

Faltungscode Coderate

Die Coderate R eines Faltungscodes ist definiert als

$$R = \frac{K}{2 \cdot (K + m)}$$

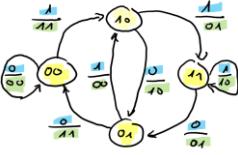
wobei K die Anzahl der Eingangsbits und m die Gedächtnislänge des Faltungscoders ist.

Im Grenzfall, wenn K gegen unendlich geht gilt:

$$\lim_{K \rightarrow \infty} R = \frac{1}{2}$$

Zustandsdiagramm

Current State	u_{k-1}	u_{k-2}	Input u_k	Output c_{k+1}	c_{k+2}
0	0	0	0	0	0
1	0	0	1	1	1
2	0	1	0	1	1
3	0	1	1	0	0
4	1	0	0	1	0
5	1	0	1	0	1
6	1	1	0	0	1
7	1	1	1	1	0



Freie Distanz

Die freie Distanz d_{free} eines Faltungscodes ist die minimale Hamming-Distanz d_{min} zwischen zwei unterschiedlichen Codewörtern. Da Faltungscodes linear sind, gilt $d_{free} = w_{min}$

Um d_{free} zu bestimmen, müssen alle möglichen Pfade im Zustandsdiagramm betrachtet werden, die vom Nullzustand ausgehen und wieder zu diesem zurückkehren.

Optimum Free Distance (OFD)

Die OFD ist die maximale freie Distanz, die ein Faltungscode mit gegebenem Constraint Speicher m und anzahl an Generatoren γ erreichen kann.

m	$\gamma = 2$ Generatoren	d_{free}
2	(10) _b , 1110 _b	5
3	(110) _b , 11110 _b	6
4	(1001) _b , 111010 _b	7
5	(10101) _b , 1111010 _b	8
6	(101010) _b , 11110010 _b	10
7	(101001) _b , 111100010 _b	10
8	(10110001) _b , 111101010 _b	12

m	$\gamma = 3$ Generatoren	d_{free}
2	(101) _b , 111 _b , 1110 _b	8
3	(1011) _b , 1101 _b , 11110 _b	10
4	(10101) _b , 11011 _b , 111110 _b	12
5	(100111) _b , 101011 _b , 111101 _b	13
6	(101101) _b , 1100101 _b , 1111010 _b	15
7	(1001010) _b , 1101100 _b , 1111011 _b	16
8	(10110111) _b , 11011001 _b , 11100100 _b	18

Impulsantwort des Generators

Die Impulsantwort des Generators g_i ist die Ausgabe des Faltungscoders, wenn ein einzelnes 1-Bit in den Eingang gegeben wird, gefolgt von unendlich vielen 0-Bits. Für einen Faltungscode mit zwei Generatoren g_1 und g_2 sind die Impulsantworten:

$$g_1 = [g_{11}, g_{12}, \dots, g_{1(m+1)}]$$

$$g_2 = [g_{21}, g_{22}, \dots, g_{2(m+1)}]$$

Mathematische Interpretation

Die Operation des Faltungscoders kann als Polynom-Multiplikation modulo 2 interpretiert werden. Das Eingangsbitstrom $u(x)$ wird mit den Generatorpolynomen $g_1(x)$ und $g_2(x)$ multipliziert, um die Ausgangspolynome $v_1(x)$ und $v_2(x)$ zu erhalten:

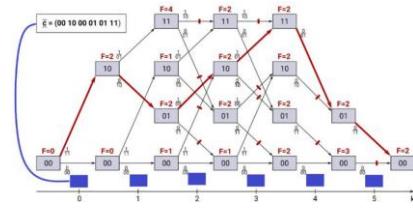
$$v_1(x) = u(x) \cdot g_1(x) \mod 2$$

$$v_2(x) = u(x) \cdot g_2(x) \mod 2$$

Viterbi-Decoder

Der Viterbi-Decoder ist ein Algorithmus zur Maximum-Likelihood-Decodierung von Faltungscodes. Er verwendet das Zustandsdiagramm des Faltungscoders, um den wahrscheinlichsten Pfad zu bestimmen, der zu dem empfangenen Codewort führt. Der Algorithmus arbeitet in zwei Hauptschritten:

- Vorwärtsdurchlauf:** Berechnung der Pfadmetriken für alle möglichen Zustände zu jedem Zeitpunkt.
- Rückwärtssuchlauf:** Bestimmung des optimalen Pfads durch Rückverfolgung der Zustände mit den besten Pfadmetriken.



- Alle möglichen Pfade einzeichnen und die Fehler notieren.
- Fehler werden summiert
- Am Schluss Pfad mit wenigen Fehlern zurück