

Naam:rolnummer:

Afspraken:

- Gesloten boek, enkel toegelaten: schrijfgerei.
- GSM moet afgezet worden, horloge uitgedaan.
- Schrijf leesbaar en vermeld je naam op elk blad!
- Combinatiegetallen, faculteiten, e -machten hoeven niet uitgerekend te worden.

/2

1. We nemen $A = \{1, 2, 3, \dots, 8\}$.

- Hoeveel verschillende bijecties zijn er van A naar A ?
- Hoeveel verschillende injecties zijn er van A naar A ?
- Hoeveel verschillende surjecties zijn er van A naar A die elk even getallen steeds naar een oneven getal stuurt?

2. In deze vraag noemen we W de verzameling woorden zijn die opgelijst staan in de Van Dale woordenboek versie 2022.

Geef van de volgende relaties R aan of het al dan niet equivalentierelaties zijn en/of het al dan niet partiële ordeningen zijn. Verklaar je antwoord.

- (a) $R = \{(x, y) \in W \times W \mid \text{woord } x \text{ begint met dezelfde letter als woord } y\}$.
- (b) $R = \{(x, y) \in W \times W \mid \text{woord } x \text{ heeft tenminste één letter gemeenschappelijk als woord } y\}$
- (c) $R = \{(x, y) \in W \times W \mid \text{de eerste letter van } x \text{ komt niet later in het alfabet dan de eerste letter van } y\}$

/3

3. Toon aan via inductie dat

$$3^{2n+2} + 8n - 9$$

deelbaar is door 16 voor elk natuurlijk getal n .

/2

4. 1000 kleine kubusjes worden gestapeld zodat zij een grote $10 \times 10 \times 10$ kubus vormen. Een sprinkhaan zit in het middelpunt O van een hoekkubusje. Op elke gegeven moment kan hij naar het middelpunt van een kubusje springen die met een zijvlak verbonden is met het kubusje waar hij zich bevindt, zodat hij bij deze sprong de afstand tussen hem en startpunt O vergroot. Op hoeveel verschillende manieren kan de sprinkhaan vanaf O naar het middelpunt van het tegenoverliggend hoekkubusje gaan?

5. In een ondoorzichtige zak zit een bal. Hiervan is geweten dat deze met 50% kans blauw is en met 50% kans rood is.
- (a) We steken er nog een rode bal bij. Dan trekken we een willekeurige bal uit de zak. Deze blijkt rood te zijn. Wat is de kans dat de bal die dan nog in de zak zit ook een rode bal is?
 - (b) We steken de rode bal terug in de zak. Dan trekken we opnieuw een willekeurige bal uit de zak. Deze blijkt opnieuw rood te zijn. Wat is nu de kans dat de bal die dan nog in de zak zit ook een rode bal is?

/3

6. Ik gooi 450 keer met een zuivere dobbelsteen en tel het aantal keer dat ik een 5 of een 6 gooi.

Wat is de kans dat dit aantal tussen 130 en 140 ligt (130 en 140 inclusief)? Gebruik hiervoor de normale verdeling.

/2

7. Gebruik Karnaugh maps om de de uitdrukking

$$P = x(u + \overline{u}y\overline{z}) + \overline{x + y + z}$$

zo kort mogelijk te schrijven

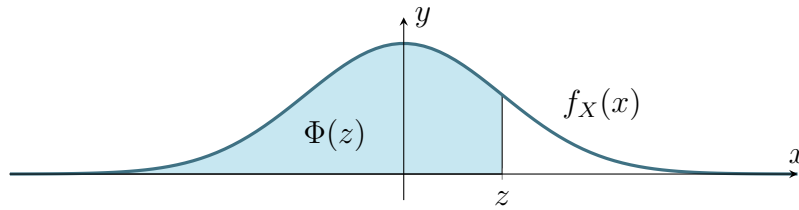
- (a) als som van producten van literals met zo weinig mogelijk literals.
- (b) als product van sommen van literals met zo weinig mogelijk literals.

/3

8. Los de volgende recursieve gelijkheid op door gebruik te maken van genererende functies, m.a.w. zoek een gesloten formule voor s_n .

$$\begin{cases} s_0 = 5, \\ s_1 = 2, \\ s_n + 3s_{n-1} - 4s_{n-2} = 35 \quad (\forall n \in \mathbb{N} \setminus \{0, 1\}) \end{cases}$$

Gebruik dit blad als extra blad indien je te weinig plek had op de andere pagina's.



z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	.5000	.5040	.5080	.5120	.5160	.5199	.5239	.5279	.5319	.5359
0.1	.5398	.5438	.5478	.5517	.5557	.5596	.5636	.5675	.5714	.5753
0.2	.5793	.5832	.5871	.5910	.5948	.5987	.6026	.6064	.6103	.6141
0.3	.6179	.6217	.6255	.6293	.6331	.6368	.6406	.6443	.6480	.6517
0.4	.6554	.6591	.6628	.6664	.6700	.6736	.6772	.6808	.6844	.6879
0.5	.6915	.6950	.6985	.7019	.7054	.7088	.7123	.7157	.7190	.7224
0.6	.7257	.7291	.7324	.7357	.7389	.7422	.7454	.7486	.7517	.7549
0.7	.7580	.7611	.7642	.7673	.7704	.7734	.7764	.7794	.7823	.7852
0.8	.7881	.7910	.7939	.7967	.7995	.8023	.8051	.8078	.8106	.8133
0.9	.8159	.8186	.8212	.8238	.8264	.8289	.8315	.8340	.8365	.8389
1.0	.8413	.8438	.8461	.8485	.8508	.8531	.8554	.8577	.8599	.8621
1.1	.8643	.8665	.8686	.8708	.8729	.8749	.8770	.8790	.8810	.8830
1.2	.8849	.8869	.8888	.8907	.8925	.8944	.8962	.8980	.8997	.9015
1.3	.9032	.9049	.9066	.9082	.9099	.9115	.9131	.9147	.9162	.9177
1.4	.9192	.9207	.9222	.9236	.9251	.9265	.9279	.9292	.9306	.9319
1.5	.9332	.9345	.9357	.9370	.9382	.9394	.9406	.9418	.9429	.9441
1.6	.9452	.9463	.9474	.9484	.9495	.9505	.9515	.9525	.9535	.9545
1.7	.9554	.9564	.9573	.9582	.9591	.9599	.9608	.9616	.9625	.9633
1.8	.9641	.9649	.9656	.9664	.9671	.9678	.9686	.9693	.9699	.9706
1.9	.9713	.9719	.9726	.9732	.9738	.9744	.9750	.9756	.9761	.9767
2.0	.9772	.9778	.9783	.9788	.9793	.9798	.9803	.9808	.9812	.9817
2.1	.9821	.9826	.9830	.9834	.9838	.9842	.9846	.9850	.9854	.9857
2.2	.9861	.9864	.9868	.9871	.9875	.9878	.9881	.9884	.9887	.9890
2.3	.9893	.9896	.9898	.9901	.9904	.9906	.9909	.9911	.9913	.9916
2.4	.9918	.9920	.9922	.9925	.9927	.9929	.9931	.9932	.9934	.9936
2.5	.9938	.9940	.9941	.9943	.9945	.9946	.9948	.9949	.9951	.9952
2.6	.9953	.9955	.9956	.9957	.9959	.9960	.9961	.9962	.9963	.9964
2.7	.9965	.9966	.9967	.9968	.9969	.9970	.9971	.9972	.9973	.9974
2.8	.9974	.9975	.9976	.9977	.9977	.9978	.9979	.9979	.9980	.9981
2.9	.9981	.9982	.9982	.9983	.9984	.9984	.9985	.9985	.9986	.9986
3.0	.9987	.9987	.9987	.9988	.9988	.9989	.9989	.9989	.9990	.9990
3.1	.9990	.9991	.9991	.9991	.9992	.9992	.9992	.9992	.9993	.9993
3.2	.9993	.9993	.9994	.9994	.9994	.9994	.9994	.9995	.9995	.9995
3.3	.9995	.9995	.9995	.9996	.9996	.9996	.9996	.9996	.9996	.9997
3.4	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9998

Tabel 1: Tabel die gebruikt kan worden om de verdelingsfunctie Φ van de standaardnormale verdeling $N(0, 1)$ te bepalen voor $0 \leq z$.

extra kladblad

extra kladblad

extra kladblad

extra kladblad