

# 地表潮汐线应变组合观测的信息提取方法<sup>①</sup>

蒋 骏 张雁滨

(中国武汉 430071 国家地震局地震研究所)

## 摘 要

根据应变花理论,给出了由任意三方向潮汐线应变组合观测确定平面应变状态及提取潮汐面应变、体应变、平面剪切应变信息的方法和公式;特别是,根据潮汐应变理论和实际潮汐线应变的观测事实,利用两潮汐线应变差组合的特征,对地表潮汐剪切应变进行模拟,提出了由地表任意两独立方向潮汐线应变的组合观测确定地表潮汐平面应变状态及提取潮汐面应变、体应变信息的方法和公式;根据波叠加原理,提出了描述组合信息的统一公式,并导出了与之对应的各组合信息的大地系数和附加相位表达式;最后,简要讨论了各组合信息的前兆性物理实质,并得出潮汐线应变差组合观测对地震前兆信息的响应特征完全等价于地表平面内的潮汐剪切应变观测对地震前兆信息的响应特征。

**关键词:** 潮汐线应变 组合观测 和组合 差组合 信息提取

## 一、引 言

地表潮汐线应变的组合观测就是通过对地表某一观测点各独立的线应变固体潮的适当组合或变换,提取和研究潮汐线应变观测中具有更简明物理实质或对探索地震前兆更有简明意义的信息。有关线应变固体潮的组合观测研究,国内外有过一些讨论(郗钦文,1986;Melchior P.,1984;侯天航,1987;刘序俨,1988),但都只局限于潮汐线应变的一些简单组合形式或特例,不具有一般性。实际的潮汐线应变观测中,由于观测环境及条件的限制,潮汐线应变观测很难严格地在正南北和正东西方向上进行。一般是在选定的观测点的水平面内以不同的方位角布设两套(最多三套)观测仪器,用以测量地表不同方位角的相邻两点间的潮汐线应变。本文旨在根据我国潮汐应变观测的实际情况,提出和建立地表潮汐线应变组合观测的一般理论模型,研究由实际潮汐线应变观测确定地表潮汐平面应变状态及提取组合信息(面应变、剪切应变、体应变等)的一般方法,探讨各组合信息的前兆性物理本质和意义,为线应变固体潮领域中的地震异常分析开拓新的思路与方法。

## 二、地表潮汐线应变的组合观测

本文的主要研究目标是地表水平面上的潮汐线应变的组合观测。

在球坐标系中,地表水平面即 $\theta-\lambda$ 平面,其理论应变状态可由下式表述(郗钦文,1986)

<sup>①</sup> 于1992年1月收到本文初稿,同年9月收到修改稿。地震科学联合基金资助(JJ92237)。

$$\begin{aligned}
 e_{\theta\theta} &= \frac{1}{\rho g} \sum_{n=2}^{\infty} [L_n \frac{\partial^2 V_n}{\partial \varphi^2} + h_n V_n] \\
 e_{\lambda\lambda} &= \frac{1}{\rho g} \sum_{n=2}^{\infty} [L_n (\frac{1}{\cos^2 \varphi} \frac{\partial^2 V_n}{\partial \lambda^2} - \operatorname{tg} \varphi \frac{\partial V_n}{\partial \varphi}) + h_n V_n] \\
 e_{\theta\lambda} &= -\frac{1}{\rho g} \sum_{n=2}^{\infty} L_n [\frac{1}{\cos \varphi} \frac{\partial^2 V_n}{\partial \varphi \partial \lambda} + \frac{\operatorname{tg} \varphi}{\cos \varphi} \frac{\partial V_n}{\partial \lambda}]
 \end{aligned} \quad (1)$$

实际中,无法直接对潮汐剪切应变  $e_{\theta\lambda}$  进行观测,且潮汐线应变的观测往往也不能在正南北和正东西方向上进行。一般来说,要确定地表平面的应变状态,可根据应变花理论(尹祥础,1985)进行观测。即在地表水平面上沿不同方位角  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$  (图 1) 分别进行方向 1, 2, 3 的线应变观测。

由平面应变的转换公式,方向  $i (i=1, 2, 3)$  的线应变观测可表示为

$$e_{ii} = e_{\theta\theta} \cos^2 \alpha_i + e_{\lambda\lambda} \sin^2 \alpha_i - e_{\theta\lambda} \sin 2\alpha_i \quad (i = 1, 2, 3) \quad (2)$$

将(1)代入(2),得

$$\begin{aligned}
 e_{ii} &= \frac{1}{\rho g} \sum_{n=2}^{\infty} \{ L_n [\frac{\partial^2 V_n}{\partial \varphi^2} \cos^2 \alpha_i + (\frac{1}{\cos^2 \varphi} \frac{\partial^2 V_n}{\partial \lambda^2} - \operatorname{tg} \varphi \frac{\partial V_n}{\partial \varphi}) \sin^2 \alpha_i \\
 &\quad + (\frac{1}{\cos \varphi} \frac{\partial^2 V_n}{\partial \varphi \partial \lambda} + \frac{\operatorname{tg} \varphi}{\cos \varphi} \frac{\partial V_n}{\partial \lambda}) \sin 2\alpha_i] + h_n V_n \} \\
 &\quad (i = 1, 2, 3)
 \end{aligned} \quad (3)$$

由(3)式可见,地表平面的潮汐线应变是地表勒夫数  $h_n$  和  $L_n$  的线性组合函数;地表潮汐的垂直弹性形变效应对潮汐线应变的贡献与观测方位角无关;地震前兆信息所引起的潮汐线应变的变化实质上就是弹性地球的地表勒夫数  $h_n$  和  $L_n$  的变化。据此和潮汐线应变组合观测的目的,由平面应变分析的一般思路,可进行如下形式的潮汐线应变组合。

### 1. 潮汐线应变的和组合及差组合

所谓和组合或差组合就是对任意两个不同方向的线应变观测进行求和或求差,取图 1 的方向 1 和方向 2,由(2)式,进行和组合得

$$e_{11} + e_{22} = \Sigma + (e_{\theta\theta} - e_{\lambda\lambda})(\cos^2 \alpha_1 - \sin^2 \alpha_2) - e_{\theta\lambda}(\sin 2\alpha_1 + \sin 2\alpha_2) \quad (4)$$

式中,  $\Sigma$  为潮汐面应变(郗钦文,1986)有

$$\left. \begin{aligned}
 \Sigma &= e_{\theta\theta} + e_{\lambda\lambda} = \frac{1}{\rho g} \sum_{n=2}^{\infty} f_n V_n \\
 f_n &= 2h_n - n(n+1)L_n
 \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

由(2)式,进行差组合得

$$A = e_{11} - e_{22} = (e_{\theta\theta} - e_{\lambda\lambda})(\cos^2 \alpha_1 - \cos^2 \alpha_2) - e_{\theta\lambda}(\sin 2\alpha_1 - \sin 2\alpha_2) \quad (6)$$

将(6)代入(4),整理后即得面应变  $\Sigma$  的表达式

$$\Sigma = \frac{1}{\cos^2 \alpha_1 - \cos^2 \alpha_2} [-e_{11} \cos 2\alpha_2 + e_{22} \cos 2\alpha_1 - e_{\theta\lambda} \sin(2\alpha_1 - 2\alpha_2)] \quad (7)$$

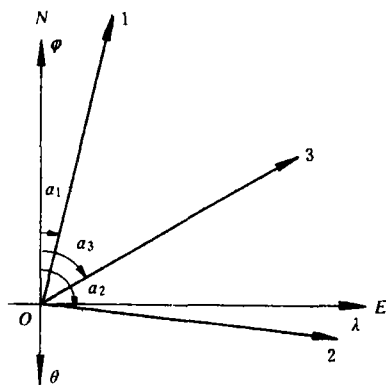


图 1 用应变花测量潮汐线应变的示意图  
Fig. 1 Sketch map of surveying tidal line strain by the strain flower theory

特别地,若方向 1 与方向 2 正交,即  $|a_2 - a_1| = \frac{\pi}{2}$ , 则(7)式变为

$$\Sigma = e_{11} + e_{22} \quad (8)$$

(8)式表明,地表潮汐面应变即为地表水平面内任意两正交的潮汐线应变的和组合。

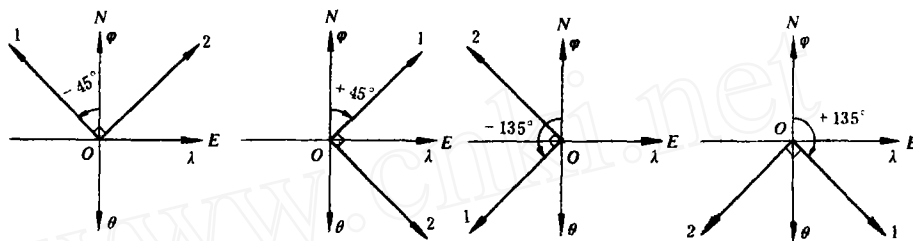


图 2 特殊情形 ( $\cos^2 \alpha_1 - \cos^2 \alpha_2 = 0$ ) 的潮汐线应变观测示意图

Fig. 2 Sketch map of tidal line strain under the special case ( $\cos^2 \alpha_1 - \cos^2 \alpha_2 = 0$ )

将(1)代入(6),可得

$$\begin{aligned} \Delta = \frac{1}{\rho g} \sum_{n=2}^{\infty} L_n \left[ \left( \frac{\partial^2 V_n}{\partial \varphi^2} - \frac{1}{\cos^2 \varphi} \frac{\partial^2 V_n}{\partial \lambda^2} + \operatorname{tg} \varphi \frac{\partial V_n}{\partial \varphi} \right) (\cos^2 \alpha_1 - \cos^2 \alpha_2) \right. \\ \left. + \left( \frac{1}{\cos \varphi} \frac{\partial^2 V_n}{\partial \varphi \partial \lambda} + \frac{\operatorname{tg} \varphi}{\cos \varphi} \frac{\partial V_n}{\partial \lambda} \right) (\sin 2\alpha_1 - \sin 2\alpha_2) \right] \end{aligned} \quad (9)$$

显然,地表潮汐线应变观测的差组合反映了地表潮汐的水平弹性形变效应。若(6)或(9)式中

$$\cos^2 \alpha_1 - \cos^2 \alpha_2 = 0$$

这对应于两正交方向的潮汐线应变观测,且方向 1 的方位角分别取  $-45^\circ$ ,  $+45^\circ$ ,  $-135^\circ$  及  $+135^\circ$  时的情形(图 2)。于是便有

$$\alpha_2 - \alpha_1 = \frac{\pi}{2} \quad (10)$$

$$e_{11} - e_{22} = \pm 2e_{\theta\lambda} \quad (11)$$

即在图 2 的特殊情形下进行线应变观测,它们的差组合为球坐标系中剪切应变  $e_{\theta\lambda}$  的二倍,其值的符号可由方向 1 的方位角来确定,详见表 1。

表 1

$\alpha_1$	$-45^\circ$	$+45^\circ$	$-135^\circ$	$+135^\circ$
$\Delta$				
$e_{11} - e_{22}$	$+2e_{\theta\lambda}$	$-2e_{\theta\lambda}$	$-2e_{\theta\lambda}$	$+2e_{\theta\lambda}$

## 2. 地表任意三方向潮汐线应变观测的组合

若在地表有三个不同方向( $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ )的潮汐线应变观测,根据应变花理论,直接对(2)式求解,便可确定地表平面的潮汐应变状态。

$$e_{\theta\theta} = \frac{\begin{vmatrix} e_{11} & \sin^2 \alpha_1 & -\sin 2\alpha_1 \\ e_{22} & \sin^2 \alpha_2 & -\sin 2\alpha_2 \\ e_{33} & \sin^2 \alpha_3 & -\sin 2\alpha_3 \end{vmatrix}}{A_0}, e_{\lambda\lambda} = \frac{\begin{vmatrix} \cos^2 \alpha_1 & e_{11} & -\sin 2\alpha_1 \\ \cos^2 \alpha_2 & e_{22} & -\sin 2\alpha_2 \\ \cos^2 \alpha_3 & e_{33} & -\sin 2\alpha_3 \end{vmatrix}}{A_0}, e_{\theta\lambda} = \frac{\begin{vmatrix} \cos^2 \alpha_1 & \sin^2 \alpha_1 & e_{11} \\ \cos^2 \alpha_2 & \sin^2 \alpha_2 & e_{22} \\ \cos^2 \alpha_3 & \sin^2 \alpha_3 & e_{33} \end{vmatrix}}{A_0} \quad (12)$$

式中

$$A_0 = \begin{vmatrix} \cos^2 \alpha_1 & \sin^2 \alpha_1 & -\sin 2\alpha_1 \\ \cos^2 \alpha_2 & \sin^2 \alpha_2 & -\sin 2\alpha_2 \\ \cos^2 \alpha_3 & \sin^2 \alpha_3 & -\sin 2\alpha_3 \end{vmatrix} \quad (13)$$

一般来说,对于地表上三个独立的线应变观测( $e_{11}, e_{22}, e_{33}$ ),  $A_0 \neq 0$ ,则由(12)式便可确定地表的潮汐平面应变状态。

关于潮汐面应变信息的提取,可由(12)式中的  $e_{\theta\theta}$  及  $e_{\lambda\lambda}$  的和组合获得。但这样显得较为繁琐,我们采用组合观测的方法来提取潮汐面应变信息  $\Sigma$ 。

(7)式给出了由方向 1 和方向 2 组合所获得的潮汐面应变表达式,再考虑方向 1 和方向 3 的组合,便可得出

$$\begin{cases} A_{12}\Sigma = -e_{11}\cos 2\alpha_2 + e_{22}\cos 2\alpha_1 - e_{\theta\lambda}B_{12} \\ A_{13}\Sigma = -e_{11}\cos 2\alpha_3 + e_{33}\cos 2\alpha_1 - e_{\theta\lambda}B_{13} \end{cases} \quad (14)$$

式中

$$\begin{aligned} A_{12} &= \cos^2 \alpha_1 - \cos^2 \alpha_2 & B_{12} &= \sin(2\alpha_1 - 2\alpha_2) \\ A_{13} &= \cos^2 \alpha_1 - \cos^2 \alpha_3 & B_{13} &= \sin(2\alpha_1 - 2\alpha_3) \end{aligned}$$

消去(14)式中的  $e_{\theta\lambda}$ ,即可获得由地表三方向的潮汐线应变求潮汐面应变的公式

$$\Sigma = \frac{1}{A_{12}B_{13} - A_{13}B_{12}} [(B_{12}\cos 2\alpha_3 - B_{13}\cos 2\alpha_2)e_{11} + (B_{13}e_{22} - B_{12}e_{33})\cos 2\alpha_1] \quad (15)$$

消去(14)式中的  $\Sigma$ ,球坐标系中的潮汐剪切应变  $e_{\theta\lambda}$  的表达式便具有更简洁的形式

$$e_{\theta\lambda} = \frac{-1}{A_{12}B_{13} - A_{13}B_{12}} [(A_{12}\cos 2\alpha_3 - A_{13}\cos 2\alpha_2)e_{11} + (A_{13}e_{22} - A_{12}e_{33})\cos 2\alpha_1] \quad (16)$$

### 3. 由组合观测提取地表潮汐体应变信息

潮汐线应变观测一般在地表进行,满足自由表面边界条件,其潮汐体应变  $\Theta$  为(郗钦文, 1986)

$$\Theta = \frac{2}{3}\Sigma = \frac{2}{3} \frac{1}{\rho g} \sum_{n=2}^{\infty} f_n V_n \quad (17)$$

## 三、组合观测的信息提取方法

实际中,只有为数不多的台站是按照应变花理论进行潮汐线应变测量的,这部分观测点的应变状态,其面应变、体应变等信息的提取可由(12),(15),(16),(17)式直接获得。然而对于大多数只有两个方向的潮汐线应变观测台站,方程(2)中的未知数个数多于方程数,故一般不能确定观测点的应变状态和提取信息。要解决这个问题,关键在于能否找到一个新的方程或约束条件。

顾及到实际潮汐线应变的基本观测事实是:能清晰、准确地记录到线应变固体潮曲线;具有较高的观测精度;对理论潮汐线应变的响应系数  $k$  (或潮汐因子)因环境不同而有所差异。因而可对实际地表平面的潮汐剪切应变  $e_{\theta\lambda}$  做如下模拟

$$e_{\theta\lambda} = k e_{\theta\lambda}^T \quad (18)$$

式中  $e_{\theta\lambda}^T$  为球坐标系中理论潮汐剪切应变值,可由(1)式确定; $k$  为响应系数。

$k$  值可由对两个潮汐线应变差组合的 Nakai 拟合来求得,即在一级微分的近似条件下有

$$\Delta = e_{11} - e_{22} = k\Delta^T - k\Delta t \frac{d\Delta^T}{dt} + a + bt + ct^2$$

式中,  $\Delta^T$  为两潮汐线应变差组合的理论值;  $\Delta t$  为时间滞后;  $k, a, b, c$  为待定系数, 其中  $k$  即为实际潮汐剪切应变对理论潮汐剪切应变的响应系数。

此外,  $k$  值也可通过对差组合  $e_{11} - e_{22}$  的调和分析来获得, 即调和分析结果中某一潮波的潮汐因子就是实际地表潮汐剪切应变  $e_{\theta\lambda}$  中相应潮波的  $k$  值。

把(18)代入(7), 便得由任意两方向潮汐线应变组合观测提取潮汐面应变的实际公式

$$\Sigma = \frac{1}{\cos^2\alpha_1 - \cos^2\alpha_2} [-e_{11}\cos 2\alpha_2 + e_{22}\cos 2\alpha_1 - ke_{\theta\lambda}^T \sin(2\alpha_1 - 2\alpha_2)] \quad (19)$$

潮汐体应变  $\theta$  可由(17)式来确定。

把(18)代入(2), 考虑两任意潮汐线应变观测, 于是有

$$\begin{cases} e_{11} = e_{\theta\theta}\cos^2\alpha_1 + e_{\lambda\lambda}\sin^2\alpha_1 - ke_{\theta\lambda}^T \sin 2\alpha_1 \\ e_{22} = e_{\theta\theta}\cos^2\alpha_2 + e_{\lambda\lambda}\sin^2\alpha_2 - ke_{\theta\lambda}^T \sin 2\alpha_2 \end{cases} \quad (20)$$

解之便有:

$$\begin{cases} e_{\theta\theta} = \frac{1}{\cos^2\alpha_1 - \cos^2\alpha_2} [e_{11}\sin^2\alpha_2 - e_{22}\sin^2\alpha_1 + ke_{\theta\lambda}^T 2\sin\alpha_1\sin\alpha_2\sin(\alpha_1 - \alpha_2)] \\ e_{\lambda\lambda} = \frac{1}{\cos^2\alpha_1 - \cos^2\alpha_2} [(-e_{11}\cos^2\alpha_2 + e_{22}\cos^2\alpha_1 + ke_{\theta\lambda}^T 2\cos\alpha_1\cos\alpha_2\sin(\alpha_1 - \alpha_2))] \end{cases} \quad (21)$$

综合(21)和(18)式, 便可由任意两方向的潮汐线应变的组合观测来估计观测点的潮汐平面应变状态。若两潮汐线应变正交, 即  $|\alpha_2 - \alpha_1| = \frac{\pi}{2}$ , 则(21)可简化为

$$\begin{cases} e_{\theta\theta} = \frac{1}{\cos 2\alpha_1} (e_{11}\cos^2\alpha_1 - e_{22}\sin^2\alpha_1 - ke_{\theta\lambda}^T \sin 2\alpha_1) \\ e_{\lambda\lambda} = \frac{1}{\cos 2\alpha_1} (-e_{11}\sin^2\alpha_1 + e_{22}\cos^2\alpha_1 + ke_{\theta\lambda}^T \sin 2\alpha_1) \end{cases} \quad (22)$$

上述方法中有一点必须注意, 当两潮汐线应变为  $\pm 45^\circ$  或  $\pm 135^\circ$  正交(相应于图 2 的情形)时, 顾及(11)式, 方程(21)和(22)为  $\frac{0}{0}$  形式, 出现奇异解。这是因为此时引入的关于  $e_{\theta\lambda}$  模拟的新方程或约束条件(18)式不独立, 所以不能由此法对该组合观测形式在球坐标系中进行潮汐平面应变状态的估计和确定。

#### 四、组合观测信息的大地系数及其附加相位

球坐标系中  $\theta-\lambda$  平面的潮汐应变某一分波的理论表达式为

$$\begin{cases} e_{\theta\theta} = HE_{\theta\theta}\cos(\omega t + \varphi) \\ e_{\lambda\lambda} = HE_{\lambda\lambda}\cos(\omega t + \varphi) \\ e_{\theta\lambda} = -HE_{\theta\lambda}\sin(\omega t + \varphi) \end{cases} \quad (23)$$

式中,  $H$  为某一潮波的振幅系数,  $E_{\theta\theta}, E_{\lambda\lambda}, E_{\theta\lambda}$  为球坐标系中相应潮汐应变的大地系数。

把(23)代入(2), 可得地表平面内任意方向某一潮波的理论线应变表达式。

$$e_i = H[E_{\theta\theta}\cos^2\alpha_i + E_{\lambda\lambda}\sin^2\alpha_i]\cos(\omega t + \varphi) + E_{\theta\lambda}\sin 2\alpha_i\sin(\omega t + \varphi) \quad (i = 1, 2, 3) \quad (24)$$

由波叠加原理, 任一潮汐线应变组合观测信息的某一潮波理论值表达式可写为

$$e_c = HE_c\cos(\omega t + \varphi + \varphi_c) \quad (25)$$

式中,  $E_e$  为组合观测信息的大地系数,  $\varphi_e$  为组合观测信息的附加相位。

由(24)式,任一方向的潮汐线应变可看作是和组合或差组合的特例——任一潮汐线应变自身的组合。顾及(25)式,使得任一方向潮汐线应变的大地系数  $E_u$  及其附加相位  $\varphi_u$  的表达式

$$\left. \begin{aligned} E_u &= \sqrt{(E_{\theta\theta}\cos^2\alpha_i + E_{\lambda\lambda}\sin^2\alpha_i)^2 + (E_{\theta\lambda}\sin 2\alpha_i)^2} \\ \varphi_u &= \text{tg}^{-1}\left(\frac{-E_{\theta\lambda}\sin 2\alpha_i}{E_{\theta\theta}\cos^2\alpha_i + E_{\lambda\lambda}\sin^2\alpha_i}\right) \end{aligned} \right\} \quad (26)$$

当  $\alpha_i$  取  $0^\circ$  或  $90^\circ$  时, (26) 式就变为

$$\left. \begin{aligned} E_{ii} &= E_{\theta\theta} & \varphi_i &= 0 \\ \text{或 } E_{ii} &= E_{\lambda\lambda} & \varphi_i &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (27)$$

显然, (27) 式就是南北向或东西向的潮汐线应变。

由(24)式,考虑任意两潮汐线应变  $e_{11}$  与  $e_{22}$  的和组合,便有

$$\begin{aligned} e_{11} + e_{22} &= H\{[E_{\theta\theta}(\cos^2\alpha_1 + \cos^2\alpha_2) + E_{\lambda\lambda}(\sin^2\alpha_1 + \sin^2\alpha_2)]\cos(\omega t + \varphi) \\ &\quad + E_{\theta\lambda}(\sin 2\alpha_1 + \sin 2\alpha_2)\sin(\omega t + \varphi)\} \end{aligned} \quad (28)$$

顾及(25)式,使得潮汐线应变和组合信息的大地系数  $E_{e_{11}+e_{22}}$  及其附加相位  $\varphi_{e_{11}+e_{22}}$  的表达式

$$\left. \begin{aligned} E_{e_{11}+e_{22}} &= \sqrt{[E_{\theta\theta}(\cos^2\alpha_1 + \cos^2\alpha_2) + E_{\lambda\lambda}(\sin^2\alpha_1 + \sin^2\alpha_2)]^2 + [E_{\theta\lambda}(\sin 2\alpha_1 + \sin 2\alpha_2)]^2} \\ \varphi_{e_{11}+e_{22}} &= \text{tg}^{-1}\left[\frac{-E_{\theta\lambda}(\sin 2\alpha_1 + \sin 2\alpha_2)}{E_{\theta\theta}(\cos^2\alpha_1 + \cos^2\alpha_2) + E_{\lambda\lambda}(\sin^2\alpha_1 + \sin^2\alpha_2)}\right] \end{aligned} \right\} \quad (29)$$

若两潮汐线应变正交, 即  $|\alpha_2 - \alpha_1| = \frac{\pi}{2}$ , 由(8)式, 使得地表潮汐面应变的大地系数  $E_v$  及其附加相位  $\varphi_v$  的表达式:

$$\left. \begin{aligned} E_v &= E_{\theta\theta} + E_{\lambda\lambda} \\ \varphi_v &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (30)$$

仍由(24)式,考虑任意两潮汐线应变  $e_{11}$  与  $e_{22}$  差组合  $\Delta$ , 便有

$$\begin{aligned} \Delta &= e_{11} - e_{22} \\ &= H\{[E_{\theta\theta}(\cos^2\alpha_1 - \cos^2\alpha_2) + E_{\lambda\lambda}(\sin^2\alpha_1 - \sin^2\alpha_2)]\cos(\omega t + \varphi) \\ &\quad + E_{\theta\lambda}(\sin 2\alpha_1 - \sin 2\alpha_2)\sin(\omega t + \varphi)\} \\ &= H[(E_{\theta\theta} - E_{\lambda\lambda})(\cos^2\alpha_1 - \cos^2\alpha_2)\cos(\omega t + \varphi) \\ &\quad + E_{\theta\lambda}(\sin 2\alpha_1 - \sin 2\alpha_2)\sin(\omega t + \varphi)] \end{aligned} \quad (31)$$

顾及(25)式,使得潮汐线应变差组合信息的大地系数  $E_\Delta$  及其附加相位  $\varphi_\Delta$  的表达式

$$\left. \begin{aligned} E_\Delta &= \sqrt{[(E_{\theta\theta} - E_{\lambda\lambda})(\cos^2\alpha_1 - \cos^2\alpha_2)]^2 + [E_{\theta\lambda}(\sin 2\alpha_1 - \sin 2\alpha_2)]^2} \\ \varphi_\Delta &= \text{tg}^{-1}\left[\frac{-E_{\theta\lambda}(\sin 2\alpha_1 - \sin 2\alpha_2)}{(E_{\theta\theta} - E_{\lambda\lambda})(\cos^2\alpha_1 - \cos^2\alpha_2)}\right] \end{aligned} \right\} \quad (32)$$

若两潮汐线应变正交, 则有  $|\alpha_2 - \alpha_1| = \frac{\pi}{2}$ , 由(32)式使得两正交潮汐线应变差组合的大地系数  $E_{\Delta\perp}$  及其附加相位  $\varphi_{\Delta\perp}$  的表达式

$$\left. \begin{aligned} E_{\Delta\perp} &= \sqrt{[(E_{\theta\theta} - E_{\lambda\lambda})\cos 2\alpha_1]^2 + [2E_{\theta\lambda}\sin 2\alpha_1]^2} \\ \varphi_{\Delta\perp} &= \text{tg}^{-1}\left[\frac{-2E_{\theta\lambda}\sin 2\alpha_1}{(E_{\theta\theta} - E_{\lambda\lambda})\cos 2\alpha_1}\right] \end{aligned} \right\} \quad (33)$$

当取(33)中的  $\alpha_1 = \pm 45^\circ$  或  $\pm 135^\circ$  (图 2) 的特殊情形时, 顾及(11)式的讨论, 有

$$E_{\perp\perp} = 2E_{\theta\lambda}$$

$$\varphi_{\perp\perp} = \begin{cases} +\frac{\pi}{2} & (\alpha_1 = -45^\circ \text{ 或 } +135^\circ) \\ -\frac{\pi}{2} & (\alpha_1 = +45^\circ \text{ 或 } -135^\circ) \end{cases} \quad (34)$$

由(17)及(30)式,便得地表潮汐体应变 $\theta$ 的大地系数 $E_\theta$ 及其附加相位 $\varphi_\theta$ 的表达式

$$\left. \begin{aligned} E_\theta &= \frac{2}{3}(E_{\theta\theta} + E_{\lambda\lambda}) \\ \varphi_\theta &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (35)$$

采用(25)式的余弦函数来描述组合观测信息 $e_c$ ,其幅角校正统一如表2。

表2

	长周期波		周日波		半日波		1/3日波
	2,0	3,0	2,1	3,1	2,2	3,2	3,3
$e_c$	0	$-\frac{\pi}{2}$	$-\frac{\pi}{2}$	0	0	$-\frac{\pi}{2}$	0

## 五、平面旋转坐标系潮汐线应变组合观测的进一步讨论

所谓平面旋转坐标系的潮汐线应变,就是相对于球坐标系 $ON$ 轴转动了 $\alpha$ 角的新坐标系 $oxy$ 坐标轴的潮汐线应变 $e_{xx}$ 和 $e_{yy}$ ,它实际上相当于两正交潮汐线应变组合观测的情形,如果由(18)式对 $k$ 值进行估计,再由(21)或(22)式在球坐标系中来确定潮汐平面应变状态,显然过于繁琐;而且当 $\alpha$ 取 $\pm 45^\circ$ 或 $\pm 135^\circ$ 时,还会出现奇异点,这是由于坐标系选取不恰当造成的。

由平面应变的转换公式, $oxy$ 坐标系中潮汐剪切应变 $e_{xy}$ 的表达式为

$$e_{xy} = -\frac{(e_{\theta\theta} - e_{\lambda\lambda})}{2} \sin 2\alpha - e_{\theta\lambda} \cos 2\alpha \quad (36)$$

显然, $e_{xy}$ 也仅为勒夫数 $l$ 的线性组合函数,由(18)的讨论,可对 $e_{xy}$ 进行如下模拟

$$e_{xy} = k \left[ -\frac{(e_{\theta\theta}^T - e_{\lambda\lambda}^T)}{2} \sin 2\alpha - e_{\theta\lambda}^T \cos 2\alpha \right] \quad (37)$$

当 $\alpha$ 取 $\pm 45^\circ$ 或 $\pm 135^\circ$ 时,(36)式变为

$$e_{xy} = \pm k \frac{(e_{\theta\theta}^T - e_{\lambda\lambda}^T)}{2} \quad (38)$$

同样地, $k$ 值可由对 $oxy$ 坐标轴的潮汐线应变的差组合 $e_{xx} - e_{yy}$ 的Nakai拟合或调和分析来获得。这样,在平面旋转坐标系 $oxy$ 中,利用其坐标轴的潮汐线应变的组合观测,就可简洁地表示潮汐平面应变状态,同时也巧妙地避免了球坐标系中的奇异点。

若采用分波计算法,将(23)代入(36),顾及(25),便得 $oxy$ 坐标系中的潮汐剪切应变 $e_{xy}$ 的大地系数 $E_{xy}$ 及其附加相位 $\varphi_{xy}$ 表达式

$$\left. \begin{aligned} E_{xy} &= \sqrt{\left(-\frac{E_{\theta\theta} - E_{\lambda\lambda}}{2} \sin 2\alpha\right)^2 + (E_{\theta\lambda} \cos 2\alpha)^2} \\ \varphi_{xy} &= \operatorname{tg}^{-1} \left[ \frac{2E_{\theta\lambda} \cos 2\alpha}{(E_{\theta\theta} - E_{\lambda\lambda}) \sin 2\alpha} \right] \end{aligned} \right\} \quad (39)$$

## 六、基本结论与讨论

1. 利用地表平面的任意三个独立方向的潮汐线应变观测,可由(12),(15),(16),(17)直接确定地表的潮汐平面应变状态,提取潮汐面应变、体应变及剪切应变信息。

2. 一般地,要确定平面应变状态,至少要对该平面内的三个独立的应变分量进行观测。但在地表潮汐线应变观测中,只要有二个独立的潮汐线应变观测,由它们的差组合,顾及应变潮汐理论及观测事实,便可用(18)和(37)式对地表平面的潮汐剪切应变进行模拟,进而确定地表的潮汐平面应变状态,提取潮汐面应变和体应变信息。

3. 地表潮汐线应变的差组合与地表平面的潮汐剪切应变具有共同的物理本质——即仅是对固体潮水平弹性形变效应的响应。所以,地表潮汐线应变的差组合对地震前兆信息的响应特征与地表平面内的潮汐剪切应变观测对地震前兆信息的响应特征完全等价。

4. 由(3)式看出,地表的潮汐线应变是两个不同的地表勒夫数  $h_e$  和  $l_e$  的线性组合函数,而由其组合观测所获得的组合信息(面应变、体应变、差组合、剪切应变等)仅为一个单一的组合勒夫数的线性组合函数,因此组合信息前兆性变化的物理实质就是组合勒夫数所代表的物理实质,显然它较单一方向潮汐线应变中前兆性变化的物理实质更为明确。特别是由(17)式可知,地表潮汐面应变与体应变观测具有同样的物理本质。

5. 应用本文结果对实际潮汐线应变观测资料的组合信息进行了调和分析计算,取得了较高的精度(将有另文介绍)。

## 参 考 文 献

侯天航,1987,调和分析中的坐标旋转问题,中国地震,Vol. 3, No. 4, 97—104。

刘序俨等,1988,地表的面应变和体应变固体潮理论值计算及其调和分析,地壳形变与地震,Vol. 8, No. 4, 354—358。

穆钦文等,1986,固体潮汐与引潮常数,中国地震,Vol. 2, No. 2, 30—41。

尹祥础,1985,固体力学,地震出版社,36—45。

Melchior P. 1984. 吴庆鹏等译,行星地球的固体潮,科学出版社。



## Extraction of Combinatory Information of Tidal Line Strain on the Earth' s Surface

Jiang Jun Zhang Yanbin

(Institute of Seismology,SSB Wuhan 430071,China)

### Abstract

According to the strain flower theory, the method and formulas which determined plane strain state and extracted tidal plane strain, volumetric strain and shear strain by combinatory observation of three tidal strain components are given. Especially, based on the tidal strain theory and the actual observation of tidal line strain, a tidal shear strain on the earth' s surface is simulated by using the character of subtractive combination of tidal line strain. We have raised a new method and formulas which determined plane strain state and extracted tidal plane strain, volumetric strain and shear strain by combinatory observation of two tidal strain components. An universal formula for describing the combinatory information is put forward by the principle of wave superposition, and also we have driven the relevant geodetic coefficients and additional phase of combinatory information. Finally we briefly discuss the precursory physical mechanism of combinatory information and obtain that the subtractive combination of tidal line strain and the tidal shear strain on the earth' s surface are complete equivalent with the precursory response of an earthquake.

**Key words:** Tidal line strain Combinatory observation Sum combination Subtractive combination Extraction of Information