HFST 22: Het elektrisch veld II: continue ladingsverdelingen

• op microscopische (atomaire) schaal is lading gekwantiseerd.
• voor macroscopische toepassingen kunnen we de discrete natuur van de lading verwaarlozen en als uitgesmeerd beschouwen in de ruimte. We kunnen dan een volume-element ÄV beschouwen en kijken hoeveel lading zich in dit volume bevindt. We beschrijven de lading dan door de **ladingsdichtheid** ρ : de hoeveelheid lading per volume-eenheid.

$$\rho = \frac{\Delta Q}{\Delta V}$$

$$\rho(\vec{r}) = \lim_{\Delta V \to 0} \frac{\Delta Q}{\Delta V} = \frac{dQ}{dV}$$

ladingsdichtheid is functie van de plaats

lading hoeft niet homogeen verdeeld te zijn : daarom kijken naar infinitesimaal klein volume-element

De totale lading Q in een EINDIG volume-element V wordt dan gevonden uit:

$$Q = \int_V dV \rho(\vec{r})$$

Analoog definieert men een oppervlakte-ladingsdichtheid:

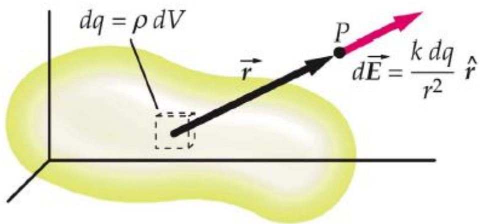
$$\sigma = \lim_{\Delta A \to 0} \frac{\Delta Q}{\Delta A} = \frac{dQ}{dA}$$

En een lineaire ladingsdichtheid:

$$\lambda = \lim_{\Delta L \to 0} \frac{\Delta Q}{\Delta L} = \frac{dQ}{dL}$$

Elektrisch veld tgv een continue ladingsverdeling – E berekenen uit de wet van Coulomb

• gebruik maken van de Wet van Coulomb. We nemen een oneindig klein stukje lading van de continue ladingsverdeling en beschouwen dit als een puntlading.Hiervoor kennen we het E-veld !



$$d\vec{E} = k\frac{dq}{r^2}\hat{r}$$ (met ^r een eenheidsvector die wijst van de puntbron naar het meetpunt)

Het volledige veld in P wordt gevonden door deze uitdrukking te integreren over de gehele ladingsverdeling:

$$\vec{E} = k\int_V \frac{dq}{r^2}\hat{r}$$

$$dq = \rho(\vec{r})dV$$

$$\left.\begin{aligned} dq &= \sigma(\vec{r})dA \\ dq &= \lambda(\vec{r})dL \end{aligned}\right\}$$ indien lading op oppervlak of lijn ligt. Integratie dan over opp. of lijn

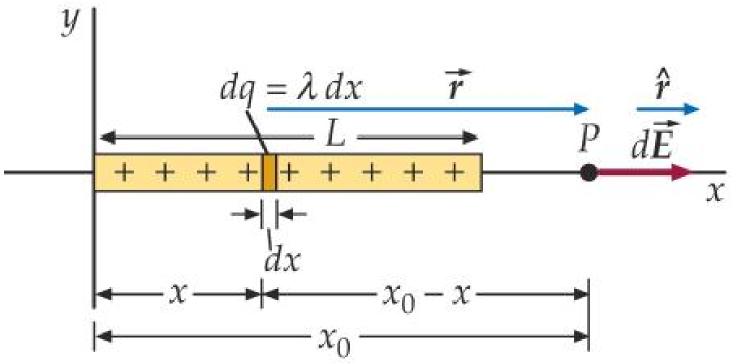
4

(met dq = ρ dV. Als de lading verdeeld is over een opp. of lijn, dan gebruiken we dq = σ dA of dq= λ dL en integreren we over het opp of de lijn.)

• We zullen nu een aantal voorbeelden behandelen waarin we het elektrische veld berekenen. In al deze voorbeelden onderstellen we een uniforme i.e. homogene ladingsverdeling. Dit impliceert dat we kijken naar isolatoren omdat bij geleiders de ladingsverdeling niet uniform is. Geleiders zullen we op het einde van het hoofdstuk behandelen.
EXTRA UITLEG BIJ VBDEN: ZIE TIPLER p.683 – 690!!!

Vb1: E op de as van een eindige lijn lading

- E-veld op as van een uniform geladen staaf.



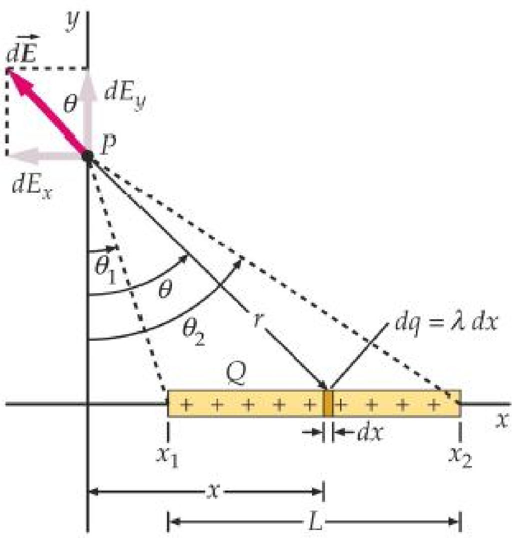
Q = λ L

$$dE_x = \frac{k\lambda dx}{(x_0 - x)^2} \Rightarrow E_x = k\lambda \int_0^L \frac{dx}{(x_0 - x)^2} = \frac{kQ}{x_0(x_0 - L)}$$

Indien $x_0 >> L$ dan vinden we uitdrukking voor puntlading terug

vb2: E veld rond uniforme lijnlading die niet op de as ligt.

- E-veld rond uniform geladen staaf in punt dat niet op de as ligt.



$$\left|d\vec{E}\right| = \frac{kdq}{r^2}$$

$$dE_y = \left|d\vec{E}\right|\cos\theta = \frac{k\lambda dx}{r^2}\frac{y}{r}$$

$$E_y = \int_{x=x_1}^{x=x_2} dE_y = k\lambda y \int_{x=x_1}^{x=x_2} \frac{dx}{r^3}$$

$$E_y = \frac{kQ}{Ly}(\sin\theta_2 - \sin\theta_1)$$

voor oneindig lange staaf : $E_R = 2k\dfrac{\lambda}{R}$ R : loodrechte afstand tot de as

voor E_x : zie boek (niet voor examen)

$$E_y = k\lambda y \int_{x_1}^{x_2} \frac{dx}{r^3}$$

$$\tan\theta = \frac{x}{y} \Rightarrow \frac{d\tan\theta}{d\theta} = \frac{1}{\cos^2\theta}$$

$$dx = y\frac{1}{\cos^2\theta}d\theta$$

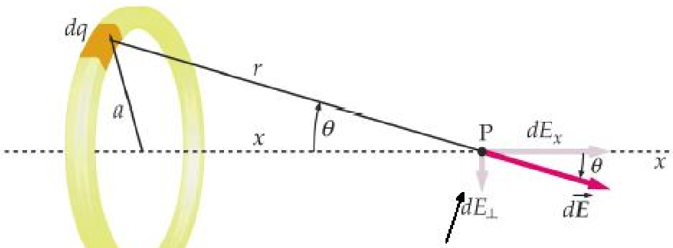
$$r = \frac{y}{\cos\theta} \qquad \Rightarrow E_y = \frac{kQ}{Ly}(\sin\theta_2 - \sin\theta_1)$$

oneindig lange staaf : $\theta_2 = \pi/2$ en $\theta_1 = -\pi/2$

$$\boxed{E_R = 2k\frac{\lambda}{R}}$$

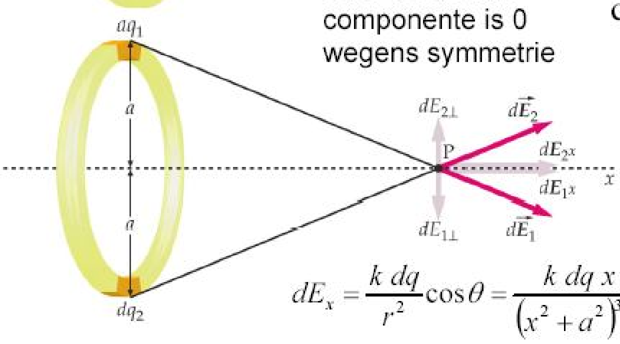
vb3: E op de as van een ringlading

- uniform geladen ring met lading Q. E-veld in punt op de as ?



deze loodrechte componente is 0 wegens symmetrie

$$\cos\theta = \frac{x}{r} = \frac{x}{\sqrt{x^2 + a^2}}$$

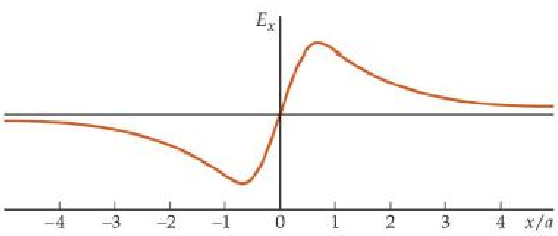


voor punten P op de as is het E-veld steeds gericht langs de as.

$$dE_x = \frac{k\,dq}{r^2}\cos\theta = \frac{k\,dq\,x}{(x^2 + a^2)^{3/2}}$$

$$dE_x = \frac{k\,dq}{r^2}\cos\theta = \frac{k\,dq\,x}{(x^2 + a^2)^{3/2}}$$

$$\Rightarrow E_x = \int \frac{k\,x\,dq}{(x^2 + a^2)^{3/2}} = \frac{k\,x}{(x^2 + a^2)^{3/2}}\int dq = \frac{k\,Q\,x}{(x^2 + a^2)^{3/2}}$$



vb4: E op de as van een uniform geladen schijf.

- uniform geladen schijf met lading Q. E-veld op de symmetrie as ?

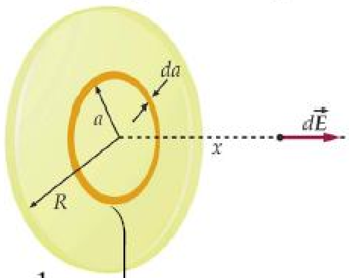
→ opvatten als opeenvolgende ringen.

Beschouw ring met straal a en dikte da.

oppervlakte van deze ring : $dA = 2\pi a\, da$

lading van deze ring $dq = \sigma\, dA$ met $\sigma = Q/\pi R^2$

we kunnen nu vorige formule gebruiken als we Q vervangen door dq !



$$dE_x = \frac{2\pi\, k\, x\, \sigma\, a\, da}{\left(x^2 + a^2\right)^{3/2}}$$

$$E_x = \int_0^R \frac{2\pi\, k\, x\, \sigma\, a\, da}{\left(x^2 + a^2\right)^{3/2}} \overset{oef.}{=} \pm 2\pi\, k\, \sigma \left(1 - \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{R^2}{x^2}}}\right)$$

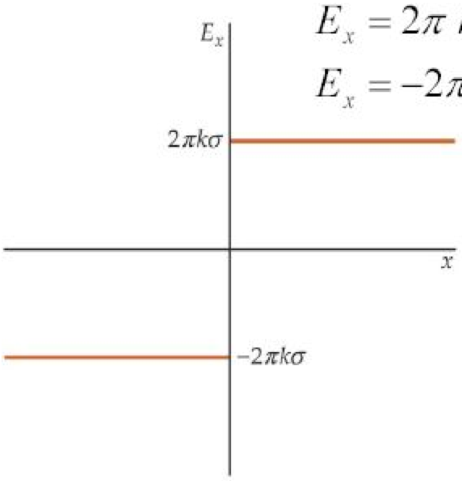
+ teken voor x > 0

- teken voor x < 0

11

vb5: E veld voor een oneindig grote plaat-lading.

- E-veld voor een geladen plaat die oneindig groot is.
- we kunnen vorige uitdrukking gebruiken en R/x → ∞



$$E_x = 2\pi\, k\, \sigma \qquad x > 0$$

$$E_x = -2\pi\, k\, \sigma \qquad x < 0$$

resultaat onafhankelijk van x : omdat plaat oneindig groot is.

resultaat kan ook gebruikt worden bij plaat wanneer we dicht bij plaat zijn en we weg blijven van de randen !

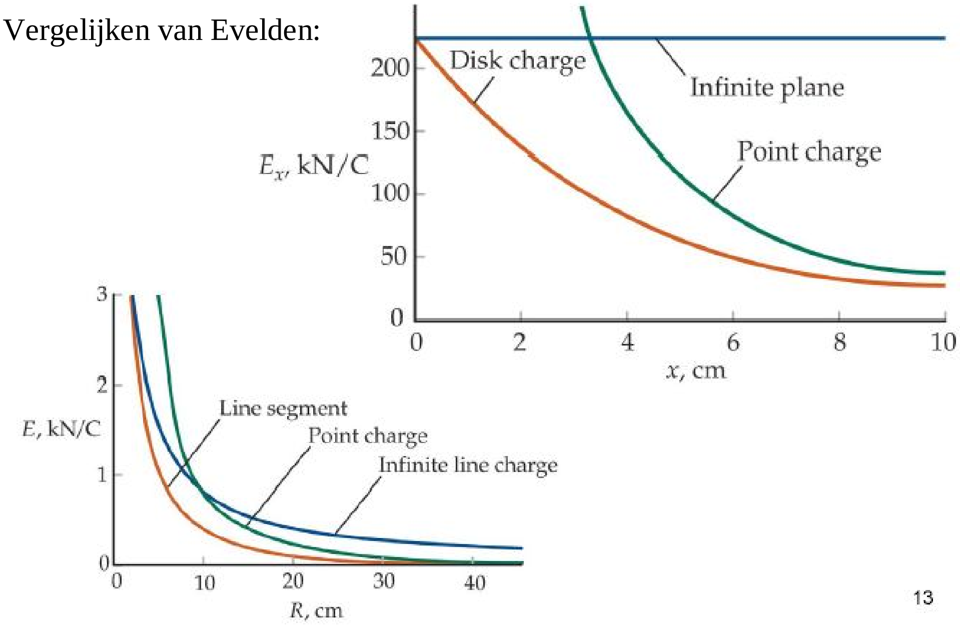
$$\boxed{E_x = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \qquad x > 0}$$

$k = 1/(4\pi\varepsilon_0)$

$$E_x = -\frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \qquad x < 0$$

12

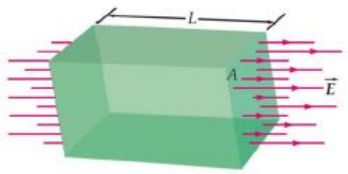
Vergelijken van Evelden:



Veldlijnen een mathematische beschrijving geven: Wet van Gauss. Wet van Gauss is een Maxwell vergelijking. Voor statische ladingen is wet van Gauss is equivalent met wet van Coulomb. Elektrische velden opgewekt door een symmetrische ladingsverdeling, zoals een bol, kunnen gemakkelijk berekend worden via wet van Gauss.
Een gesloten oppervlak = een opp. Dat het universum in twee afgescheiden delen verdeelt; een deel binnen het oppervlak en een deel buiten het oppervlak.
Wanneer een oppervlak een elektrische dipool omsluit, is het aantal veldlijnen dat van binnenuit het oppervlak indringt gelijk aan het aantal lijnen dat het oppervlak van buiten uit binnendringt, onafhankelijk van waar het oppervlak getekend wordt, zolang het opperlvak beide ladingen omvat.
Wanneer een oppervlak twee verschillende ladingen omvat, vb +2q en –q, dan is het netto aantal veldlijnen dat uit een oppervlak komt dat de ladingen omvat is proportioneel tot de nettolading omvat door het oppervlak. (= qualitatieve formulering van wet van Gauss)

Elektrische flux

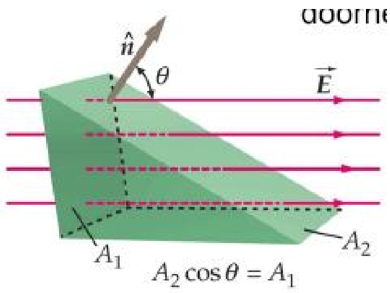
Elektrische flux is een mathematische hoeveelheid die een maat geeft voor het aantal veldlijnen door een oppervlak.
Voor een oppervlak loodrecht op E w de elektrische flux gegeven door het product van de grootte van E en het oppervlak A:



$$\phi = E\ A$$ eenheid : Nm^2/C

Omdat E proportioneel is met het aantal veldlijnen per opp eenheid, is de flux proportioneel met het aantal veldlijnen dat door het opp gaan.

In deze afbeelding is oppervlakte A2 niet loodrecht tov het elektrische veld. Toch, het aantal lijnen dat door opp A2 gaan is gelijk aan het aantal lijnen dat door oppervlak A1 gaan, dat wel loodrecht staat tov E. A1 en A2 zijn gerelateerd:
A2 cos θ = A1 (θ = hoek tussen E en eenheidsvector ^n Welke normaal is tov het oppervlak A2)



De elektrische flux door een oppervlak is dan:

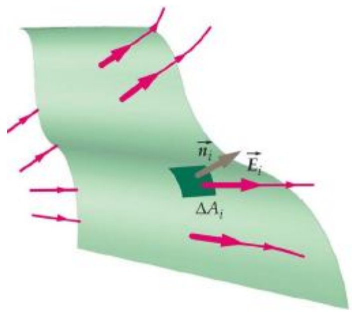
$$\phi = \vec{E} \cdot \hat{n} A = EA\cos\theta = E_n A$$

$$E_n = \vec{E} \cdot \hat{n} = E\cos\theta$$

(En = normaal "loodrecht" component van E op het oppervlak)

Elektrische flux

• Indien E niet uniform is maw. E variëert van punt tot punt (in grootte en/of in richting) in de ruimte (bv. omdat oppervlak gekromd is) dan delen we het oppervlak eerst op in oneindig kleine stukjes ΔAi waarop we E in benadering constant kunnen beschouwen (In de limiet ΔAi → 0 is dit correct)



De elektrische flux is dan:

$$\Delta\phi_i = E_{n,i}\Delta A_i = \vec{E}_i \cdot \hat{n}_i \Delta A_i$$

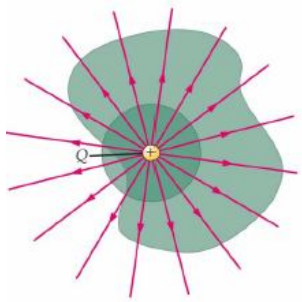
$$\phi = \lim_{\Delta A_i \to 0} \sum_i \vec{E}_i \cdot \hat{n}_i \Delta A_i = \int_S \vec{E} \cdot \hat{n}\, dA$$

Met S = oppervlak waarover we integreren. S mag gesloten zijn, de normaal n wordt dan in ieder punt naar buiten gekozen.

De flux over een gesloten oppervlak wordt aangegeven door een kringintegraal!!

$$\phi = \oint_S \vec{E} \cdot \hat{n}\, dA$$

deze flux kan negatief of positief zijn naargelang E hoofdzakelijk naar binnen of naar buiten wijst op het oppervlak. In punten van het oppervlak waar E naar binnen wijst, is En negatief.

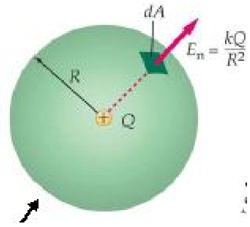


voorbeeld van een puntlading. Door elk gesloten oppervlak dat puntlading omsluit gaan evenveel veldlijnen!

Wet van Gauss

Het elektrische veld op een sfereisch oppervlak met een puntlading in het midden is overal op dit oppervlak gelijk en heeft grootte:

$E_n = kQ/R^2$ (R = straal van sfeer)



De netto flux van E uit dit sferisch oppervlak is:

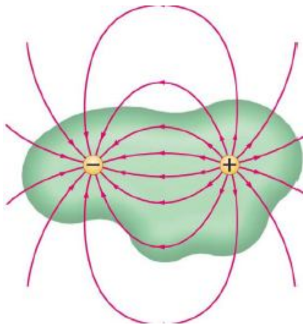
$$\phi = \oint_S \vec{E} \cdot \hat{n}\, dA$$

We kunnen E hier buiten de kringintegraal brengen omdat E hier constant is!
Dan blijft er de kringintegraal van dA over welke gewoon het totale oppervlak is, dus = $4\pi R^2$
Als we dit substitueren dan krijgen we:
$\Phi net = (kQ/R^2)\ 4\pi R^2 = 4\pi kQ$
Dus de netto flux uit een sferisch oppervlak met zijn puntlading in het midden is onafhankelijk van de straal R van de sfeer en is gelijk aan $4\pi k$ keer Q.
Dit is consequent met onze observaties dat het netto aantal veldlijnen die uit een gesloten oppervlak gaan, proportioneel is tot de nettolading binnen het oppervlak. Dit aantal lijnen is dezelfde voor alle gesloten oppervlakken rond een lading, onafhankelijk van de vorm van het oppervlak!!!
Dus de nettoflux uit eenders welk oppervlak rond een putnlading Q is gelijk aan $4\pi kQ$.
We kunnen dit resultaat uitbreiden voor systemen met meerdere ladingen,
Voor elk gesloten oppervlak dat een hoeveelheid lading met totale lading Q omvat geldt:

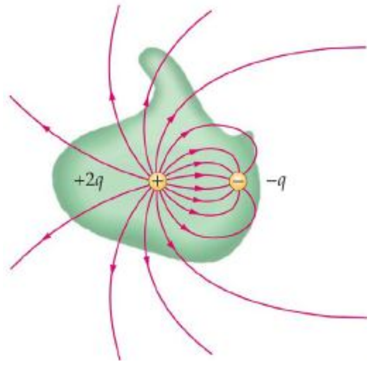
$$\phi = \oint_S \vec{E} \cdot \hat{n}\, dA = 4\pi\ k\ Q = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

= WET VAN GAUSS

Met $k = 1/4\pi\varepsilon_0$
De wet van Gauss is geldig voor alle oppervlakken en alle ladingsverdelingen. Voor ladingsverdelingen met hoge symmetrie graden, kan men de wet van Gauss gebruiken voor het berekenen van E. voor statische ladingsverdelingen is wet van gauss equivalent met wet van Coulomb. Hoewel gauss meer algemeen is en altijd geldig is, in tegenstelling tot Coulomb, welke alleen geldig is bij statische ladingsverdelingen.
• Wet van Gauss kan afgeleid worden uit Wet van Coulomb (bewijs terug te vinden in boek; niet kennen) voor elektrostatische velden, maar is algemener dan Coulomb omdat hij ook geldt voor tijdsafhankelijke velden
• Wet van Gauss kan gebruikt worden om E-veld te berekenen, voornamelijk in symmetrische situaties, waar de oppervlakte-integraal gemakkelijk uit te rekenen valt.
• Bij de berekening van E moet men vooral gebruik maken van het feit dat het oppervlak willekeurig is en dus zo gunstig mogelijk kan gekozen worden.



Gauss oppervlak dat **dipool** omvat : evenveel veldlijnen die uit het oppervlak gaan als veldlijnen die in het oppervlak komen



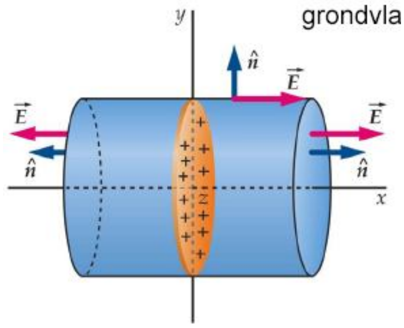
ladingen +2q en –q :meer veldlijnen die uit opp. komen dan die erin gaan. Netto aantal veldlijnen dat uit opp. komt = aantal dat er ook zou zijn voor een lading van +q

E berekenen uit de wet van Gauss

Gaat alleen bij (zeer) symmetrische ladingsverdelingen!
We zoeken eerst een denkbeeldig gesloten oppervlak, genaamd Gaussiaans oppervlak. Dit oppervlak wordt zo optimaal mogelijk gekozen, dat het langs zijn zijden E ofwel nul is, ofwel loodrecht tov de normaal ofwel parallel met de normaal met E_n constant. Dan is de flux door elke zijde gelijk aan E_nA en kunnen we de wet van Gauss gebruiken om het veld in relatie te brengen met de ladingen binnen het gesloten oppervlak.

A) plaatsymmetrie

Een ladingsverdeling heeft plaatsymmetrie wanneer het uitzicht ervan dezelfde is op alle punten van een oneindig plaatoppervlak.



Figuur: een oneindige ladingsplaat met uniforme oppervlakte ladingsdichtheid σ. Door symmetrie moet E loodrecht zijn tov de plaat en kan E enkel afhangen van de afstand tot de plaat. Ook, E moet dezelfde grootte maar tegengestelde richting hebben in de punten die even ver maar aan tegengestelde kanten van de plaat liggen. Als ons gaussiaans oppervlak kiezen we een cilinder, met de geladen plaat als midden doorsnede. ^n en E zijn aan alle zijden van de cilinder getekend. Aangezien E.^n nul is overal op het ronde deel van het gaussiaans oppervlak, is hier geen flux door. De flux door elke platte zijkant van het oppervlak is E_nA, met A = oppervlakte van de cirkelvormige zijkant. Dus, de totale uitgaande flux door het gesloten oppervlak is $2E_nA$. De netto lading binnenin het oppervlak is σA. De wet van Gauss geeft dan:

$Q_{binnen} = \varepsilon_0 \Phi_{net}$
$\sigma A = \varepsilon_0 2 E_n A$
oplossen naar E_n geeft:

$$E_n = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

cilindermantel $\int \vec{E}\cdot\hat{n}\,dA = 0 \quad \vec{E} \perp \hat{n}$

grondvlak links $\int \vec{E}\cdot\hat{n}\,dA = A\,E_n \quad \vec{E} \,||\, \hat{n}$

grondvlak rechts $\int \vec{E}\cdot\hat{n}\,dA = A\,E_n \quad \vec{E} \,||\, \hat{n}$

E_n is dus positief als σ positief is en negatief als σ negatief is. Dit betekent dat als σ positief is, dan is E weg van de plaat lading gericht, en als σ negatief is dan is E naar de plaat gericht.
Merk op dat het veld disconinu is op de geladen plaat.
• opmerking : *En* is de componente van E gericht langs de normaalrichting i.e. de x-richting voor x > 0 en – x richting voor x < 0.

$$x > 0 : \hat{n} = \hat{i} \Rightarrow E_x = E_n = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

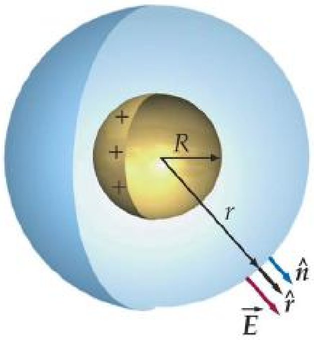
$$x < 0 : \hat{n} = -\hat{i} \Rightarrow E_x = -E_n = -\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

B) Sferische symmetrie

Neem een ladingsverdeling die concentrisch is binnenin een sferisch oppervlak. De ladingsverdeling heeft sferische symmetrie als het uitzicht ervan van allepunten op het sferisch oppervlak hetzelfde is. Om het elektrisch veld door de sferische symmetrische ladingen te berekenen, gebruiken we een sferisch oppervlak als ons gaussiaans oppervlak.
Vb:We zoeken eerst E op een afstand r van een puntlading q. we kiezen dan een sferisch oppervlak met straal r, en middelpunt de puntlading, als ons gaussiaans oppervlak.

Door de symmetrie moet E ofwel radiaal naar buiten of radiaal naar binnen gericht zijn. Hieruit volgt dat de component van E normaal tot het oppervlak gelijk is aan de radiale component van E in ieder punt van het oppervlak. Dat is, E_n = E.^n = E_r, met ^n = naar buiten gaande normaal, heeft dezelfde waarde overal op het oppervlak. Ook, de grootte van E kan afhangen van de afstand tot de lading maar niet van de richting van de lading. De netto flux door het sferische oppervlak met straal r is dus:
$\Phi_{net} = E_r\ 4\ \pi\ r^2$
Omdat de totale lading binnen he toppervlak gewoon de puntlading q is, geeft de wetvan gauss:
$E_r\ 4\ \pi\ r^2 = q/\ \varepsilon_0$
Oplossen naar E_r geeft:
$E_r = (1/4\ \pi\ \varepsilon_0)\ q/r^2$
Dit is dan weer de wet van coulomb, we hebben dus de wet van coulomb afgeleid van de wet van gauss.

E tgv een dunne sferische schil met lading



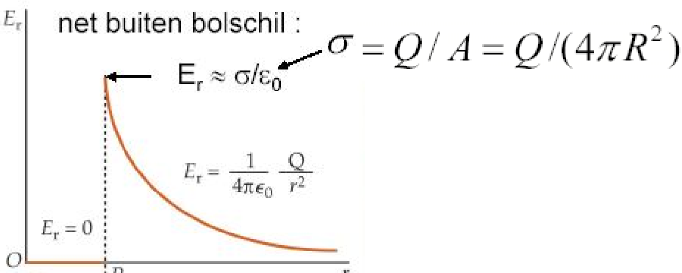
Beschouw een uniform geladen dunne sferische schil met straal R en totale lading Q.
 Door symmetrie meot E radiaal zijn en zijn grootte kan alleen afhangen van de afstand r van het middelpunt van de sfeer.
Op de figuur hebben we een sferisch gaussopp gekozen met straal r>R. omdat E normaal is tov dit oppervlak en dezelfde grootte heeft overal op dit oppervlak is de flux door dit oppervlak:
$\Phi_{net} = E_r\ 4\ \pi\ r^2$
Omdat de totale lading binnen het gaussoppervlak de totale lading in de schil Q is, geeft de wet van gauss:
$E_r\ 4\ \pi\ r^2 = Q/\ \varepsilon_0$
Of

$$E_r = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r^2} \qquad r > R$$

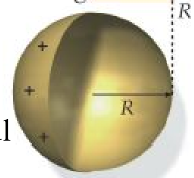
Dit resultaat is analoog aan dat van een puntlading! Het is alsof alle lading geconcentreerd zit in 1 punt!
We kunnen ook gauss oppervlak binnen de schil kiezen (r < R) de nettoflux is dan hetzelfde, maar de totale lading binnen het oppervlak is nul!

$$\phi = E_r\ 4\pi r^2 = \frac{q}{\varepsilon_0} = 0$$

Dus E_r = 0 , r < R

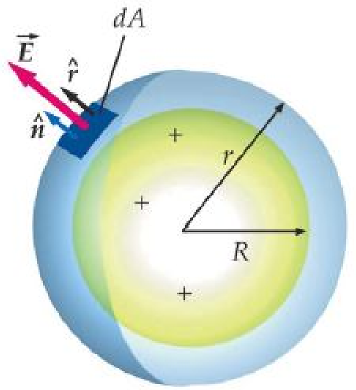


De figuur geeft r versus E_r voor een Sferische-schil ladingsverdeling.
Merk op dat E discontinu is bij r = R, Waar de oppervlakte ladingsdichth. $\sigma = Q/4\pi R^2$. Net buiten de schil is $E_r = Q/4\pi R^2\varepsilon_0 = \sigma/\varepsilon_0$.



omdat het veld net binnen de schil nul is, is E discontinu met een hoeveelheid σ/ε_0 als we door de schil gaan.

E tgv een uniform geladen sfeer met straal R en lading Q.
+ TIPLER VB 22-8



We gaan eerst E buiten de schil berekenen hiervoor kiezen we een sferisch Gauss opp met straal r > R.

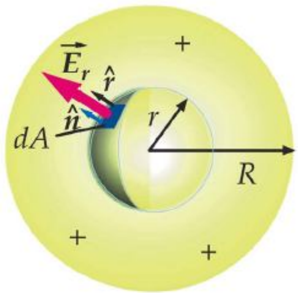
$$\phi = \oint_S \vec{E} \cdot \hat{n} dA = \oint_S \vec{E} \cdot \hat{r} dA = \oint_S E_r dA = E_r \underbrace{(4\pi r^2)}_{dA}$$

S = sfeer met straal r

$$\phi = \frac{Q_{inside}}{\varepsilon_0} = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

$$\Rightarrow E_r = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r^2}$$ (wegens symmetrie heeft E enkel een radiale componente!)

Vervolgens gaan we E binnen de schil berekenen we kiezen we een Gauss opp met straal r < R.
Afleiding is analoog maar lading binnen gauss opp is:

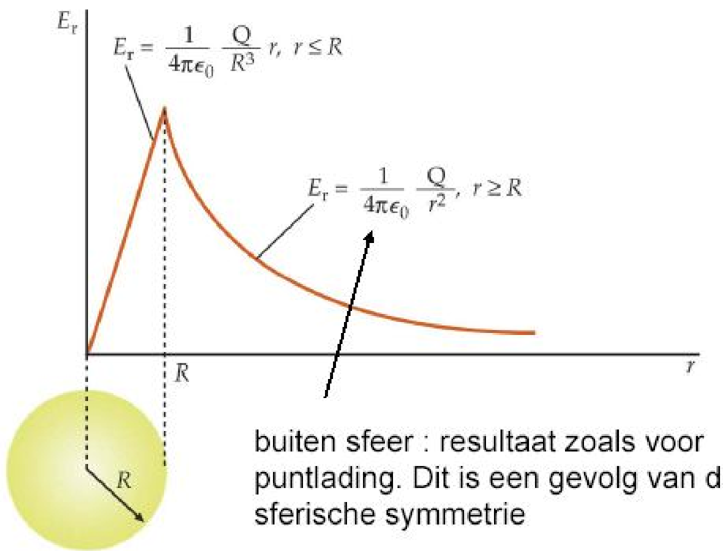


$$Q_{inside} = \rho V_{sfeer\ straal\ r}$$

$$= \left(\frac{Q}{\frac{4\pi}{3}R^3}\right)\frac{4\pi}{3}r^3 = Q\frac{r^3}{R^3}$$

$$\Rightarrow E_r = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{R^3}r \quad r \le R$$

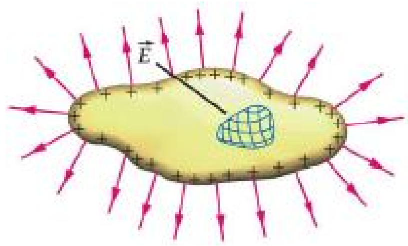
samenvatting voor uniform geladen bol :



buiten sfeer : resultaat zoals voor puntlading. Dit is een gevolg van de sferische symmetrie

Elektrisch veld van een geleider

een geleider bevat veel vrije ladingsdragers. Indien er een E-veld aanwezig is in de geleider dan ontstaat er een kracht op de vrije ladingsdragers in de geleider die een elektrische stroom doet ontstaan van deze ladingsdragers zodanig dat het oorspronkelijke E-veld wordt teniet gedaan. De lading in een geleider wordt steeds herverdeeld wanneer er een extern E-veld wordt aangelegd. Deze herverdeling creëert een nieuw E-veld dat het oorspronkelijke compenseert. Men zegt dan dat de geleider zich in **elektrostatisch evenwicht** bevindt. Dus, in elektrostatisch evenwicht, is het elektrische veld binnen de geleider overal nul! De tijd die nodig is om dit evenwicht te bereiken hangt af van het materiaal, maar bv. voor koper of andere metallische geleiders is dit van de orde van nanoseconden!



We kunnen de wet van Gauss gebruiken om aan te tonen dat eenders welke netto elektrische lading in een geleider zich op het oppervlak van de geleider bevindt. Beschouw een Gauss oppervlak dat volledig IN het materiaal van de geleider in elektrostatisch evenwicht zit. De grootte en vorm van het Gauss oppervlak zijn niet belangrijk, zolang het totale oppervlak maar binnen het materiaal van de geleider zit. Het elektrische veld is nul overal in het gauss oppervlak omdat het oppervlak volledig binnen de geleider zit, waar het veld nul is. De netto flux van het E door het oppervlak moet dus nul zijn, en, door de wet van Gauss, moet ook de netto lading binnen het oppervlak nul zijn. Dus, er kan geen netto lading zijn in een oppervlak dat volledig binnen het materiaal van een geleider zit. Als een geleider een nettolading heeft dan moet deze op zijn oppervlak zitten.

Voor een geleider in elektrostatisch evenwicht kan er wel een E-veld zijn op het oppervlak, maar dit E-veld is altijd normaal (i.e. loodrecht) gericht op dit oppervlak.

Bewijs : stel dat dit niet zo was, maar dat er een tangentiële componente zou zijn i.e. parallel met het oppervlak. Deze tangentiële componente zorgt er dan voor dat de ladingen beginnen te stromen tot dat dit tangentieel Eveld gecompenseerd wordt.

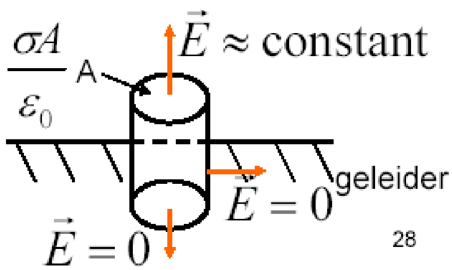
Aangezien E_n discontinu is op elk geladen oppervlak bij een hoeveelheid van σ/ε_0, en aangezien E nul is binnen het materiaal van een geleider, is het veld net buiten het oppervlak van een geleider:

$E_n = \sigma/\varepsilon_0$

• (niet in boek) Dicht bij het oppervlak van de geleider kunnen we het E-veld berekenen. We kiezen als Gaussoppervlak een kleine cilinder met grondvlak A. Eén grondvlak zit in de geleider en het andere buiten de geleider. Vermits het Gaussoppervlak klein is kunnen we de oppervlakteladingsdichtheid van de geleider binnen het oppervlak als constant beschouwen.

$$\oint_S \vec{E}\cdot\hat{n}\,dA = EA + 0 + 0 \Rightarrow EA = \frac{Q}{\varepsilon_0} = \frac{\sigma A}{\varepsilon_0}$$

$$\Rightarrow E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$



• In het bijzonder geldt dit resultaat voor een oneindige dikke geleidende plaat met uniforme oppervlakteladingsdichtheid (hiervoor resultaat correct) .

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} \qquad \leftrightarrow E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

geleider isolator (dunne plaat)