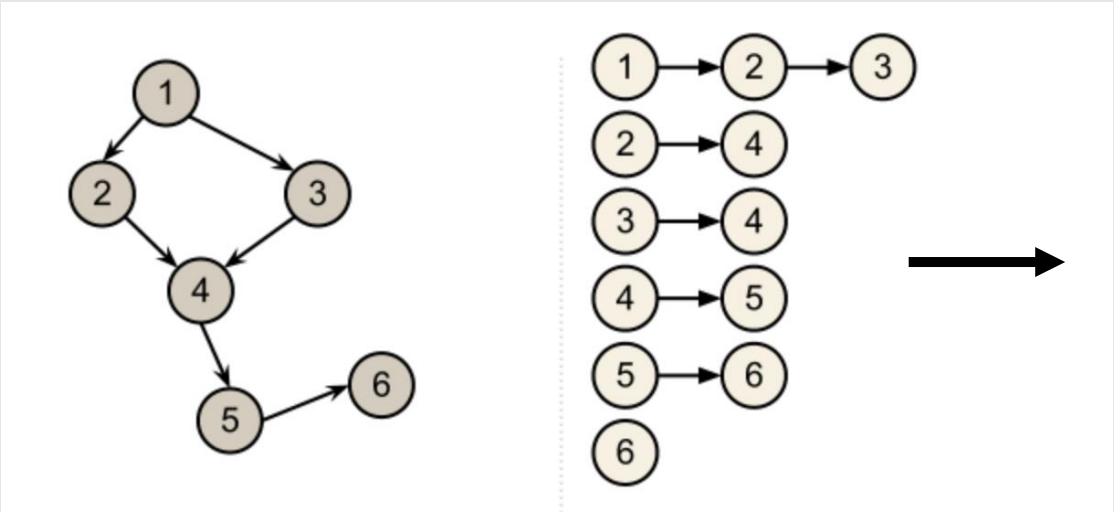
Алгоритм пошуку в ширину

Маслова Надія, ФВЕ 1 к. маг.

Представлення графів

- Існує 2 способи представити граф *G = (V, E)* – як набір списків суміжних вершин або як матрицю суміжності
- 1. Для кожної вершини *u ϵ V* список суміжних вершин містить в собі (вказівники на) всі суміжні з нею вершини (*(u, v) ϵ E*)
- 2. Матриця *A* = (a_{ij}) розміром $|V| \times |V|$, для якої $a_{ij} = \begin{cases} 1, \text{if } (i,j) \in E, \\ 0 \text{ otherwise} \end{cases}$



	1	2	3	4	5	6
1	0	1	1	0	0	0
2	0	0	0	1	0	0
3	0	0	0	1	0	0
4	0	0	0	0	1	0
5	0	0	0	0	0	1
6	0	0	0	0	0	0

Пошук в ширину (Breadth-first search)

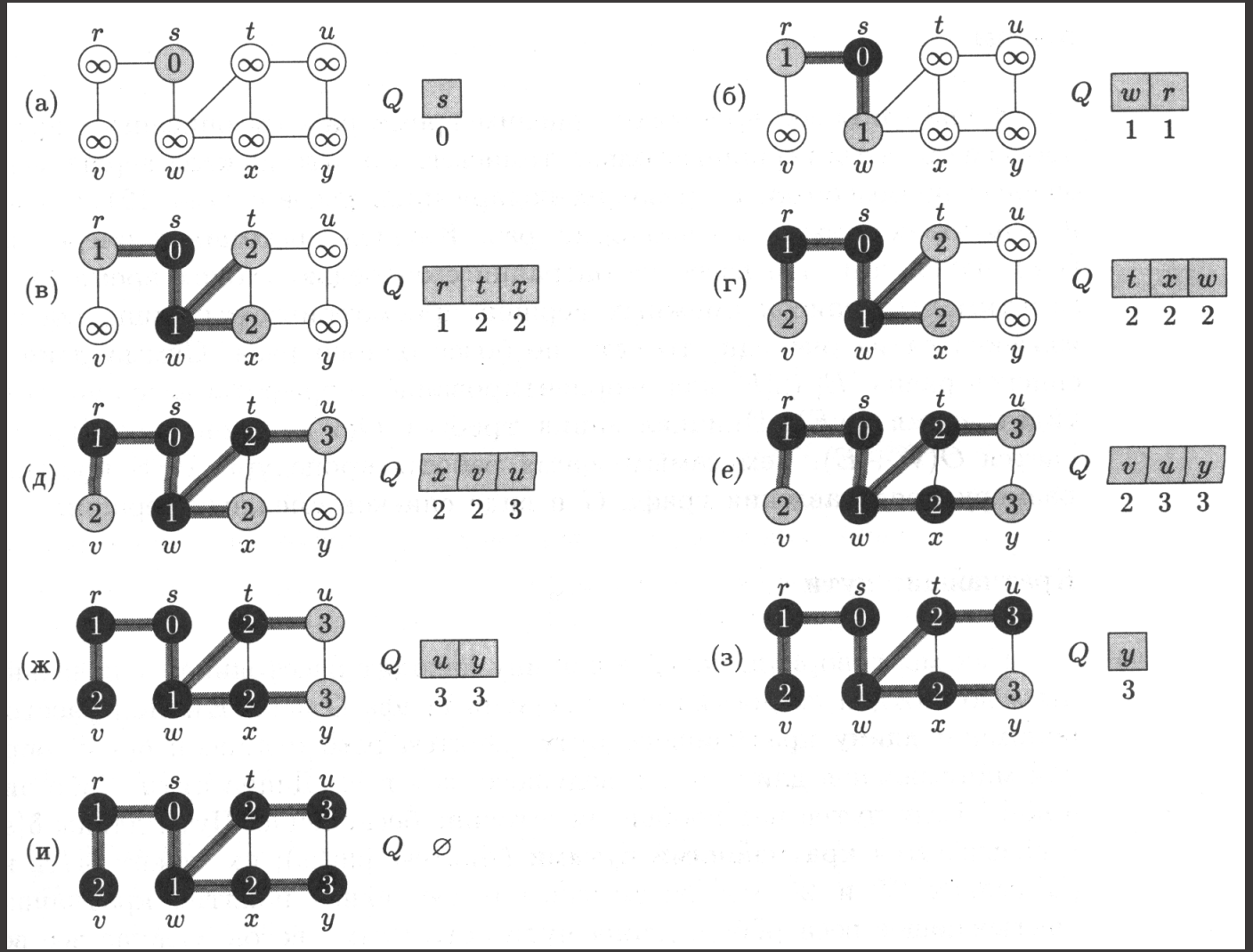
- Один з базових алгоритмів, що складає основу багатьох інших (алгоритм Дейкстри, алгоритм Прима можуть розглядатись як його узагальнення).
- Нехай заданий граф $G = (V, E)$ і фіксована початкова вершина s. Алгоритм BFS перелічує всі доступні вершини з s. В процесі пошуку виділяється частина, що називається «деревом пошуку в ширину» з коренем s. Вона містить всі досяжні вершини з s і лише їх. Для кожної з них шлях з кореня в дереві пошуку буде одним з найкоротших шляхів (з початкової вершини у графі.

Пошук в ширину (Breadth-first search)

- Будемо вважати, що кожна вершина в процесі роботи алгоритма може мати певний колір: білий, сірий або чорний. На початку всі вершини білі. Біла вершина може стати сірою, а сіра чорною, але не навпаки. Таким чином регулюється порядок обходу: лише сірі вершини можуть мати суміжні незнайдені вершини.
- На початку дерево пошуку складається лише з початкової вершини. Коли зустрічається нова біла вершина v, суміжна з раніше знайденою вершиною u, то вершина v додається в дерево пошуку, стаючи при цьому дочкою вершини v. Оскільки кожну вершину можна знайти лише один раз, то двох батьків в неї не може бути.
- Для реалізації алгоритму зазвичай використовують чергу (FIFO).

Псевдокод

```
BFS(G, s)
 1  for (для) каждой вершины u ∈ V[G] − {s}
 2        do color[u] ← БЕЛЫЙ
 3           d[u] ← ∞
 4           π[u] ← NIL
 5  color[s] ← СЕРЫЙ
 6  d[s] ← 0
 7  π[s] ← NIL
 8  Q ← {s}
 9  while Q ≠ ∅
10        do u ← head[Q]
11           for (для) всех v ∈ Adj[u]
12                 do if color[v] = БЕЛЫЙ
13                       then color[v] ← СЕРЫЙ
14                            d[v] ← d[u] + 1
15                            π[v] ← u
16                            ENQUEUE(Q, v)
17           DEQUEUE(Q)
18           color[u] ← ЧЁРНЫЙ
```



Час роботи

- Під час роботи вершину можна покласти в чергу лише один раз, відповідно і забрати з черги теж тільки один раз. Кожна операція з чергою займає O(1), тоді на всі операції потрібен час O(V).
- Список суміжних вершин проглядається не більше одного разу, коли вершина виймається з черги. Сума довжин всіх списків складає E, всього обробка займає O(E).
- Ініціалізація потребує час O(V).
- Таким чином час роботи алгоритму складає O(V+E), тобто пропорційне розміру представлення графа у вигляді списку суміжних вершин.

Приклад

```
#include <iostream>
#include <chrono>
using namespace std::chrono;
int main() {
int N, S, F, a;
std::cin >> N >> S >> F;
S--;
F--;
int arr[N][N];


for (int i=0; i<N; i++){
    for (int j=0; j<N; j++){
        std::cin >> a;
        arr[i][j] = a;}}
auto start = steady_clock::now();
int color[N];
int d[N];
int pi[N];
for (int i=0; i<N; i++){
        color[i] = 0;
        d[i]=0;
        pi[i]=-1;
        }
    color[S] = 1;
    d[S] = 0;
    std::queue<int> Q;
    Q.push(S);
    while (!Q.empty()){
        int u = Q.front();
        for (int j=0; j<N; j++){
        if (arr[u][j] == 1){
            if(color[j] == 0){
               color[j] = 1;
               d[j] = d[u]+1;
               pi[j] = u;
               Q.push(j);}
        }
        }
        Q.pop();
        color[u] = 2;
        }
    auto finish = steady_clock::now();
    auto duration = finish - start;
    double time =
duration_cast<microseconds>(duration).count();
    std::cout << "Minimal distance = " << d[F] <<
std::endl;
    std::cout << "Time = " << time << "
microseconds" << std::endl;
    return 0;
    }
```

Результат роботи прикладу

```
nadiia@nadiia-Mi:~/OOP_basic$ ./DFS
4 4 3
0 1 1 1
1 0 1 0
1 1 0 0
1 0 0 0
Minimal distance = 2
Time = 3 microseconds
```