

Павленок Сергей
Группа 2.2
Лабораторная работа №1

Задание 1.

1) $\lambda xy.xz$

Проведем β -редукцию со значением «at»:

$\lambda xy.xz \rightarrow (\lambda x.\lambda y.xz)at \rightarrow [x:=a] \rightarrow (\lambda y.az)t \rightarrow az$

a) $\lambda xz.xz \rightarrow (\lambda x.\lambda z.xz)at \rightarrow [x:=a] \rightarrow (\lambda z.az)t \rightarrow at \Rightarrow$ не альфа эквивалентное, тк результат β -редукции не совпал

b) $\lambda mn.mz \rightarrow (\lambda m.\lambda n.mz)at \rightarrow [m:=a] \rightarrow (\lambda n.az)t \rightarrow az \Rightarrow$ результат β -редукции совпал, альфа эквивалентное

c) $\lambda z(\lambda x).xz \rightarrow (\lambda z.\lambda x.xz)at \rightarrow [z:=a] \rightarrow (\lambda x.xa)t \rightarrow [x:=t] \rightarrow ta \Rightarrow$ не альфа эквивалентное, тк результат β -редукции не совпал

2) $\lambda xy.xxy$

Проведем β -редукцию со значением «mt»:

$\lambda xy.xxy \rightarrow (\lambda x.\lambda y.xxy)mt \rightarrow [x:=m] \rightarrow (\lambda y.mmy)t \rightarrow mmt$

a) $\lambda mn.mnp \rightarrow (\lambda m.\lambda n.mnp)mt \rightarrow [m:=m] \rightarrow (\lambda n.mnp)t \rightarrow mtp \Rightarrow$ не альфа эквивалентное

b) $\lambda x(\lambda y).xy \rightarrow (\lambda x.\lambda y.xy)mt \rightarrow (\lambda y.my)t \rightarrow mt \Rightarrow$ не альфа эквивалентное

c) $\lambda a(\lambda b).aab \rightarrow (\lambda a.\lambda b.aab)mt \rightarrow (\lambda b.mmb)t \rightarrow mmt \Rightarrow$ альфа эквивалентное, результаты совпали

3) $\lambda xyz.zx$

Проведем β -редукцию со значением «xvm»:

$\lambda xyz.zx \rightarrow (\lambda x.\lambda y.\lambda z.zx)xvm \rightarrow (\lambda y.\lambda z.zx)vm \rightarrow (\lambda z.zx)m \rightarrow mx$

a) $\lambda x.(\lambda y).(\lambda z) \Rightarrow$ не альфа эквивалентное

b) $\lambda tos.st \rightarrow (\lambda t.\lambda o.\lambda s.st)xvm \rightarrow (\lambda o.\lambda s.sx)vm \rightarrow (\lambda s.sx)m \rightarrow mx \Rightarrow$ альфа эквивалентное, результаты совпали

c) $\lambda mnp.mn \rightarrow (\lambda m.\lambda n.\lambda p.mn)xvm \rightarrow (\lambda n.\lambda p.xn)vm \rightarrow (\lambda p.xv)m \rightarrow xv \Rightarrow$ не альфа эквивалентное

Ответ: 1:b, 2:c, 3:b.

Задание 2

1) $\lambda x.xxx \Rightarrow$ Является комбинаторным выражением, т.к. отсутствуют свободные переменные

2) $\lambda xy.zx \Rightarrow$ Не является комбинаторным выражением, т.к. имеется свободная переменная z

- 3) $\lambda x y z. x y (z x) \Rightarrow$ Является комбинаторным выражением, т.к. отсутствуют свободные переменные
- 4) $\lambda x y z. x y (z x y) \Rightarrow$ Является комбинаторным выражением, т.к. отсутствуют свободные переменные
- 5) $\lambda x y. x y (z x y) \Rightarrow$ Не является комбинаторным выражением, т.к. имеется свободная переменная z

Задание 3

- 1) $\lambda x. x x x \Rightarrow$ уже в β -нормальной форме, потому что отсутствуют аргументы, к которым можно применить абстракцию
- 2) $(\lambda z. z z) (\lambda y. y y) \rightarrow [z := \lambda y. y y] \rightarrow (\lambda y. y y) (\lambda y. y y) \rightarrow [y := \lambda y. y y] \rightarrow (\lambda y. y y) (\lambda y. y y) \dots \Rightarrow$ выражение расходится, потому что не имеет останова.
- 3) $(\lambda x. x x x) z \rightarrow [x := z] \rightarrow z z z$ - выражение приведено к β -нормальной форме, т.к. не осталось головы ни одной из абстракций

Задание 4

- 1) $(\lambda a b c. c b a) z z (\lambda w v. w) \rightarrow [a := z] \rightarrow (\lambda b. \lambda c. c b z) z (\lambda w. \lambda v. w) \rightarrow [b := z] \rightarrow (\lambda c. c z z) (\lambda w. \lambda v. w) \rightarrow [c := (\lambda w. \lambda v. w)] \rightarrow (\lambda w. \lambda v. w) z z \rightarrow [w := z] \rightarrow (\lambda v. z) z \rightarrow [v := z] \rightarrow z$
- 2) $(\lambda x. \lambda y. x y y) (\lambda a. a) b \rightarrow [x := (\lambda a. a)] \rightarrow (\lambda y. (\lambda a. a) y y) b \rightarrow [y := b] \rightarrow (\lambda a. a) b b \rightarrow [a := b] \rightarrow b b$
- 3) $(\lambda y. y) (\lambda x. x x) (\lambda z. z q) \rightarrow [y := (\lambda x. x x)] \rightarrow (\lambda x. x x) (\lambda z. z q) \rightarrow [x := (\lambda z. z q)] \rightarrow (\lambda z. z q) (\lambda z. z q) \rightarrow [z := (\lambda z. z q)] \rightarrow (\lambda z. z q) q \rightarrow [z := q] \rightarrow q q$
- 4) $(\lambda z. z) (\lambda z. z z) (\lambda z. z y) \rightarrow [z := (\lambda z. z z)] \rightarrow (\lambda z. z z) (\lambda z. z y) \rightarrow [z := (\lambda z. z y)] \rightarrow (\lambda z. z y) (\lambda z. z y) \rightarrow [z := (\lambda z. z y)] \rightarrow (\lambda z. z y) y \rightarrow [z := y] \rightarrow y y$
- 5) $(\lambda x. \lambda y. x y y) (\lambda y. y) y \leftrightarrow (\lambda x. \lambda y. x y y) (\lambda m. m) t \rightarrow [x := (\lambda m. m)] \rightarrow (\lambda y. (\lambda m. m) y y) t \rightarrow [y := t] \rightarrow (\lambda m. m) t t \rightarrow [m := t] \rightarrow t t$
- 6) $(\lambda a. a a) (\lambda b. b a) c \leftrightarrow (\lambda m. m m) (\lambda b. b a) c \rightarrow [m := (\lambda b. b a)] \rightarrow (\lambda b. b a) (\lambda b. b a) c \rightarrow [b := (\lambda b. b a)] \rightarrow (\lambda b. b a) a c \rightarrow [b := a] \rightarrow a a c$
- 7) $(\lambda x y z. x z (y z)) (\lambda x. z) (\lambda x. a) \rightarrow (\lambda x. \lambda y. \lambda z. x z (y z)) (\lambda x. z) (\lambda x. a) \rightarrow [x := (\lambda x. z)] \rightarrow (\lambda y. \lambda z. (\lambda x. z) z (y z)) (\lambda x. a) \rightarrow [y := (\lambda x. a)] \rightarrow (\lambda z. (\lambda x. z) z ((\lambda x. a) z)) \leftrightarrow (\lambda z. (\lambda x. m) z ((\lambda x. a) z)) \rightarrow [x := z] \rightarrow \lambda z. (\lambda x. m) z a \rightarrow [x := z] \rightarrow \lambda z. m a$