



Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Московский государственный технический университет имени
Н.Э. Баумана
(национальный исследовательский университет)»
(МГТУ им. Н.Э. Баумана)

ФАКУЛЬТЕТ «Информатика и системы управления»

КАФЕДРА «Программное обеспечение ЭВМ и информационные технологии»

Отчет по лабораторной работе №3 по курсу "Моделирование"

Тема ОДУ второго порядка с краевыми условиями 2 и 3 рода

Студент Пересторонин П.Г.

Группа ИУ7-63Б

Оценка _____

Преподаватель Градов В.М.

Оглавление

1	Теоретические сведения	3
2	Реализация	5
2.1	Код программы	5
2.2	Результаты работы программы	7
2.2.1	Представить разностный аналог краевого условия при $x = l$ и его краткий вывод интегро-интерполяционным методом.	7
2.2.2	График зависимости температуры $T(x)$ от координаты x при заданных выше параметрах. Выяснить, как сильно зависят результаты расчета $T(x)$ и необходимое для этого количество итераций от начального распределения температуры и шага сетки	8
2.2.3	График зависимости $T(x)$ при $F_0 = -10 \frac{\text{Вт}}{\text{см}^2}$	10
2.2.4	График зависимости $T(x)$ при увеличенных значениях α (например, в 3 раза). Сравнить с п. 2.	11
2.2.5	График зависимости $T(x)$ при $F_0 = 0$	13
2.2.6	Для указанного в задании исходного набора параметров привести данные по балансу энергии.	13
3	Ответы на вопросы	14
3.1	Какие способы тестирования программы можно предложить?	14
3.2	Получите простейший разностный аналог нелинейного краевого условия при $x = l$	15
3.3	Опишите алгоритм применения метода прогонки, если при $x = 0$ краевое условие квазилинейное (как в настоящей работе), а при $x = l$, как в п. 2.	15
3.4	Опишите алгоритм определения единственного значения сечочной функции y_p в одной заданной точке p . Использовать встречную прогонку, т.е. комбинацию правой и левой прогонок.	17

Тема работы

Программно-алгоритмическая реализация моделей на основе ОДУ второго порядка с краевыми условиями II и III рода.

Цель работы

Получение навыков разработки алгоритмов решения краевой задачи при реализации моделей, построенных на ОДУ второго порядка.

1 Теоретические сведения

Задана математическая модель:

$$\frac{d}{dx} \left(\lambda(T) \frac{dT}{dx} \right) - 4 \cdot k(T) \cdot n_p^2 \cdot \sigma \cdot (T^4 - T_0^4) = 0$$

Краевые условия:

$$\begin{cases} x = 0, -\lambda(T(0)) \frac{dT}{dx} = F_0. \\ x = l, -\lambda(T(l)) \frac{dT}{dx} = \alpha(T(l) - T_0) \end{cases}$$

Функции $\lambda(T)$ и $k(T)$ заданы таблицей.

Заданы начальные параметры:

$n_p = 1.4$ - коэффициент преломления

$l = 0.2\text{см}$ - толщина слоя

$T_0 = 300K$ - температура окружающей среды

$\sigma = 5.668 \cdot 10^{-12} \frac{\text{Вт}}{\text{см}^2 \cdot K^4}$ - постоянная Стефана - Больцмана

$F_0 = 100 \frac{\text{Вт}}{\text{см}^2}$ - поток тепла

$\alpha = 0.05 \frac{\text{Вт}}{\text{см}^2 \cdot K}$ - коэффициент теплоотдачи

Выход из итераций организовать по температуре и по балансу энергии:

$$\max \left| \frac{y_n^s - y_n^{s-1}}{y_n^s} \right| \leq \varepsilon_1$$

для всех $n = 0, 1, \dots N$. и

$$\max \left| \frac{f_1^s - y_2^s}{f_1^s} \right| \leq \varepsilon_1$$

где

$$f_1=F_0-\alpha(T(l)-T_0)$$

$$f_2=4n_p^2\sigma_0^1k(T(x))(T^4(x)-T_0^4)dx$$

2 Реализация

2.1 Код программы

Ниже представлены исходные коды программы на языке Python.

```
1 from math import pow
2 from scipy.interpolate import InterpolatedUnivariateSpline
3 import plot
4
5 class Params:
6     Np = 1.4
7     l = 0.2
8     T0 = 300
9     sigma = 5.668*1e-12
10    F0 = 100
11    alpha = 0.05
12    h = 1e-4
13
14    fst_table = ((300, 500, 800, 1100, 2000, 2400),
15                  (1.36 * pow(10, -2), 1.63 * pow(10, -2), 1.81 * pow(10, -2),
16                   1.98 * pow(10, -2), 2.50 * pow(10, -2), 2.74 * pow(10, -2)))
17
18    snd_table = ((293, 1278, 1528, 1677, 2000, 2400),
19                  (2.0 * pow(10, -2), 5.0 * pow(10, -2), 7.8 * pow(10, -2),
20                   1.0 * pow(10, -1), 1.3 * pow(10, -1), 2.0 * pow(10, -1)),)
21
22 params = Params()
23
24 interpolate = lambda x_pts, y_pts, order=1: InterpolatedUnivariateSpline(x_pts, y_pts,
25                             k=order)
26 p = lambda k_t, t, n: 0
27 f = lambda k_t, t, n: 4 * params.Np * params.Np + params.sigma * k_t(t[n]) * (pow(t, 4)
28                           - pow(params.T0, 4))
29
30 x_right = lambda l_t, t, n: (l_t(t[n]) + l_t(t[n + 1])) / 2
31 x_left = lambda l_t, t, n: (l_t(t[n]) + l_t(t[n - 1])) / 2
32 p_right = lambda k_t, t, n: (p(k_t, t, n) + p(k_t, t, n + 1)) / 2
33 p_left = lambda k_t, t, n: (p(k_t, t, n) + p(k_t, t, n - 1)) / 2
34 f_right = lambda k_t, t, n: (f(k_t, t, n) + f(k_t, t, n + 1)) / 2
35 f_left = lambda k_t, t, n: (f(k_t, t, n) + f(k_t, t, n - 1)) / 2
36
37 A = lambda l_t, t, n: (l_t(t[n]) + l_t(t[n - 1])) / 2 / params.h
38 B = lambda l_t, k_t, t, n: A(l_t, t, n) + C(l_t, t, n) + \
39     4 * params.Np * params.Np * params.sigma * k_t(t[n]) * pow(t[n], 3) * params.h
40 C = lambda l_t, t, n: (l_t(t[n]) + l_t(t[n + 1])) / 2 / params.h
41 D = lambda k_t, t, n: 4 * params.Np * params.Np + params.sigma * k_t(t[n]) *
```

```

    pow(params.T0, 4) * params.h
40
41 def right_conditions(l_t, k_t, t):
42     K0 = x_right(l_t, t, 0) + pow(params.h, 2) / 8 * p_right(k_t, t, 0) + pow(params.h,
43         2) / 4 * p(k_t, t, 0)
44     M0 = pow(params.h, 2) / 8 * p_right(k_t, t, 0) - x_right(l_t, t, 0)
45     P0 = params.h * params.F0 + pow(params.h, 2) / 4 * (f_right(k_t, t, 0) + f_left(k_t,
46         t, 0))
47     return K0, M0, P0
48
49
50 def left_conditions(k_t, l_t, t, n):
51     Kn = x_left(l_t, t, n) / params.h - params.alpha - params.h * p(k_t, t, n) / 4 \
52         - params.h * p_left(k_t, t, n) / 8
53     Mn = x_left(l_t, t, n) / params.h - params.h * p_left(k_t, t, n) / 8
54     Pn = -(params.alpha * params.T0 + (f_right(k_t, t, n) + f_left(k_t, t, n)) / 4 *
55         params.h)
56     return Kn, Mn, Pn
57
58
59 def start():
60     l_t = interpolate(params.fst_table[0], params.fst_table[1])
61     k_t = interpolate(params.snd_table[0], params.snd_table[1])
62     t = [0 for _ in range(int(1 / params.h) + 2)]
63     K0, M0, P0 = right_conditions(l_t, k_t, t)
64     xi_list = [0]
65     eta_list = [0]
66     x_list = list()
67     x = 0
68     n = 0
69     while x + params.h < 1:
70         x_list.append(x)
71         xi_list.append(C(l_t, t, n) / (B(l_t, k_t, t, n) - A(l_t, t, n) * xi_list[n]))
72         eta_list.append((D(k_t, t, n) + A(l_t, t, n) * xi_list[n]) / (B(l_t, k_t, t, n) -
73             \
74             \
75             \
76             \
77             \
78             \
79             \
80             \
81             \
82             \
83             \
84             \
85             \
86             \
87             \
88             \
89             \
90             \
91             \
92             \
93             \
94             \
95             \
96             \
97             \
98             \
99             \
100             \
101             \
102             \
103             \
104             \
105             \
106             \
107             \
108             \
109             \
110             \
111             \
112             \
113             \
114             \
115             \
116             \
117             \
118             \
119             \
120             \
121             \
122             \
123             \
124             \
125             \
126             \
127             \
128             \
129             \
130             \
131             \
132             \
133             \
134             \
135             \
136             \
137             \
138             \
139             \
140             \
141             \
142             \
143             \
144             \
145             \
146             \
147             \
148             \
149             \
150             \
151             \
152             \
153             \
154             \
155             \
156             \
157             \
158             \
159             \
160             \
161             \
162             \
163             \
164             \
165             \
166             \
167             \
168             \
169             \
170             \
171             \
172             \
173             \
174             \
175             \
176             \
177             \
178             \
179             \
180             \
181             \
182             \
183             \
184             \
185             \
186             \
187             \
188             \
189             \
190             \
191             \
192             \
193             \
194             \
195             \
196             \
197             \
198             \
199             \
200             \
201             \
202             \
203             \
204             \
205             \
206             \
207             \
208             \
209             \
210             \
211             \
212             \
213             \
214             \
215             \
216             \
217             \
218             \
219             \
220             \
221             \
222             \
223             \
224             \
225             \
226             \
227             \
228             \
229             \
230             \
231             \
232             \
233             \
234             \
235             \
236             \
237             \
238             \
239             \
240             \
241             \
242             \
243             \
244             \
245             \
246             \
247             \
248             \
249             \
250             \
251             \
252             \
253             \
254             \
255             \
256             \
257             \
258             \
259             \
260             \
261             \
262             \
263             \
264             \
265             \
266             \
267             \
268             \
269             \
270             \
271             \
272             \
273             \
274             \
275             \
276             \
277             \
278             \
279             \
280             \
281             \
282             \
283             \
284             \
285             \
286             \
287             \
288             \
289             \
290             \
291             \
292             \
293             \
294             \
295             \
296             \
297             \
298             \
299             \
300             \
301             \
302             \
303             \
304             \
305             \
306             \
307             \
308             \
309             \
310             \
311             \
312             \
313             \
314             \
315             \
316             \
317             \
318             \
319             \
320             \
321             \
322             \
323             \
324             \
325             \
326             \
327             \
328             \
329             \
330             \
331             \
332             \
333             \
334             \
335             \
336             \
337             \
338             \
339             \
340             \
341             \
342             \
343             \
344             \
345             \
346             \
347             \
348             \
349             \
350             \
351             \
352             \
353             \
354             \
355             \
356             \
357             \
358             \
359             \
360             \
361             \
362             \
363             \
364             \
365             \
366             \
367             \
368             \
369             \
370             \
371             \
372             \
373             \
374             \
375             \
376             \
377             \
378             \
379             \
380             \
381             \
382             \
383             \
384             \
385             \
386             \
387             \
388             \
389             \
390             \
391             \
392             \
393             \
394             \
395             \
396             \
397             \
398             \
399             \
400             \
401             \
402             \
403             \
404             \
405             \
406             \
407             \
408             \
409             \
410             \
411             \
412             \
413             \
414             \
415             \
416             \
417             \
418             \
419             \
420             \
421             \
422             \
423             \
424             \
425             \
426             \
427             \
428             \
429             \
430             \
431             \
432             \
433             \
434             \
435             \
436             \
437             \
438             \
439             \
440             \
441             \
442             \
443             \
444             \
445             \
446             \
447             \
448             \
449             \
450             \
451             \
452             \
453             \
454             \
455             \
456             \
457             \
458             \
459             \
460             \
461             \
462             \
463             \
464             \
465             \
466             \
467             \
468             \
469             \
470             \
471             \
472             \
473             \
474             \
475             \
476             \
477             \
478             \
479             \
480             \
481             \
482             \
483             \
484             \
485             \
486             \
487             \
488             \
489             \
490             \
491             \
492             \
493             \
494             \
495             \
496             \
497             \
498             \
499             \
500             \
501             \
502             \
503             \
504             \
505             \
506             \
507             \
508             \
509             \
510             \
511             \
512             \
513             \
514             \
515             \
516             \
517             \
518             \
519             \
520             \
521             \
522             \
523             \
524             \
525             \
526             \
527             \
528             \
529             \
530             \
531             \
532             \
533             \
534             \
535             \
536             \
537             \
538             \
539             \
540             \
541             \
542             \
543             \
544             \
545             \
546             \
547             \
548             \
549             \
550             \
551             \
552             \
553             \
554             \
555             \
556             \
557             \
558             \
559             \
560             \
561             \
562             \
563             \
564             \
565             \
566             \
567             \
568             \
569             \
570             \
571             \
572             \
573             \
574             \
575             \
576             \
577             \
578             \
579             \
580             \
581             \
582             \
583             \
584             \
585             \
586             \
587             \
588             \
589             \
590             \
591             \
592             \
593             \
594             \
595             \
596             \
597             \
598             \
599             \
599             \
600             \
601             \
602             \
603             \
604             \
605             \
606             \
607             \
608             \
609             \
609             \
610             \
611             \
612             \
613             \
614             \
615             \
616             \
617             \
618             \
619             \
619             \
620             \
621             \
622             \
623             \
624             \
625             \
626             \
627             \
628             \
629             \
629             \
630             \
631             \
632             \
633             \
634             \
635             \
636             \
637             \
638             \
639             \
639             \
640             \
641             \
642             \
643             \
644             \
645             \
646             \
647             \
648             \
649             \
649             \
650             \
651             \
652             \
653             \
654             \
655             \
656             \
657             \
658             \
659             \
659             \
660             \
661             \
662             \
663             \
664             \
665             \
666             \
667             \
668             \
669             \
669             \
670             \
671             \
672             \
673             \
674             \
675             \
676             \
677             \
678             \
679             \
679             \
680             \
681             \
682             \
683             \
684             \
685             \
686             \
687             \
688             \
689             \
689             \
690             \
691             \
692             \
693             \
694             \
695             \
696             \
697             \
698             \
699             \
699             \
700             \
701             \
702             \
703             \
704             \
705             \
706             \
707             \
708             \
709             \
709             \
710             \
711             \
712             \
713             \
714             \
715             \
716             \
717             \
718             \
719             \
719             \
720             \
721             \
722             \
723             \
724             \
725             \
726             \
727             \
728             \
729             \
729             \
730             \
731             \
732             \
733             \
734             \
735             \
736             \
737             \
738             \
739             \
739             \
740             \
741             \
742             \
743             \
744             \
745             \
746             \
747             \
748             \
749             \
749             \
750             \
751             \
752             \
753             \
754             \
755             \
756             \
757             \
758             \
759             \
759             \
760             \
761             \
762             \
763             \
764             \
765             \
766             \
767             \
768             \
769             \
769             \
770             \
771             \
772             \
773             \
774             \
775             \
776             \
777             \
778             \
778             \
779             \
780             \
781             \
782             \
783             \
784             \
785             \
786             \
787             \
788             \
789             \
789             \
790             \
791             \
792             \
793             \
794             \
795             \
796             \
797             \
798             \
799             \
799             \
800             \
801             \
802             \
803             \
804             \
805             \
806             \
807             \
808             \
809             \
809             \
810             \
811             \
812             \
813             \
814             \
815             \
816             \
817             \
818             \
819             \
819             \
820             \
821             \
822             \
823             \
824             \
825             \
826             \
827             \
828             \
829             \
829             \
830             \
831             \
832             \
833             \
834             \
835             \
836             \
837             \
838             \
839             \
839             \
840             \
841             \
842             \
843             \
844             \
845             \
846             \
847             \
848             \
849             \
849             \
850             \
851             \
852             \
853             \
854             \
855             \
856             \
857             \
858             \
859             \
859             \
860             \
861             \
862             \
863             \
864             \
865             \
866             \
867             \
868             \
869             \
869             \
870             \
871             \
872             \
873             \
874             \
875             \
876             \
877             \
878             \
878             \
879             \
880             \
881             \
882             \
883             \
884             \
885             \
886             \
887             \
888             \
888             \
889             \
889             \
890             \
891             \
892             \
893             \
894             \
895             \
896             \
897             \
898             \
898             \
899             \
900             \
901             \
902             \
903             \
904             \
905             \
906             \
907             \
908             \
909             \
909             \
910             \
911             \
912             \
913             \
914             \
915             \
916             \
917             \
918             \
919             \
919             \
920             \
921             \
922             \
923             \
924             \
925             \
926             \
927             \
928             \
929             \
929             \
930             \
931             \
932             \
933             \
934             \
935             \
936             \
937             \
938             \
939             \
939             \
940             \
941             \
942             \
943             \
944             \
945             \
946             \
947             \
948             \
949             \
949             \
950             \
951             \
952             \
953             \
954             \
955             \
956             \
957             \
958             \
959             \
959             \
960             \
961             \
962             \
963             \
964             \
965             \
966             \
967             \
968             \
969             \
969             \
970             \
971             \
972             \
973             \
974             \
975             \
976             \
977             \
978             \
978             \
979             \
980             \
981             \
982             \
983             \
984             \
985             \
986             \
987             \
988             \
988             \
989             \
989             \
990             \
991             \
992             \
993             \
994             \
995             \
996             \
997             \
998             \
999             \
999             \
1000             \
1001             \
1002             \
1003             \
1004             \
1005             \
1006             \
1007             \
1008             \
1009             \
1009             \
1010             \
1011             \
1012             \
1013             \
1014             \
1015             \
1016             \
1017             \
1018             \
1019             \
1019             \
1020             \
1021             \
1022             \
1023             \
1024             \
1025             \
1026             \
1027             \
1028             \
1029             \
1029             \
1030             \
1031             \
1032             \
1033             \
1034             \
1035             \
1036             \
1037             \
1038             \
1039             \
1039             \
1040             \
1041             \
1042             \
1043             \
1044             \
1045             \
1046             \
1047             \
1048             \
1049             \
1049             \
1050             \
1051             \
1052             \
1053             \
1054             \
1055             \
1056             \
1057             \
1058             \
1059             \
1059             \
1060             \
1061             \
1062             \
1063             \
1064             \
1065             \
1066             \
1067             \
1068             \
1069             \
1069             \
1070             \
1071             \
1072             \
1073             \
1074             \
1075             \
1076             \
1077             \
1078             \
1078             \
1079             \
1080             \
1081             \
1082             \
1083             \
1084             \
1085             \
1086             \
1087             \
1088             \
1088             \
1089             \
1089             \
1090             \
1091             \
1092             \
1093             \
1094             \
1095             \
1096             \
1097             \
1097             \
1098             \
1099             \
1099             \
1100             \
1101             \
1102             \
1103             \
1104             \
1105             \
1106             \
1107             \
1108             \
1109             \
1109             \
1110             \
1111             \
1112             \
1113             \
1114             \
1115             \
1116             \
1117             \
1118             \
1119             \
1119             \
1120             \
1121             \
1122             \
1123             \
1124             \
1125             \
1126             \
1127             \
1128             \
1129             \
1129             \
1130             \
1131             \
1132             \
1133             \
1134             \
1135             \
1136             \
1137             \
1138             \
1139             \
1139             \
1140             \
1141             \
1142             \
1143             \
1144             \
1145             \
1146             \
1147             \
1148             \
1149             \
1149             \
1150             \
1151             \
1152             \
1153             \
1154             \
1155             \
1156             \
1157             \
1158             \
1159             \
1159             \
1160             \
1161             \
1162             \
1163             \
1164             \
1165             \
1166             \
1167             \
1168             \
1169             \
1169             \
1170             \
1171             \
1172             \
1173             \
1174             \
1175             \
1176             \
1177             \
1178             \
1178             \
1179             \
1180             \
1181             \
1182             \
1183             \
1184             \
1185             \
1186             \
1187             \
1188             \
1188             \
1189             \
1189             \
1190             \
1191             \
1192             \
1193             \
1194             \
1195             \
1196             \
1197             \
1197             \
1198             \
1199             \
1199             \
1200             \
1201             \
1202             \
1203             \
1204             \
1205             \
1206             \
1207             \
1208             \
1209             \
1209             \
1210             \
1211             \
1212             \
1213             \
1214             \
1215             \
1216             \
1217             \
1218             \
1219             \
1219             \
1220             \
1221             \
1222             \
1223             \
1224             \
1225             \
1226             \
1227             \
1228             \
1229             \
1229             \
1230             \
1231             \
1232             \
1233             \
1234             \
1235             \
1236             \
1237             \
1238             \
1239             \
1239             \
1240             \
1241             \
1242             \
1243             \
1244             \
1245             \
1246             \
1247             \
1248             \
1249             \
1249             \
1250             \
1251             \
1252             \
1253             \
1254             \
1255             \
1256             \
1257             \
1258             \
1259             \
1259             \
1260             \
1261             \
1262             \
1263             \
1264             \
1265             \
1266             \
1267             \
1268             \
1269             \
1269             \
1270             \
1271             \
1272             \
1273             \
1274             \
1275             \
1276             \
1277             \
1278             \
1278             \
1279             \
1280             \
1281             \
1282             \
1283             \
1284             \
1285             \
1286             \
1287             \
1288             \
1288             \
1289             \
1289             \
1290             \
1291             \
1292             \
1293             \
1294             \
1295             \
1296             \
1297             \
1297             \
1298             \
1299             \
1299             \
1300             \
1301             \
1302             \
1303             \
1304             \
1305             \
1306             \
1307             \
1308             \
1309             \
1309             \
1310             \
1311             \
1312             \
1313             \
1314             \
1315             \
1316             \
1317             \
1318             \
1319             \
1319             \
1320             \
1321             \
1322             \
1323             \
1324             \
1325             \
1326             \
1327             \
1328             \
1329             \
1329             \
1330             \
1331             \
1332             \
1333             \
1334             \
1335             \
1336             \
1337             \
1338             \
1339             \
1339             \
1340             \
1341             \
1342             \
1343             \
1344             \
1345             \
1346             \
1347             \
1348             \
1349             \
1349             \
1350             \
1351             \
1352             \
1353             \
1354             \
1355             \
1356             \
1357             \
1358             \
1359             \
1359             \
1360             \
1361             \
1362             \
1363             \
1364             \
1365             \
1366             \
1367             \
1368             \
1369             \
1369             \
1370             \
1371             \
1372             \
1373             \
1374             \
1375             \
1376             \
1377             \
1378             \
1378             \
1379             \
1380             \
1381             \
1382             \
1383             \
1384             \
1385             \
1386             \
1387             \
1388             \
1388             \
1389             \
1389             \
1390             \
1391             \
1392             \
1393             \
1394             \
1395             \
1396             \
1397             \
1397             \
1398             \
1399             \
1399             \
1400             \
1401             \
1402             \
1403             \
1404             \
1405             \
1406             \
1407             \
1408             \
1409             \
1409             \
1410             \
1411             \
1412             \
1413             \
1414             \
1415             \
1416             \
1417             \
1418             \
1419             \
1419             \
1420             \
1421             \
1422             \
1423             \
1424             \
1425             \
1426             \
1427             \
1428             \
1429             \
1429             \
1430             \
1431             \
1432             \
1433             \
1434             \
1435             \
1436             \
1437             \
1438             \
1439             \
1439             \
1440             \
1441             \
1442             \
1443             \
1444             \
1445             \
1446             \
1447             \
1448             \
1449             \
1449             \
1450             \
1451             \
1452             \
1453             \
1454             \
1455             \
1456             \
1457             \
1458             \
1459             \
1459             \
1460             \
1461             \
1462             \
1463             \
1464             \
1465             \
1466             \
1467             \
1468             \
1469             \
1469             \
1470             \
1471             \
1472             \
1473             \
1474             \
1475             \
1476             \
1477             \
1478             \
1478             \
1479             \
1480             \
1481             \
1482             \
1483             \
1484             \
1485             \
1486             \
1487             \
1488             \
1488             \
1489             \
1489             \
1490             \
1491             \
1492             \
1493             \
1494             \
1495             \
1496             \
1497             \
1497             \
1498             \
1499             \
1499             \
1500             \
1501             \
1502             \
1503             \
1504             \
1505             \
1506             \
1507             \
1508             \
1509             \
1509             \
1510             \
1511             \
1512             \
1513             \
1514             \
1515             \
1516             \
1517             \
1518             \
1519             \
1519             \
1520             \
1521             \
1522             \
1523             \
1524             \
1525             \
1526             \
1527             \
1528             \
1529             \
1529             \
1530             \
1531             \
1532             \
1533             \
1534             \
1535             \
1536             \
1537             \
1538             \
1539             \
1539             \
1540             \
1541             \
1542             \
1543             \
1544             \
1545             \
1546             \
1547             \
1548             \
1549             \
1549             \
1550             \
1551             \
1552             \
1553             \
1554             \
1555             \
1556             \
1557             \
1558             \
1559             \
1559             \
1560             \
1561             \
1562             \
1563             \
1564             \
1565             \
1566             \
1567             \
1568             \
1569             \
1569             \
1570             \
1571             \
1572             \
1573             \
1574             \
1575             \
1576             \
1577             \
1578             \
1578             \
1579             \
1580             \
1581             \
1582             \
1583             \
1584             \
1585             \
1586             \
1587             \
1588             \
1588             \
1589             \
1589             \
1590             \
1591             \
1592             \
1593             \
1594             \
1595             \
1596             \
1597             \
1597             \
1598             \
1599             \
1599             \
1600             \
1601             \
1602             \
1603             \
1604             \
1605             \
1606             \
1607             \
1608             \
1609             \
1609             \
1610             \
1611             \
1612             \
1613             \
1614             \
1615             \
1616             \
1617             \
1618             \
1619             \
1619             \
1620             \
1621             \
1622             \
1623             \
1624             \
1625             \
1626             \
1627             \
1628             \
1629             \
1629             \
1630             \
1631             \
1632             \
1633             \
1634             \
1635             \
1636             \
1637             \
1638             \
1639             \
1639             \
1640             \
1641             \
1642             \
1643             \
1644             \
1645             \
1646             \
1647             \
1648             \
1649             \
1649             \
1650             \
1651             \
1652             \
1653             \
1654             \
1655             \
1656             \
1657             \
1658             \
1659             \
1659             \
1660             \
1661             \
1662             \
1663             \
1664             \
1665             \
1666             \
1667             \
1668             \
1669             \
1669             \
1670             \
1671             \
1672             \
1673             \
1674             \
1675             \
1676             \
1677             \
1678             \
1678             \
1679             \
1680             \
1681             \
1682             \
1683             \
1684             \
1685             \
1686             \
1687             \
1688             \
1688             \
1689             \
1689             \
1690             \
1691             \
1692             \
1693             \
1694             \
1695             \
1696             \
1697             \
1697             \
1698             \
1699             \
1699             \
1700             \
1701             \
1702             \
1703             \
1704             \
1705             \
1706             \
1707             \
1708             \
1709             \
1709             \
1710             \
1711             \
1712             \
1713             \
1714             \
1715             \
1716             \
1717             \
1718             \
1719             \
1719             \
1720             \
1721             \
1722             \
1723             \
1724             \
1725             \
1726             \
1727             \
1728             \
1729             \
1729             \
1730             \
1731             \
1732             \
1733             \
1734             \
1735             \
1736             \
1737             \
1738             \
1739             \
1739             \
1740             \
1741             \
1742             \
1743             \
1744             \
1745             \
1746             \
1747             \
1748             \
1749             \
1749             \
1750             \
1751             \
1752             \
1753             \
1754             \
1755             \
1756             \
1757             \
1758             \
1759             \
1759             \
1760             \
1761             \
1762             \
1763             \
1764             \
1765             \
1766             \
1767             \
1768             \
1769             \
1769             \
1770             \
1771             \
1772             \
1773             \
1774             \
1775             \
1776             \
1777             \
1778             \
1778             \
1779             \
1780             \
1781             \
1782             \
1783             \
1784             \
1785             \
1786             \
1787             \
1788             \
1788             \
1789             \
1789             \
1790             \
1791             \
1792             \
1793             \
1794             \
1795             \
1796             \
1797             \
1798             \
1799             \
1799             \
1800             \
1801             \
1802             \
1803             \
1804             \
1805             \
1806             \
1807             \
1808             \
1809             \
1809             \
1810             \
1811             \
1812             \
1813             \
1814             \
1815             \
1816             \
1817             \
1818             \
1819             \
1819             \
1820             \
1821             \
1822             \
1823             \
1824             \
1825             \
1826             \
1827             \
1828             \
1829             \
1829             \
1830             \
1831             \
1832             \
1833             \
1834             \
1835             \
1836             \
1837             \
1838             \
1839             \
1839             \
1840             \
1841             \
1842             \
1843             \
1844             \
1845             \
1846             \
1847             \
1848             \
1849             \
1849             \
1850             \
1851             \
1852             \
1853             \
1854             \

```

2.2 Результаты работы программы

2.2.1 Представить разностный аналог краевого условия при $x = l$ и его краткий вывод интегро-интерполяционным методом.

Проинтегрируем уравнение на отрезке $[X_{n-\frac{1}{2}}; x_n]$

$$-\int_{x_{n-\frac{1}{2}}}^{x_n} \frac{dF}{dx} dT - \int_{x_{n-\frac{1}{2}}}^{x_n} P(T) \cdot T^4 dT + \int_{x_{n-\frac{1}{2}}}^{x_n} f(t) dT = 0$$

Второй и третий интеграл вычислим с помощью метода трапеций:

$$F_{n-\frac{1}{2}} - F_n - \frac{h}{4}(p_n y_n + p_{n-\frac{1}{2}} y_{n-\frac{1}{2}}) + \frac{h}{4}(f_n + f_{n-\frac{1}{2}}) = 0$$

Зная, что:

$$F_{n-\frac{1}{2}} = x_{n-\frac{1}{2}} \frac{y_{n-1}}{y_n} h$$

$$F_n = \alpha_n(y_n - T_0)$$

$$y_{n-\frac{1}{2}} = \frac{y_n + y_{n-1}}{2h}$$

Имеем:

$$\frac{x_{n-\frac{1}{2}} y_{n-1}}{h} - \frac{x_{n-\frac{1}{2}} y_n}{h} - \alpha_n y_n + \alpha_n T_0 - \frac{h p_n y_n}{48} - \frac{h p_{n-\frac{1}{2}} y_n}{8} - \frac{h p_{n-\frac{1}{2}} y_{n-1}}{8} + \frac{f_{n-\frac{1}{2}} + f_n}{4} h = 0$$

$$y_n \left(-\frac{x_{n-\frac{1}{2}}}{h} - \alpha_n - \frac{h p_n}{4} - \frac{h p_{n-\frac{1}{2}}}{8} \right) + y_{n-1} \left(\frac{x_{n-\frac{1}{2}}}{h} - \frac{h p_{n-\frac{1}{2}}}{8} \right) = -\left(\alpha_n T_0 + \frac{f_n - \frac{1}{4} h}{4} \right)$$

2.2.2 График зависимости температуры $T(x)$ от координаты x при заданных выше параметрах.
Выяснить, как сильно зависят результаты расчета $T(x)$ и необходимое для этого количество итераций от начального распределения температуры и шага сетки

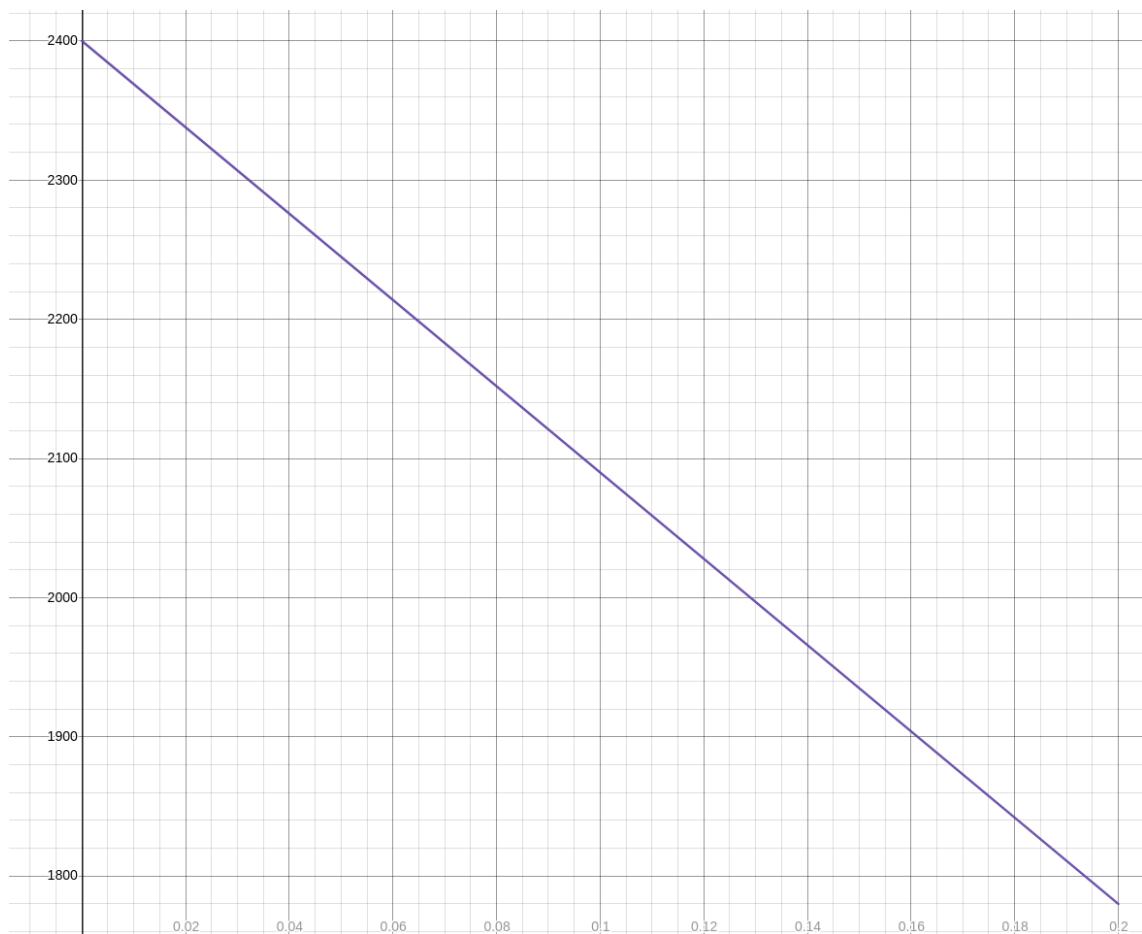


Рис. 2.1: График зависимости температуры $T(x)$ от координаты x при заданных в теоретической части параметрах.

Количество итераций – 23.

Изменим следующие параметры:

$$n_p = 7$$

$$F_0 = 500$$

За 16 итераций получен следующий результат:



Рис. 2.2: График при $F_0 = 500$ и $n_p = 7$.

При увеличении F_0 кривые становятся более выпуклые.

2.2.3 График зависимости $T(x)$ при $F_0 = -10 \frac{\text{Бт}}{\text{см}^2}$

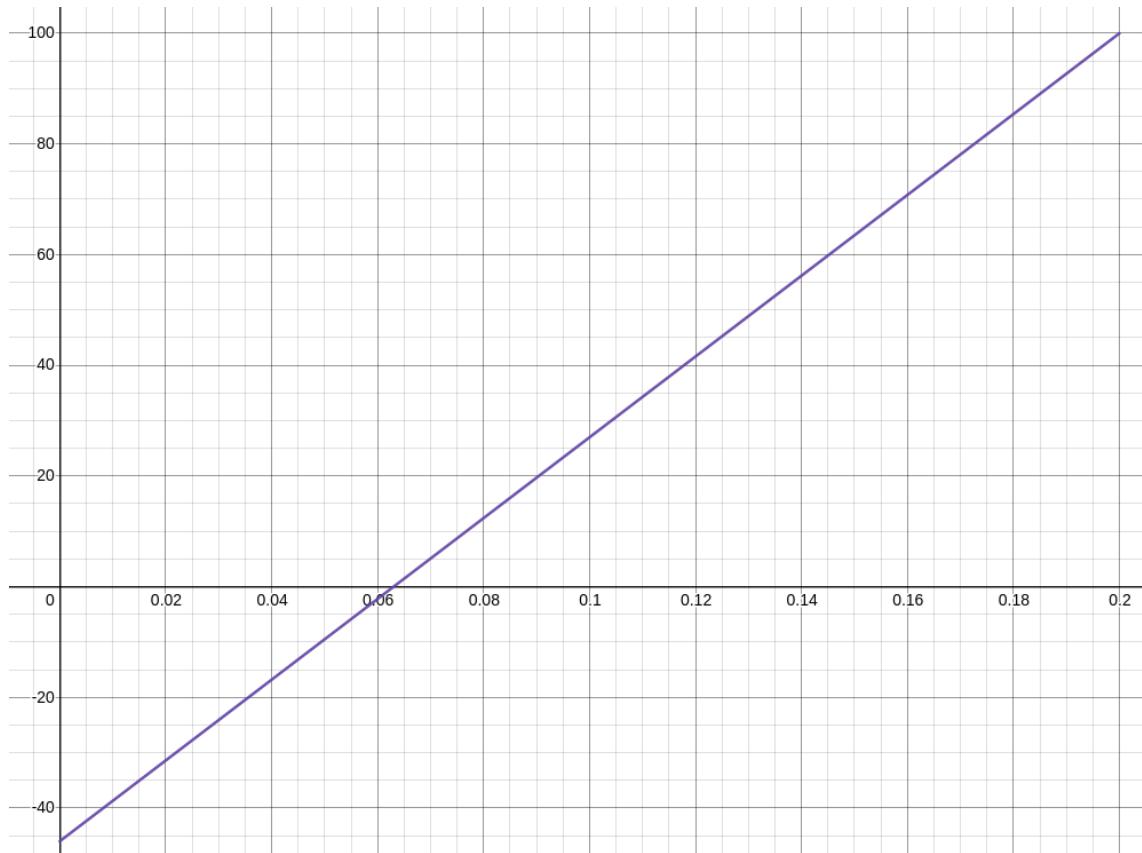


Рис. 2.3: График зависимости $T(x)$ при $F_0 = -10 \frac{\text{Бт}}{\text{см}^2}$

2.2.4 График зависимости $T(x)$ при увеличенных значениях α (например, в 3 раза). Сравнить с п. 2.



Рис. 2.4: График зависимости $T(x)$ (оранжевая кривая – при увеличенном в 3 раза параметре α)

Для параметров из п.2:



Рис. 2.5: График зависимости $T(x)$ (оранжевая кривая – при увеличенном в 3 раза параметре α)

2.2.5 График зависимости $T(x)$ при $F_0 = 0$

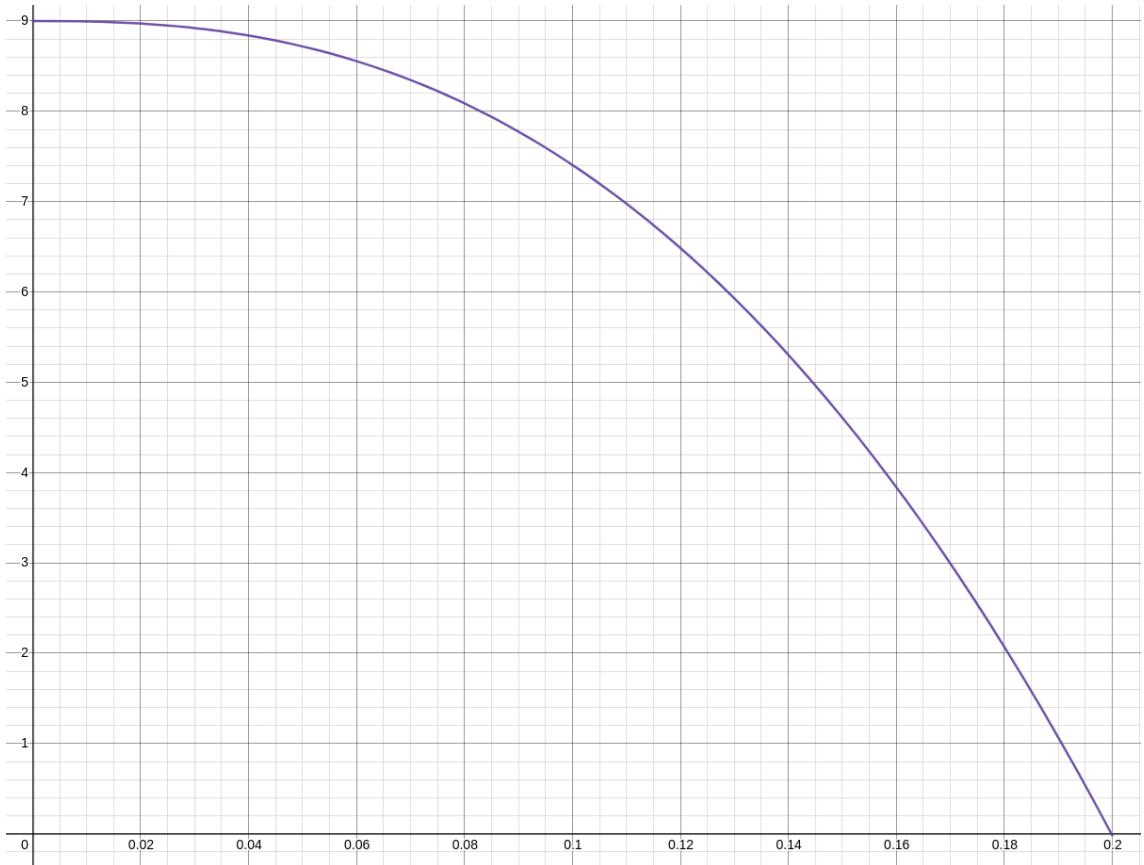


Рис. 2.6: График зависимости $T(x)$ при $F_0 = 0$

2.2.6 Для указанного в задании исходного набора параметров привести данные по балансу энергии.

- Точность выхода $\varepsilon_1 = 0.067$ (по температуре)
- Точность выхода $\varepsilon_2 = 1.11$ (по балансу)

3 Ответы на вопросы

3.1 Какие способы тестирования программы можно предложить?

Корректность работы программы можно проверить для следующих известных закономерностей:

- При $F_0 > 0$ происходит охлаждение пластины (T убывает), при $F_0 < 0$ нагревание (T возрастает);
- при увеличении показателя теплосъема, уровень должен снижаться (обратная пропорциональность);
- при увеличении показателя теплосъема, градиент должен увеличиваться (прямая пропорциональность).

3.2 Получите простейший разностный аналог нелинейного краевого условия при $x = l$.

Аппроксимируем производную:

$$\frac{dT}{dx} = \frac{y_N - y_{N-1}}{h}$$

Подставим в исх. ур-е:

$$-k_N \frac{y_N - y_{N-1}}{h} = \alpha_N(y_N - T_0) + \varphi(y_N)$$

$$y_{N-1} = \xi_N y_N + \eta_N \Rightarrow \cancel{-k_N(y_N - \xi_N y_N + \eta_N)} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \alpha_N(y_N - T_0) + \varphi(y_N)$$

Приведём подобные:

$$\varphi(y_N)h + (k_N + \alpha_N h - k_N \xi_N - k_N \eta_N)y_N - h\alpha_N T_0 = 0$$

Рис. 3.1: простейший разностный аналог нелинейного краевого условия при $x = l$

3.3 Опишите алгоритм применения метода прогонки, если при $x = 0$ краевое условие квазилинейное (как в настоящей работе), а при $x = l$, как в п. 2.

Мат. прогонки. козорезческим по сп-кам:

$$\xi = \frac{-M_0}{P_0} \quad \eta = -\frac{k_0}{P_0}$$

(M_0, P_0, k_0 получены в лекции 7)

Рек. соотнош. для козорп.:

$$\xi_{n+1} = \frac{C_n}{B_n - A_n \xi_n} \quad \eta_{n+1} = \frac{F_n + A_n \eta_n}{B_n - A_n \xi_n}$$

y_N можно получить из вопроса 2

Рек. соотнош. для y :

$$y_n = \xi_{n+1} y_{n+1} + \eta_{n+1}$$

Рис. 3.2: алгоритм применения метода прогонки

3.4 Опишите алгоритм определения единственного значения сеточной функции y_p в одной заданной точке p . Использовать встречную прогонку, т.е. комбинацию правой и левой прогонок.

Наз. прогонки. коэфр.:

правое прогонка: $\xi = -\frac{M_0}{P_0}$ $\eta = -\frac{k_0}{P_0}$
 левая прогонка: $\alpha_{N-1} = -\frac{M_N}{K_N}$ $\beta_{N-1} = -\frac{P_N}{K_N}$

Рек. соотнож. для коэфр.:

правое прогонка: $\xi_{n+1} = \frac{C_n}{B_n - A_n \xi_n}$ $\eta_{n+1} = \frac{F_n + A_n \eta_n}{B_n - A_n \xi_n}$
 левая прогонка: $\alpha_{n-1} = \frac{A_n}{B_n - B_n \alpha_n}$ $\beta_{n-1} = \frac{F_n + C_n B_n}{B_n - C_n \beta_n}$

Рек. соотнож. для y :

правое прогонка: $y_n = \xi_{n+1} y_{n+1} + \eta_{n+1}$
 левая прогонка: $y_n = \alpha_{n-1} y_{n-1} + \beta_{n-1}$

Дел. y_p :

$$\left. \begin{array}{l} y_{p-1} = \xi_p y_p + \eta_p \\ y_p = \alpha_{p-1} y_{p-1} + \beta_{p-1} \end{array} \right\} \Rightarrow y_p = \frac{\xi_{p+1} \beta_p + \eta_{p+1}}{1 - \xi_{p+1} \alpha_p}$$

Рис. 3.3: алгоритм определения единственного значения сеточной функции y_p в одной заданной точке p