HFST 29 Wisselstromen

Wisselstroom heeft grote voordeel dat, omdat elektrisch NRG getransporteerd kan worden over lange afstanden tegen een zeer hoge spanning en lage stroom, het NRG verlies tgv joule heating gereduceerd wordt.
De elektrische NRG kan dan getransformeerd worden, bijna zonder energieverlies, naar een lagere en veiligere spanning en corresponderende hogere stromen voor alledaags gebruik.

In dit hoofdstuk zullen we sinusoidale stromen bestuderen.

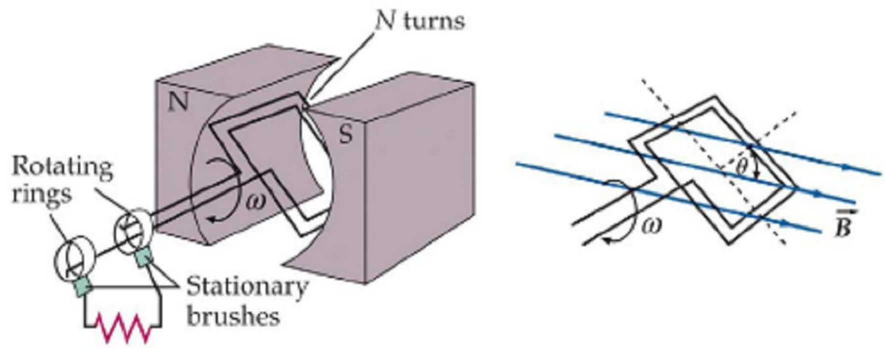
$I = I_m \sin(\omega t + \delta)$ Im = maximale waarde of piekwaarde van de stroom

We zullen zien dat wanneer de generator output sinusoidaal is, de stroom in een inductor, een condensator, of een weerstand ook sinusoidaal is. (wel niet in fase met de emf van de generator)
Wanneer de emf en stroom beide sinusoidaal zijn, dan zijn hun maximum waarden gerelateerd.

Opmerking: men kan voor beschrijving van de stroom ook de cosinus functie gebruiken: geen wezenlijk verschil, enkel een fase verschil.

1) wisselstroom generators – AC generators

Vb:



Men kan wisselstromen genereren dmv een winding die in een uniform magneetveld roteert.

Deze eenvoudige ac generator bestaat uit een spoel met oppervlakte A en N windingen. Deze spoel roteert in een uniform magneetveld. De einden van de spoel zijn verbonden aan ringen, slip ringen genoemd, die mee draaien met de spoel. Deze ringen maken elektrisch contact met stationaire geleidende borstels.

Wanneer de normaal op het oppervlak ingesloten door de spoel een hoek ϴ maakt met het uniform magneetveld **B**, zoals in de figuur hierboven, dan is de magnetische flux door de spoel:

$$\phi_m = NBA\cos\Theta$$

Waarbij A de oppervlakte is gebonden door een enkele winding van de spoel en N is het aantal windingen.
Wanneer de spoel mechanisch geroteerd wordt, dan verandert de flux door de spoel en zal een emf geinduceerd worden. Als ω de hoeksnelheid van de rotatiebeweging is en δ is de initiele hoek, dan is de hoek na enige tijd t later:

$$\theta = \omega t + \delta$$

Dan wordt de vergelijking voor de magnische flux:

$$\phi_m = NBA\cos(\omega t + \delta)$$

De emf in de spoel zal dan zijn:

$$\varepsilon = -\frac{d\phi_m}{dt}$$

Als we stellen dat $\varepsilon_m = NBA\omega$ de maximum waarde (amplitude) vd emf is, dan:

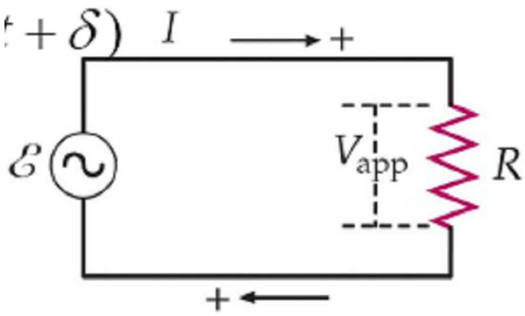
$$\varepsilon = \varepsilon_m \sin(\omega t + \delta)$$

We kunnen dus een sinusoidale emf producereen in een spoel, door de spoel te laten draaien met cste hoeksneheid in een magneetveld. Practische generatoren zijn ingewikkelder, maar ze produceren ook een sinusoidale emf, ofwel via inductie ofwel via bewegings emf.
Het symbool voor een wisselstroom generator is:

We kunnen dezelfde spoel in een statisch magneetveld ook gebruiken om een wisselende emf te genereren, we kunnen de spoel dus ook gebruiken als een **ac motor**. Ipv de spoel mechanisch te laten draaien om een emf te genereren, leggen we een ac potentiaal verschil aan (gegenereerd door een andere ac generator) over de spoel. Deze spanning produceert een ac stroom in de spoel, en het magnetisch veld oefent een kracht uit op de draden en produceert zo een torsie dat de spoel doet draaien. Als de spoel draait ineht magneetveld, wordt terug een emf gegenereert die de neiging heeft het aangelegd potentiaal verschil, dat de stroom produceert, tegen te werken.

2) wisselstromen in een weerstand

de keten in de figuur bestaat uit een ideale generator (ideaal = als de interne weerstand, zelf inductie, en capacitantie verwaarloosbaar zijn) en een weerstand. Het spanningsverschil V_R over de weerstand is gelijk aan de emf van de generator. Als de generator een emf $\varepsilon = \varepsilon_m \sin(\omega t + \delta)$ produceert, dan hebben we:



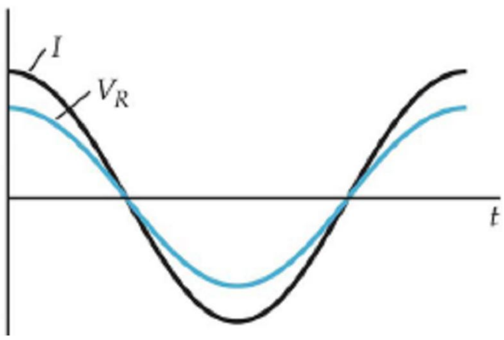
$$V_R = \varepsilon = \varepsilon_m \sin(\omega t + \delta) = V_m \sin(\omega t + \delta)$$

(Vm = de piekwaarde, hier is Vm = εm)
In deze vgl is δ een arbitraire constante. We kunnen zo kiezen dat:

$$\delta = \pi / 2 \Rightarrow V_R = V_m \cos \omega t$$

Volgens de wet van Ohm geldt:

$$I = V_R / R = I_m \cos \omega t; \quad I_m = \frac{V_m}{R}$$



Merk op dat de stroom door de weerstand in fase is met het potentiaal verschil over de weerstand.

Het vermogen gedissipieerd in de weerstand hangt af van de tijd. Zijn ogenblikkelijke waarde is:

$$P = I\,\varepsilon = I^2 R = I_m^2 R \cos^2 \omega t$$

Het vermogen varieert van 0 tot zijn piek waarde $I_m^2 R$,
We zijn meestal geinteresseert in het gemiddelde vermogen over 1 of meer complete cycli:

$$P_{av} = \frac{1}{T}\int_0^T dt\; P(t) = \frac{1}{T} I_m^2 R \int_0^T dt\; \cos^2 \omega t = \frac{1}{2} I_m^2 R$$

(Hoe komen we hieraan? $(\cos^2 \omega t)_{av}$ over 1 of meer perioden is 1/2 . dit kunnen we bewijzen door gebruik te maken van $\cos^2 + \sin^2 = 1$. $\cos^2$ en $\sin^2$ dezelfde plot, alleen verschoven, samen = 1 dus ieders gemiddeld ½.)

Root-Mean-Square waarden

Meeste ac amperemeters en voltmeters zijn gemaakt om de rms waarden van de stroom en het potentiaal verschil te meten ipv de piek waarden. De rms waarde van een stroom is gedefinieerd als:

$$I_{rms} = \sqrt{\left(I^2\right)_{av}}$$

Voor een sinusoidale stroom, is de gemiddelde waarde van I^2:

$$I_{rms}^2 = \frac{1}{T}\int_0^T dt\, I_m^2 \cos^2 \omega t = \frac{I_m^2}{2}$$

We bekomen dan:

$$I_{rms} = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$$

De rms waarde van eenders welke quantiteit die sinusoidaal varieert is gelijk aan de piekwaarde van die quantiteit gedeeld door √2.

Als we bovenstaande vergelijkingen gebruiken dan vinden we voor het gemiddelde vermogen gedissipieerd in de weerstand:

$$P_{av} = I_{rms}^2 R$$

$$P_{av} = (\varepsilon I)_{av} = [(\varepsilon_m \cos \omega t)(I_m \cos \omega t)]$$

Gebruik makend van

$$I_{rms} = \frac{I_m}{\sqrt{2}};\ \varepsilon_{rms} = \frac{\varepsilon_m}{\sqrt{2}}$$

Bekomen we dan

$$\Rightarrow P_{av} = I_{rms}^2 R = \varepsilon_{rms} I_{rms}$$ net zoals voor gelijkstroom maar dan $I \rightarrow I_{rms}$

De rms stroom is gelijk aan de DC waarde die dzelfde joule opwarming zou veroorzaken als de eigenlijke AC stroom.

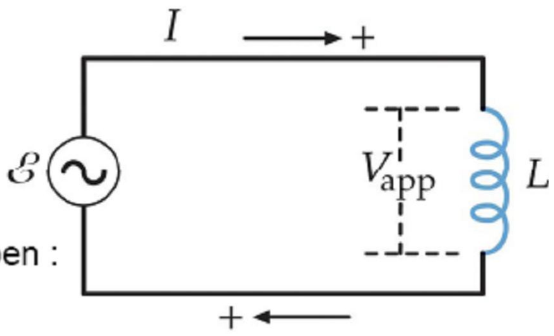
Ook voor V geldt:

$$V_{rms} = \sqrt{\left(V^2\right)_{av}}$$

3) wisselstroom circuits

Inductors in AC circuits

Beschouw een circuit met een inductor en een ac generator in serie. Wanneer de stroom verandert in de inductor,wordt een tegen emf van grootte L dI/dt gegenereerd tgv de flux verandering.



$$\varepsilon - L\frac{dI}{dt} = 0$$

Normaal is deze tegen emf veel groter dan het IR verschil tgv de weerstand van de spoel, dus meestal negeren we de weerstand van de spoel. Het potentiaal verschil over de inductor is dan gegeven door:

$$V_L = L\frac{dI}{dt} = V_{L,m}\cos\omega t$$

Omdat we met een wisselstroom zitten kunnen we stellen dat:

$$\varepsilon = \varepsilon_m \cos\omega t$$

In het circuit is het potentiaal verschil over de inductor gelijk aan de emf van de generator, dus:

$$\Rightarrow L\frac{dI}{dt} = \varepsilon_m \cos\omega t$$

Hieruit volgt:

$$V_{L,m} = \varepsilon_m$$

Als we de vergelijking hierboven uitwerken naar de stroom dan krijgen we:

$$\Rightarrow I = I_m \sin\omega t + C$$

Waarbij

$$I_m = \frac{\varepsilon_m}{\omega L}$$

Of

$$I_m = \frac{V_m}{\omega L}$$

De integratieconstante C is een gelijkstroom die we nul kunnen kiezen. Indien deze residuele stroom er zou zijn dan zou die toch verdwijnen tgv. de weerstand van het circuit.

$$I = I_m \sin \omega t = I_m \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$$

Uit deze laatste vergelijking kunnen we afleiden dat de stroom 90° achter loopt op de spanning.
We kunnen dit fysisch begrijpen. Als de stroom nul is maar gaat stijgten, dan is dI/dt maximaal, dus is ook de tegen emf geinduceerd in de inductor maximaal. Een kwart van een periode later, is I maximaal. Op dat moment is dI/dt nul, dus is V_L ook nul.

De relatie tussen de piek stroom en het piek potentiaal verschil (of tussen de rsm waarden van beide) voor een inductor ook nog schrijven als:

$$I_m = \frac{V_m}{\omega L} \Leftrightarrow V_m = X_L I_m$$

(dezelfde relatie geldt ook voor de rms waarden!!!)

Waarbij

$$\boxed{X_L = \omega L}$$ **Inductieve reactantie**

De inductieve reactantie XLspelt dezelfde rol als de weerstand R.
De eenheid van XLis de Ohm (Ω) !
Het grote verschil met de weerstand is dat XL afhangt van defrequentie van de wisselstroom; hoe groter de frequentie, hoe groter de reactantie.

Het ogenblikkelijke vermogen geleverd aan de inductor door de generator is:

$$P = IV_L = I_m V_m \cos \omega t \sin \omega t$$

Het gemiddelde vermogen geleverd aan de inductor is nul. Dit kunnen we nagaan door gebruik te maken van goniometrie:

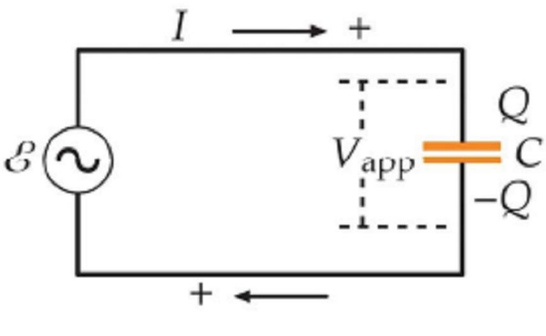
$$P_{av} = \frac{1}{T}\int_0^T dt\, P(t) = \frac{1}{T} I_m V_m \int_0^T dt \cos \omega t \sin \omega t \ = 0$$

We gebruiken de eigenschap: 2 cos ωt sin ωt = sin 2ωt
De waarde van sin 2ωt oscilleert twee keer gedurende iedere cyclus en is evenvaak negatief als positief. Dus, gemiddeld genomen, wordt er geen energie gedissipieerd in een inductor.
Opm: dit geldt alleen geldig als we de weerstand van de inductor verwaarlozen!

Condensators in ac circuits

Wanneer een condensator wordt aangesloten aan de terminals v an een ac generator, dan is het potentiaal verschil over de condensator:

$$V_C = \frac{Q}{C}$$



(Q is de lading op bovenste plaat vd condensator)

Ook in dit circuit is het potentiaal verschil over de condensator gelijk aan de emf van de generator.

Kirchhoff

$$\varepsilon - \frac{Q}{C} = 0$$

$$V_C = \varepsilon = \varepsilon_m \cos \omega t = V_{C,m} \cos \omega t$$

Substitutie en uitwerking naar Q geeft:

$$Q = CV_C = CV_{C,m} \cos \omega t$$

De stroom is

$$\Rightarrow I = \frac{dQ}{dt} = -\omega C V_{C,m} \sin \omega t = I_m \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$$

Waarbij

$$I_m = \omega C V_{C,m}$$

Uit de vergelijking hierboven kunnen we nu afleiden dat de spanning 90° achter loopt op de stroom. Dit kunnen we ook weer fysisch verklaren:
De lading Q is proportioneel tot het potentiaal verschil V_c. De maximum waarde van dQ/dt = I doet zich voor wanneer de lading Q, en hierbij dus ook V_C, nul is. Als de lading op de condensator plaat verhoogt dan neemt de stroom af totdat, 1/4de periode later, de lading Q en hierbij ook V_C, maximaal is en de stroom nul is. De stroom wordt dan negatief als de lading Q afneemt.

We kunnen ook weer de piek (en rms)waarden van de stroom en het potentiaal verschil relateren als:

$$I_m = \omega C V_{C,m} \Rightarrow V_{C,m} = X_C I_m$$

(zelfde vgl geldt voor rms waarden!!!)

Waarbij

$$\boxed{X_C = \frac{1}{\omega C}}$$

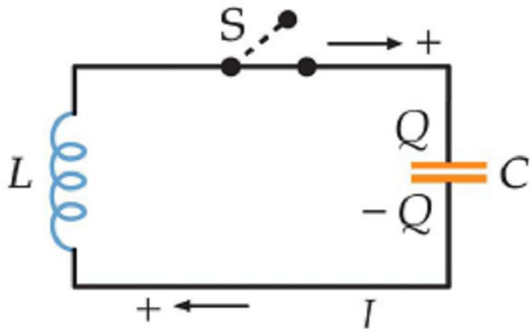
capacitieve reactantie 9

Dus
Bij een condensator loopt de stroom 90°voor op de spanning.
De eenheid van XCis de Ohm.
X_C is afhankelijk van de frequentie : bij hoge frequentie, gaat $X_C \rightarrow 0$
Het gemiddelde vermogen geleverd aan de condensator van de generator is nul, net als voor een inductor. (condensators dissipieren dus geen energie!)
Aangezien lading de ruimte tussen de platen niet kan overbruggen lijkt het misschien raar dat er een continue wisselstroom is in het circuit. Stel dat we de tijd nul kiezen op het ogenblik dat het potentiaal verschil over de condensator nul is en toeneemt. (op dit zelfde ogenblik is de lading Q op de bovenste plaat van de condensator ook nul en toenemend) als V_c dan toeneemt, bloeit positieve lading van de onerste plaat naar de bovenste en bereikt Q zijn maximum waarde een kwart periode later. Nadat Q zijn maximum bereikt heeft blijft Q veranderen, wordt nul bij het halve periode punt, -Q maximum bij 3kwart periode en (terug)nul bij een volledige periode. De lading Q max vloeit door

de generator elke kwart periode. Als we de frequentie zouden verdubbelen, dan halveren we de periode. Dus als we de frequentie verdubbelen dan halveren we de tijd voor de lading Q max om door de generator te vloeien, zo hebben we de stroom amplitude Imax verdubbeld.

- ➔ Hoe groter de frequentie, hoe minder de condensator ladingsstroom tegenhoudt

4) LC en RLC circuits zonder spanningsbron



LC circuit

Beschouw het LC circuit. We nemen aan dat de bovenste plaat van de condensator een initiele positieve lading Q0 draagt en dat de schakelaar open staat.

Als we de schakelaar toe doen op t=0, dan begint de lading te vloeien door de inductor. Als Q de lading op de bovenste condensatorplaat is en de postieve stroom richting is klokwijs dan is:

$$I = \frac{dQ}{dt}$$

We passen de wet van kirchhoff toe. (loop rule) we hebben

$$L\frac{dI}{dt} + \frac{Q}{C} = 0$$

Substitutie van I

$$\Rightarrow L\frac{d^2Q}{dt^2} + \frac{Q}{C} = 0$$

(Deze vergelijking is van dezelfde vorm als de vgl voor de versnellingvan een massa aan een veer)

$$m\frac{d^2x}{dt^2} + kx = 0$$

Het gedrag van een LC circuit is dus analoog aan dat van een massa aan een veer, met L analoog aan de massa m, Q analoog aan de postitie x en 1/C analoog tot de veerconstante k. Oo, de stroom is analoog aan de snelheid v. (v = dx/dt)

In mechanica beschrijft de massa van een object de inertie van het object. Hoe groter de massa, hoe moeilijker het is om de snelheid van het object te veranderen.

Gelijkaardig kan men stellen dat de inductantie L een maat is voor de inertie vh circuit. Hoe groter de inductantie, hoe meer tegenstand er is tegen veranderingen in de stroom.

We kunnen de vergelijking hierboven herschikken in fuctie van Q (analoog aan afleiden vlg voor simple harmonic motion van vergelijking massa aan veer)

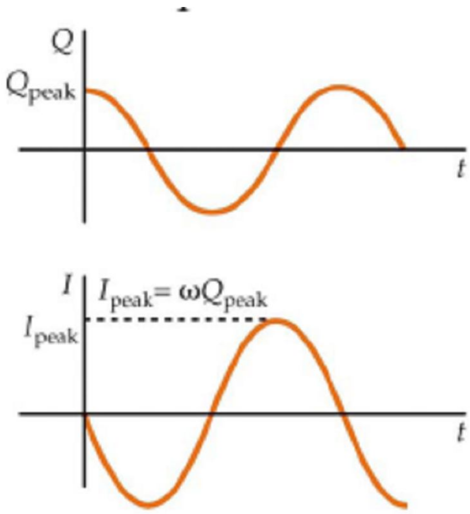
$$\Rightarrow Q(t) = A\cos(\omega_0 t - \delta)$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

de "natuurlijke" frequentie van de keten.

De vgl voor de stroom kan gevonden worden door de oorspronkelijke vergelijking af te leiden.

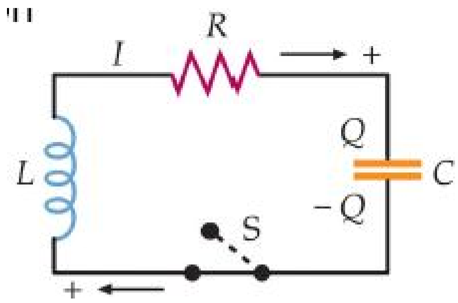
$$I = \frac{dQ}{dt} = -\omega_0 A\sin(\omega_0 t - \delta)$$



De figuur hiernaast geeft de grafs weer van Q en I tov tijd. De lading oscilleert tussen de waarden Qm en –Qm met een hoeksnelheid ω_0. De stroom oscilleert tussen de waarden $+\omega_0$Qm en $-\omega_0$Qm met dezelfde frequentie (= hoeksnelheid). Ook, de stroom loopt 90° voor op de lading. De stroom is maximaal wanneer de lading nul is en omgekeerd.

Als er geen inductor zou zijn dan zou de condensator ontladen zoals beschreven in hoofdstuk 25 : de lading +Q stroomt van de “bovenste”plaat naar de “onderste”plaat. Na een tijdje is de stroom I = 0. De aanwezigheid van de inductor zorgt ervoor dat in het begin destroom minder snel toeneemt tgv. de “tegen-emf”(“back emf”). Maar als de stroom begint af te nemen dan zorgt de inductor voor een extra stroom zodat de lading op de onderste plaat die oorspronkelijk de lading –Q droeg nu niet 0 wordt maar een lading +Q krijgt.
Het ganse proces van ontladen/opladen begint nu in de andere richting.
Indien geen weerstand R in keten : proces blijft onbeperkt voortgaan.
Weerstand R zal er uiteindelijk voor zorgen dat oscillatie uitdooft.

RLC circuit



Als we in het circuit ook een weerstand in serie met de condensator en inductor plaatsen, dan hebben we een RLC circuit.
Kirchhoff’s loop rule geeft:

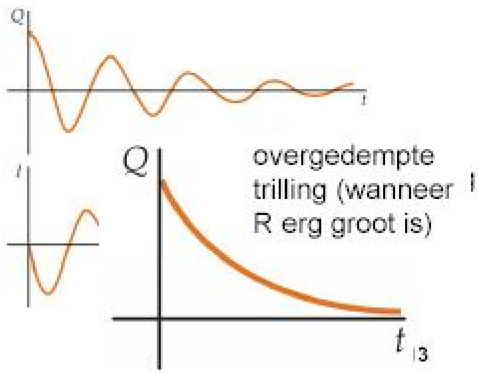
$$L\frac{dI}{dt} + RI + \frac{Q}{C} = 0$$

Of, als we gebruik maken van $I = \frac{dQ}{dt}$

$$\Rightarrow L\frac{d^2Q}{dt^2} + R\frac{dQ}{dt} + \frac{Q}{C} = 0$$

Deze vergelijking is analoog aan die voor een gedemte harmonische trilling:

$$\leftrightarrow m\frac{d^2x}{dt^2} + b\frac{dx}{dt} + kx = 0$$

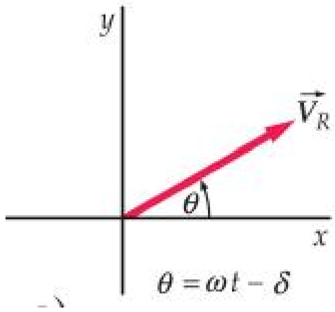


De eerste term met L is analoog aan de massa maal de versnelling, de tweede term met R is analoog aan de dempende term, en de derde term Q/C is analoog aan de herstellende kracht kx. In de

oscillatie van een massa aan een veer leidt de demping constante b tot uitspatting van mechanische energie. In een RLC circuit is de weerstand R analoog tot de demping constante b en leidt tot uitspatting van elektrische energie.
Als de weerstand klein is, dan oscilleren de lading en stroom met (hoek) frequentie die zeer dicht bij ω_0 (de natuurlijke frequentie vh circuit) ligt, maar de oscillaties zijn gedempt.

5) Fasoren

Bij circuits met een ideale ac generator en 1 passief element (weerstand, inductor of condensator) is het potentiaal verschil over het passieve element gelijk aan de emf van de generator. In circuits die een ideale ac generator en twee of meer andere elementen in serie bevatten, is de som van de potentiaal verschillen over de elementen gelijk aan de emf van de generator. (idem als bij dc circuits) Echter, in ac circuits zijn deze potentiaal verschillen niet in fase, dus de som van hun rms waarden is niet gelijk aan de rms waarde van de emf van de generator.
Twee dimensionale vectors, welke men fasoren noemt, kunnen de fase relaties tussen de stroom en de potentiaal verschillen over weerstanden, condensators en inductors weergeven.



Op de figuur wordt het potentiaal verschil over een weerstand Vr weergegeven door de vector $\mathbf{V}_R$, met grootte I_mR en deze vector maakt een hoek θ met de x as.
Het potentiaal verschil is in fase met de stroom.

$$V_R = V_{R,m}\cos\theta$$

in het algemeen varieert de stroom in een steady-state ac circuit met de tijd, als

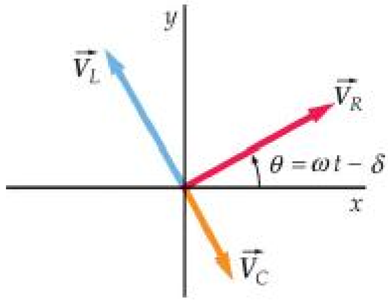
$$I = I_m\cos(\omega t - \delta) \qquad \text{waarbij} \quad \theta = \omega t - \delta$$

Het potentiaal verschil over een weerstand wordt dan gegeven door:

$$\Rightarrow V_R = RI = RI_m\cos(\omega t - \delta)$$

Het potentiaal verschil over een weerstand is dus gelijk aan de x component van de fasor $\mathbf{V}_R$, welke in tegenwijzerzin roteert met de hoeksnelheid ω. De stroom I kunnen we schrijven als de x component van een fasor **I** die dezelfde richting heeft als $\mathbf{V}_R$.
Wanneer verschillende componenten met elkaar verbonden zijn in serie, dan moeten hun potentiaal verschillen opgeteld worden. Wanneer verschillende componenten parallel staan dan moeten hun stromen opgeteld worden!
(wiskundig heel onhandig om sinussen cosinussen met verschillende fasen en amplituden op te tellen –> fasoren gebruiken is veel makkelijker)

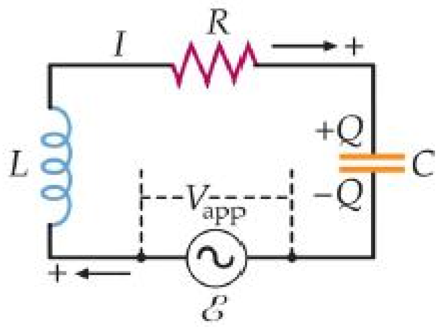
Elke ac stroom of potentiaal verschil wordt geschreven in de vorm A cos(ωt – δ), welk op zijn beurt behandeld wordt als A_x, de x component van een fasor die een hoek (ωt – δ) maakt met de positieve x richting. In plaats van de twee potentiaal verschillen of stromen algebraïsch op te tellen, gaan we deze grootheden voorstellen als fasoren **A** en **B** en we vinden dan de fasor som **C** = **A** + **B** geometrisch.
Het resulterende potentiaal verschil of stroom is dan de x component van de resulterende fasor, $C_x = A_x + B_x$. de geometrische voorstelling toont ons de relatieve amplituden en fasen van de fasoren.
Beschouw circuit met L, C en R in serie. Ze dragen allemaal dezelfde stroom. de potentiaal verschillen worden door hun fasoren voorgesteld op de figuur. V_c loopt dus 90° achter op V_R en V_L loopt 90° voor op de stroom. de relatieve positiefs van de vectoren veranderen niet! Op elk moment is de ogenblikkelijke waarde van V over een element gelijk aan de x component van de overeenkomstige fasor.



6) RLC keten met spanningsbron

Serie RLC circuits

Beschouw een serie RLC circuit dat sinusoidaal gedreven wordt door een ac generator. Als het potentiaal verschil toegepast op de serie RLC combinatie door de generator $V_{app} = V_{app,m} \cos \omega t$ is, dan vinden we door kirchhoff's loop rule:



$$* \quad L\frac{dI}{dt} + RI + \frac{Q}{C} = V_{app,m} \cos \omega t$$

Voor deze vgl* bestaan 2 oplossingen.

(1) de oplossing van het RLC circuit zonder stroombron. Deze oplossing geeft een stroom die volledig verdwenen is na een tijdje (demping stroom).

(2) stationaire oplossing van de vorm $I(t) = I_m \cos(\omega t - \delta)$

De amplitude Im en de fase δ kunnen gemakkelijk gevonden worden door gebruik te maken van fasoren of dmv. de "complexe" notatie

De stroom ih circuit bestaat dus uit een demping stroom die afhangt van de initiele condities (zoals initiele fase vd generator en de oorspronkelijke lading op de condensator) en een steady-state stroom die niet afhangt van de oorspronkelijke condities. We zullen de demping stroom, welke exponentieel afneemt met de tijd en eventueel verwaarloosbaar is, negeren en ons concentreren op de steady-state stroom.

De steady-state stroom die we bekomen door de vgl op te lossen is

$$I = I_m \cos(\omega t - \delta)$$

Waarbij de fase hoek gegeven wordt door:

$$\tan \delta = \frac{X_L - X_C}{R}$$

De piek stroom is

$$I_m = \frac{V_{app,m}}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}} = \frac{V_{app,m}}{Z}$$

Waarbij

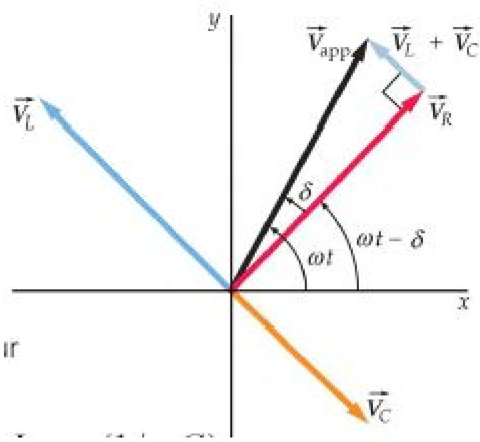
$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$$

De grootheid $X_L - X_C$ noemen we de totale reactantie, en Z is de impedantie.

Als we deze resultaten combineren dan krijgen we

$$I = \frac{V_{app,m}}{Z} \cos(\omega t - \delta)$$

We kunnen deze oplossingsvergelijking ook vinden door gebruik te maken van fasoren. De figuur geeft in een simpel diagram de fasoren weer die de potentiaal verschillen over de weerstand, de inductor en de condensator voorstellen. De x component van elk van deze vectoren is gelijk aan het ogenblikkelijke potentiaal verschil over het corresponderende element. De som van de x componenten is gelijk aan de som van de potentiaal verschillen over deze elementen, welke volgens Kirchhoff's loop rule gelijk is aan het ogenblikkelijke aangelegde potentiaal verschil.



Als we het potentiaal verschil aangelegd over de serie keten

$$V_{app} = V_{app,m} \cos \omega t$$

noemen met bijpassende fasor, dan hebben we

$$\vec{V}_{app} = \vec{V}_R + \vec{V}_C + \vec{V}_L$$

In termen van groottes:

$$V_{app,m} = \sqrt{V_{R,m}^2 + \left(V_{L,m} - V_{C,m}\right)^2}$$

Maar

$$V_R = I_m R$$

$$V_L = I_m X_L$$

$$V_C = I_m X_C$$

Dus

$$\Rightarrow V_{app,m} = Z\, I_m \; ; \underbrace{Z}_{\text{de impedantie}} = \sqrt{R^2 + \Big(\underbrace{\omega L - \frac{1}{\omega C}}_{X_L - X_C \text{ : totale reactantie}}\Big)^2}$$

De fasor $\mathbf{V}_{app}$ maakt een hoek δ met $\mathbf{V}_R$. we kunnen uit de figuur afleiden dat:

$$\tan \delta = \frac{\left|\vec{V}_L + \vec{V}_C\right|}{\left|\vec{V}_R\right|} = \frac{X_L - X_C}{R} = \frac{L\omega - (1/\omega C)}{R}$$

Aangezien $\mathbf{V}_{app}$ een hoek ωt maakt met de x as, maakt $\mathbf{V}_R$ een hoek ωt – δ met de x as. Dit aangelegde potentiaal verschil is in fase met d e stroom, welke daarom gegeven wordt door:

(+ fig 29- 19 p 950!!!)

$$I = I_m \cos(\omega t - \delta) = \frac{V_{app,m}}{Z}\cos(\omega t - \delta)$$

Resonantie

Wanneer X_L en X_C gelijk zijn dan is de totale reactantie nul en is bereikt de impedantie Z haar minimum. Dit is bij de frequentie

$$\omega_{res} = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

Deze frequentie is dus gelijk aan de natuurlijke frequentie ω_0.
Bij deze frequentie bereikt de stroom ook een maximale piekwaarde en is de fase hoek δ ook nul, wat betekent dat de stroom dan in fase is met het aangelegde potentiaal verschil. Wanneer dus de frequentie van het aangelegde potentiaal verschil gelijk is aan de natuurlijke frequentie, dan bereikt de impedantie een minimum, I bereikt een maximale piekwaarde. Men zegt dan dat het circuit in resonantie is. De natuurlijke frequentie noemt men daarom ook wel de resonantiefrequentie.

Aangezien noch een inductor noch een condensator energie dissipeert, is het gemiddelde vermogen geleverd aan de serie RLC keten het gemiddelde vermogen dat geleverd wordt aan de weerstand.
Het ogenblikkelijke vermogen geleverd aan de weerstand is:
$P = I^2 R = [I_m \cos(\omega t - \delta)]^2 R$

Uitgemiddeld over 1 of meerdere cylci en gebruik maken van $(\cos^2 \theta)_{av} = 1/2$, dan bekomen we voor het gemiddelde vermogen:

$$\Rightarrow P_{av} = \frac{1}{2} R I_m^2 = R I_{rms}^2$$

Gebruik makend van

$$V_{app,m} = I_m Z \; ; \quad \cos\delta = \frac{R}{Z}$$

Dan krijgen we:

$$\Rightarrow P_{av} = \frac{1}{2} I_m V_{app,m} \cos\delta = I_{rms} V_{rms} \underbrace{\cos\delta}_{\text{arbeidsfactor van de keten}}$$

In resonantie is δ = 0, en is de arbeidsfactor = 1.

voor Ohmse weerstand R : δ = 0 $\quad P_{av} = I_{rms} V_{rms} = R I_{rms}^2 = \dfrac{V_{rms}^2}{R}$

voor condensator of inductor : δ = +/- 90° $\Rightarrow P_{av} = 0$

Het vermogen kan ook uitgedrukt worden als functie van de hoeksnelheid ω:

$$P_{av} = \frac{1}{2} R I_m^2 = R I_{rms}^2 = \frac{V_{app,rms}^2}{Z^2} R$$

$$Z^2 = (X_L - X_C)^2 + R^2 = \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2 + R^2$$

$$Z^2 = \frac{L^2(\omega^2 - \omega_0^2)^2 + \omega^2 R^2}{\omega^2}$$

$$\Rightarrow P_{av} = \frac{V_{app,rms}^2 R \omega^2}{L^2(\omega^2 - \omega_0^2)^2 + \omega^2 R^2}$$

- P_{av} : vermogen geleverd door generator : is een functie van de frequentie van van de AC spanning geleverd door de generator.
- Wordt maximaal wanneer de frequentie van de generator gelijk is aan de resonantiefrequentie van de RLC keten maw. voor $\omega = \omega_0$.

• P wordt het werkelijk vermogen genoemd en wordt uitgedrukt in W (Watt).
• UrmsIrms wordt het schijnbaar vermogen genoemd en uitgedrukt in VA (Volt-Ampère).
• Elektriciteitsbedrijven leveren UrmsIrms maar als verbruiker moet je betalen voor P.
• In het algemeen wordt er een voorwaarde opgelegd aan de bedrijven om ervoor te zorgen dat de arbeidsfactor cosδ > 0.85.
• Wanneer de arbeidsfactor te lein wordt kan men aan “Power Factor Correction” doen : toevoegen van inductieve of capacitieve elementen om cosδ groter te krijgen.
• Te kleine arbeidsfactor leidt ook tot belasting van elektriciteitsnetwerk. Stel ik wil 100 W, maar cos δ = 0.5. Dan moet er 100W/0.5 = 200 VA geleverd worden door elektriciteitsfirma i.e. beduidend meer dan wat nodig is.
• opmerking : bij resonantie is cos δ = 1 in RLC keten !

De figuur toont het gemiddelde vermogen geleverd door de generator aan de serie combinatie als functie van de frequentie vd generator voor twee verschillende weerstandswaarden. Deze curven noemen we resonantie curven. Het gemiddelde vermogen is het grootst wanneer de generator frequentie gelijk is aan de resonantie frequentie. Wannneer de weerstand klein is, dan is de resonantie curve smal; wanneer de weerstand groot is, dan is de resonantie curve breed.
Een resonantie curve kan gekarakteriseerd worden dmv de resonantie breedte Δω: de breedte van de resonantiepiek gemeten bij de helft van het maximale vermogen. Wanneer de breedte klein is vgl met de resonantie frequentie, dan is de resonantie scherp; dat is, de resonantie curve is smal.

Men kan een resonantie curve ook karakteriseren dmv zijn Q-factor.

$$Q = \frac{\omega_0}{\Delta\omega}$$

Hoge Q-factor → scherp gepiekte curves.

• Een bepaalde radiozender correspondeert met bepaalde frequentie.
• RLC keten wordt gebruikt om een zender te selecteren : door variatie van de capaciteit C (of de inductantie L) kan men de resonantiefrequentie veranderen.
• Resonantie treedt dan op wanneer de resonantiefrequentie overeenkomt met één van de frequenties van de radiogolven die worden opgepikt door de antenne.
• Wanneer de Q-factor laag is dan kan het zijn dat er meerdere zenders doorkomen : slechte kwaliteit van de ontvangst.

Parallel RLC circuit

Bij een paralell RLC circuit wordt de totale stroom I van de generator verdeeld in drie stromen. De stroom I_R in de weerstand, I_C in de condensator, I_L in de inductor. Het ogenblikkelijk potentiaal verschil V_{app} is dezelfde over elke element. De stroom in de weerstand is in fase met het potentiaal verschil en de fasor $\mathbf{I}_R$ heeft grootte V_m/R. Aangezien het potentiaal verschil over de inductor 90° voor loopt op de stroom in de inductor, loopt I_L 90° achter op het potentiaal verschil en de fasor $\mathbf{I}_L$ heeft grootte V_m/X_L. Analoog, de stroom in de condensator loopt 90° voor op het potentiaal verschil en de fasor $\mathbf{I}_C$ heeft grootte V_m/X_C.
Deze stromen worden voorgesteld door hun fasoren in de figuur.
De grootte van de totale stroom is

$$I = \sqrt{I_R^2 + (I_L - I_C)^2} = \sqrt{\left(\frac{V_m}{R}\right)^2 + \left(\frac{V_m}{X_L} - \frac{V_m}{X_C}\right)^2} = \frac{V_m}{Z}$$

Waarbij de totale impedantie Z gegeven wordt door:

$$Z = \sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + \left(\frac{1}{X_L} - \frac{1}{X_C}\right)^2}$$

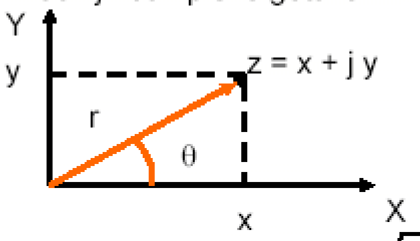
Bij resonantie, zijn de stroom in de inductor en in de condensator 180° uit fase. Dus dan is de totale stroom minimaal en is deze gelijk aan enkel de stroom in de weerstand. Dit is wanneer Z maximaal is, en dus 1/Z minimaal is.
We merken ook op dat wanneer $X_L = X_C$, 1/Z zijn minimum waarde 1/R bereikt.
Als we X_L gelijk stellen aan X_C en oplossen naar ω, dan vinden we als oplossing de resonantie frequentie = de natuurlijke frequentie.

7) berekenen van impedantie dmv complexe getallen (niet in boek!)

- Berekenen van impedanties kan dmv. fasoren maar kan op een veel efficiëntere wijze dmv. complexe gatallen.

Intermezzo : complexe getallen

- Wat zijn complexe getallen ? → weergeven van een punt in een vlak



$$j = \sqrt{-1} \Leftrightarrow j^2 = -1$$

in de elektronica noteert men "j" ipv. i, dit om verwarring te vermijden met de stroom.

$$x = r\cos\theta \qquad r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$y = r\sin\theta \qquad \tan\theta = \frac{y}{x}$$

Complexe getallen

$$z = x + jy = r(\cos\theta + j\sin\theta) = r\, e^{j\theta}$$

$z^* \equiv x - jy$ complex toegevoegde van een complex getal

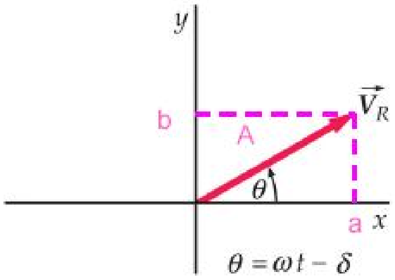
$$|z|^2 = z^* z = x^2 + y^2 = r^2$$

we zullen sinusoïdale wisselstromen en wisselspanningen voorstellen dmv. complexe getallen bv.

$$I(t) = I_m\, e^{j(\omega t - \varphi)} \rightarrow \begin{array}{l} \Re e\{I(t)\} = I_m \cos(\omega t - \varphi) \\ \Im m\{I(t)\} = I_m \sin(\omega t - \varphi) \end{array}$$

we spreken dan verder af dat de reële stroom gegeven wordt door het reële gedeelte van de complexe stroom (in principe kan men ook met het imaginaire gedeelte werken).

• In feite is die complexe voorstelling niets anders dan het weergeven van de fasoren door complexe getallen. Er bestaat een éénduidig verband tussen beide : een fasor is een 2-dim. vector. Het de coördinaten v/h eindpunt van deze vector (wanneer het beginpunt in de oorsprong ligt) kunnen we weergeven dmv. een complex getal



$$\vec{V}_R \rightarrow V_R = a + j\,b = A\,e^{j\theta} = A\,e^{j(\omega t - \delta)}$$

- Ook de impedanties worden dan complexe getallen : $Z = |Z|\,e^{j\delta}$
- De impedantie wordt gekenmerkt door een grootte (de amplitude van het complexe getal) |Z| en een fase δ.
- We kunnen dan het verband tussen stroom en spanning steeds schrijven als

$$V = Z\,I$$

- Voor de grootte van impedantie geldt : $V_m = |Z|\,I_m$
- De fase δ geeft dan het faseverschil weer dat kan bestaan tussen de de spanning en de stroom. Stel dat we hebben :

$$V = V_m e^{j\omega t} \Rightarrow I = \frac{V}{Z} = \frac{V_m}{|Z|} e^{j(\omega t - \delta)} = I_m e^{j(\omega t - \delta)}$$

Impedantie voor R, L en C

- Voor een weerstand liepen de stroom en de spanning in fase :

$$Z_R = R + j\,0 = R = R\,e^{j0}$$

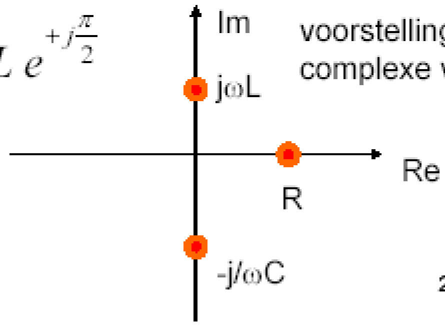
- Voor een condensator liep de stroom 90° voor op de spanning :

$$Z_C = 0 - \frac{j}{\omega C} = -\frac{j}{\omega C} = \frac{1}{\omega C} e^{-j\frac{\pi}{2}}$$

- Voor een condensator liep de stroom 90° achter op de spanning :

$$Z_L = 0 + j\omega L = j\omega L = \omega L\, e^{+j\frac{\pi}{2}}$$

voorstelling in complexe vlak



- In het algemeen kan men steeds
- schrijven: $\boxed{Z_R = R + j\,X}$

X : **reactantie**

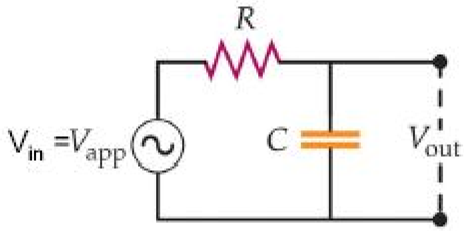
29

Impedanties

- Voor de complexe impedanties gelden dezelfde regels als voor weerstanden wat betreft serie- en parallelschakeling.
- vb. drie impedanties in serie kunnen vervangen worden door een equivalente impedantie : $\boxed{Z = Z_1 + Z_2 + Z_3}$
- voor drie impedanties in parallel : $\boxed{\frac{1}{Z} = \frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} + \frac{1}{Z_3}}$
- Op sommige toestellen staat de impedantie weergeven. Dit is dan de **grootte** en dit steeds voor een welbepaalde referentiefrequentie bv. op een luidspreker staat dat de impedantie 8 Ω bedraagt. In dit geval is dit bij 1 kHz.

8) De RC keten als laag-doorlaat filter

- Beschouw een weerstand R en een condensator C in serie



We zoeken de versterking G ("Gain") van dit circuit :

$$G(\omega) = \frac{V_{out}}{V_{in}} \equiv |G(\omega)|\, e^{j\phi(\omega)}$$

Kirchhoff geeft :

$$V_{in} - Z_R I - Z_C I = 0$$

$$V_{out} = Z_C I \Rightarrow V_{out} = \frac{Z_C}{Z_R + Z_C} V_{in}$$

31

$$G(\omega) = \frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{Z_C}{Z_R + Z_C} = \frac{-j/(\omega C)}{R - \dfrac{j}{\omega C}}$$

$$\Rightarrow |G(\omega)| = \frac{1}{\omega C} \frac{1}{\sqrt{R^2 + \left(\dfrac{1}{\omega C}\right)^2}}$$

$$\omega \to 0 \Rightarrow |G(\omega)| \to 1 \,;\, \phi \to 0$$

$$\omega \to \infty \Rightarrow |G(\omega)| \to 0 \,;\, \phi \to -\frac{\pi}{2}$$

$$\tan\phi = -\omega RC$$

tekening faseverschil : nog aan te vullen

laat enkel lage frequenties door : laag-doorlaatfilter

voor hoge freq. gaat versterking naar 0

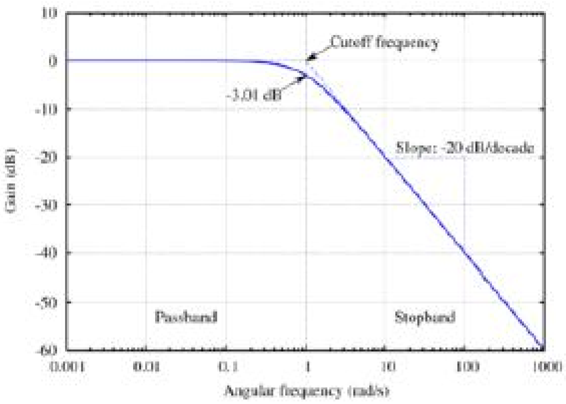
32

De laag-doorlaatfilter ("low-pass filter")

- De versterking wordt dikwijls uitgedrukt in decibel (dB) i.e.

logaritmische schaal.

$$|G(\omega)|(dB) = 20\log(|G(\omega)|)$$



from Wikipedia

De frequentie wordt dan meestal ook op een logaritmische schaal uitgezet.

De figuur die men dan bekomt noemt men een **BODE** plot.

Ook voor de fase is er een Bode plot : de fase wordt dan uitgezet als functie van de frequentie, welke ook op een logaritmische schaal wordt gegeven.

- voor ω = 1/RC wordt de versterking :

$$|G(\omega)| = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow |G(\omega)|(dB) = -10\log 2 = -10 \times 0{,}3 = -3\ dB$$

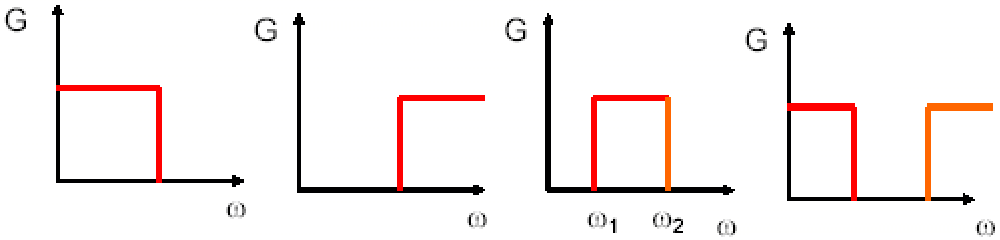
Bij deze frequentie valt het vermogen terug op de helft :

$$\frac{P_{out}}{P_{in}} = \frac{V_{out}^2}{V_{in}^2} = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 = \frac{1}{2}$$

De frequentie waarbij vermogen terugvalt op de helft noemt men de **afsnijfrequentie** ("cutoff" frequentie) of het **"3 dB punt"** of **"-3 dB punt"**. Deze frequentie kan gekozen worden door R en/of C te veranderen. De band aan frequenties die wordt doorgelaten noemt men de **DOORLAATBAND**. De band van freq. die worden tegengehouden noemt men de afsnijband of de stopband.

Filters

- De RC laag-doorlaatfilter is maar één voorbeeld v/e filter. Wanneer we de uitgangsspanning meten over de weerstand ipv. van over de condensator dan krijgen we een zg. hoog-doorlaatfilter.
- We kunnen ook filter maken met inductoren ("spoelen") ipv. condensatoren.
- Men kan hoog- en laag-doorlaatfilter combineren tot zg. band-doorlaatfilters of band-stopfilters (bandsperfilter).
- In het ideale geval ziet de versterking er schematisch uit als :



laag-doorlaatfilter hoog-doorlaatfilter band-doorlaatfilter band-stopfilter

$\omega_2 - \omega_1$ is de bandbreedte van de band-doorlaatfilter.

- In werkelijkheid wordt de versterking van een laagdoorlaatfilter niet abrupt afgebroken maar neemt zij geleidelijk af (analoog voor de andere types van filter).

$$\left|G(\omega)\right|(dB) = 20\log\left(\frac{\omega_0/\omega}{\sqrt{1+\left(\frac{\omega_0}{\omega}\right)^2}}\right) \approx 20\,\log\left(\omega_0/\omega\right)$$

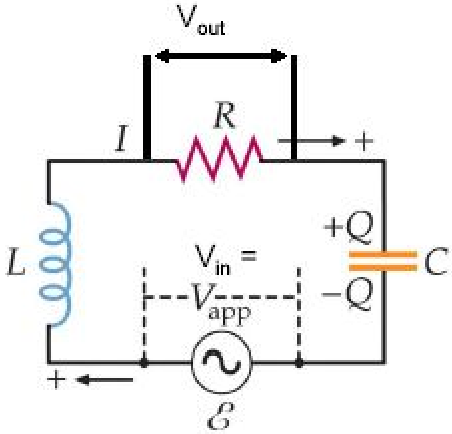
$\omega >> \omega_0$

$$\left|G(\omega)\right|(dB) = -20\,\log\left(\omega/\omega_0\right) = -20\,\log\left(f/f_0\right)$$

$f = f_0 \Rightarrow G = 0\ dB$	$f = f_0 \Rightarrow G = 0\ dB$
$f = 10\ f_0 \Rightarrow G = -20\ dB$	$f = 2\ f_0 \Rightarrow G = -6\ dB$
$f = 100\ f_0 \Rightarrow G = -40\ dB$	$f = 4\ f_0 \Rightarrow G = -12\ dB$
$f = 1000\ f_0 \Rightarrow G = -60\ dB$	$f = 8\ f_0 \Rightarrow G = -18\ dB$

voor frequenties f >> f_0 neemt de versterking in goede benadering af met 20 dB/decade of 6 dB/octaaf. Men zegt dat deze filter een "roll-off" heeft van 6 dB/octaaf of 20 dB/decade. Voor f ≈ f_0 is deze benadering minder goed.

9) De RLC keten als band-doorlaat filter



$$G(\omega) = \frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{Z_C}{Z_R + Z_C + Z_L}$$

$$= \frac{R}{R + j\omega L - \dfrac{j}{\omega C}}$$

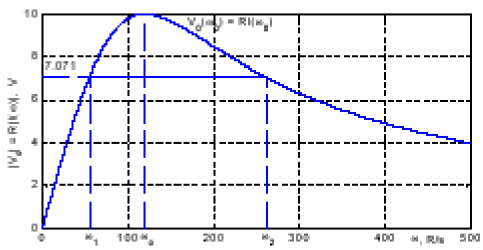
$$\Rightarrow |G(\omega)| = \frac{R}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \dfrac{1}{\omega C}\right)^2}}$$

$$\tan\phi = \frac{\omega L - 1/(\omega C)}{R}$$

oefening : bereken en teken de versterking (modulus en fase) als functie van de freq.

37

- De grootte van de versterking ziet er dan als volgt uit :



er zijn 2 freq. waarvoor het vermogen terugvalt op de helft van het maximale vermogen : ω_1 en ω_2.

bandbreedte filter : ω_2 - ω_1

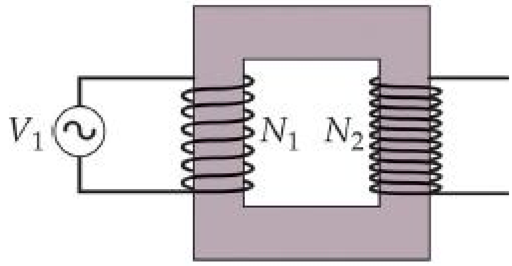
from :
http://www.parl.clemson.edu/~wjones/307/fall2003/materials/SimpleRLCresponse.doc

opm. : een versterker is een circuit waarbij voor een bepaalde frequentie of frequentieband de versterking |G| > 1

10) De transformator

Een transformator is een toestel gebruikt om de spanning te verhogen of te verlagen in een circuit zonder een wezenlijk verlies van vermogen.

De figuur toont een eenvoudige transformator bestaande uit twee spoelen die om een weekijzeren kern gewikkeld zijn. De spoel die het input vermogen draagt noemen we de primaire spoel, de andere noemen we de secundaire.



De transformator maakt gebruik van het principe dat een wisselstroom in 1 circuit een wisselende emf induceert in een nabij circuit tgv de wederzijdse inductie van de twee circuits. De weekijzeren kern versterkt het magnetisch veld voor een gegeven stroom en geleid deze zodat bijna alle magnetische flux door 1 spoel ook door de andere spoel gaat. Als geen vermogen verloren zou gaan, dan zou het product van het potentiaal verschil over en de stroom in de secundaire spoel gelijk zijn aan het product van het potentiaal verschil over en de stroom in de primaire spoel.

Dus, als het potentiaal verschil over de tweede spoel hoger is dan het potentiaal verschil over het primaire circuit, dan is de stroom in het secundaire circuit lager dan de stroom in de primaire spoel, en vice versa. Vermogen verliezen komen voor door de joule heating in de kleine weerstanden in beide spoelen, of in stroom loops binnenin de ijzeren kern, en door hysteresis in de ijzeren kernen. We zullen deze verliezen negeren en een ideale transformator beschouwen met 100% efficientie, voor welke al het vermogen geleverd aan de primaire spoel ook in de secundaire spoel aanwezig is. Echte transformators zijn meestal 90% tot 95% efficient.

Beschouw een tranformator met een potentiaal verschil V_1 over de primaire spoel met N_1 windingen; de secundaire spoel met N_2 windingen is een open circuit. Omwille van de ijzeren kern, is er een grote flux doorheen elke spoel zelfs wanneer de magnetiserende stroom I_m in het primaire circuit heel klein is. We kunnen de weerstanden van de spoelen negeren, welke allemaal verwaarloosbaar zijn in vergelijking met hun inductieve reactanties.

Het primaire circuit is een eenvoudig circuit bestaande uit een ac generator en een pure inductor. De stroom die magnetiseert in de primaire spoel en het potentiaal verschil over de eerste spoel zijn 90° uit fase, en het gemiddelde vermogen dat verloren gaat in de primaire spoel is nul.

Als $\Phi 1$ de magnetische flux door een enkele winding van de primaire spoel is, dan is het potentiaal verschil over de eerste spoel gelijk aan de tegen emf, dus

$$V_1 = N_1 \frac{d\phi_1}{dt}$$

Als er geen flux wegvloeit uit de ijzeren kern, dan is de flux door elke winding gelijk voor beide spoelen. Dus, de totale flux door de secundaire spoel is $N_2\,\Phi 1$, en het potentiaal verschil over de secundaire spoel is

$$\phi_1 = \phi_2 \Rightarrow V_2 = N_2 \frac{d\phi_1}{dt}$$

Als we de vorige twee vergelijkingen aan elkaar gelijk stellen dan bekomen we:

$$\Rightarrow V_2 = \frac{N_2}{N_1} V_1$$

$$\Rightarrow V_{2,rms} = \frac{N_2}{N_1} V_{1,rms}$$

Als N2 groter is dan N1, dan is het potentiaal verschil over de secundaire spoel groter dan het potentiaal verschil over de primaire spoel, en dan noemt men de transformator een "step-up transformator". Als N2 kleiner is dan N1, dan is het potentiaal verschil over de tweede spoel kleiner dan dat over de eerste, en dan spreekt men over een "step-down tranformator".

Wanneer we een weerstand R, = "load weerstand", over de secundaire spoel plaatsen, dan zal daar een stroom I2 in het secundaire circuit zijn die in fase is met het potentiaal verschil V2 over de weerstand. Deze stroom zorgt voor een extra flux door elke winding, proportioneel tot N_2I_2. deze flux werkt de oorspronkelijke flux (tgv de oorspronkelijke magnetiserende stroom I_m in het primaire circuit) tegen.
Het potentiaal verschil over de primaire spoel wordt bepaald door de emf van de generator, welke niet beinvloed wordt door het secundaire circuit.
Volgens de vergelijking

$$V_2 = N_2 \frac{d\phi_1}{dt}$$

moet de flux in de ijzeren kern veranderen tegen de oorspronkelijke snelheid; dat is, de totale flux in de ijzeren kern moet dezelfde zijn als wanneer er geen "load" is over de secundaire spoel. De primaire spoel trekt dus een extra stroom I1 om de oorspronkelijke flux Φ1 te behouden. De flux door elke winding geproduceerd door deze extra stroom is proportioneel tot N_1I_1. aangezien deze flux gelijk is aan het negatieve van de extra flux door het secundaire circuit, is de extra stroom I1 in het primaire circuit gerelateerd tot de stroom I2 in het secundaire circuit als:
$N_1I_1 = - N_2I_2$

Deze stromen zijn 180° uit fase en produceren tegenwerkende fluxes.
Aangezien I2 in fase is met V2, is de stroom I1 in fase met het potentiaal verschil over het primaire circuit.

Als we veronderstellen dat geen vermogen verloren gaat, dan zijn de ontwikkelde vermogen in primaire en secundaire keten gelijk:

$$P_1 = P_2$$

$$V_{1,rms} I_{1,rms} \cos\delta_1 = V_{2,rms} I_{2,rms} \cos\delta_2$$

(de magnetiserende stroom draagt niet bij tot de vermogen input omdat deze stroom 90° uit fase is met de spanning van de generator.)

In de meeste gevallen is de extra stroom in de primaire keten I1 veel groter dan de oorspronkelijke magnetiserende stroom I_m.

Indien we een transformator belasten met een vermogen waarvoor hij ontworpen is dan is $\delta_1 \approx 0$ en $\delta_2 \approx 0$.

$$\frac{I_{1,rms}}{I_{2,rms}} = \frac{V_{2,rms}}{V_{1,rms}} = \frac{N_2}{N_1}$$

Door de windingen van de primaire en secundaire keten sterk verschillend te nemen kunnen we een hoge/lage spanning/stroom omzetten in een lage/hoge spanning/stroom.

De transformator : toepassingen

• Om voldoende vermogen bij alle gezinnen te brengen zou men in principe zeer hoge stromen moeten genereren. Vermits het vermogen dat verloren gaat in de vorm van warmte ("Joule heating") ~ I2 betekent dit een gigantisch verlies aan energie.

• Daarom brengt men in een elektriciteitscentrale de spanning eerst naar een veel hogere waarde zoals bv. 600 kV of 380 kV dmv. Een transformator ("optransformeren") . De stroom daalt dan evenredig. Vanuit de centrale vertrekken dan zeer lange kabels via de hoogspanningsmasten om de elektrische energie
te transporteren.

• Deze hoogspanning wordt niet gebruikt voor de verdeling bij de eindverbruikers : een eventuele energiewinst weegt niet op tegen de gevaren bij het gebruik van hoogspanning en de problemen bij isolatie.

• Aan de rand van de stad bevinden zich installaties waar de spanning via transformatoren wordt verlaagd naar bv. 20 kV. Het transport kan nu verder gebeuren via ondergrondse leidingen.

• In de straten vindt men dan de "grijze" kasten waar de spanning wordt verlaagd naar 380 V voor bedrijfstoepassingen of 230 V voor huishoudelijk gebruik.

• Voor gelijkstroom kan men geen transformator gebruiken. Daarom gebeurt de stroomvoorziening dmv. wisselstroom. In de VS tijdens de jaren '20 werd oorspronkelijk gelijkstroom gebruikt. Door de toenemende vraag naar elektriciteit is men dan overgeschakeld naar wisselstroom omdat men dan transformatoren kon gebruiken.

• Veel elektronicatoepassingen in het huishouden werken met een lage spanning zoals 12 V. In bv. audioversterkers of computers zit dan een transformator die de 230 V omzet naar 12 V.

• Soms worden transfo's ook gebruikt om grote stromen te genereren zoals in lastoestellen.

• Een “laspost” is in essentie niets anders dan een transfo die de 230V omzet naar een lagere spanning (~ 20-45 V). De hoge stroom (typisch ~200 – 600 A) die dan ontstaat zorgt dan voor de grote warmteontwikkeling.

• transformatoren hebben ook een totaal andere toepassing : die van **IMPEDANTIE-AANPASSER (“impedance-matching”)**. Stel dat de impedanties van de primaire en de secundaire winding respectievelijk Z1 en Z2 zijn.

$$Z_1 = \frac{V_1}{I_1} \quad Z_2 = \frac{V_2}{I_2} = \left(\frac{N_2}{N_1}\right)^2 Z_1$$

$$|Z_1| = \left(\frac{N_2}{N_1}\right)^2 |Z_2|$$

De transformator als impedantie-aanpasser

• We hebben in hoofdstuk 25 gezien dat een batterij met interne weerstand r een maximaal vermogen overdraagt aan een toestel met interne weerstand R
indien R = r.

• Dit kan veralgemeend worden (zonder bewijs) : wanneer de spanningsbron een interne impedantie Zbron = Rbron + j Xbron heeft en we sluiten een toestel met impedantie Z = R + j X aan dan krijgen we de **maximale overdracht van vermogen** wanneer **R = Rbron** en **Xbron = - X**.

• Wanneer Z en Zbron sterk verschillend zijn dan kunnen we een transfo gebruiken om de impedantie van de bron “aan te passen” aan die van het toestel.

• Xbron = - X is enkel mogelijk voor 1 frequentie maw. enkel dan hebben we een maximale overdracht van vermogen.

• Impedantie-aanpassing treedt niet enkel op in elektrische/elektronische toepassingen maar ook in mechanische toepassingen zoals bij het fietsen

impedantie-aanpassing bij het fietsen

• Het vermogen ontwikkeld door de spieren van de fietser moet zo efficiënt mogelijk omgezet worden in rotatie van de wielen.

• Onze beenspieren kunnen een groot moment uitoefenen op de trappers maar kunnen niet snel op en neer bewegen. Het achterwiel moet echter snel ronddraaien willen we een redelijke snelheid. Met trappers rechtstreeks bevestigd op het achterwiel is de vermogensoverdracht van benen op wielen niet optimaal. We kunnen dit gedeeltelijk verbeteren door het wiel groter te maken : zie antieke
fietsen.

• Ketting en kamwielen zorgen voor impedantie-aanpassing : een trage beweging met groot krachtmoment op het trapperstandwiel wordt omgezet in een snelle rotatie met kleiner krachtmoment op het kleine tandwiel achteraan.

• De overdracht is optimaal bij 1 frequentie. Om een optimale overdracht te kunnen hebben bij verschillende frequenties hebben sommige fietsen verschillende versnellingen.