

Afspraken:

- Gesloten boek, enkel toegelaten: schrijfgerei en papier.
- GSM moet afgezet worden.
- Schrijf leesbaar en vermeld je naam en rolnummer op elk blad!
- Combinatiegetallen en e -machten hoeven niet uitgerekend worden.

/1

1. Kijk naar de functie

$$f : \mathbb{N}^2 \rightarrow \mathbb{N} : (x, y) \rightarrow 2^x \cdot (2y + 1) - 1$$

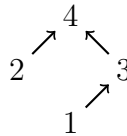
Is deze functie injectief, surjectief, bijectief? Toon je bewering aan.

/2

2. Gegeven een partieel geordende verzameling V, \leq_V . Kijk naar de verzameling $V \times V$ met de relatie \leq gedefinieerd door

$$(a_1, b_1) \leq (a_2, b_2) \iff a_1 \leq_V a_2 \text{ en } b_1 \leq_V b_2.$$

- (a) Toon aan dat $V \times V, \leq$ ook een partieel geordende verzameling is.
(b) Indien



het Hassediagram van V, \leq_V is, wat is dan het Hassediagram van $V \times V, \leq$? Wat zijn de minima, maxima, minimale elementen en maximale elementen van $V \times V, \leq$?

/2

3. Veronderstel dat $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Als $a^2 + b^2 = c^2$, dan is a of b even.
Bewijs dit.

/3

4. Toon aan via inductie dat

$$\sum_{k=0}^m (-1)^k \binom{n}{k} = (-1)^m \binom{n-1}{m}$$

/3

5. 4 witte en 4 zwarte knikkers zitten samen in een doos. Uit deze doos worden willekeurig ballen getrokken, na elkaar, zonder teruglegging. We noemen X het aantal witte ballen dat getrokken wordt voor de eerste zwarte bal getrokken wordt.

- (a) Bepaal de verdelingsfunctie van X .
(b) Bepaal ook de verwachtingswaarde en de standaardafwijking van X .

/4

6. Laten we in deze vraag ervan uitgaan dat het geboortegewicht van Vlaamse baby's verdeeld is volgens een normale verdeling met gemiddelde 3400 gram en standaardafwijking van 500 gram. De baby's worden in 3 categorieën verdeeld:

- Baby's met laag geboortegewicht ($< 2500\text{g}$).
- Baby's met normaal geboortegewicht (tussen 2500g. en 4500g).
- Baby's met hoog geboortegewicht ($> 4500\text{g}$).

Bij de baby's met een laag geboortegewicht zijn er 46% jongens, bij die met een normaal geboortegewicht zijn er dat 51%, en bij die met een hoog geboortegewicht zijn dat er 71%.

Als er een jongen geboren wordt, wat is dan de kans dat hij een hoog geboortegewicht heeft?

/2

7. $(xyzu)_2$ is de binaire schrijfwijze van getallen uit $\{0, 1, \dots, 15\}$. De functie P stuurt $(xyzu)_2$ naar 1 als het (decimaal) in de verzameling

$$\{1, 3, 4, 5, 10, 11, 12, 13, 14, 15\}$$

zit, en 0 indien niet. Gebruik nu Karnaugh maps voor de volgende opgaves.

- Schrijf P als som van producten van literals met zo weinig mogelijk literals.
- Schrijf P als product van sommen van literals met zo weinig mogelijk literals.

/3

8. Bepaal een gesloten formule voor de a_n indien de rij a_0, a_1, a_2, \dots gegeven wordt door

$$a_0 = 1, a_1 = 3, \quad \text{en} \quad a_{n+1} - 3a_n + 2a_{n-1} = 2^n \quad (n \geq 1).$$

Veel succes!