

# Analyse spatiale

## Localisation et interactions spatiales

Juste Raimbault<sup>1,2,3,4,\*</sup>

\* `juste.raimbault@ign.fr`

<sup>1</sup>LASTIG, Univ Gustave Eiffel, IGN-ENSG

<sup>2</sup>CASA, UCL

<sup>3</sup>UPS CNRS 3611 ISC-PIF

<sup>4</sup>UMR CNRS 8504 Géographie-cités

Cours Analyse Spatiale - DeSIGeo

02/03/2022

- 1 Processus de points spatiaux
- Modèles de localisation
- Modèles d'interaction spatiale
  - Introduction
  - Modèles basiques
  - Modèles contraints
  - Maximisation de l'entropie
  - Modèles alternatifs

# Processus de Poisson en 1d

Processus aléatoire de distribution de points, tel que le nombre de points dans un intervalle est distribué par:

$$N((a, b]) \sim \text{Poisson}(\beta(b - a))$$

et le processus est indépendant dans des intervalles disjoints

Loi de probabilité  $\text{Poisson}(\mu)$ :

$$\mathbb{P}(N = k) = e^{-\mu} \frac{\mu^k}{k!}$$

# Processus de poisson spatiaux

Processus de points dans le plan tel que pour tout fermé borné  $B$  de mesure  $\lambda(B)$ :

- ❶  $N(B) \sim \text{Poisson}(\beta\lambda(B))$
- ❷ indépendant sur des régions disjointes

**Propriété :** Conditionnellement au nombre de points, sur un intervalle fini  $W$ , le processus suit une loi binomiale pour  $B \subset W$  :

$$\mathbb{P}(N(B) = k | N(W) = n) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$$

i.e. les points sont indépendants et distribués uniformément

# Processus de Poisson inhomogène

→ l'intensité est une fonction de  $B$  :  $\beta(B)$

→ densité de points variable dans l'espace

- Superposition des processus homogènes d'intensité  $\beta_1, \beta_2$  est toujours un Poisson d'intensité  $\beta_1 + \beta_2$
- Processus marqués (label ou stock aléatoire), utilisé pour filtrer ou faire des clusters (processus de Matern)
- Différentes méthodes d'estimation de la densité
- ... (applications en statistiques avancées)

- Processus de points spatiaux
- 2 Modèles de localisation
- Modèles d'interaction spatiale
  - Introduction
  - Modèles basiques
  - Modèles contraints
  - Maximisation de l'entropie
  - Modèles alternatifs

- modèles simplifiés en économie urbaine pour la localisation des entreprises, ménages
- relative flexibilité analytique : extensions utilisées toujours dans des modèles en économie contemporaine
- Exemples : modèle d'Hoteling, de Salop, d'Alonso



Consommateurs distribués uniformément, localisation de deux points de vente  $A, B$  aux coordonnées  $a, b$  sur un segment de longueur  $l$ , prix de vente  $p_A, p_B$ , coût de transport  $c$ .

→ point d'indifférence donné par  $p_A + cx = p_B + cy$  ( $x, y$  portion du segment dans l'aire d'influence, avec  $a + x + y + b = l$ )

→ expression de  $(x, y)$ , puis des profits  $\pi_A = p_A(a + x)$  et  $\pi_B = p_B(b + y)$

→ maximisation des profits par chaque vendeur donne une expression fermée pour les localisations et les prix

$n$  points de vente localisés à equidistance autour d'un cercle de longueur  $N$ , consommateurs uniformes, coût de transport  $c$ , prix de revient  $r$

→ prix d'équilibre  $\bar{p}$  ? point d'indifférence donne le profit qui est maximisé

→ symétrie : prix identiques  $\implies \bar{p} = r + \frac{cL}{n}$

**Application et extension :** prix des carburants en fonction de la densité de population [Bergeaud and Raimbault, 2020]

Von Thünen (1842): rente foncière et localisation des activités agricoles

Avec  $R$  rente foncière,  $r$  rendement agricole,  $p$  prix du marché,  $c$  coût de production,  $T$  coût de transport,  $d$  distance au marché

$$R = r \cdot (p - c) - r \cdot T \cdot d$$

→ localisation des différentes activités agricoles dans des intervalles de rayon, en fonction de leur rendement et coûts de transport et production

→ cercles concentriques: ville, maraichage, forêt, céréales, élevage

Alonso (1964): théorie de l'équilibre pour la relocalisation des ménages, des entreprises et de l'agriculture

→ reformulation/extension de Von Thünen, avec loyers, coûts de transport des ménages, localisation des ménages et des emplois, type et intensité d'usage du sol

→ équilibre économique et spatial

→ extensions analytiques ou quantitatives appliquées dans la recherche récente en économie urbaine

- Processus de points spatiaux
- Modèles de localisation
- 3 ● Modèles d'interaction spatiale
  - Introduction
  - Modèles basiques
  - Modèles contraints
  - Maximisation de l'entropie
  - Modèles alternatifs

- 1 Processus de points spatiaux
- 2 Modèles de localisation
- 3 Modèles d'interaction spatiale
  - Introduction
  - Modèles basiques
  - Modèles contraints
  - Maximisation de l'entropie
  - Modèles alternatifs

- **The First Law of geography** (Tobler, 1970) :  
*"Everything is related to everything else, but near things are more related than distant things"*
- Usage du terme "interaction" implicite avant 1950
- E. Ullman 1954: *"Geography as spatial interaction"*
- Concept agrégé, collectif (analyse des échanges entre villes et régions)
- Formalisation multi-niveaux en cours (approches systèmes complexes)

- 1 Les interactions concernent tous les domaines de la géographie: Biens et personnes (transport, déplacements); Personnes (migrations); Information, capitaux: géographie économique, géographie culturelle)
- 2 Les conditions de l'interaction selon Ullman (1954): complémentarité; absence de substituabilité, transférabilité (mobilité, coût de transport)



# Echanges entre les lieux

- échanges entre personnes, entreprises, groupes sociaux, déplacements localisés; l'interaction est l'action réciproque résultant des échanges entre acteurs localisés
- échanges entre unités spatiales représentés par des flux; l'interaction spatiale est l'action réciproque entre des objets géographiques
- du niveau micro (entre éléments, acteurs) au niveau mmacro entre lieux par agrégation

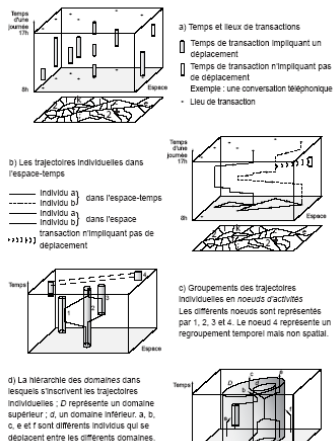
## **Mobilité** : pratique des déplacements par les personnes

- Portée croissante des déplacements en relation avec la vitesse et le coût
- Rythmes : ordinaires et occasionnelles
- Espaces de vie, espace-temps, réseaux de lieux

## **De la mobilité aux flux**

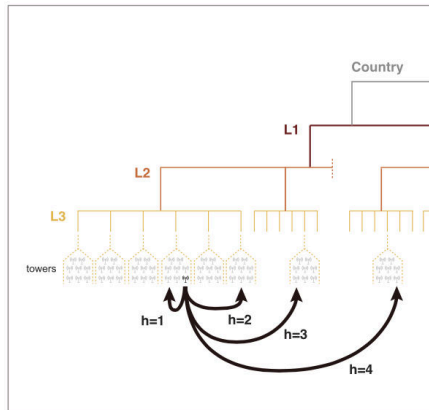
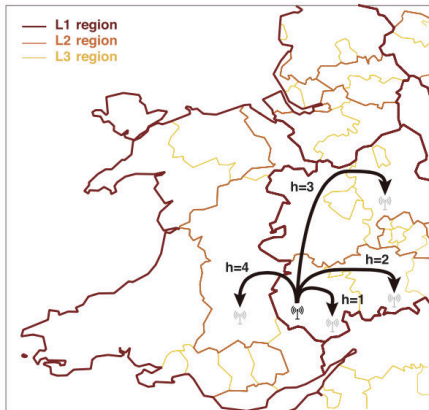
- Flux et découpage territorial
- Tableaux d'échanges
- Mesures de la mobilité

Figure 1.2. Déplacements individuels dans l'espace-temps



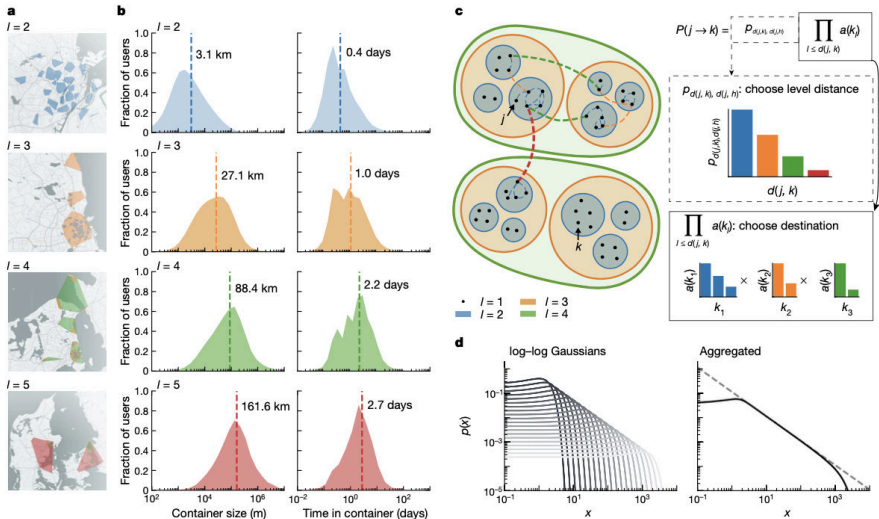
La “Time Geography”  
introduite par T.  
Hägerstrand (1970)  
[Pumain and Saint-Julien, 2010]

# Espaces de mobilité en pratique



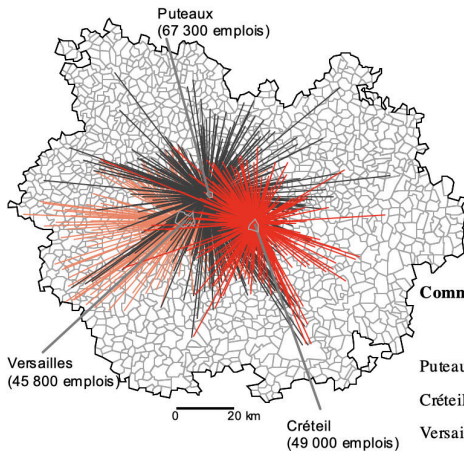
[Grauwin et al., 2017]

# Echelles de mobilité en pratique



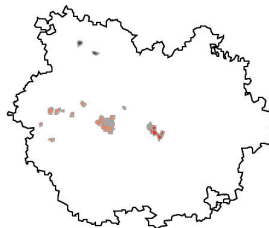
[Alessandretti et al., 2020]

## Polarisation brute



© UMR Géographie-cités

## Polarisation relative



### Communes envoyant au noyau :

+ de 10 actifs  
(polarisation brute)

+ de 10% des actifs  
(polarisation relative)

Puteaux

Créteil

Versailles



# Aspects historiques du modèle gravitaire

*The laws of migration* (Ravenstein, 1885 et 1889)

→ recensements 1871/1881

- courtes distances
- lieux d'absorption (villes commerciales/industrielles) vs lieux de dispersion (zones rurales)
- flux et contre-flux d'importance presque égale
- propagation de proche en proche de la migration

## Origine du modèle gravitaire :

- G.K. Zipf *The P1P2/D Hypothesis: On the Intercity Movement of Persons*, American Sociological Review, II (December 1946), 677-686.
- J.Q. Stewart (astronome, Princeton) 1947: *The "gravitation" of the geographical drawing power of a college*



# Exemples de contextes d'application

- Transports : flux de mobilité
- Démographie : migration
- Economie : commerce international
- Marketing : aires de chalandise
- Réseaux inter-urbains
- ...



- 1 Processus de points spatiaux
- 2 Modèles de localisation
- 3 Modèles d'interaction spatiale
  - Introduction
  - **Modèles basiques**
  - Modèles contraints
  - Maximisation de l'entropie
  - Modèles alternatifs

- Zones d'émission/attraction en interaction : Iris, communes, régions, pays, zones ad-hoc
- Caractéristiques  $X_{ik}$  des zones, comme population (origine) et emploi (destination)
- Flux observés entre zones  $T_{ij}^{obs}$

Coût généralisé  $c_{ij}$ , friction de la distance  $\beta$ , activités à l'origine  $O_i$  et à destination  $D_j$ ,  $K$  constante

$$T_{ij} = K \cdot O_i \cdot D_j c_{ij}^{-\beta}$$

**Estimation :** regression linéaire de  $\log(T_{ij}^{obs}/(O_i D_j))$

**Application :** potentiel d'accessibilité

En pratique, de multiples facteurs peuvent être pris en compte :

$$\log T_{ij}^{obs} \sim \beta_0 + \sum_k \beta_k \log X_{ik} + \sum_l \beta_l \log X_{jl} + \beta \log f(c_{ij}) + \varepsilon$$

**Distribution de  $\varepsilon$  ?**

→ modèle linéaire classique

→ modèle de Poisson:  $\log T_{ij}^{obs} \sim \text{Poisson}(\lambda_{ij})$  avec

$$\log \lambda_{ij} = \beta_0 + \sum_k \beta_k \log X_{ik} + \sum_l \beta_l \log X_{jl} + \beta \log f(c_{ij})$$

(estimation avec moindres carrés itérativement re-pondérés, par `glm` dans R)

- 1 Processus de points spatiaux
- 2 Modèles de localisation
- 3 Modèles d'interaction spatiale
  - Introduction
  - Modèles basiques
  - **Modèles contraints**
  - Maximisation de l'entropie
  - Modèles alternatifs

# Contrainte simple

Contrainte à l'origine ou à la destination : flux émis ou reçu égaux aux flux réels

$$T_{ij} = A_i O_i D_j c_{ij}^{-\beta}$$

tel que  $\sum_j T_{ij} = T_i = \sum_j T_{ij}^{obs} = O_i$ , ce qui donne

$$T_{ij} = O_i \frac{D_j c_{ij}^{-\beta}}{\sum_k D_k c_{ik}^{-\beta}}$$

Modèle similaire pour la contrainte à la destination

# Contrainte double

Contrainte à l'origine  $\sum_j T_{ij} = O_i$  et à la destination  $\sum_i T_{ij} = D_j$  simultanément

$$T_{ij} = A_i B_j O_i D_j c_{ij}^{-\beta}$$

avec

$$A_i = 1 / \sum_j B_j D_j c_{ij}^{-\beta}$$

$$B_j = 1 / \sum_i A_i O_i c_{ij}^{-\beta}$$

**Estimation :** algorithme itératif pour  $A_i, B_j$ , ou **équivalent à des effets fixes** par origine et destination dans les modèles statistiques

- 1 Processus de points spatiaux
- 2 Modèles de localisation
- 3 Modèles d'interaction spatiale
  - Introduction
  - Modèles basiques
  - Modèles contraints
  - Maximisation de l'entropie
  - Modèles alternatifs



# Dérivation théorique du modèle à double contrainte

[Wilson, 1971] lien avec la maximisation de l'entropie

Pour maximiser la probabilité d'observer la matrice  $T_{ij}$ , maximiser

$$W = \frac{\prod_{ij} T_{ij}!}{T!}$$

sous contraintes  $\sum_j T_{ij} = O_i$ ,  $\sum_i T_{ij} = D_j$  et  $\sum T_{ij} c_{ij} = C$  donne

$$T_{ij} = A_i B_j O_i D_j \exp(-\beta c_{ij})$$

→ le modèle doublement contraint est le plus probable avec les flux observé

→ dérivation d'un modèle à partir de l'entropie dans des cas plus généraux: multi-modes, multiples profils, ...

- 1 Processus de points spatiaux
- 2 Modèles de localisation
- 3 Modèles d'interaction spatiale
  - Introduction
  - Modèles basiques
  - Modèles contraints
  - Maximisation de l'entropie
  - **Modèles alternatifs**

[Stouffer, 1940] théorie sociologique basée sur les opportunités dans le voisinage

→ flux entre deux lieux proportionnel aux opportunités à destination mais inversement proportionnel aux opportunités intermédiaires qui captent les individus

→ le rôle de la distance est une conséquence de la distribution des activités

[Simini et al., 2012] modèle sans paramètres dérivé d'un processus de radiation/absorption des navetteurs

$$T_{ij} = T_i \cdot \frac{P_i P_j}{(P_i + s_{ij})(P_i + P_j + s_{ij})}$$

→ meilleure performance que le modèle gravitaire uniquement à certaines échelles et dans certains cas [Masucci et al., 2013]

[Dennett and Wilson, 2013]: migration inter-régionales en Europe

→ contraintes au niveau des pays et des régions

→ utilisation des données de migration interne pour distribuer les flux entrants et sortants dans le pays

*Certains jeux de données exhibent un nombre non-négligeable de lien absents*

→ modèles avec une composante spécifique pour l'absence de lien

- *Zero-inflated Poisson model* : superposition d'une composante conditionnant le compte de Poisson
- *Hurdle model* : modèle de seuil

**Rappel première séance :** modèle d'interaction spatiale comme brique de modèles de simulation plus conséquents

- Modèle de transport à quatre étapes
- Modèles Land-use Transport Interaction
- Modèles de dynamiques urbaines sur le temps long
- Modèles de croissance de réseaux
- ...

**TP interaction spatiales :** estimer des modèles d'interaction spatiale (simple, contraint, Poisson)

**Données :** réseau Européen de filiales de firmes



 Alessandretti, L., Aslak, U., and Lehmann, S. (2020).

The scales of human mobility.

*Nature*, 587(7834):402–407.

 Bergeaud, A. and Raimbault, J. (2020).

An empirical analysis of the spatial variability of fuel prices in the united states.

*Transportation Research Part A: Policy and Practice*, 132:131–143.

 Dennett, A. and Wilson, A. (2013).

A multilevel spatial interaction modelling framework for estimating interregional migration in europe.

*Environment and Planning A*, 45(6):1491–1507.



Grauwin, S., Szell, M., Sobolevsky, S., Hövel, P., Simini, F., Vanhoof, M., Smoreda, Z., Barabási, A.-L., and Ratti, C. (2017).

Identifying and modeling the structural discontinuities of human interactions.

*Scientific reports*, 7(1):1–11.



Masucci, A. P., Serras, J., Johansson, A., and Batty, M. (2013).

Gravity versus radiation models: On the importance of scale and heterogeneity in commuting flows.

*Physical Review E*, 88(2):022812.



Mathian, H., Berroir, S., Sanders, L., and Saint-Julien, T. (2004).

*Mobilités et polarisations: vers des métropoles polycentriques. Le cas des métropoles francilienne et méditerranéenne.*

PhD thesis, MELT; Plan Urbanisme Construction Architecture.



Pumain, D. and Saint-Julien, T. (2010).

*Analyse spatiale: les localisations.*

Armand Colin.



Simini, F., González, M. C., Maritan, A., and Barabási, A.-L. (2012).

A universal model for mobility and migration patterns.

*Nature*, 484(7392):96–100.



Stouffer, S. A. (1940).

Intervening opportunities: a theory relating mobility and distance.

*American sociological review*, 5(6):845–867.



Wilson, A. G. (1971).

A family of spatial interaction models, and associated developments.

*Environment and Planning A*, 3(1):1–32.