Weronika Kaźmierczak 279897 lista 2 zadanie 3

Sformułowanie problemu

$c_{1K} = 3$ → czas złożenia krzesła

$c_{1S} = 4$ → -||- stołu

$c_{2K} = 6$ → czas wykończenia i zapakowania krzesła

$c_{2S} = 2$ → -||- stołu

$D_1 = 60$ → dostępny czas na składanie

$D_2 = 32$ → -||- wykończenie i pakowanie

$z_K = 20$ → zysk z 1 krzesła

$z_S = 24$ → -||- stołu

Zmienne decyzyjne:

k → liczba wyprodukowanych krzeseł

s → -||- stołów

F. celu:

$Z(k,s) = k \cdot z_k + s \cdot z_s$ → łączny zysk ze sprzedaży krzeseł i stołów

Ograniczenia:

$$\begin{cases} k \cdot c_{1K} + s \cdot c_{1S} \leq 60 \\ k \cdot c_{2K} + s \cdot c_{2S} \leq 32 \\ k, s \geq 0 \\ k, s \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

→ ograniczenie łącznego czasu składania wyrobów do 60 jednostek (max)

→ ograniczenie łącznego czasu wykończenia i pakowania wyrobów do 32 jednostek (max)

→ ilość stołów i krzeseł musi być ≥ 0 oraz liczbą całkowitą

Wyznaczyć: $k^*, s^* = \underset{k,s}{\operatorname{argmax}}\, Z(k,s)$

$$Z(k,s) = 20k + 24s$$

$$\left\{\begin{array}{l} 3k + 4s \le 60 \\ 6k + 2s \le 32 \\ k, s \ge 0 \\ k, s \in Z \end{array}\right\}$$ zadanie zrelaksowane

Stosujemy metodę simplex do rozwiązania zadania zrelaksowanego

$$\left\{\begin{array}{l} 3k + 4s + x_1 = 60 \\ 6k + 2s + x_2 = 32 \\ k, s, x_1, x_2 \ge 0 \end{array}\right.$$

postać bazowa zad. zrelaksowanego (Zadanie 1)

$$Z(k,s) = 20k + 24s + 0x_1 + 0x_2$$

		20	24	0	0		
		k	s	x_1	x_2		
x_1	0	3	4	1	0	60	15
x_2	0	6	2	0	1	32	16
		0	0	0	0		
		20	24	0	0		

rozwiązanie nieoptymalne

		20	24	0	0		
		k	s	x_1	x_2		
s	24	$\frac{3}{4}$	1	$\frac{1}{4}$	0	15	20
x_2	0	$\frac{18}{4}$	0	$-\frac{1}{2}$	1	2	$\frac{4}{9}$
		18	24	6	0		
		2	0	-6	0		

$$6 - \frac{2 \cdot 3}{4} = \frac{18}{4}$$

$$0 - \frac{2}{4} = -\frac{1}{2}$$

$$32 - \frac{120}{4} = 2$$

rozwiązanie nieoptymalne

		20	24	0	0	
		k	s	x_1	x_2	
s	24	0	1	$\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{6}$	$14\frac{2}{3}$
k	20	1	0	$-\frac{1}{9}$	$\frac{4}{18}$	$\frac{4}{9}$
		20	24	$\frac{52}{9}$	$\frac{8}{18}$	
		0	0	$-\frac{52}{9}$	$-\frac{8}{18}$	

$$\frac{1}{4} + \frac{3}{8_2} \cdot \frac{4}{18} = \frac{9}{36} + \frac{3}{36} = \frac{1}{3}$$

$$0 - \frac{3}{4} \cdot \frac{4}{18}$$

$$15 - \frac{3}{2} \cdot \frac{4^2}{18} = 14\frac{2}{3}$$

rozwiązanie optymalne

$$\begin{cases} s = 14\frac{2}{3} \\ k = \frac{4}{9} \end{cases}$$ → nie spełniają warunku całkowitoliczbowego, więc dzielimy Zadanie 1 na Zadania 2 i 3 względem zmiennej s

Zadanie 1

↙ ↘

Zadanie 2

$$\begin{cases} s \leq 14 \\ 3k + 4s \leq 60 \\ 6k + 2s \leq 32 \\ k, s \geq 0 \\ k, s \in Z \end{cases}$$ postać zrelaksowana

Zadanie 3

$$\begin{cases} s \geq 15 \\ 3k + 4s \leq 60 \\ 6k + 2s \leq 32 \\ k, s \geq 0 \\ k, s \in Z \end{cases}$$ postać zrelaksowana

Postać bazowa zadania zrelaksowanego (Zadanie 2):

$$\begin{cases} s = 14 \\ 3k + 4s + x_1 = 60 \\ 6k + 2s + x_2 = 32 \\ k, s, x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$Z(k) = 20k + 0x_1 + 0x_2$$

Postać bazowa zadania zrelaksowanego (Zadanie 3):

$$\begin{cases} s = 15 \\ 3k + 4s + x_1 = 60 \\ 6k + 2s + x_2 = 32 \\ k, s, x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$Z(k) = 20k + 0x_1 + 0x_2$$

$$\begin{cases} 3k + x_1 = 4 \\ 6k + x_2 = 4 \\ k, x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

Stosujemy metodę simplex

		20	0	0		
		k	x_1	x_2		
x_1	0	3	1	0	4	$\frac{4}{3}$
x_2	0	6	0	1	4	$\frac{4}{6}$
		0	0	0		
		20	0	0		

rozw. nieoptymalne

		20	0	0	
		k	x_1	x_2	
x_1	0	0	1	$-\frac{1}{2}$	$3\frac{1}{2}$
k	20	1	0	$\frac{1}{6}$	$\frac{4}{6}$
		20	0	$\frac{20}{6}$	
		0	0	$-\frac{20}{6}$	

rozw. optymalne

$$\begin{cases} s = 14 \\ k = \frac{4}{6} \end{cases} \rightarrow \text{sprzeczne, bo } k \notin \mathbb{Z}$$

$$\begin{cases} 3k + x_1 = 0 \\ 6k + x_2 = 2 \\ k, x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

Stosujemy metodę simplex

		20	0	0		
		k	x_1	x_2		
x_1	0	3	1	0	0	0
x_2	0	6	0	1	2	$\frac{1}{3}$
		0	0	0		
		20	0	0		

rozw. nieoptymalne

		20	0	0	
		k	x_1	x_2	
k	20	1	$\frac{1}{3}$	0	0
x_2	0	0	-2	1	2
		20	$\frac{20}{3}$	0	
		0	$-\frac{20}{3}$	0	

rozw. optymalne

$$\begin{cases} s = 15 \\ k = 0 \end{cases}$$

W zadaniu 3 zmienne s i k spełniają oba ograniczenia

$$\begin{cases} s, k \in \mathbb{Z} \\ s, k \geq 0 \end{cases}$$

więc możemy wnioskować, że są one wartościami optymalnymi:

$$Z(0, 15) = 20 \cdot 0 + 24 \cdot 15 = 360$$