



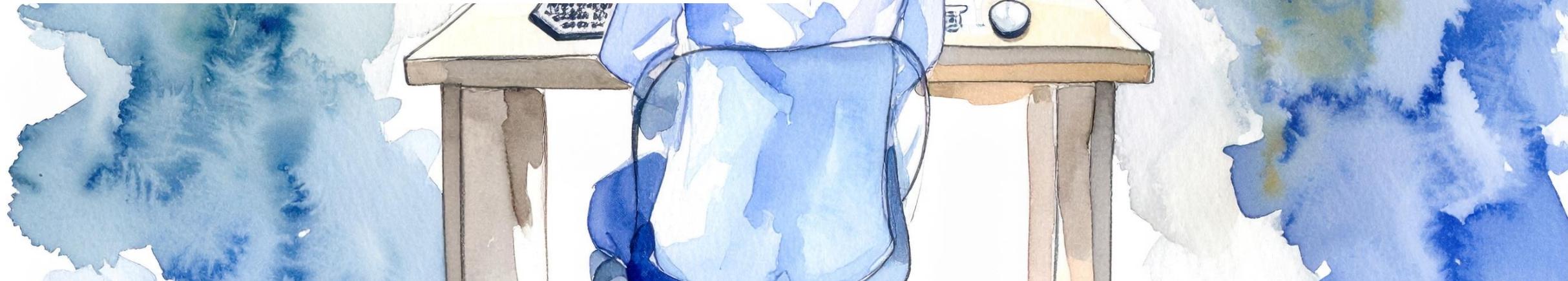
Time value of money

Dynamische Investitionsrechnung

Banking and Finance I

Dr. Benjamin Wilding

29. September und 6. Oktober 2025



Syllabus

Woche	Hybrid	Montag, 14:00-15:45		Self-Learning OLAT		Einzelaufgaben		Total
Woche 1	15.09.2025	Übersicht Banking & Finance Einführung in Corporate Finance	2h	Modul 1: Einführung in Corporate Finance	1h			3h
Corporate Finance								
Woche 2	22.09.2025	Investitionsrechnung I	2h	Modul 2.1: Statische Investitionsrechnung Modul 2.2: Time Value of Money	4h			6h
Woche 3	29.09.2025	Investitionsrechnung II	2h	Modul 2.2: Time Value of Money Modul 2.3: Dynamische Investitionsrechnung	6h	Einführung in Excel (optional)	1h	9h
Woche 4	06.10.2025	Investitionsrechnung III, Finanzierung I	2h	Modul 2.3: Dynamische Investitionsrechnung Modul 3.1: Finanzierungsarten	2h	Einzelaufgabe 1: Start: 06.10.2025, 16:00 Uhr	3h	7h
Woche 5	13.10.2025	Übung 1	2h	Vorbereitung Übung 1	2h	Einzelaufgabe 1	3h	7h
Woche 6	20.10.2025	Finanzierung II	2h	Modul 3.2: Kapitalstruktur	2h	Einzelaufgabe 1: Abgabe: 20.10.2025, 12:00 Uhr		4h
Woche 7	27.10.2025	Unternehmensbewertung	2h	Modul 4: Unternehmensbewertung	1h	Einzelaufgabe 2: Start: 27.10.2025, 16:00 Uhr	3h	3h
Woche 8	03.11.2025	Übung 2	2h	Vorbereitung Übung 2	4h	Einzelaufgabe 2	3h	9h

Excel Tutorial (optionale Vorbereitung zur Einzelaufgabe)

- Lade dir MS Office herunter. Für die Bearbeitung der Einzelaufgaben wirst du Excel benötigen.
- Schau dir optional unseren Excel-Guide an.

The screenshot shows the OLAT course navigation bar on the left and three main content sections on the right.

Navigation Bar:

- 22HS 22AOEC05 Banking ...
- Infoboard
- Syllabus
- Self-Learning
- Vorlesungsunterlagen
- Vorlesungsaufzeichnungen
- Übungen
- Einzelaufgaben
- KlickerUZH
- Administratives Forum
- IT Support** (highlighted with a red border)
- Card2brain
- Finance Wiki

Content Sections:

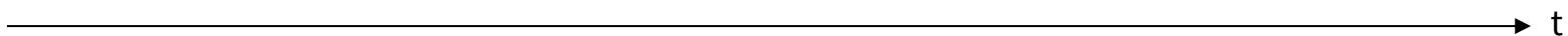
- Browser**: A list of recommended browsers: Chrome, Firefox, Safari, Opera, Microsoft Edge, and Internet Explorer (not supported).
- Download Microsoft Office**: Information for students at the University of Zurich about downloading Microsoft Office (Word, Excel, PowerPoint etc.). It includes a link to further information.
- Rechnen in Excel-Übungen**: Information about Excel exercises, stating they are also doable with a calculator, but help in learning Excel. It includes a link to the Excel Guide.

Time value of money

- 1. Time Value of Money**
2. Dynamische Investitionsrechenverfahren



Einführung



Konzept

- Bedeutung

«100 CHF heute sind mehr wert als 100 CHF morgen»

- Gründe

- Das Geld kann angelegt oder investiert werden.
- Zukünftige Geldströme sind unsicher.
- Inflation mindert die Kaufkraft des Geldes über die Zeit.

- Folgen

- Zukünftige Geldströme müssen diskontiert werden, um den heutigen Gegenwert, den Present Value, zu erhalten.
- Um den Wert von Geldströmen in einem zukünftigen Zeitpunkt, den Future Value, zu berechnen, müssen die Geldströme aufgezinst werden.

- Present Value-Prinzip

- Cash-Flows, welche in verschiedenen Zeitpunkten anfallen, dürfen nicht miteinander verglichen oder zusammengezählt werden.
- Bevor sie verglichen oder aggregiert werden, sind sie mittels Diskontierens oder Aufzinsens auf denselben Zeitpunkt zu bringen.

Present Value & Future Value

Formeln:

Barwert / Present Value	$PV = \sum_{t=0}^T \frac{CF_t}{(1 + k)^t}$
Zukunfts Wert / Future Value	$FV_T = \sum_{t=0}^T CF_t \cdot (1 + k)^{T-t}$
Zusammenhang FV - PV	$FV_T = PV \cdot (1 + k)^T$
Zusammenhang PV - FV	$PV = \frac{FV_T}{(1 + k)^T}$

Present Value & Future Value

Beispielaufgaben

- 1) Wenn ich heute CHF 500 auf mein Sparkonto lege, über wie viel Geld verfüge ich in 10 Jahren bei einem jährlichen Zinssatz von 3%?
 - 2) Wenn ich in 30 Jahren CHF 60'000 erbe, wie viel Wert hat die zukünftige Erbschaft heute bei einem jährlichen Zinssatz von 5%?
 - 3) Der jährliche Zinssatz ist 4%, und ich erhalte folgende Cash-Flows:
 - Heute: CHF 1'000
 - Jahr 1: CHF 5'000
 - Jahr 2: CHF 2'000
 - a) Welchen Wert haben diese Cash-Flows heute?
 - b) Welchen Wert haben diese Cash-Flows in zwei Jahren?

Present Value & Future Value

Beispielaufgaben: Lösungen

1) Gesucht ist hier der Future Value der CHF 500.

$$FV = 500 \cdot (1 + 3\%)^{10} = 500 \cdot (1.03)^{10} = \text{CHF } 671.96$$

2) Gesucht ist hier der Present Value der CHF 60'000.

$$PV = \frac{60'000}{(1 + 5\%)^{30}} = \frac{60'000}{1.05^{30}} = \text{CHF } 13'882.65$$

3) Gesucht ist der Present Value (a) sowie der Future Value (b) der zukünftigen Cash-flows.

$$PV = 1'000 + \frac{5'000}{1.04} + \frac{2'000}{1.04^2} = \text{CHF } 7'656.81$$

$$FV = 1'000 \cdot (1.04)^2 + 5'000 \cdot (1.04)^1 + 2'000 = 8'281.60 \text{ CHF}$$

Unterjährige und jährliche Verzinsung

- Unterjährige Verzinsung
 - Bisher wurde angenommen, dass Zinsen einmal pro Periode (z.B. 1x pro Jahr) bezahlt werden.
 - In der Praxis ist dies allerdings nicht immer der Fall. Häufig werden Zinsen mehrmals jährlich bezahlt.
 - Formel: $FV = CF_0 \cdot (1 + \frac{R}{m})^{t \cdot m}$
 CF_0 : Anfangskapital; R: unterjähriger Zinssatz p.a.; m: Anzahl Verzinsungen pro Jahr; t: Anzahl Jahre
- Beispiele:
 - 100'000 CHF werden bei einem Zinssatz zu 10% pro Jahr angelegt. Wie gross ist der Betrag nach einem Jahr?
 - Fall 1: Der Betrag wird ein Mal pro Jahr verzinst: $100'000 \cdot (1 + \frac{0.1}{1})^1 = 110'000$
 - Fall 2: Der Betrag wird zwei Mal pro Jahr verzinst: $100'000 \cdot (1 + \frac{0.1}{2})^2 = 110'250$
 - Fall 3: Der Betrag wird vier Mal pro Jahr verzinst: $100'000 \cdot (1 + \frac{0.1}{4})^4 = 110'381$

Effektiver Jahreszinssatz vs. unterjähriger Zinssatz

- Der unterjährige Zinssatz p.a. (R) wird angegeben, wenn das Kapital mehrmals jährlich verzinst wird. Dabei wird das Kapital m -mal pro Jahr mit einem Zinssatz von R/m verzinst.
- Der effektive Jahreszins (i) ist derjenige Zinssatz, welchen Sie erhalten würden, wenn das Kapital jährlich verzinst werden würde. Ist der unterjährige Zinssatz p.a. bekannt, kann daraus den äquivalenten effektiven Jahreszins berechnet werden.
- Umrechnung
 - Fall 1: Kapital wird m -mal im Jahr mit R/m verzinst.
 - Fall 2: Kapital wird einmal jährlich mit effektivem Jahreszins i verzinst.
 - Es muss gelten: Fall 1 = Fall 2, also $K_0 \cdot \left(1 + \frac{R}{m}\right)^{t \cdot m} = K_0 \cdot (1 + i)^t$
 - Daraus folgt: $i = \left(1 + \frac{R}{m}\right)^m - 1$
- Beispiel: Sie erhalten einen Kredit von der A-Bank in der Höhe von 100'000 CHF. Der Zinssatz beträgt 10% p.a. Das Kapital wird halbjährlich verzinst. Welcher effektive Jahreszins resultiert daraus? Nach T Jahren muss gelten:

$$100'000 \cdot \left(1 + \frac{0.1}{2}\right)^{T \cdot 2} = 100'000 \cdot (1 + i)^T$$
$$i = \left(1 + \frac{0.1}{2}\right)^2 - 1 = 10.25\%$$

Diskrete und stetige Verzinsung

– Diskrete Verzinsung

- Wenn ein Kapitalbetrag K angelegt wird, so beträgt der Future Value nach T Jahren bei der unterjährigen Verzinsung

$$FV = K_0 \cdot \left(1 + \frac{R}{m}\right)^{T \cdot m}$$

- Der Present Value beträgt

$$PV = \frac{CF_T}{\left(1 + \frac{R}{m}\right)^{T \cdot m}}$$

– Stetige Verzinsung

- Wird das Kapital nun unendlich oft pro Periode verzinst (m strebt gegen unendlich, stetiger Zinssatz p.a. r_c), so ergibt sich (wie im Skript gezeigt) nach T Jahren ein Future Value von

$$FV = K_0 \cdot e^{r_c \cdot T}$$

- Um den Present Value zu erhalten, müssen zukünftige Cash-Flows auf den heutigen Zeitpunkt diskontiert werden:

$$PV = K_T \cdot e^{-r_c \cdot T}$$

Diskrete und stetige Verzinsung

- Umrechnung
 - Um den diskreten Jahreszins (i) in den stetigen Zinssatz (r) umzurechnen, muss gelten:

$$K_0 \cdot (1 + i)^T = K_0 \cdot e^{r_c \cdot T}$$

- Daraus folgt, dass $r_c = \ln(1 + i)$
- Um nun umgekehrt vom stetigen Zinssatz (r_c) zum Jahreszins (i) zu gelangen, wird die Formel nach i aufgelöst. Daher gilt:

$$i = e^{r_c} - 1$$

Time value of money

1. Time Value of Money
2. **Dynamische Investitionsrechenverfahren**

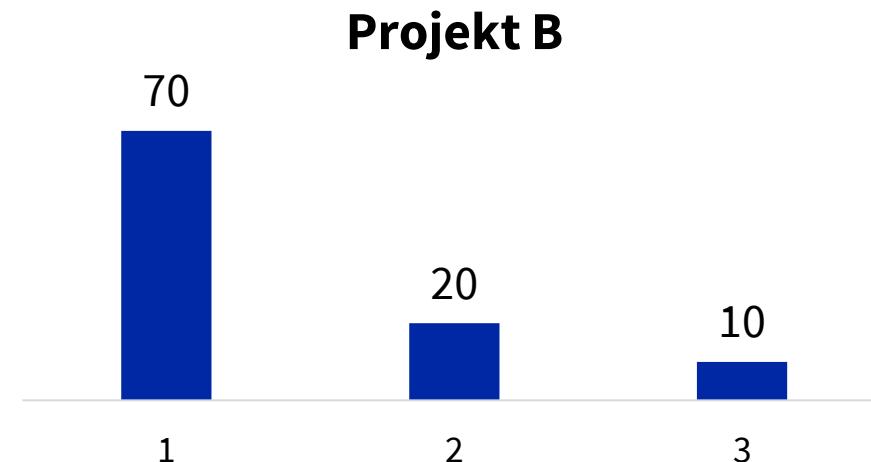
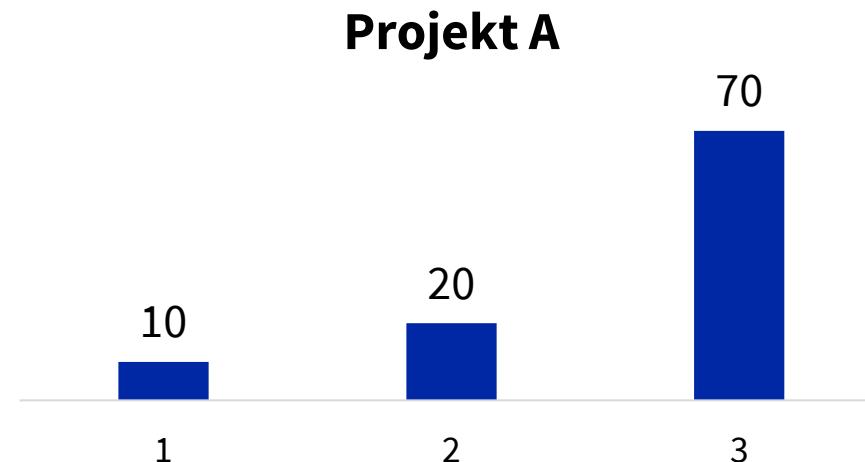


Present Value & Future Value

1) Welches Projekt hat den höheren Present Value (PV); angenommen $k = 0\%$?

2) Welches Projekt hat den höheren Present Value (PV), angenommen $k = 10\%$?

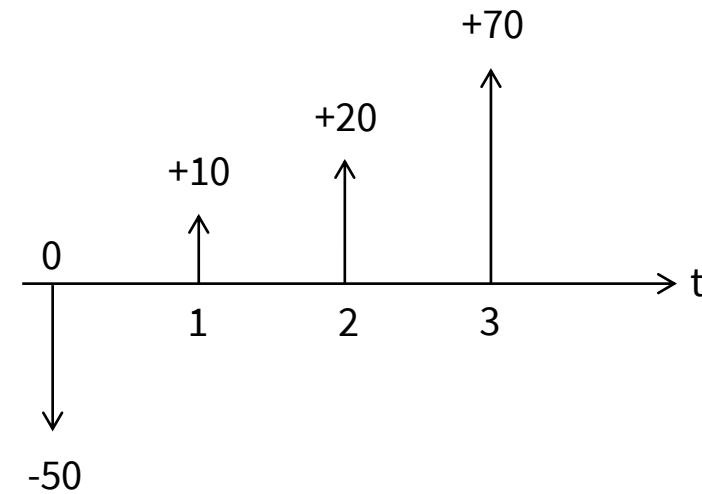
3) Welches Projekt hat den höheren Future Value (FV), angenommen $k = 10\%$?



Kapitalwertmethode / Net Present Value

- Alle durch die Investition verursachten Einnahmeüberschüsse werden auf heute abgezinst. Der berechnete Nettoarwert / Net Present Value (NPV) dient als Grundlage für den Investitionsentscheid.
- Beispielaufgabe:
Wie hoch ist der NPV bei einer heutigen Investition von 50, wenn in den Folgejahren 1, 2 und 3 Rückflüsse in der Höhe von 10, 20 bzw. 70 erwartet werden? Der risikogerechte Diskontierungssatz beträgt 10%.

$$-\text{NPV} = -50 + \frac{10}{1.1} + \frac{20}{1.1^2} + \frac{70}{1.1^3} = 28.21$$



Kapitalwertmethode / Net Present Value

– Formel: $NPV = -I_0 + \sum_{t=1}^T \frac{CF_t}{(1+k)^t}$

wobei:

I₀ = Investitionssumme

CF_t = (Erwarteter) Cash-Flow im Zeitpunkt t

k = risikogerechter Diskontierungssatz

T = Zeitpunkt des Projektendes

Entscheidungsregel:

- Bei einem Projekt: Positiver Investitionsentscheid falls $NPV > 0$
- Bei mehreren Projekten: Bevorzugt wird jenes Projekt mit dem höchsten NPV

Fallstudie Transport AG: Kapitalwertmethode Lkw A

- In den folgenden Folien wird nur noch das Investitionsprojekt Lkw A betrachtet.
- Zinssatz beträgt 10%.
- Erwartete Einnahmen und Ausgaben für Investitionsprojekt Lkw A:

Größen	Ende Jahr 0	Ende Jahr 1	Ende Jahr 2	Ende Jahr 3	Ende Jahr 4	Ende Jahr 5	Ende Jahr 6	Ende Jahr 7	Ende Jahr 8
Investitionsausgabe	-240								
Mehrumsatzeinnahmen		+100	+125	+150	+155	+160	+165	+170	+175
Betriebsausgaben		-30	-35	-40	-40	-45	-45	-45	-40
Lohnausgaben		-45	-47	-49	-51	-53	-55	-57	-59
Saldo / Cash-flow	-240	+25	+43	+61	+64	+62	+65	+68	+76

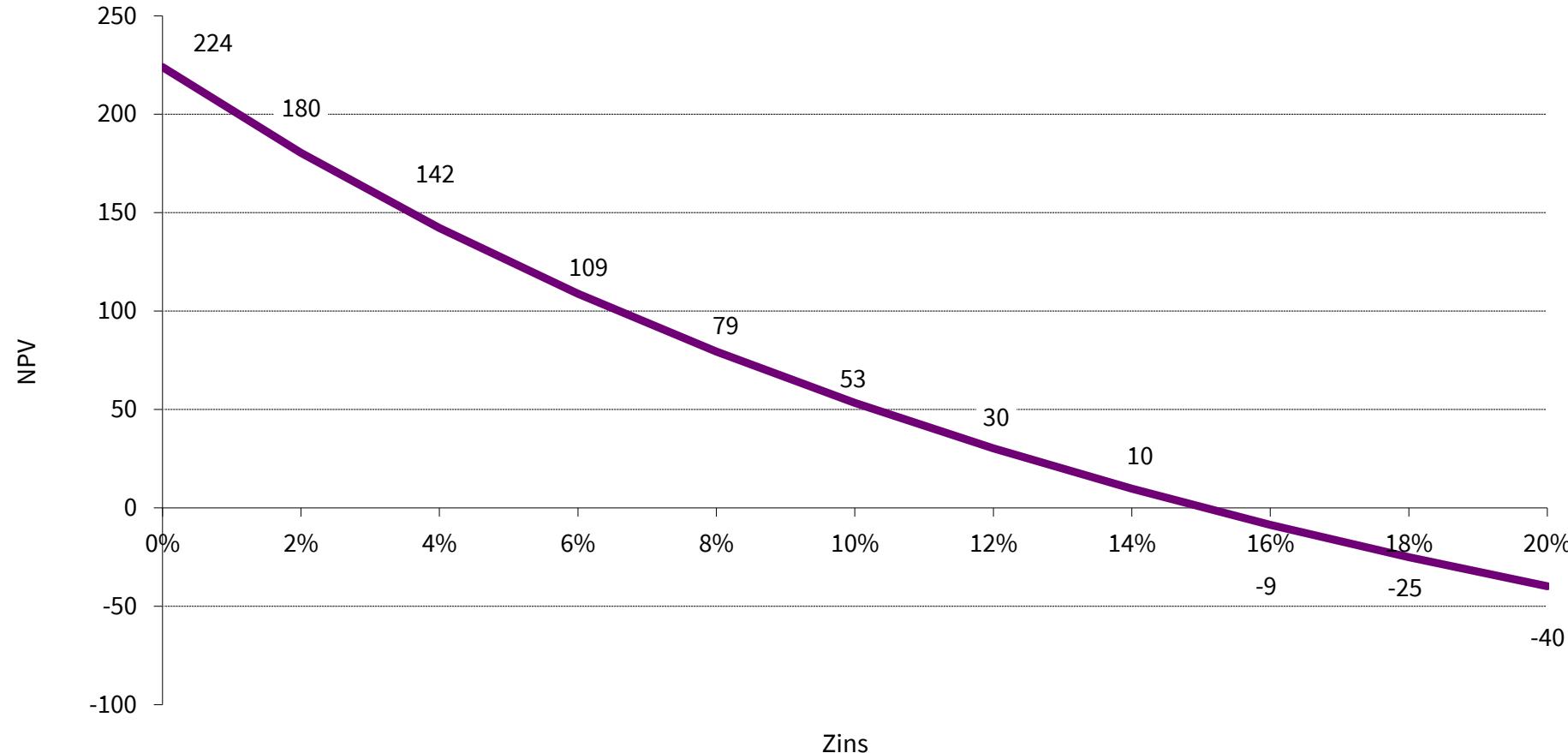
Fallstudie Transport AG: Kapitalwertmethode Lkw A: Lösung

– Der Net Present Value entspricht einem Gesamtüberschuss des Projektes, und zwar bewertet auf den Investitionszeitpunkt 0.

Grössen	Ende Jahr 0	Ende Jahr 1	Ende Jahr 2	Ende Jahr 3	Ende J. 4	Ende J. 5	Ende J. 6	Ende J. 7	Ende J. 8
Saldo / Cash-flow	-240	+25	+43	+61	+64	+62	+65	+68	+76
Abzinsungsfaktor	1	$\frac{1}{1.1} = 0.91$	$\frac{1}{1.1^2} = 0.83$	$\frac{1}{1.1^3} = 0.75$	0.68	0.62	0.56	0.51	0.47
Barwert (Present Value)	-240	$25 \cdot 0.91 = 22.7$	$43 \cdot 0.83 = 35.5$	$61 \cdot 0.75 = 45.8$	43.7	38.5	36.7	34.9	35.5
NPV	$-240 + 293.3 = 53.3$								

Sensitivität auf die Kapitalkosten

- Der Net Present Value in Abhängigkeit der Höhe der Kapitalkosten:



Interne Zinssatzmethode / Internal Rate of Return (IRR)

- Der IRR ist derjenige Zinssatz, bei welchem sich gerade ein NPV von 0 ergibt.

$$NPV = -I_0 + \sum_{t=1}^T \frac{CF_t}{(1 + IRR)^t} = 0$$

Entscheidungsregel:

Positiver Investitionsentscheid falls $IRR > \text{Kapitalkostensatz}$

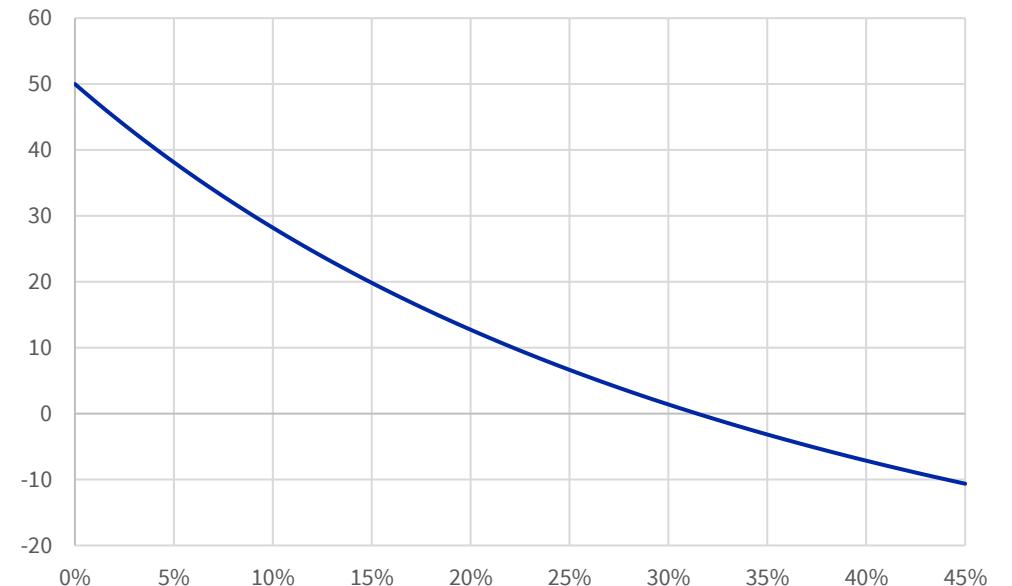
Interne Zinssatzmethode / Internal Rate of Return (IRR): Beispiel

- Beispiel
 - Wie hoch ist die IRR bei einer heutigen Investition von 50, wenn in den Folgejahren 1, 2 und 3 Rückflüsse in der Höhe von 10, 20 bzw. 70 erwartet werden?

$$NPV = -50 + \frac{10}{(1 + IRR)} + \frac{20}{(1 + IRR)^2} + \frac{70}{(1 + IRR)^3} = 0$$

- Durch Auflösen dieser Gleichung (oder durch Iteration) erhält man:

$$IRR = 31.5\%$$



Fallstudie Transport AG: Internal Rate of Return (IRR) Lkw A

- Die Berechnung des internen Zinssatzes geschieht mit dem «Probierverfahren» und schrittweiser Annäherung an das gesuchte Resultat (Iteration). Dabei werden die NPV-Werte für unterschiedliche Kapitalzinssätze bestimmt.

Größen	Ende Jahr 0	Ende Jahr 1	Ende Jahr 2	Ende Jahr 3	Ende Jahr 4	Ende Jahr 5	Ende Jahr 6	Ende Jahr 7	Ende Jahr 8
Saldo / Cash-flow	-240	25	43	61	64	62	65	68	76

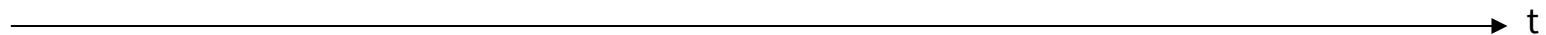
Kapitalkosten	0%	5%	10%	15%	20%
NPV	224	125	53.3	0.3	-39.8

— Fazit:

- Das Investitionsprojekt der Transport AG hat somit einen Internen Zinsfuss von etwas mehr als 15%.
- Solange die Kapitalverzinsung unter 15.03% liegt, kann das Projekt als rentabel bezeichnet werden.

Annuitätenmethode

- Wandelt Kapitalwert (NPV) in gleich grosse jährliche Einzahlungsüberschüsse um.
- Startbeispiel mit $I_0 = -50$, $CF1 = 10$, $CF2 = 20$, $CF3 = 70$
- Kapitalkosten: 10%



Annuitätenmethode

- Herleitung
- $A = \text{Annuität} (= \text{selber Cash Flow jedes Jahr})$

$$NPV = \frac{A}{1+k} + \frac{A}{(1+k)^2} + \cdots + \frac{A}{(1+k)^t} = A * \sum_{t=1}^t \frac{1}{(1+k)^t} = A * RBF_{k,t}$$

- Daher: $A = \frac{1}{RBF_{k,n}} \cdot NPV$
- Der Rentenbarwertfaktor berechnet sich als:

$$RBF_{k,n} = \sum_{t=1}^t \frac{1}{(1+k)^t} = \left(\frac{1}{k} - \frac{1}{(1+k)^t} \right)$$

Fallstudie Transport AG: Annuitätenmethode Lkw A

- Wie hoch ist die Annuität des Investitionsprojektes Lkw A der Transport AG?
- Annuität = $\frac{NPV}{RBF}$
- Dies ist ein auf dem NPV basierender, jährlich konstant bleibender Ergebnisbeitrag des Projektes

Fallstudie Transport AG: Vergleich der Resultate der dynamischen Investitionsrechnung

	Lkw A	Lkw B
NPV	53.3 CHF (Siehe Slide 19)	43.9 CHF
IRR	15.03% (Siehe Slide 22)	15.36 %
Annuitäten	10.0 CHF (Siehe Slide 26)	8.2 CHF

Investitionsrechenverfahren: Gegenüberstellung & Hauptprobleme

Statisch	Dynamisch
Der Zeitwert des Geldes (Time Value of Money) wird nicht berücksichtigt.	Der Zeitwert des Geldes wird berücksichtigt.
Nur eine Periode wird anhand von Durchschnittswerten betrachtet. Die effektive Nutzungsdauer eines Projektes bleibt unberücksichtigt.	Sämtliche Daten über alle Perioden werden berücksichtigt.
Einfach, vor allem bei KMU weit verbreitet.	Allgemein ist die detaillierte Schätzung zukünftiger Zustände und somit möglichst genauer Cash-flow Prognosen aufwendig. Sensitivitätsanalysen sind besonders wichtig.
Zurechnung von Erlösen und Kosten auf die einzelnen Investitionsprojekte ist schwierig.	Die Zurechnung von Cash-flows eines Unternehmens auf einzelne Investitionsprojekte ist schwierig.
Innerbetriebliche Interdependenzen werden ausgeklammert und jedes Projekt wird einzeln analysiert.	Innerbetriebliche Interdependenzen werden ausgeklammert und jedes Projekt wird einzeln analysiert.

Investitionsrechenverfahren: Gegenüberstellung & Hauptprobleme

- Hauptprobleme
 - Langfristiger Zeithorizont:
 - Langfristige Kapitalbindung
 - Prognoseprobleme
 - Knappheit finanzieller Mittel: Entscheid zwischen Investitionsprojekten
 - Komplexität: Auswirkungen auf andere Unternehmensfelder
 - Personal
 - Material
 - Produktion
 - Datenmenge: Berücksichtigung relevanter Daten
 - Erfolg des Unternehmens: Auswirkungen auf den Gesamterfolg evtl. auf das Bestehen der Unternehmung