

Afspraken:

- Gesloten boek, enkel toegelaten: schrijfgerei en papier.
- GSM moet afgezet worden, horloge uitgedaan.
- Schrijf leesbaar en vermeld je naam en rolnummer op elk blad!
- Combinatiegetallen en e -machten hoeven niet uitgerekend worden.

/3

1. De relatie R is gegeven op \mathbb{Z} volgens

$$xRy \iff 3x + 8y \equiv 0 \pmod{11}.$$

Controleer of R een equivalentierelatie en/of een partiële orde is (of geen van beide). Geef indien het bestaat ook de bijbehorende partitie of het bijbehorende Hasse Diagram.

/2

2. Toon aan dat voor elke $x \in \mathbb{R}$ geldt dat

$$-5 \leq |x + 2| - |x - 3| \leq 5$$

/3

3. De Fibonaccigetallen zijn gedefinieerd door

$$F_1 = F_2 = 1, \quad \text{en} \quad \forall n \geq 3 : F_n = F_{n-1} + F_{n-2},$$

Toon aan dat $\text{ggd}(F_n, F_{n+1}) = 1$ voor elke $n \geq 1$.

/2

4. Hoeveel permutaties van de letters "M, A, T, H, I, S, F, U, N" zijn er zodat geen van de woorden "MATH", "IS", en "FUN" in voorkomen?

/2

5. In een dierenasiel krijgen 10% van de binnengebrachte honden binnen de week een nieuw baasje. Voor 30% van de honden is dat binnen de maand. Zo'n 5% van de honden zal waarschijnlijk nooit het asiel verlaten. Voor katten zijn deze percentages respectievelijk 5%, 10% en 80%. Voor alle andere dieren samen schat men de percentages op 7%, 25% en 60%. Van alle dieren in het asiel zijn de honden in de meerderheid, namelijk 60%. De katten vertegenwoordigen 30% van alle dieren.
- (a) Na jaren verblijf in het asiel sterft een dier. Wat is de kans dat het een hond is?
 - (b) Een dier wordt binnen de maand, maar langer dan een week verblijf in het asiel toevertrouwd aan een nieuwe eigenaar. Wat is de kans dat het noch een kat noch een hond is?

6. Appelen worden verpakt in kisten van 720 stuks.

- (a) Als uit ondervinding geweten is dat er $1/6$ uitval is, bereken dan de kans dat een kist minstens 110 slechte appelen bevat. Gebruik de normale verdeling (en de bijbehorende tabel) voor de benadering.
- (b) Nog steeds in de veronderstelling dat er $1/6$ uitval is, bereken dan de kans dat als er vijf willekeurige kisten gecontroleerd worden, juist twee kisten elk minstens 110 slechte appelen bevatten.

/2

7. $(xyzu)_2$ is de binaire schrijfwijze van getallen uit $\{0, 1, \dots, 15\}$. De functie P wordt gedefinieerd door

$$P : \{0, 1\}^4 \rightarrow \{0, 1\} : (x, y, z, u) \mapsto \begin{cases} 1 & \text{indien } 6 \leq (xyzu)_2 \leq 12 \\ 0 & \text{indien niet} \end{cases}$$

Gebruik nu Karnaugh maps voor de volgende opgaves.

- (a) Schrijf P als som van producten van literals met zo weinig mogelijk literals.
- (b) Schrijf P als product van sommen van literals met zo weinig mogelijk literals.

/3

8. Gebruik genererende functies om een gesloten formule voor de rij

$$(a_n)_n = a_0, a_1, a_2, \dots$$

gegeven door

$$a_0 = 1, a_1 = 0, \quad \text{en} \quad a_n = 4a_{n-2} + 2^n \quad (n \geq 2).$$

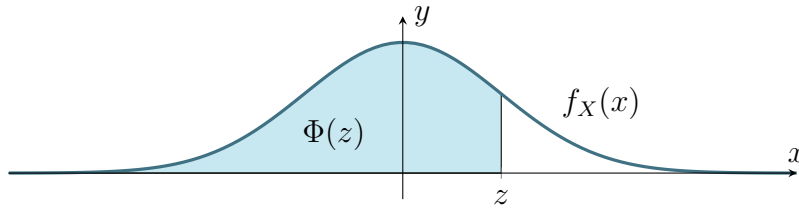
Gebruik dit blad als extra blad indien je te weinig plek had op de andere pagina's.

Gebruik dit blad als extra blad indien je te weinig plek had op de andere pagina's.

extra kladblad

extra kladblad

extra kladblad



z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	.5000	.5040	.5080	.5120	.5160	.5199	.5239	.5279	.5319	.5359
0.1	.5398	.5438	.5478	.5517	.5557	.5596	.5636	.5675	.5714	.5753
0.2	.5793	.5832	.5871	.5910	.5948	.5987	.6026	.6064	.6103	.6141
0.3	.6179	.6217	.6255	.6293	.6331	.6368	.6406	.6443	.6480	.6517
0.4	.6554	.6591	.6628	.6664	.6700	.6736	.6772	.6808	.6844	.6879
0.5	.6915	.6950	.6985	.7019	.7054	.7088	.7123	.7157	.7190	.7224
0.6	.7257	.7291	.7324	.7357	.7389	.7422	.7454	.7486	.7517	.7549
0.7	.7580	.7611	.7642	.7673	.7704	.7734	.7764	.7794	.7823	.7852
0.8	.7881	.7910	.7939	.7967	.7995	.8023	.8051	.8078	.8106	.8133
0.9	.8159	.8186	.8212	.8238	.8264	.8289	.8315	.8340	.8365	.8389
1.0	.8413	.8438	.8461	.8485	.8508	.8531	.8554	.8577	.8599	.8621
1.1	.8643	.8665	.8686	.8708	.8729	.8749	.8770	.8790	.8810	.8830
1.2	.8849	.8869	.8888	.8907	.8925	.8944	.8962	.8980	.8997	.9015
1.3	.9032	.9049	.9066	.9082	.9099	.9115	.9131	.9147	.9162	.9177
1.4	.9192	.9207	.9222	.9236	.9251	.9265	.9279	.9292	.9306	.9319
1.5	.9332	.9345	.9357	.9370	.9382	.9394	.9406	.9418	.9429	.9441
1.6	.9452	.9463	.9474	.9484	.9495	.9505	.9515	.9525	.9535	.9545
1.7	.9554	.9564	.9573	.9582	.9591	.9599	.9608	.9616	.9625	.9633
1.8	.9641	.9649	.9656	.9664	.9671	.9678	.9686	.9693	.9699	.9706
1.9	.9713	.9719	.9726	.9732	.9738	.9744	.9750	.9756	.9761	.9767
2.0	.9772	.9778	.9783	.9788	.9793	.9798	.9803	.9808	.9812	.9817
2.1	.9821	.9826	.9830	.9834	.9838	.9842	.9846	.9850	.9854	.9857
2.2	.9861	.9864	.9868	.9871	.9875	.9878	.9881	.9884	.9887	.9890
2.3	.9893	.9896	.9898	.9901	.9904	.9906	.9909	.9911	.9913	.9916
2.4	.9918	.9920	.9922	.9925	.9927	.9929	.9931	.9932	.9934	.9936
2.5	.9938	.9940	.9941	.9943	.9945	.9946	.9948	.9949	.9951	.9952
2.6	.9953	.9955	.9956	.9957	.9959	.9960	.9961	.9962	.9963	.9964
2.7	.9965	.9966	.9967	.9968	.9969	.9970	.9971	.9972	.9973	.9974
2.8	.9974	.9975	.9976	.9977	.9977	.9978	.9979	.9979	.9980	.9981
2.9	.9981	.9982	.9982	.9983	.9984	.9984	.9985	.9985	.9986	.9986
3.0	.9987	.9987	.9987	.9988	.9988	.9989	.9989	.9989	.9990	.9990
3.1	.9990	.9991	.9991	.9991	.9992	.9992	.9992	.9992	.9993	.9993
3.2	.9993	.9993	.9994	.9994	.9994	.9994	.9994	.9995	.9995	.9995
3.3	.9995	.9995	.9995	.9996	.9996	.9996	.9996	.9996	.9996	.9997
3.4	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9998

Tabel die gebruikt kan worden om de verdelingsfunctie Φ van de standaard-normale verdeling $N(0, 1)$ te bepalen voor $0 \leq z$.