

Afspraken:

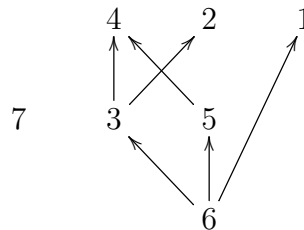
- Gesloten boek, enkel toegelaten: schrijfgerei en papier.
- GSM moet afgezet worden.
- Schrijf leesbaar en vermeld je naam en rolnummer op elk blad!

/2

1. Noem $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$.

(a) Noem C een partitie van A gegeven door $C = \{\{1, 4\}, \{6, 2, 5\}, \{3\}, \{7\}\}$.
Geef een opsomming van alle koppels die de equivalentierelatie beschrijft die bij C hoort.

(b) Gegeven het volgende Hasse diagram op A .



Dit Hasse diagram beschrijft een partiële orderrelatie op A . Geef een opsomming van alle koppels die bij deze relatie horen. Welke elementen zijn minima/maxima/minimale elementen/maximale elementen voor deze relatie?

/3

2. Toon aan dat er geen enkel rationaal getal x voldoet aan de vergelijking

$$x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + 1 = 0.$$

/3

3. Bewijs dat voor elke $n \in \mathbb{N}_0$ dat

$$\underbrace{\sqrt{7 + 2\sqrt{7 + 2\sqrt{7 + 2\sqrt{7 + 2\cdots\sqrt{7 + 2\sqrt{7}}}}}}}_n < 4,$$

waarbij er in bovenstaande uitdrukking n vierkantswortels gebruikt worden.
(Met andere woorden: als $n = 1$ staat er $\sqrt{7}$, als $n = 2$ staat er $\sqrt{7 + 2 \cdot \sqrt{7}}$ etc.)

/2

4. Stel $A = \{1, 2, 3, \dots, n+1\}$ en $B = \{1, 2, 3, \dots, n\}$. Hoeveel functies $f : A \rightarrow B$ zijn er surjectief?

/4

5. Bart De Wever en Kris Peeters spelen een kansspel met als inzet de burgemeestersjerp te Antwerpen in 2018.

Bart gooit met twee dobbelstenen en telt het totaal aantal ogen ($= B$).

Kris gooit met drie dobbelstenen, telt het aantal driebouden D dat hij op de dobbelstenen ziet, vermenigvuldigt dit aantal met 5 en telt er 2 bij op ($= K$). Dus $K = 5D + 2$.

Noem $X = B - K$ het verschil van beide. Als $X > 0$ wordt Bart De Wever burgemeester. Als $X < 0$ wordt Kris Peeters burgemeester. Als $X = 0$ herhalen zij het spel totdat er een beslissing valt.

(a) Wat is het te verwachten verschil (m.a.w bereken $\mathbb{E}[X]$)?

(b) Bereken ook $\mathbb{P}(X > 0)$, $\mathbb{P}(X < 0)$ en $\mathbb{P}(X = 0)$. Wie heeft bijgevolg het meeste kans om burgemeester te worden in Antwerpen?

/2

6. In een suikerfabriek worden zakken suiker van 1 kilogram gevuld. Het aantal suiker in de zak volgt een normale verdeling. De standaardafwijking is hierbij 10 gram, maar de verwachtingswaarde kan door de machine ingesteld worden. Hoeveel moet deze verwachtingswaarde zijn als de fabrikant wil dat slechts 5% van alle zakken suiker minder dan 1 kilogram mag wegen.

(Gebruik hierbij de tabel van de normale verdeling).

/4

7. Kijk naar het recursief gedefinieerd rijtje $(a_n)_n$:

$$a_0 = 1 \quad \text{en} \quad a_n - 2a_{n-1} = 3n - 3 \quad \text{als } n \geq 1$$

Gebruik genererende functies om een gesloten formule te bekomen van $(a_n)_n$.

Veel succes!