

# Бінарний алгоритм піднесення до степеня

Підготував: Скоренок Олександр  
5 курс, група ФВЕ

- **Повторне квадратування або повторне подвоєння** - алгоритм, призначений для піднесення числа  $x$  до натурального степеня  $n$  за менше число множень, ніж цього вимагає визначення степені.
- Звичайний рекурсивний підхід має складність  $O(n)$ , швидке піднесення має складність  $O(\log n)$ .

# Алгоритм

Для будь-якого числа  $a$  та парного числа  $n$  виконується очевидне співвідношення:

$$a^n = (a^{n/2})^2 = a^{n/2} a^{n/2}$$

Для непарного  $n$  спочатку потрібно перейти до  $n-1$ , яке в свою чергу буде парним.

$$a^n = a^{n-1} a$$

Остаточно маємо рекурентну формулу в якій не більше ніж  $2\log n$  множень.

# Реалізація

```
int binpow(int a, int n) {  
    if (n == 0)  
        return 1;  
    if (n % 2 == 1)  
        return binpow(a, n-1) * a;  
    else {  
        int b = binpow(a, n/2);  
        return b * b;  
    }  
}
```

# Покращення попередньої версії

```
int bnpow(int a, int n) {  
    int result = 1;  
    while (n)  
        if (n & 1) {  
            result *= a;  
            --n;  
        }  
        else {  
            a *= a;  
            n >>= 1;  
        }  
    return result;  
}
```

# Покращення попередньої версії

```
int bnpow(int a, int n) {  
    int result = 1;  
    while (n) {  
        if (n & 1)  
            result *= a;  
        a *= a;  
        n >>= 1;  
    }  
    return result;  
}
```