Eerste Bachelor Informatica
Taak 2
28 november 2024
Discrete Wiskunde

Universiteit Antwerpen

/3

1. Voor welke $x \in \mathbb{R}$ geldt dat
$$\left\lceil \frac{\left\lceil \frac{x}{2} \right\rceil}{2} \right\rceil = \left\lceil \frac{x}{4} \right\rceil.$$
Bewijs je bewering.

/2

2. (Examen januari 2023) Toon aan dat er geen enkel rationaal getal x is dat voldoet aan
$$x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + 1 = 0.$$

/3

3. (Examen augustus 2021)

   Veronderstel dat $(x, y, z) \in \mathbb{Z}^3$ een oplossing is van $x^2 + y^2 = z^2$.

   Toon aan dat van de drie getallen x, y en z er minstens 1 deelbaar is door 3, er minstens 1 deelbaar is door 4 en er minstens 1 deelbaar is door 5.

/2

4. (Examen januari 2022) Toon aan via inductie dat
$$3^{2n+2} + 8n - 9$$
deelbaar is door 16 voor elk natuurlijk getal n.

/4

5. Het rijtje $(u_n)_n$ wordt gedefinieerd door
$$u_1 = 3, u_2 = 5, u_n = 3u_{n-1} - 2u_{n-2} (n \geq 3).$$
Geef een algemene formule voor u_n en bewijs die formule via inductie.

/3

6. (Examen augustus 2024) Toon aan dat voor elke $n \in \mathbb{N}_0$ geldt dat
$$\frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3} + \frac{1}{2 \cdot 3 \cdot 4} + \frac{1}{3 \cdot 4 \cdot 5} + \cdots + \frac{1}{n(n+1)(n+2)} = \frac{1}{4} - \frac{1}{2(n+1)(n+2)}.$$

/3

7. (Examen januari 2022) In een ondoorzichtige zak zit een bal. Hiervan is geweten dat deze met 50% kans blauw is en met 50% kans rood is.

   (a) We steken er nog een rode bal bij. Dan trekken we een willekeurige bal uit de zak. Deze blijkt rood te zijn. Wat is de kans dat de bal die dan nog in de zak zit ook een rode bal is?

   (b) We steken de rode bal terug in de zak. Dan trekken we opnieuw een willekeurige bal uit de zak. Deze blijkt opnieuw rood te zijn. Wat is nu de kans dat de bal die dan nog in de zak zit ook een rode bal is?

/3

8. (bonusvraag) 11 strikt positieve gehele getallen, waarvan de som 30 is, worden op een cirkel geplaatst. Toon aan dat het altijd mogelijk is om een aantal getallen te vinden die aaneengesloten op de cirkel liggen zodat de som van deze getallen 20 is.