Université Libre de Bruxelles

INFO-F302
Informatique Fondamentale

Rapport Informatique Fondamentale

Étudiants :
Hugo Callens
Rayan Contuliano Bravo
Ethan Rogge

Enseignants :
E. Filliot
R. Petit

12 décembre 2023

1 Modelisation d'automates en FNC

Voici quelques notations que nous utiliserons dans la suite de ce rapport :

- P représente l'ensemble des mots acceptés par l'automate
- N représente l'ensemble des mots non-acceptés par l'automate
- Σ représente l'alphabet de l'automate
- k représente le nombre au plus d'états de l'automate

Afin de modéliser un automate en FNC, il faut tout d'abord définir les variables qui seront utilisées.Pour cela, nous avons décidé de créer une variable par état de l'automate, et une variable par transition. Ainsi, pour un automate à n états et m transitions, nous aurons $n+m$ variables.

1.1 Choix des variables

1.1.1 Etats

Nous définissons notre ensemble $Q = \{q_{0a}, q_{0na}, \ldots, q_{la}, q_{lna} | l \leq k\}$, il y a donc $2k$ états dans Q pour un automate à k états. Nous pouvons définir les variables q_i comme suit :

- $q_{ia} = 1$ si l'état i est acceptant et donc $q_{ina} = 0$.
- $q_{ina} = 1$ si l'état i est non-acceptant et donc $q_{ia} = 0$.

1.1.2 Transitions

Nous définissons notre ensemble $\delta = \{d_{i,l,j} | i, j \in Q, l \in \Sigma\}$, qui représente l'ensemble des transitions de l'automate. Nous pouvons définir les variables d_{i,j,s_i} comme suit :

- $d_{i,j,l} = 1$ si la transition avec la lettre l existe entre l'état i et l'état j.
- $d_{i,j,l} = 0$ si la transition avec la lettre l n'existe pas entre l'état i et l'état j.

1.1.3 Exécutions

Nous définissons notre ensemble $E = \{e_{m,i,t} | i \in Q, t \in \{-1, \ldots, \text{len}(m)\}\, m \in P \cup N\}$, qui représente l'ensemble des exécutions de l'automate. Nous pouvons définir les variables $e_{m,i,t}$ comme suit :

- $e_{m,i,t} = 1$ si l'automate est dans l'état i après avoir lu les t premières lettres du mot m.
- $e_{m,i,t} = 0$ si l'automate n'est pas dans l'état i après avoir lu les t premières lettres du mot m.

1.2 Contraintes

1. Il y a un unique état initial :
$$q_{0a} \vee q_{0na}$$
2. Un état est exclusivement acceptant ou non-acceptant :
$$\bigwedge_{\substack{q \in Q \\ i \in \{0,\ldots,k\}}} \neg q_{ia} \vee \neg q_{ina}$$
3. Chaque état est acceptant ou non acceptant :
$$\bigvee_{\substack{q \in Q \\ i \in \{0,\ldots,k\}}} q_{ia} \vee q_{ina}$$

4. Chaque état a au plus une transition par lettre de l'alphabet :

$$\bigwedge_{\substack{l\in\Sigma\\ i,j,q\in Q}} \neg d_{i,j,l} \vee \neg d_{i,q,l}$$

5. S'il y a une transition pour la lettre l d'un état i à un état j, alors i et j sont des états existants :

$$\bigwedge_{\substack{i,j\in Q\\ l\in\Sigma}} (\neg d_{i,j,l} \vee (q_{ia} \vee q_{ina})) \wedge (\neg d_{i,j,l} \vee (q_{ja} \vee q_{jna}))$$

6. Un état i est acceptant s'il existe une exécution d'un mot m de P qui se termine sur l'état i à l'étape $t = len(m) - 1$:

$$\bigwedge_{\substack{t=len(m)-1\\ q\in Q\\ m\in P\\ i\in\{0,\ldots,k\}}} \neg e_{m,i,t} \vee q_{ia}$$

7. Si on a une exécution pour le mot m à l'étape t sur l'état i et une transition de i vers j pour la lettre l, alors, on a une exécution pour le mot m à l'étape $t+1$ sur l'état j :

$$\bigwedge_{\substack{i,j\in Q\\ l\in\Sigma\\ m\in P\\ t\in\{0\ldots,len(m)-1\}\\ l=m[t]}} (\neg e_{m,i,t} \vee \neg d_{i,j,l} \vee e_{m,j,t+1})$$

8. Si on a une exécution pour le mot m à l'étape t sur l'état i et une exécution pour le même mot m à l'étape $t+1$ sur l'état j, alors, il existe une transition de i vers j pour la lettre l :

$$\bigwedge_{\substack{i,j\in Q\\ l\in\Sigma\\ m\in P\\ t\in\{0,\ldots,len(m)-1\}\\ l=m[t+1]}} (\neg e_{m,i,t} \vee \neg e_{m,j,t+1} \vee d_{i,j,l})$$

9. Toutes les exécutions sur les mots de N doivent se terminer sur un état non-acceptant :

$$\bigwedge_{\substack{m\in N\\ i\in\{0,\ldots,k\}\ q\in Q\\ t=len(m)-1}} \neg e_{m,i,t} \vee q_{ina}$$

10. Toutes les exécutions sur les mots de P doivent exister :

$$\bigwedge_{m\in P} \bigvee_{\substack{t\in\{0,\ldots,len(word)-1\}\\ i\in\{0,\ldots,k\}}} e_{m,i,t}$$

11. Toutes les exécutions doivent commencer à l'état initial :

$$\bigwedge_{m\in P\cup N} e_{m,0,0}$$