

MOVIMENTO CIRCULAR

TEORIA

Pessoal, nesse tópico trabalharemos com o movimento de trajetória circular. É importante lembrar que existem duas formas de medir os ângulos:

Grau: Representado por $^\circ$, uma volta inteira na circunferência é dada por 360° .

Radiano: representado por rad , uma volta inteira na circunferência corresponde a $2\pi \text{ rad}$.

Para fazer a conversão de radiano e grau, devemos usar regra de 3 simples com a equivalência:

$$180^\circ = \pi \text{ rad}$$

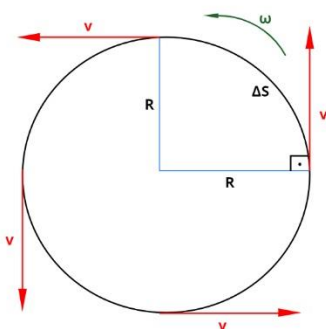
Exemplo: Converta 120° para radianos:

$$\begin{array}{l} 180^\circ \text{ — } \pi \text{ rad} \\ 120^\circ \text{ — } x \text{ rad} \end{array}$$

Multiplicando cruzado:

$$\begin{aligned} 180x &= 120\pi \\ x &= \frac{120\pi}{180} = \frac{2\pi}{3} \text{ rad} \end{aligned}$$

INTRODUÇÃO



No movimento circular, dois tipos de deslocamento são importantes para o nosso estudo:

- O **deslocamento** linear (Δs), para uma volta, é definido por:

$$\Delta s = 2\pi R$$

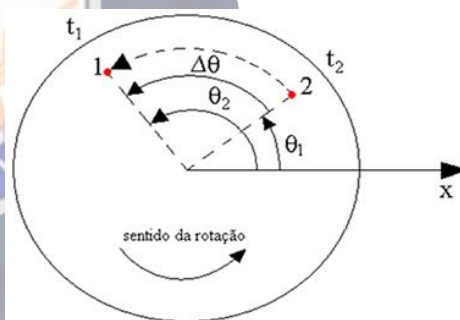
- O **deslocamento** angular ($\Delta\theta$), para uma volta, é definido por:

$$\Delta\theta = 2\pi$$

E a relação entre esses dois deslocamentos é dada por:

$$\Delta s = \Delta\theta \cdot R$$

VELOCIDADE



Pessoal, quando estamos falando de movimento circular, existem duas velocidades que são importantes para nós:

- A velocidade angular instantânea angular para uma volta

$$\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{2\pi}{\Delta t}$$

- A velocidade (v) linear ou tangencial é definida pela expressão

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{2\pi R}{\Delta t}$$

Podemos relacionar as duas velocidades através da expressão:

$$v = \omega \cdot R$$

ACELERAÇÃO

Da mesma forma que na velocidade existiam apenas duas velocidades que nos interessavam, na aceleração também existem apenas duas relevantes para o nosso estudo:

- **A aceleração angular instantânea angular para uma volta**

$$\alpha = \frac{\Delta \omega}{\Delta t}$$

- **A aceleração (v) linear ou tangencial é definida pela expressão**

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

Podemos relacionar essas duas acelerações através da seguinte fórmula:

$$a = \alpha \cdot R$$

MOVIMENTO CIRCULAR E UNIFORME

É um movimento periódico, ou seja, se repete em intervalos de tempos iguais cuja trajetória é circular.

Além disso, a sua velocidade angular (ω) é constante, ou seja, não varia.

O módulo da velocidade linear é constante. (v = constante), mas que varia em direção e sentido.

Apresenta uma aceleração que aponta sempre para o centro da circunferência (**chamada de aceleração centrípeta**).

FREQUÊNCIA

Pode-se definir a frequência como o número de repetições em certo intervalo de tempo.

$$f = \frac{n_0 \text{ repetições}}{\Delta t}$$

A unidade de medida de frequência no sistema internacional é o **Hertz (Hz)**

(EEAR) A frequência cardíaca de um determinado indivíduo é de 60 batimentos por minuto, o que representa um período de ____ segundo(s).

- A. 1
- B. 30
- C. 60
- D. 3600

Solução:

A frequência é dada por

$$f = \frac{\text{número de repetições}}{\Delta t} = \frac{60}{60} = 1 \text{ Hz}$$

Observe que 1 minuto tem 60 segundos, por isso $\Delta t = 60$

PERÍODO

O período no movimento circular é representado pela letra T, e equivale ao período de tempo que um objeto leva para completar uma volta completa na circunferência.

$$T = \frac{\Delta t}{n^{\circ} \text{ repetições}}$$

No sistema internacional, utilizamos o período em segundos (s).

Observação: Também podemos dizer que a frequência é o inverso do período:

$$f = \frac{1}{T}$$

FUNÇÕES HORÁRIAS DO MCU

Pessoal, podemos calcular a velocidade no MCU através da frequência (ou do período).

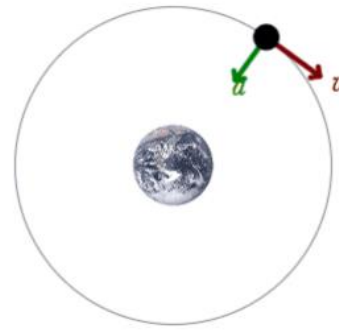
$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{2\pi R}{T} = 2\pi R f$$

Ou, para encontrar a velocidade angular:

$$\omega = \frac{\Delta \theta}{\Delta t} = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$$

ACELERAÇÃO CENTRÍPETA

Em todo movimento circular existirá uma aceleração que aponta para o centro da trajetória, conforme a figura:



Essa aceleração é chamada de aceleração centrípeta, e podemos calcular através da seguinte fórmula:

$$a_{cp} = \frac{v^2}{R} = \omega^2 \cdot R$$



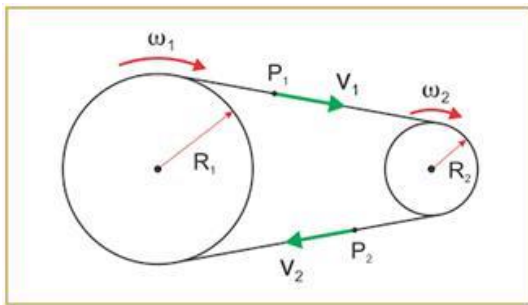
Se você já andou em algum brinquedo desse no parque, saiba que a força que te manteve preso ao centro do brinquedo é chamada de Força Centrípeta (a força que gera a aceleração centrípeta).

TRANSMISSÃO DE MOVIMENTO

Existem duas formas de transmissão de movimento no movimento circular:

- Polias interligadas através de correia
- Discos interligados através de um eixo.

POLIAS INTERLIGADAS ATRAVÉS DE CORREIA



Observe que nesse caso, temos duas polias circulares interligadas através de uma correia que une as duas.

Perceba que a velocidade linear de ambas as polias é igual, e portanto podemos concluir:

$$v_1 = v_2$$

$$2\pi R_1 f_1 = 2\pi R_2 f_2$$

$$R_1 f_1 = R_2 f_2$$

Ou ainda:

$$\frac{R_1}{T_1} = \frac{R_2}{T_2}$$

$$\omega_1 = \omega_2$$

$$2\pi f_1 = 2\pi f_2$$

$$f_1 = f_2$$

Ou ainda,

$$T_1 = T_2$$

MOVIMENTO CIRCULAR UNIFORMEMENTE VARIADO (MCUV)

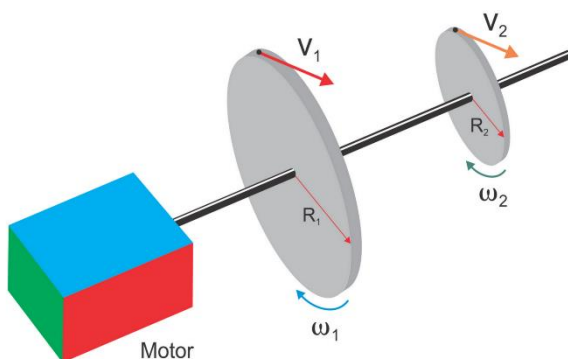
Nesse movimento, a velocidade angular (ω) não é constante.

O módulo da velocidade linear também não é constante e sua direção e sentido também variam.

E nesse movimento, o objeto apresentará dois tipos de aceleração: a aceleração centrípeta (a_{cp}) e a aceleração tangencial (a_t).

FUNÇÕES HORÁRIAS DO MCVU

DISCOS LIGADOS ATRAVÉS DE UMA EIXO



Pessoal, observem que nesse caso, a velocidade angular dos discos será igual, portanto:

$$v \rightarrow \omega$$

$$s \rightarrow \theta$$

$$a \rightarrow \alpha$$

Observe como ficam as fórmulas:

$$v = v_0 \pm a \cdot t$$

$$\omega = \omega_0 \pm \alpha \cdot t$$

$$s = s_0 + v_0 \cdot t + \frac{at^2}{2}$$

$$\theta = \theta_0 + \omega_0 \cdot t + \frac{\alpha t^2}{2}$$

$$v^2 = v_0^2 \pm 2 \cdot a \cdot \Delta s$$

$$\omega^2 = \omega_0^2 \pm 2 \cdot \alpha \cdot \Delta \theta$$

EXERCÍCIOS

01. EEAR - Considere as seguintes afirmações sobre o movimento circular uniforme (MCU):

I. Possui velocidade angular constante.

II. Possui velocidade tangencial constante em módulo, mas com direção e sentido variáveis.

III. A velocidade angular é inversamente proporcional à frequência do movimento.

IV. Possui uma aceleração radial, com sentido orientado para o centro da trajetória.

Das afirmações anteriores, são corretas:

- A. I e II
- B. II e III
- C. I, II e IV
- D. todas

2. EEAR - A frequência cardíaca de um determinado indivíduo é de 60 batimentos por minuto, o que representa um período de ____ segundo(s).

A. 1

B. 30

C. 60

D. 3600

3. EEAR - Um ponto material descreve um movimento circular uniforme com o módulo da velocidade angular igual a 10 rad/s. Após 100 s, o número de voltas completas percorridas por esse ponto material é

Adote $\pi=3$.

A. 150

B. 166

C. 300

D. 333

4. EEAR - Para explicar como os aviões voam, costuma-se representar o ar por pequenos cubos que deslizam sobre a superfície da asa. Considerando que um desses cubos tenha a direção do seu movimento alterada sob as mesmas condições de um movimento circular uniforme (MCU), pode-se afirmar corretamente que a aceleração ____ do "cubo" é ____ quanto maior for o módulo da velocidade tangencial do "cubo".

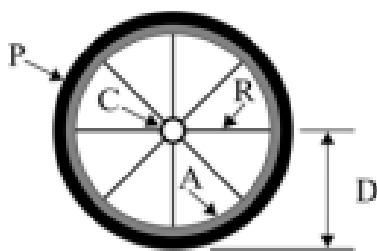
A. tangencial; maior.

B. tangencial; menor.

C. centrípeta; menor.

D. centrípeta; maior.

5. EEAR - Uma roda de bicicleta é composta de uma catraca (C), um pneu (P), 8 raios (R) e um aro (A). A distância (D) do centro da catraca a borda do pneu é de 0,6 m, conforme o desenho. A catraca está unida aos raios que por sua vez estão presos ao aro. O pneu é preso ao aro. Essa montagem permite que a catraca e o pneu girem juntos e coaxialmente. Se a frequência de rotação da catraca é igual a 5 rotações por segundo, a velocidade tangencial do pneu, em π m/s, é igual a



- A. 3
- B. 5
- C. 6
- D. 10

6. EEAR - Se a frequência de um movimento circular uniforme é 0,5 Hz, sua velocidade angular, em rad/s, será:

- A. π .
- B. 2π
- C. 4π .
- D. 6π

7. EEAR - No movimento circular uniforme, a velocidade angular (ω) não depende:

- A. do raio da circunferência.
- B. da sua frequência.

C. do seu período.

D. do tempo gasto para completar uma volta.

8. EEAR - Um veículo percorre uma pista de trajetória circular, horizontal, com velocidade constante em módulo. O raio da circunferência é de 160 m e o móvel completa uma volta a cada π segundos. Calcule, em m/s^2 , o módulo da aceleração centrípeta que o veículo está submetido.

- A. 160.
- B. 320.
- C. 640.
- D. 96

9. Assinale a alternativa correta, levando em conta a seguinte afirmação: um corpo efetua movimento circular e uniforme com trajetória de raio R.

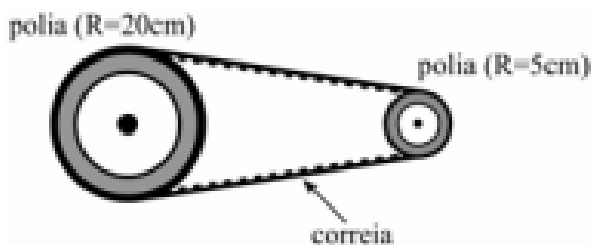
- (A) A única aceleração existente é a aceleração angular.
- (B) O corpo não está acelerado, pois o movimento é circular e uniforme.
- (C) A aceleração existe e produz variação no módulo da velocidade tangencial.
- (D) A aceleração do corpo existe e provoca variação na direção da velocidade tangencial.

10. Uma mosca pousa sobre um disco que gira em um plano horizontal, em movimento circular uniforme, executando 60 rotações por minuto. Se a distância entre a mosca e o centro do disco é de 10 cm, a

aceleração centrípeta, em $\pi^2 \text{ cm/s}^2$, à qual a mosca está sujeita sobre o disco, é de:

- (A) 20.
- (B) 40.
- (C) 60.
- (D) 120.

11. EEAR - O movimento de rotação de uma polia de raio igual a 20 cm é transmitido a outra de raio 5 cm por meio de uma correia que não desliza, conforme o desenho.



Como a polia maior gira com uma frequência igual a 400 rotações por minuto (rpm), a frequência, em rpm, da polia menor é

- a) 1600
- b) 400
- c) 100
- d) 25

12. EEAR- Duas polias estão acopladas por uma correia que não desliza. Sabendo-se que o raio da polia menor é de 20 cm e sua frequência de rotação f_1 é de 3600 rpm, qual é a frequência de rotação f_2 da polia maior, em rpm, cujo raio vale 50 cm?

- A. 9000
- B. 7200
- C. 1440
- D. 720

13. EEAR. Calcule a velocidade tangencial, em km/h, do movimento de translação do planeta Terra em torno do Sol. Para esse cálculo considere:

- 1- Que a luz do Sol leva 8 minutos para chegar até a Terra.
- 2- A velocidade da luz no vácuo igual a $3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$.
- 3- As dimensões da Terra e do Sol devem ser desprezadas.
- 4- O raio do movimento circular da Terra em torno do Sol como a distância que a luz percorre em 8 minutos.

5- O movimento da Terra em torno do Sol como sendo um Movimento Circular Uniforme (MCU).

6- O valor de $\pi = 3$.

7- Um ano = 360 dias.

- A. 10.000
- B. 24.000
- C. 36.000
- D. 100.000

14. EEAR. Uma partícula executa movimento circular uniforme com velocidade angular de $4\pi \text{ rad/s}$ durante 20 s. Quantas voltas completas essa partícula executa?

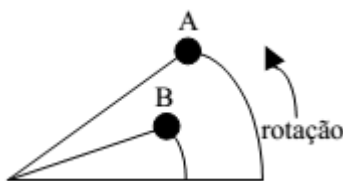
- A. 10
- B. 20
- C. 40
- D. 80

15. EEAR. Devido ao mau tempo sobre o aeroporto, uma aeronave começa a executar um movimento circular uniforme sobre a pista, mantendo uma altitude constante de 1000 m. Sabendo que a aeronave possui uma velocidade linear de 500 km/h e que executará o movimento sob um raio de 5 km, qual será o tempo gasto, em h, para que essa aeronave complete uma volta.

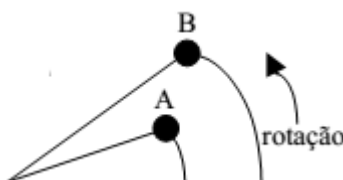
- A. $\pi/50$.
- B. $\pi/10$.
- C. 10π .
- D. 50π .

16. EEAR. Dois objetos A e B se deslocam em trajetórias circulares durante um mesmo intervalo de tempo. Sabendo que A possui uma velocidade linear maior que B, então a alternativa que representa uma possibilidade para esse deslocamento logo após o início do movimento, a partir da horizontal, é

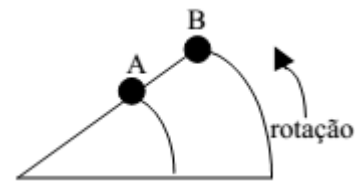
A



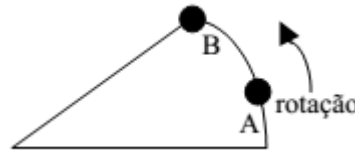
B



C



D



17. EEAR. Pilotos de aviões-caça da Segunda Grande Guerra atingiam até a velocidade de 756 km/h em mergulho. A essa velocidade podiam realizar uma manobra em curva com um raio aproximado, em m, de

OBS: a aceleração máxima que um ser humano suporta sem desmaiar é de 70 m/s^2 .

- A. 30
- B. 130
- C. 330
- D. 630

18. EEAR. Numa pista circular de raio igual a 200 m, dois ciclistas, A e B, partem simultaneamente e exatamente do mesmo ponto, em sentidos contrários e ambos executando M.C.U. O ciclista A com velocidade linear constante de $2\pi \text{ m/s}$ e o ciclista B com velocidade angular constante de $2\pi \cdot 10^{-2} \text{ rad/s}$. De acordo com os dados da questão, é correto afirmar que,

A. os ciclistas, A e B, chegam ao ponto de partida sempre ao mesmo tempo, completando ao mesmo tempo cada volta.

B. o ciclista A chega ao ponto de partida 100 s antes do ciclista B, ou seja, completando a primeira volta antes do ciclista B.

C. o ciclista B chega ao ponto de partida 100 s antes do ciclista A ou seja, completando a primeira volta antes do ciclista A.

D. o ciclista B chega ao ponto de partida 50 s antes do ciclista A, ou seja, completando a primeira volta antes do ciclista A.

19. EEAR. Um garoto enrola, de maneira perfeitamente circular, a linha da pipa em uma lata de formato cilíndrico, de 20 cm de diâmetro, com uma velocidade angular constante de 2 rad/s. Quantos metros de linha o garoto consegue enrolar em 5 minutos?

Dados: despreze a espessura da linha e admita que não ocorre escorregamento.

- A. 30
- B. 60
- C. 120
- D. 600

GABARITO

Resposta da questão 1: C

- I. Verdadeiro
- II. Verdadeiro
- III. Falso $\rightarrow \omega = 2\pi f$, ou seja, é diretamente proporcional
- IV. Verdadeiro

Resposta da questão 2: A

$$F = (n^\circ \text{ de repetições}) / \Delta t$$

$$F = 60/60s = 1\text{Hz}$$

Resposta da questão 3: B

$$\omega = 2\pi/T \rightarrow 10 = 2.3/T \rightarrow T = 0,6s$$

$$1 \text{ volta} \text{ ---- } 0,6s$$

$$X \text{ voltas} \text{ --- } 100s$$

$$\rightarrow x = 100/0,6 \cong 166,7 \text{ voltas}$$

Ou seja, 166 voltas completas

Resposta da questão 4: D

$\vec{a}_{ctp} = \frac{\vec{v}^2}{R}$, ou seja, quanto maior a velocidade tangencial, maior a aceleração centrípeta

Resposta da questão 5: C

Como o aro e o pneu tem o mesmo centro, ambos têm a mesma velocidade angular, ou seja, têm também a mesma frequência.

$$\omega = 2\pi f \rightarrow \omega = 2. \pi. 5 = 10\pi$$

$$V = \omega R \rightarrow V = 10\pi. 0,6 = 6\pi$$

Resposta da questão 6: A

$$\omega = 2\pi f \rightarrow \omega = 2\pi. 0,5 = \pi \text{ rad/s}$$

Resposta da questão 7: A

$\omega = 2\pi f$ ou $\omega = 2\pi/T$, e frequência e período dependem do tempo decorrido para uma repetição

Resposta da questão 8: C

Período (T) = π segundos

$$V = \omega R \rightarrow V = (2\pi/\pi). 160 = 320\text{m/s}$$

$$\vec{a}_{ctp} = \frac{\vec{v}^2}{R} \rightarrow \vec{a}_{ctp} = \frac{320^2}{160} = 640 \text{ m/s}^2$$

Resposta da questão 9: D

- a) Falso – Existe apenas a centrípeta
- b) Falso – Existe a aceleração centrípeta

c) Falso – O módulo da velocidade tangencial não muda

$$V = \frac{2\pi R}{\Delta t} \rightarrow \Delta t = \frac{2\pi \cdot 5}{500} = \frac{\pi}{50} h$$

Resposta da questão 10: B

$$F = 60/60s = 1Hz$$

$$V = \omega R \rightarrow V = (2\pi \cdot 1) \cdot (0,1 \text{ m}) = 2\pi \text{ m/s}$$

$$\vec{a}_{ctp} = \frac{\vec{V}^2}{R} \rightarrow \vec{a}_{ctp} = \frac{2^2}{0,1} = 40 \text{ m/s}^2$$

Resposta da questão 11: A

$$V_{Maior} = V_{menor} \rightarrow \omega_{Maior} R = \omega_{menor} r$$

$$(2\pi \cdot 400) \cdot 20 = (2\pi \cdot f) \cdot 5 \rightarrow f = 1600Hz$$

Resposta da questão 12: C

$$V_{Maior} = V_{menor} \rightarrow \omega_{Maior} R = \omega_{menor} r$$

$$(2\pi \cdot f_2) \cdot 50 = (2\pi \cdot 3600) \cdot 20 \rightarrow f = 1440Hz$$

Resposta da questão 13: D

$$V_{Luz} = \frac{R}{\Delta t} \rightarrow R = (3 \cdot 10^8) \cdot (8 \cdot 60) = 1440 \cdot 10^8 m$$

$$\Delta t = 360 \cdot 24 = 8640 \text{ horas}$$

$$V_{Trans.} = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{2\pi \cdot (1440 \cdot 10^5 km)}{8640}$$

$$V_{Trans.} = 100000 \text{ km/h}$$

Resposta da questão 14: C

$$\omega = 2\pi/T \rightarrow 4\pi = 2\pi/T \rightarrow T = 0,5s$$

$$1 \text{ volta} \text{ ----- } 0,5s$$

$$\rightarrow x = 20/0,5 = 40 \text{ voltas}$$

$$X \text{ voltas} \text{ ----- } 20s$$

Resposta da questão 15: A

Resposta da questão 16: A

Como a velocidade de A é maior que a de B, em um mesmo intervalo de tempo, A percorrerá uma distância circular maior que B

Resposta da questão 17: D

$$V = 756/3,6 = 210m/s$$

$$\vec{a}_{ctp} = \frac{\vec{V}^2}{R} \rightarrow \vec{a}_{ctp} = \frac{210^2}{R}$$

$$\text{Porém, } \vec{a}_{ctp} \leq 70 \rightarrow \frac{210^2}{R} \leq 70$$

$$R \geq \frac{210^2}{70} \rightarrow R \geq 630 \text{ m}$$

Resposta da questão 18: C

$$V_A = \frac{2\pi R}{T_A} \rightarrow 2\pi = \frac{2\pi \cdot 200}{T_A} \rightarrow T_A = 200s$$

$$\omega_B = \frac{2\pi}{T_B} \rightarrow 2\pi \cdot 10^{-2} = \frac{2\pi}{T_B} \rightarrow T_B = 100s$$

Resposta da questão 19: B

$$\omega = 2\pi/T \rightarrow 2 = 2\pi/T \rightarrow T = \pi \text{ segundos}$$

$$\text{Raio} = 10 \text{ cm} = 0,1 \text{ m}$$

$$1 \text{ volta} = 2\pi R = 0,2\pi \text{ m} \text{ ----- } \pi \text{ segundos}$$

$$X \text{ ----- } 5,60 = 300s$$

$$X = 60 \text{ voltas}$$