

Bài 1. Cho dãy số (x_n) xác định bởi $x_1 = 7/3, x_{n+1} = \sqrt{x_n^3 - 12x_n + \frac{20n+21}{n+1}}$.

Chứng minh rằng dãy (x_n) có giới hạn hữu hạn. Tìm giới hạn đó.

Bài 2. Cho tam giác ABC nội tiếp (O) . H là trực tâm tam giác, $D = AH \cap BC, E = AO \cap BC$. Gọi S, I, F lần lượt là trung điểm AH, AE, BC . M, N lần lượt thuộc AB, AC sao cho $MN \parallel OH$. P, Q lần lượt là giao điểm của DI với AB, AC . Chứng minh rằng OD, NP, MQ đồng quy.

Bài 3. Cho dãy số a_n xác định bởi $a_1 = 3, a_2 = 7, a_n^2 + 5 = a_{n-1} \cdot a_{n+1}$. Tìm tất cả các số tự nhiên q sao cho $a_{3q} - 1$ chia hết cho 17. Chứng minh rằng nếu $a_n + (-1)^n$ là số nguyên tố thì n phải là lũy thừa của 3

Bài 4. Cho G là đồ thị có n đỉnh, không chứa tam giác (đồ thị đầy đủ 3 đỉnh). Chứng minh rằng số cạnh lớn nhất của G là $\left\lfloor \frac{n^2}{4} \right\rfloor$