Wiskunde Taak 1 - Mathijs Pittoors
tegen 31/10/2024

1 (a) $\mathbb{N} \to \mathbb{N} : n^2 - 13n + 42 \leftarrow n$

$0 \to 42$

$1 \to 1 - 13 + 42 = 30$

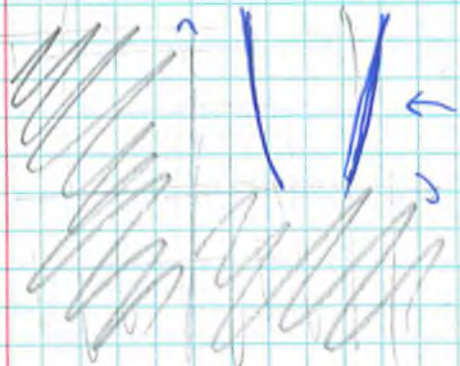
$2 \to 4 - 26 + 42 = 20$

$3 \to 9 - 33 + 42 = 18$

$T_x = \frac{-b}{2a} = \frac{13}{2} = 6{,}5 \to y = -\frac{1}{4}$ $\quad T(6{,}5, -\frac{1}{4})$

$0 = n^2 - 13n + 42$

$D = b^2 - 4ac = 169 - 42 \cdot 4 = 1$



← enkel $\mathbb{N}$

Meerdere y's voor ~~...~~ $x \leq 42$
Dus niet injectief

$y = 1$ kan nooit voorkomen met $x \in \mathbb{N}$, dus niet surjectief

(b)

$g^{-1}: y = x^2 - 13x + 42$

$x = y^2 - 13y + 42$

~~$D = b^2 - 4ac =$~~

$0 = y^2 - 13y + (42 - x)$

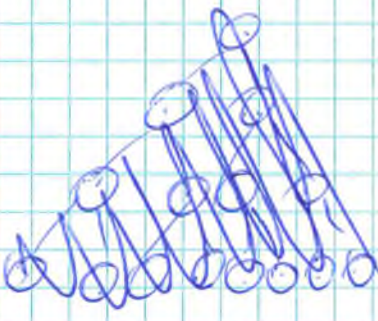
$D = b^2 - 4ac = 169 - 4 \cdot (42 - x)$

$= 169 - 168 + 4x = 1 + 4x$

$g^{-1}: y = \frac{13 + \sqrt{4x+1}}{2} \left(\text{of } y = \frac{13 - \sqrt{4x+1}}{2} \right)$

$A = \{ a \in \mathbb{N} \mid a > 42 \}$

$B = \{ b \in \mathbb{N} \mid b > 6{,}5 \}$



(2) $A = \{1, 2, 3, \ldots, 8\}$

(a) $8! = P_8 = 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2$

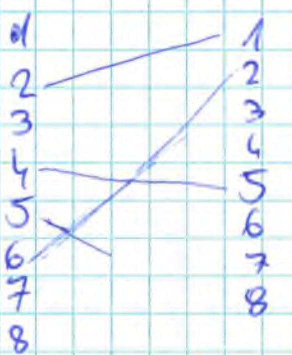
kies voor 1 naar welke die gaat

kies voor 2 naar welke die gaat maar niet ...

(b)

er mag ook geen pijl naar een (element in B) gaan $= 8!$ want $|A| = |A|$

(c)



$4!$ (keuzes voor oneven) $\cdot$ $4!$ (keuze voor even)

$= 4!\,4! = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2$

(3) (a) $R\{(x, y) \in W \times W) \mid$ x begint met dezelfde letter als y $\}$

~~(R) (a,b) R (a,b) Ja!~~

~~"Als begin begint met dezelfde letter als begin~~

~~(S)~~

(R) aRa "Een woord begint met dezelfde letter als zichzelf?"

Ja

(S) $aRb \Rightarrow bRa$ ~~woorden~~ Ja

(T) Ja

$\Rightarrow$ equivalentierelatie

[~~letters~~ woorden die beginnen met a], [woorden ... b] ...

$\Rightarrow$ partiële ordening

③ ⓑ ~~[illegible]~~ (R) Ja

(S) Ja

(T) Neen! aap ≤ plooi en plooi ≤ kooi

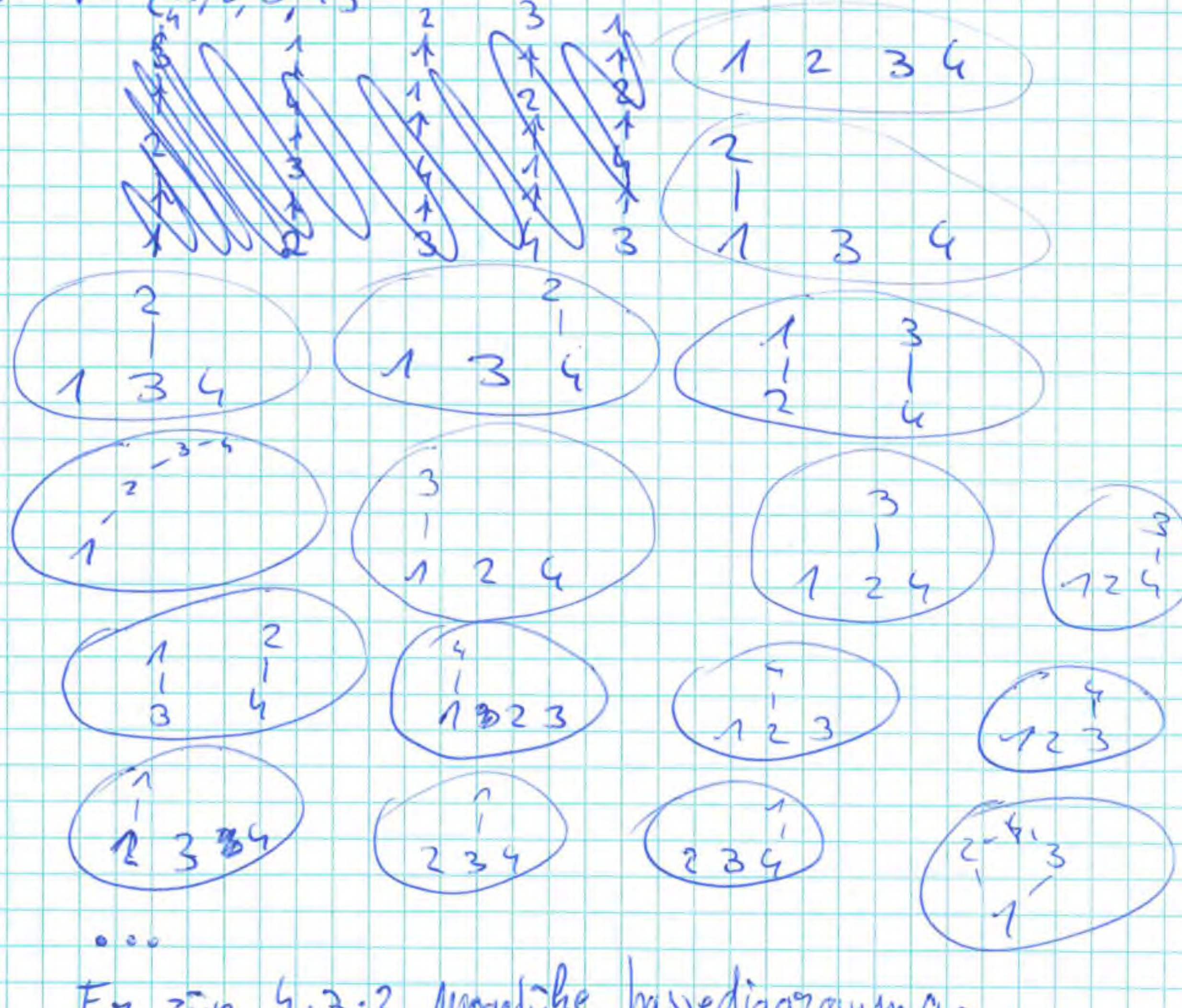
maar aap ≰ kooi

ⓒ (R) Ja

(S) Neen ~~[illegible]~~ aap ≤ plooi maar plooi ≰ aap

(T) Ja

④ $V = \{1, 2, 3, 4\}$



...

Er zijn 4 · 3 · 2 mogelijke hassediagrammen

(5) Bewijs ~~wAAtetaugezeqwde~~

Neem $A = \{x, y\}$ en $R = \{(x,y), (y,x)\}$

dan kloppen transitiviteit en symmetrie, maar klopt reflexiviteit niet, want $(x,x), (y,y) \notin R$

De redenering van de zin "Vermits (a,b) en $(b,a) \in R \rightarrow (a,a) \in R$" is dus fout

(6) ①

(R) $a = a \cdot 2^k$, klopt als $k=0$, dus waar

(S) $a = b \cdot 2^k \Rightarrow b = a \cdot 2^k$

$1 = 2 \cdot 2^k \Rightarrow \frac{1}{2} = 2^k \Rightarrow k = \log_2(\frac{1}{2}) = -1 \notin \mathbb{N}$ #

$2 = 1 \cdot 2^k ; 2 = 2^k \Rightarrow k = \log_2(2) = 1$

Niet symmetrisch

(T) als aRb en bRc

$\Rightarrow a = 2^k b$ en $b = 2^m c$

$a = 2^k 2^m c = 2^{k+m} c$

$\Rightarrow$ Transitief

② (R) $a = p^2 a$, klopt als $p = 1$, dus waar

(S) $a = p^2 b \Rightarrow b = p^2 a$

$16 = 2^2 \cdot 4 \Rightarrow 4 = 16 \cdot p^2 \Rightarrow p = \frac{1}{2} \notin \mathbb{N}_0$

$\Rightarrow$ Niet symmetrisch

(T) $a = p^2 b$ en $b = p^2 c$

$\Rightarrow a = (p^2)^2 c$ $\quad p^2 \in \mathbb{N}_0 \Rightarrow a = q^2 c$

$\Rightarrow$ Transitief

(b) (R), (T) triviaal, zie vorige

(BS) $a = p^k b \Rightarrow b = p^k a$

~~[illegible]~~

$16 = 2^3 \cdot 8 \Rightarrow 8 = \left(\frac{1}{2}\right)^3 \cdot 16$ Niet te bekomen door p^k met $p, k \in \mathbb{N}_0$

$\Rightarrow$ Niet symmetrisch

(7) bij $\{1,4\}$: $(1,4)\ (4,1)\ (1,1)\ (4,4)$

(a) bij $\{6,2,5\}$ $(6,2)\ (6,5)\ (6,6)\ (5,5)\ (2,2)\ (2,5)\ (5,2)$
$(2,6)\ (5,6)$

bij $\{3\}$ $(3,3)$

bij $\{7\}$ $(7,7)$

(b) $(6,6)\ (3,3)\ (5,5)\ (4,4)\ (1,1)\ (2,2)\ (7,7)$
$(6,1)\ (6,5)\ (6,3)\ (6,4)\ (6,2)$
$(3,2)\ (3,4)\ (5,4)$

Maximale elementen: $\{7, 4, 2, 1$
Minimale elementen: $6, 7$
Maxima: geen
Minima: geen