



**KAUNO TECHNOLOGIJOS UNIVERSITETAS**  
**Informatikos fakultetas**

# **P170B115 Skaitiniai metodai ir algoritmai**

Laboratorinis darbas nr. 4

12 variantas

**Dėstytojai:**  
**Lekt. Dalia Čalnerytė**

**Studentas:**  
**Justas Milišiūnas IFF-7/2**

**KAUNAS, 2019**

# Turinys

1 Įvadas.....	3
2 Uždutys.....	3
2.1 Diferencialinės lygties sudarymas.....	3
2.1.1 Teorija.....	3
2.1.2 Funkcijos sudarymas.....	3
2.2 Lygties sprendimas Eulerio metodu.....	4
2.2.1 Programos kodas.....	4
2.2.2 Rezultatai.....	4
3 Išvados.....	5

# 1 Įvadas

Šio laboratorinio darbo esmė išmokyti sudaryti diferencialinę lygtį arba lygčių sistemą. Bei jas išspręsti Eulerio ir IV eilės Rungės ir Kutos metodais.

## 2 Užduotys

$m$  masės sviedinys iššaunamas vertikaliai į viršų pradiniu greičiu  $v_0$  iš aukščio  $h_0$ . Žinoma, kad oro pasipriešinimas proporcingas sviedinio greičio kvadratui, o proporcingumo koeficientas lygus  $k_1$ , kai sviedinys kyla, ir  $k_2$ , kai sviedinys leidžiasi. Kokį maksimalų aukštį ir kada pasieks sviedinys? Kada sviedinys nusileis ant žemės?

12 variantas:

$$m = 10 \text{ kg}$$

$$v_0 = 100 \text{ m/s}$$

$$h_0 = 30 \text{ m}$$

$$k_1 = 0.05 \text{ kg/m}$$

$$k_2 = 0.01$$

### 2.1 Diferencialinės lygties sudarymas

#### 2.1.1 Teorija

Judančio kūno matematiniam modelyje taikomi Niutono dėsniai. Pirmasis Niutono dėsnis teigia, kad egzistuoja tokios atskaitos sistemos, kurių atžvilgiu kūnai juda tiesiai ir tolygiai arba yra rimties būsenoje, kai jų neveikia kiti kūnai (kai kūną veikiančių jėgų suma lygi nuliui). Antrasis Niutono dėsnis teigia, kad pagreitis  $\vec{a}$ , kuriuo juda kūnas yra tiesiogiai proporcingas kūną veikiančiai jėgai  $\vec{F}$  ir atvirkščiai proporcingas to kūno masei  $m$ .  $\vec{F} = m\vec{a}$ . Žinome, kad greitis yra pirmoji kelio funkcijos  $s(t)$  išvestinė, o pagreitis – pirmoji greičio funkcijos  $v(t)$  išvestinė (antroji kelio funkcijos  $s(t)$  išvestinė), t.y.  $\frac{ds}{dt} = v$ ,  $\frac{dv}{dt} = a$ . Uždaviniuose naudokite laisvojo kritimo pagreitį  $g = 9,8 \text{ m/s}^2$ .

#### 2.1.2 Funkcijos sudarymas

$$h(t_i) = h(t_{i-1}) + v(t_i) * (\Delta t)$$

$$v(t_i) = v(t_{i-1}) + a(t_i) * \Delta t$$

$$a = \frac{(v(t_{i-1}))^2 * k - m * g}{m}$$

$k$  – oro pasipriešinimo koeficientas

## 2.2 Lygties sprendimas Eulerio metodu

### 2.2.1 Programos kodas

Aukščio skaičiavimo funkcija:

```
def h(t):  
    global h_last, t_last  
    h_current = h_last + v(t) * (t - t_last)  
    h_last = h_current  
    t_last = t  
    return h_current
```

Greičio skaičiavimo funkcija:

```
def v(t):  
    global v_last  
    v_current = v_last + a() * (t - t_last)  
    v_last = v_current  
    return v_current
```

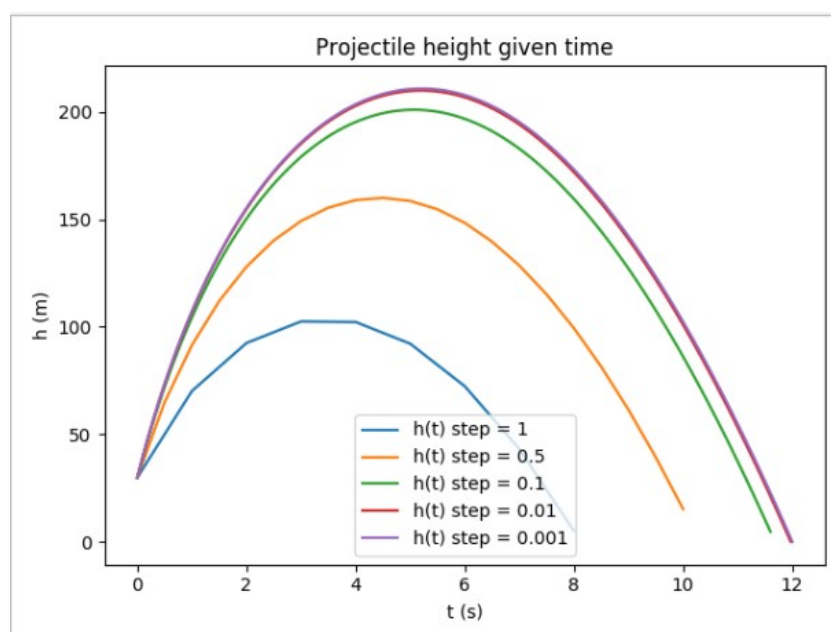
Pagreičio skaičiavimo funkcija:

```
def a():  
    k = -k1 if v_last >= 0 else k2  
    return ((v_last ** 2) * k - m * g) / m
```

### 2.2.2 Rezultatai

Gauti rezultatai keičiant žingsnio dydį:

Žingsnis (s)	Didžiausias aukštis (m)	Didžiausias aukštis pasiektas (s)	Žemė pasiekta (s)
1	102.55	3	8
0.5	159.97	4.5	10
0.1	200.92	5.1	11.6
0.01	209.87	5.2	11.97
0.001	210.76	5.21	12



pav. 1: Aukščio priklausomybė nuo laiko su skirtingais žingsniais

### 3 Išvados

1. Iš pav. 1 grafiko matome, kad žingsio pakeitimas nuo 1 iki 0.01 stipriai pakeičia rezultatus (didžiausias aukštis skiriasi net per 107m). Bet smulkinant nuo 0.01 iki 0.001 rezultatai labai stipriai nebesikeičia.
2. Iš lentelės ir grafiko matome, kad oro pasipriešinimas esant pradiniai 100m/s sudaro nemažą įtaką. Kai žingsnis 0.01 didžiausias aukštis pasiekiamas per 5.2 s, o iki žemės krentama 6.77s.
3. Iš grafiko taip pat matome, kad esant dideliame žingsniui parabolė gaunasi kampuota.