frac{10\sqrt{105}}{33} = \frac{5000\sqrt{105}}{693} \simeq 73.931\,824 \text{ cm}^3$$
    $\dfrac{d^2}{dz^2}\left(\dfrac{250}{11}z - \dfrac{7}{22}z^3\right) = -\dfrac{21}{11}z \Rightarrow \dfrac{d^2V}{dz^2}\left(\dfrac{10\sqrt{105}}{21}\right) = -\dfrac{10}{11}\sqrt{105} < 0 \Rightarrow$ het is een maximum

11. Bereken $\int \dfrac{28x^2 - 46x + 15}{4x^3 - 8x^2 + 3x}dx$. Schrijf de einduitkomst met maximaal één keer de ln–functie.

$$\frac{28x^2-46x+15}{4x^3-8x^2+3x}=\frac{28x^2-46x+15}{x(2x-1)(2x-3)}=\frac{A}{x}+\frac{B}{2x-1}+\frac{C}{2x-3}$$

$$\begin{aligned}A &= \lim_{x\to 0}\frac{28x^2-46x+15}{(2x-1)(2x-3)}=5\\ B &= \lim_{x\to\frac{1}{2}}\frac{28x^2-46x+15}{x(2x-3)}=1\\ C &= \lim_{x\to\frac{3}{2}}\frac{28x^2-46x+15}{x(2x-1)}=3\end{aligned}$$

$\Rightarrow I=\int\left(\frac{5}{x}+\frac{1}{2x-1}+\frac{3}{2x-3}\right)dx=5\ln|x|+\frac{1}{2}\ln|2x-1|+\frac{3}{2}\ln|2x-3|+c$
$=\ln\left|x^5\right|+\ln\sqrt{|2x-1|}+\ln\sqrt{|2x-3|^3}+c$
$=\ln\left|x^5\sqrt{\left|(2x-1)(2x-3)^3\right|}\right|+c$

12. Bereken $\displaystyle\int\cos(\ln x)\,dx$
Stel $t=\ln x\Rightarrow x=e^t\Rightarrow dx=e^tdt$
$I=\displaystyle\int e^t\cos tdt$

$$\left\{\begin{array}{l}u=\cos t\\ v=e^tdt\end{array}\right.\Rightarrow\left\{\begin{array}{l}du=-\sin tdt\\ v=e^t\end{array}\right.$$

$I=e^t\cos t+\displaystyle\int e^t\sin tdt$

$$\left\{\begin{array}{l}u=\sin t\\ v=e^tdt\end{array}\right.\Rightarrow\left\{\begin{array}{l}du=\cos tdt\\ v=e^t\end{array}\right.$$

$I=e^t\cos t+e^t\sin t-\displaystyle\int e^t\cos tdt=e^t\cos t+e^t\sin t-I$
$\Rightarrow 2I=e^t\cos t+e^t\sin t+c$
$\Rightarrow I=\dfrac{e^t\cos t+e^t\sin t}{2}+c=\dfrac{x(\cos(\ln x)+\sin(\ln x))}{2}+c$