Eerste Bachelor Informatica
Taak 1
31 oktober 2024
Discrete Wiskunde

/3

1. Kijk naar de functie

$$f : \mathbb{N} \to \mathbb{N} : n \longmapsto n^2 - 13n + 42$$

   (a) Toon aan dat deze functie niet injectief is en niet surjectief.

   (b) Bepaal ook een zo groot mogelijk gebied $A \subset \mathbb{N}$ en een zo groot mogelijk gebied $B \subset \mathbb{N}$ zodat

$$g : A \to B : n \longmapsto n^2 - 13n + 42$$

   wel een bijectie is. Bepaal ook g^{-1}.

/2

2. We nemen $A = \{1, 2, 3. \dots, 8\}$.

   (a) Hoeveel verschillende bijecties zijn er van A naar A?

   (b) Hoeveel verschillende injecties zijn er van A naar A?

   (c) Hoeveel verschillende surjecties zijn er van A naar A die elk even getallen steeds naar een oneven getal stuurt?

/3

3. In deze vraag noemen we W de verzameling woorden zijn die opgelijst staan in de Van Dale woordenboek versie 2024.
Geef van de volgende relaties R aan of het al dan niet equivalentierelaties zijn en/of het al dan niet partiële ordeningen zijn. Verklaar je antwoord.

   (a) $R = \{(x, y) \in W \times W \mid$ woord x begint met dezelfde letter als woord $y\}$.

   (b) $R = \{(x, y) \in W \times W \mid$ woord x heeft tenminste één letter gemeenschappelijk als woord $y\}$

   (c) $R = \{(x, y) \in W \times W \mid$ de eerste letter van x komt niet later in het alfabet dan de eerste letter van y $\}$

/3

4. Noem V de verzameling $\{1, 2, 3, 4\}$. Hoeveel verschillende partiële ordeningen zijn er op V (bepaal hiervoor alle mogelijke Hassediagrammen op V)?

/2

5. Wat is er fout met de volgende redenering, die zou aantonen dat een relatie R op A die symmetrische en transitief is, ook reflexief is.

   > Veronderstel $a \in A$ willekeurig. Kies b zodat $(a, b) \in R$. Uit de symmetrie volgt dat $(b, a) \in R$. Vermits (a, b) en $(b, a) \in R$, volgt uit de transitiviteit dat $(a, a) \in R$. Dit doen we voor elke $a \in A$ en daarom is R reflexief.

   Verduidelijk je antwoord.

/3

6. Veronderstel dat R, S, T relaties zijn op $\mathbb{N}$ zodat

$$\begin{aligned}
\forall a, b \in \mathbb{N}: \ aRb &\iff \exists k \in \mathbb{N} : a = 2^k b. \\
\forall a, b \in \mathbb{N}: \ aSb &\iff \exists p \in \mathbb{N}_0 : a = p^2 b. \\
\forall a, b \in \mathbb{N}: \ aTb &\iff \exists p \in \mathbb{N}_0, \exists k \in \mathbb{N} : a = p^k b.
\end{aligned}$$

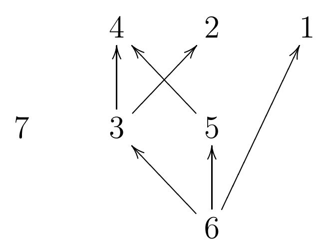
Ga voor elk van de relaties R, S, T na of het een equivalentierelatie is, of het een partieel geordende verzameling is en of het een totaal geordende verzameling is.

/4

7. Noem $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$.

   (a) Noem C een partitie van A gegeven door $C = \{\{1, 4\}, \{6, 2, 5\}, \{3\}, \{7\}\}$. Geef een opsomming van alle koppels die de equivalentierelatie beschrijft die bij C hoort.

   (b) Gegeven het volgende Hasse diagram op A.



   Dit Hasse diagram beschrijft een partiële orderelatie op A. Geef een opsomming van alle koppels die bij deze relatie horen. Welke elementen zijn minima/maxima/minimale elementen/maximale elementen voor deze relatie?