Auteur: Jeroen De Dobbelaere

Theorievraag 1:
Leg uit: Riemann integreerbaar, onder-, boven- en Riemannsommen

Theorievraag 1:
Leg uit: Riemann integreerbaar, ondersommen, bovensommen en Riemannsommen

Definitie Bovensom, ondersom en Riemannsom

Gegeven:
Een begrensde functie op het domein [a,b] en een net
$N = \{a = x_0 < x_1 < ... < x_n = b\}$

Stel dan voor alle i $\in$\{1,...,n\}

$M_i(f) := \sup_{x\in[x_{i-1},x_i]} f(x)$ en $m_i(f) := \inf_{x\in[x_{i-1},x_i]} f(x)$

Dan is:

De bovensom: $= U(N, f) := \sum M_i f(x)\Delta x_i$

De ondersom: $= L(N, f) := \sum m_i f(x)\Delta x_i$

Zij bovendien een selectie $T = \{t_1, t_2, ..., t_n\} \hookrightarrow$ N gegeven

$\Rightarrow$ De Riemannsom: $= S(N, T, f) := \sum f(t_i)\Delta x_i$

Waarbij L(N,f) $\leq$ S(N,T,f) $\leq$ U(N,f)

Definitie Riemann-integreerbaar, boven- en onderintegraal

Een begrensde functie f op het domein [a,b] noemen we Riemann-integreerbaar als en slechts als

$\lim_{||N||\to 0} L(N, f) = \lim_{||N||\to 0} U(N, f)$ En deze limieten bestaan.

Opmerking: als deze limieten wel bestaan, maar niet gelijk zijn aan elkaar, dan spreken we van resp. een onder- en een bovenintegraal.

$= \lim_{||N||\to 0} S(N, T, f) = \int_a^b f(x)dx$ voor elke T $\hookrightarrow$ N