

Bài 1. Cho dãy số (a_n) xác định bởi $a_0 = 1994$, $a_{n+1} = \frac{a_n^2}{a_n + 1}$. Chứng minh rằng $1994 - n$ là số nguyên lớn nhất nhỏ hơn hoặc bằng a_n với mọi $n = 0, 1, \dots, 998$.

Bài 2. Cho tam giác ABC nội tiếp (O) . Tiếp tuyến tại B, C của (O) cắt nhau tại T . OT cắt (O) tại X . AX cắt $(T; TB)$ tại I . E, F lần lượt là ảnh của I chiếu lên $AC, AB; BE, CF$ cắt nhau tại Z . Chứng minh rằng AZ, BC, IO đồng quy.

Bài 3. Cho dãy số x_n xác định bởi $x_1 = 2, x_2 = 3$.

$$x_{n+2} = \frac{x_n^2 + x_{n+1}^2}{x_n + x_{n+1}}$$

Chứng minh rằng x_n không là số nguyên với mọi $n > 2$.

Bài 4. Có 10001 học sinh. Một vài học sinh trong đó tham gia một vài câu lạc bộ trong trường (mỗi học sinh có thể tham gia nhiều câu lạc bộ). Các câu lạc bộ hợp với nhau thành các cộng đồng. Có tổng cộng k cộng đồng. Giả sử các điều sau đây thỏa mãn:

- i) mỗi cặp học sinh thì thuộc vào cùng 1 nhóm
- ii) với mỗi học sinh và mỗi cộng đồng, học sinh ấy thuộc vào chỉ duy nhất 1 clb nằm trong cộng đồng ấy
- iii) mỗi clb có 1 số lẻ học sinh, và giả sử 1 clb có $2m + 1$ học sinh thì clb ấy sẽ thuộc vào đúng m cộng đồng

Tìm tất cả các giá trị của k