

# CE5033 Statistical Methods and Data Mining

## 20240416 Exercise

1. 某旅館的經理宣稱，顧客在週末的平均消費額( $\mu$ )在\$1000 (含) 以下。然而旅館的會計人員發現，近幾個月來的顧客總消費額有增加的趨勢。該會計人員利用所抽出的週末旅客樣本來檢定經理的宣稱，下列何者為正確的假設來檢定經理的宣稱？

(A)  $H_0: \mu \geq 1000$  vs.  $H_1: \mu < 1000$       (B)  $H_0: \mu = 1000$  vs.  $H_1: \mu \neq 1000$   
(C)  $H_0: \mu \leq 1000$  vs.  $H_1: \mu = 1000$       (D)  $H_0: \mu = 1000$  vs.  $H_1: \mu > 1000$

根據經理的宣稱，如果我們要確定是否有足夠的證據顯示顧客的平均消費額超過 1000 元，我們應該設定虛無假設為顧客的平均消費額不超過 1000 元，這符合經理的宣稱。對立假設應是顧客的平均消費額超過 1000 元，這表明消費實際上可能有所增加，反對經理的看法。

因此，這個問題的正確選項應該設定為：

$H_0: \mu \leq 1000$  (虛無假設：平均消費額等於或小於 1000 元)

$H_1: \mu > 1000$  (對立假設：平均消費額大於 1000 元)

選項中的描述沒有完全正確地呈現這一點，因此根據問題所提供的選項，真正符合這種假設設定的描述在選項中並未完整出現。如果選項中缺乏這一精確描述，我們需要從現有選項中選擇最接近的，那麼會選擇 (D)。

2. 下列何者不是執行一維變異數分析 (one-way ANOVA) 所需的假設？

(A) 每個母體的反應變數均呈常態分配      (B) 所有母體的反應變數的變異數皆相等  
(C) 由每個母體抽取之樣本大小皆相等      (D) 由每個母體抽取之樣本必須互為獨立

ANOVA 不要求每個組的樣本大小必須相等，雖然樣本大小相等可以提高統計分析的效能。

3. 關於測量尺度，下列何者錯誤？

(A) 名目尺度(Nominal Scale)變數的觀察值可以排序  
(B) 順序尺度(Ordinal Scale)變數的觀察值可以排序  
(C) 區間尺度(Interval Scale)變數的觀察值可以排序  
(D) 比例尺度(Ratio Scale)變數的觀察值可以排序

名目尺度是用於標籤變數，如性別、種族等，其值之間沒有順序關係。

4. 關於直方圖(Histogram)，下列何者正確？

(A) 一般用來表達離散型數據的分配  
(B) 一般用來表達連續型數據的分配  
(C) 每一個直條的寬度代表某一個區間的發生機率  
(D) 每一個直條的高度代表某一個區間的發生機率

直方圖通常用於展示連續數據的頻率分布，每個直條代表特定範圍內的數據頻數。

5. 當估計母體平均數時，若增加抽樣個數為原本的 2 倍，則平均數的標準誤(Standard Error of the Mean) 有何改變？

(A) 約降低至原平均數的標準誤數值之 50%  
(B) 約降低至原平均數的標準誤數值之 70%

- (C) 約增加至原平均數的標準誤數值之 2 倍  
(D) 約增加至原平均數的標準誤數值之 1.4 倍

平均數的標準誤是由樣本標準差除以樣本大小的平方根計算得來。若樣本大小增加兩倍，平均數的標準誤將降低到約原來的  $1/\sqrt{2}$ ，即大約 70%。

6. 欲建構 95%信賴區間來估計我國 18-25 歲成人平均每天上網時間，今隨機抽取 20 個樣本。下列敘述何者正確？  
(A) 計算信賴區間需要使用自由度為 20 的 t 分配  
(B) 計算信賴區間需要使用自由度為 20 的卡方分配  
(C) 計算信賴區間需要使用自由度為 19 的卡方分配  
(D) 計算信賴區間需要使用自由度為 19 的 t 分配

在使用 t 分配進行信賴區間估計時，自由度應該是樣本數量減一 ( $n-1$ )，在此例中為 19。

7. 下列敘述何者錯誤？  
(A) 若一分配是單峰且對稱，則其平均數、眾數、中位數皆相等  
(B) 若一組資料的全距愈大，則其眾數、中位數及平均數也會愈大  
(C) 若一組資料均為正數時，則其平均數、眾數、中位數及變異數均是正值  
(D) 若一組資料的變異數為零，則其平均數、眾數、中位數皆相等

全距（最大值和最小值之差）的大小不直接影響眾數、中位數或平均數的大小。

8. 颱風來襲時，臺北市政府依據颱風是否經過臺北市來決定要不要放假，若認為會經過則會放假。若虛無假設與對立假設如下，下列何者是型 I 錯誤？  
 $H_0$ ：颱風會經過臺北市  
 $H_1$ ：颱風不會經過臺北市  
(A) 颱風會經過臺北市，卻沒放假 (C) 颱風會經過臺北市，也放了假  
(C) 颱風不會經過臺北市，卻放了假 (D) 颱風不會經過臺北市，也沒放假

型 I 錯誤是拒絕真實的虛無假設，即虛無假設是颱風會經過台北市，但錯誤地判斷颱風不會經過而沒放假。

9. 假設要建立一母體平均值的  $100(1-\alpha)\%$  信賴區間，則此信賴區間的寬度不受下列那一個因素的影響？  
(A)  $\alpha$  (B) 樣本大小 (C) 樣本平均數 (D) 母體標準差

信賴區間的寬度受到顯著水準 ( $\alpha$ )、樣本大小和母體標準差的影響，而與樣本平均數無關。

10. 我們可以利用中央極限定理的結果，建構  $\mu$  的 95%信賴區間，稱為  $(a, b)$ ，針對此信賴區間的描述，何者正確？  
(A) 表示  $\mu$  有 95%的機率會在  $(a, b)$  之間  
(B) 表示此  $(a, b)$  必會包含  $\mu$   
(C)  $(a, b)$  區間愈長表示標準誤愈大，代表樣本數較小  
(D) 建置  $\mu$  的 95%信賴區間，會比 99%信賴區間來得長

信賴區間的長度反映了標準誤；較長的間隔表示較大的標準誤差，通常是由於樣本量較小。

11. 在執行完變異數分析(Analysis of Variance)的檢定之後，碰到下面那種情況時，需要再進行事後檢定(Post Hoc Tests)？

- (A) 各組的變異數不相等 (B)各組的平均數不相等  
(C) 各組的中位數不相等 (D)各組的峰度和偏態不相等

當 ANOVA 檢定結果顯示至少兩組間存在顯著差異時，需要進行事後檢定來確定哪些特定組別之間存在顯著差異。

12. 研究者欲了解服用避孕藥丸後對收縮壓是否會有影響，今 15 位婦女進入此研究，此 15 位婦女從未服用過避孕藥，研究者在給服藥之前，先測得每位婦女的收縮壓，給服藥兩週後再測得婦女的收縮壓值，以茲比較。試檢定服用避孕藥對收縮壓是否有影響，下列何種方法適用？

- (A) 兩組獨立樣本 t 檢定 (B) 兩組獨立樣本 Z 檢定  
(C) 成對樣本 t 檢定 (D) 單一樣本 Z 檢定

由於是在服用藥物前後對同一組婦女進行測量，因此適合使用成對樣本 t 檢定來評估前後差異。

13. 針對統計檢定力 (statistical power,  $1-\beta$ ) 的敘述，下列何者較正確？

- (A) 當虛無假設為真的，卻推翻虛無假設的機率  
(B) 當虛無假設是真的，卻沒有推翻虛無假設的機率  
(C) 當對立假設是真的，卻沒有推翻虛無假設的機率  
(D) 當對立假設是真的，卻推翻虛無假設的機率

統計檢定力是在對立假設為真時，正確推翻虛無假設的機率。

14. 下列有關敘述性統計 (Descriptive Statistics) 的敘述，何者正確？

- (A) 臺灣受僱勞工的平均月收入是一個左偏 (left skewed) 的分布，因為有一些高收入所得者  
(B) 左偏 (left skewed) 的分布，中位數 (median) 通常會比平均數 (mean) 來得小  
(C) 中位數比平均數較容易受到極端值 (outlier) 影響  
(D) 長條圖 (Histogram) 可以用來描述資料的分布情況

長條圖是一種敘述性統計工具，用於顯示數據的分布情況。

15. 為了解市面上販賣的飲料中某物質 X 的平均值，隨機抽取 40 杯飲料的樣本，這 40 杯飲料 X 的平均值為 10。假設 X 在母群體及此樣本的標準差剛好皆為 4。下列敘述何者錯誤？

- (A) 標準誤 (Standard Error) 為 0.632  
(B) 標準誤 (Standard Error) 為量化 X 分散程度的敘述性統計指標  
(C) X 的平均值近似常態分布  
(D) 如果只抽取 20 杯，X 的平均值分布未知

標準誤衡量樣本平均值估計總體平均值的準確性，而不是資料本身的離散度。

16. 一群過重的成年人被隨機分派成兩組，一組進入減重計畫，一組作為對照組，半年之後用 t 檢定評估兩組受試者體重改變的差異，參加減重計畫的受試者體重平均減少 5 公斤，對照組平均減少 1 公斤，二組體重改變平均值差異的 95% 信賴區間是 1 公斤到 7 公斤。下列敘述何者正確？

- (A) 雖然兩組體重減少的差異未達到統計顯著，但仍應拒絕虛無假設

(B) t 檢定的 p 值大於 0.05，所以不能拒絕虛無假設

(C) 因為是前後測量，所以應該用成對樣本的 t 檢定

(D) 從二組體重改變平均值差異的 95%信賴區間，可以拒絕虛無假設

如果 95%信賴區間包括 0（本例中未包括），則無法在統計上拒絕虛無假設。

17. 關於平均數之信賴區間的敘述，下列何者正確？

(A) 母群體的平均數會落在 95%信賴區間的機率是 0.95

(B) 95%信賴區間會比 99%信賴區間來得更寬

(C) 從隨機樣本計算平均數的 95%信賴區間，當樣本數增加，95%信賴區間也會隨著變寬

(D) 如果從母群體隨機抽樣相同的大小樣本 100 次，從這些樣本所計算的 95%信賴區間，大約會有 95 個包含母群體的平均數

這是對 95%信賴區間概念的正確描述，表明這些區間將包含真實平均數的 95%機率。

18. 下列關於單因子變異數分析（one-way analysis of variance）的敘述，何者錯誤？

(A) 單因子變異數分析用來比較三組的母群體平均數  $\mu_1$ ， $\mu_2$  和  $\mu_3$  是否相等時，虛無假設是  $\mu_1 = \mu_2 = \mu_3$

(B) 對立假設為母群體平均數不相等，亦即  $\mu_1 \neq \mu_2$  且  $\mu_1 \neq \mu_3$  且  $\mu_2 \neq \mu_3$

(C) 變異數分析的假設，其中之一為母群體變異數相等

(D) 如果用變異數分析比較兩組平均數相等時，其結果會等於兩獨立樣本 t 檢定的結果

正確的對立假設應是至少有兩組平均數不相等，而不必每個都不相等。

19. 下列關於兩獨立樣本 t 檢定（two-sample independent t test）的敘述，何者正確？

(A) 兩組獨立樣本的大小必須相同

(B) 可以用來檢定左右眼近視度數的差別

(C) 兩組獨立樣本的變異數大小必須接近

(D) 兩組樣本的平均值必須要相近

進行兩獨立樣本 t 檢定時，要求兩組的變異數應相似，以確保檢定結果的有效性。

20. 有關母體參數假設檢定的 p 值（p-value），下列敘述何者錯誤？

(A) p 值的計算和顯著水準有關

(B) p 值的計算和虛無假設有關係

(C) p 值的計算和樣本的檢定統計量有關

(D) p 值小，傾向於拒絕虛無假設

p 值計算與所選的顯著水準無關。它根據檢定統計量和原假設分佈進行計算，用於決定是否在預先指定的顯著性水準上拒絕原假設。

21. 假設母體呈常態分配，平均數  $\mu$  未知。欲檢定  $H_0: \mu = 100$  vs.  $H_1: \mu > 100$ ，顯著水準設為 0.01。若將型二錯誤（type II error）控制為 5%。當虛無假設  $H_0$  為偽，拒絕  $H_0$  的機率為何？

(A) 0.01

(B) 0.05

(C) 0.95

(D) 0.99

控制型二錯誤為 5%意味著在對立假設是真的情況下，拒絕虛無假設的機率（也就是檢定力）為 95%。

22. 一般科幻小說平均 290 頁。某出版社隨機選擇他們出版的 16 部小說，其平均長度為 335 頁，標準差為 48 頁。欲檢定這出版社的小說是否明顯比一般科幻小說長，根據以上資料，得出結論為：（ $t_{0.01,15} = 2.60$ ,  $t_{0.05,15} = 1.75$ ,  $t_{0.025,15} = 2.13$ ）

(A) 若顯著水準( $\alpha$ )為 0.10，拒絕  $H_0$ ；若顯著水準( $\alpha$ )為 0.05，則不拒絕  $H_0$

(B) 若顯著水準( $\alpha$ )為 0.05，拒絕  $H_0$ ；若顯著水準( $\alpha$ )為 0.025，則不拒絕  $H_0$

(C) 若顯著水準( $\alpha$ )為 0.025，拒絕  $H_0$ ；若顯著水準( $\alpha$ )為 0.01，則不拒絕  $H_0$

(D) 若顯著水準( $\alpha$ )為 0.01，拒絕  $H_0$

$H_0$ : 出版社的小說比一般科幻小說長檢定統計量  $t_{df=16-1} = \frac{335-290}{48/\sqrt{16}} = t_{15} = 3.75$ ，查表知:  $3.75 > 2.60, (t_{0.01,15}) \Rightarrow$  拒絕  $H_0$ ; 也就是說無論  $\alpha=0.1, 0.05, 0.025$ , 還是 0.01，結果都是拒絕  $H_0$ 。

23. 若隨機分配  $X$  其母體為平均數  $\mu$  及標準差  $\sigma$ ，今抽取出足夠大樣本數為  $n$  之樣本，則下列敘述何者錯誤？

(A) 樣本平均數的標準誤與平均數  $\mu$  成正比 (B) 樣本平均數的標準誤與樣本數為  $n$  成反比

(C) 樣本平均數的標準誤與標準差  $\sigma$  成正比 (D) 樣本平均數會近似常態分配

樣本平均數的標準誤並不依賴於平均數  $\mu$ ，而是依賴於標準差  $\sigma$  和樣本數量  $n$  的平方根。

24. 下列那一種統計圖適合用以表示選舉結果中各候選人之得票數？

(A) 長條圖 (Bar chart) (B) 直方圖 (Histogram)

(B) 散布圖 (Scatter plot) (D) 盒狀圖 (Boxplot)

長條圖非常適合用來展示各類別（例如候選人）的頻數數據，如得票數。

25. 當研究者拒絕了一個錯誤的虛無假設，代表他的判斷是：

(A) 第二型錯誤 (B) 第一型錯誤 (C) 正確的 (D) 很大的錯誤

如果虛無假設是錯誤的，而研究者拒絕了它，這代表研究者做出了正確的決策，沒有犯錯誤。