Principles and Applications of Digital Image Processing

Hw3

Part 1:

3.22

(a) 根據 singular value decomposition theorem，任何矩陣 $(vw^T \in R^{n\times m})$ 可以被表示為 $U\in R^{n\times n}$, $\Sigma \in R^{n\times m}$, $V\in R^{m\times m}$ 的連乘，其中 U, V 為么正，Σ 為 vw^T 特徵值平方為對角線之矩陣。

而從題目看來，vw^T 的 rank 為 1，故特徵值只有一個。Σ 可視為一常數，故 vw^T 必可分解為 $U\in R^{n\times 1}$, $\Sigma \in R$ $V\in R^{1\times m}$。#

(b) $w = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 2 & 6 & 2 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 3 & 1 \end{bmatrix}$ #

3.27

(a) 假設做一次 Gaussian filter，其 variance $= N^2$ (N = pixel width)，由於 variance 在 convolution 中是累加的，故經過 4 次 Gaussian filter 後的 variance $= 4N^2 \Rightarrow$ 等效 pixel width $= 2N$ (原本的兩倍大) #

(b) $\sigma = \sqrt{1^2+1^2+1^2+1^2} = 2$ #

3.38

在數學上，convolution 的順序在結果上是沒有差異的，但這是在連續函數的情況。而實際上，在影像這種二維離散訊號中其差異還頗為明顯的

4.3

(a) $\delta(t) * \delta(t-t_0) = \mathcal{F}^{-1}\left[\mathcal{F}[\delta(t) * \delta(t-t_0)]\right] = \mathcal{F}^{-1}\left[1\cdot e^{-j2\pi w t_0}\right] = \mathcal{F}^{-1}\left[e^{-j2\pi w t_0}\right]$

$= \delta(t-t_0)$ #

(b) $\delta(t-t_0) * \delta(t+t_0) = \mathcal{F}^{-1}\left[\mathcal{F}[\delta(t-t_0) * \delta(t+t_0)]\right] = \mathcal{F}^{-1}\left[e^{-j2\pi w t_0}\cdot e^{j2\pi w t_0}\right] = \mathcal{F}^{-1}[1]$

$= \delta(t)$ #

4.32

(a) center

$\{a, b, c, c, b\} = \{f(0), f(1), f(2), f(3), f(4)\}$, $M=5$ 符合 $f(x)=f(M-x)$ 為 even

$\Downarrow$ 違反 rule

center

$\{0, 0, a, b, c, c, b, 0, 0\} = \{g(0), \ldots, g(8)\}$, $M=9$, 變不符合 $g(x)=g(M-x)$

(b) $\{0, -b, -c, 0, c, b\}$ 為 odd

$\Downarrow$

$\{0, 0, 0, -b, -c, 0, c, b, 0, 0\}$ 仍為 odd

(c) $\{a, b, c, d, c, b\}$ 為 even

$\Downarrow$ 違反 rule

$\{0, 0, a, b, c, d, c, b, 0, 0\}$ 不為 even

(d) $\{0, -b, -c, c, b\}$ 為 odd

$\Downarrow$

$\{0, 0, 0, -b, -c, c, b, 0, 0\}$ 仍為 odd

由以上四個例子可以統整出，要保持 even/odd 的性質其 center 在偶數個長度時依然可以任意指定，但首項一定要為 0。

Part 2:

Gui functions overview

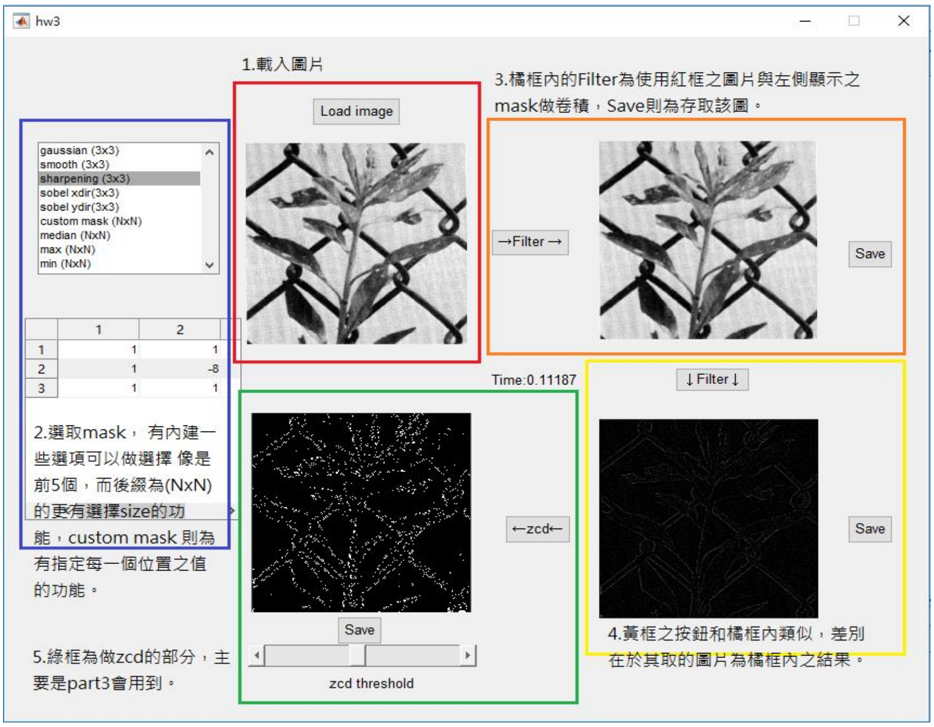


Figure 1 gui program basic introduction

下圖 Figure 2 為使用 median filter 於所提供的 5 張影像的消耗時間對 filter 大小的作圖。

圖片結果就不擺上來了，太佔空間。從我的觀察看來，選用較大的 filter size 對影像的結果是會更強化該種 filter 效果的，但效果明顯對不同影像與不同需求來說不一定是好事，可能會在濾除雜訊之餘減少所需資訊，或是銳化得太多而失真，需要根據目的多去嘗試；而至於影像本身像素愈多在消耗時間上的增長會更快這件事應是顯而易見的(Image 3-4)。

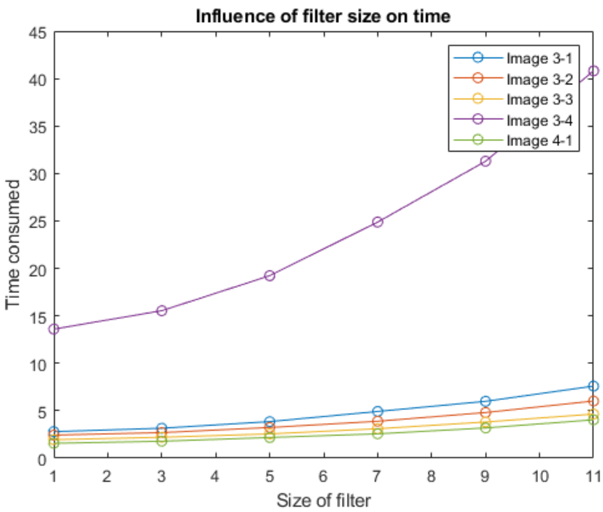
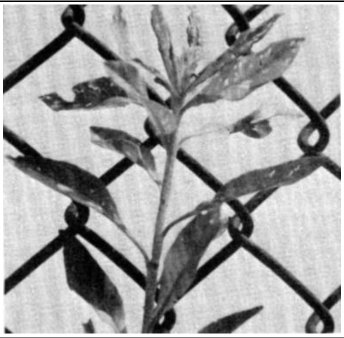
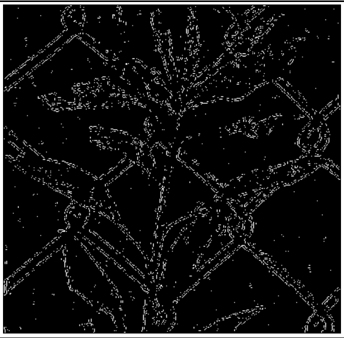
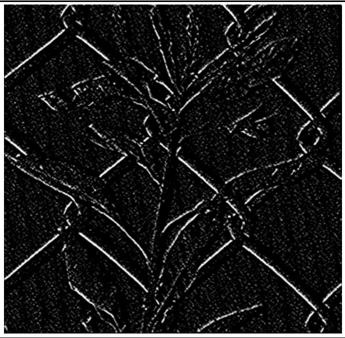
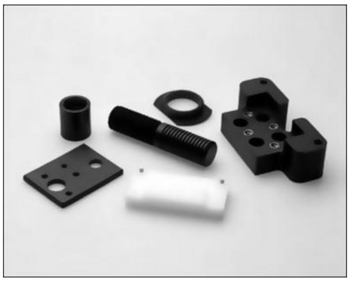
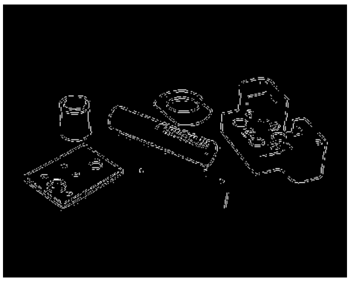
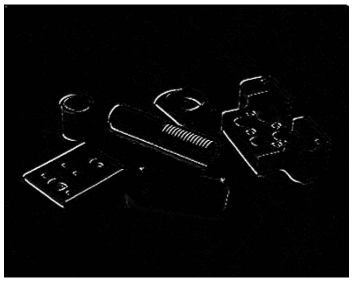
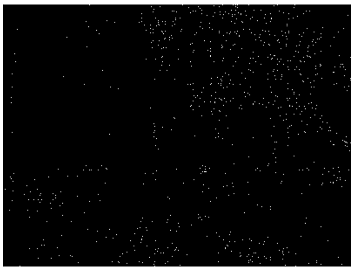
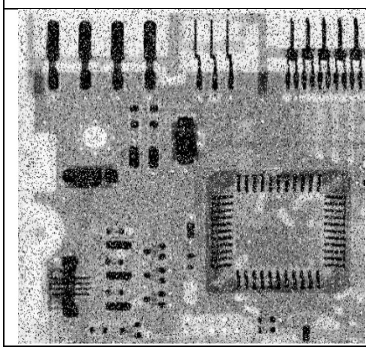
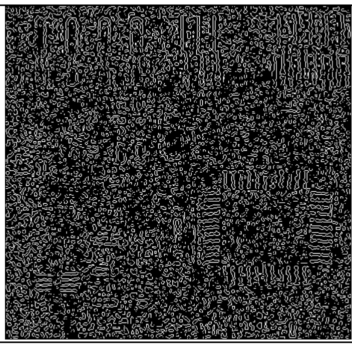
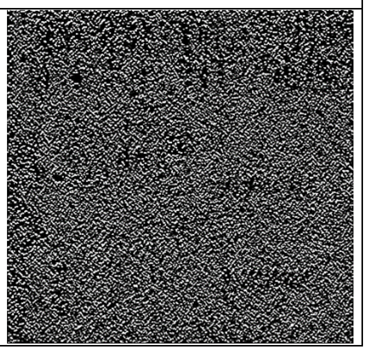


Figure 2

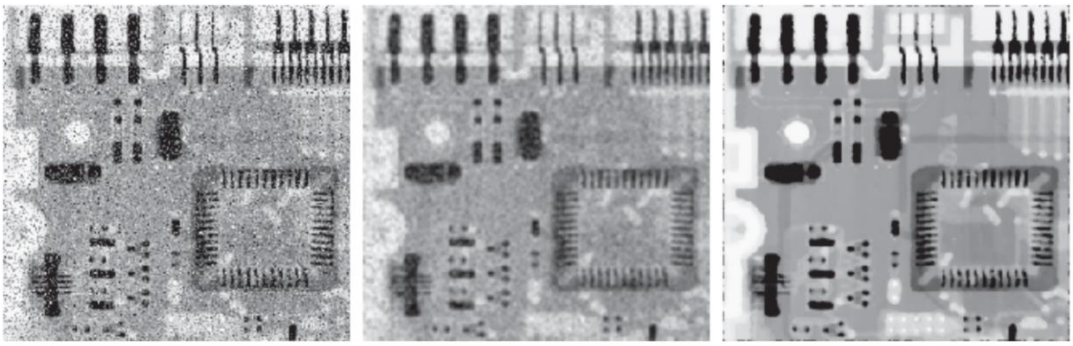
Part 3:

下表為結果。左側欄為原始圖片，中間為經過 Gaussian filter、Lapacian filter 與 Zero crossing detection 後的結果，右側為經過 x 方向再經過 y 方向的 Sobel filter 後的結果

Original	Marr-Hildreth + zero-crossing detection	Sobel x dir + Sobel y dir
		
		
		
		

整體上看起來，經過 LoG + zero crossing 的結果感覺比較好一點，細節保留得比較多，不過對於原圖複雜、雜訊多的影像(第三、四組)，其效果也不是很理想。

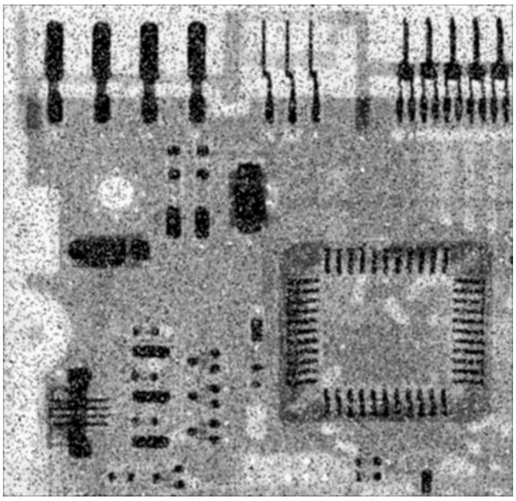
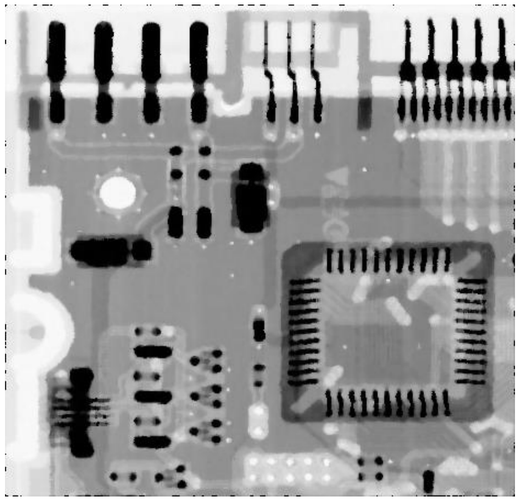
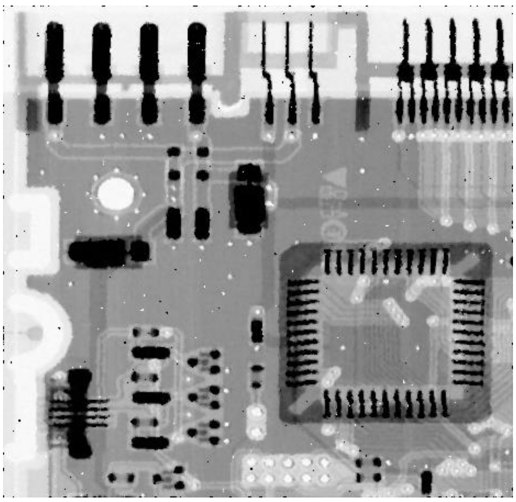
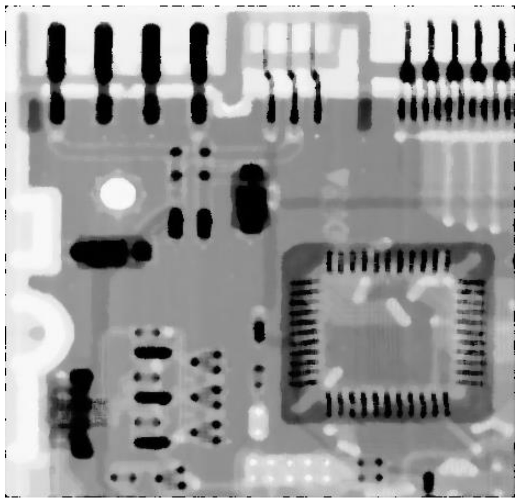
Part 4:



a b c

FIGURE 3.43 (a) X-ray image of a circuit board, corrupted by salt-and-pepper noise. (b) Noise reduction using a 19 × 19 Gaussian lowpass filter kernel with $\sigma = 3$. (c) Noise reduction using a 7 × 7 median filter. (Original image courtesy of Mr. Joseph E. Pascente, Lixi, Inc.)

Figure 7 figure 3.43 copied from lecture slide

 Figure 3 filtered by 3x3 gaussian	 Figure 4 filtered by 3x3 median
 Figure 5 filtered by 5x5 median	 Figure 6 filtered by 7x7 median

上表 figure 4, 5 6 7 分別為 Figure3.43(a)經過 3x3 sigma=1 gaussian filter, 3x3 median, 5x5 median, 7x7 median filter 後的結果。可以發現在原圖這種雜訊較多的影像做濾波，gaussian 的效果並不明顯，但 median 的效果卻非常顯著，把一些原圖看不見的一些特徵還原出來了，尤其是 5x5 median；不過也有可能是 gaussian 的 size 與 sigma 沒有調過的關係，所以彰顯不出其功能。