Einführung in die Technische Informatik

Prof. Dr.-Ing. Stefan Kowalewski

WS 22/23

Kapitel 3: Vereinfachung Boolescher Funktionen

Informatik 11
Embedded Software

RWTH AACHEN UNIVERSITY

Vereinfachung Boolescher Funktionen

Resolutionsregel: $ab + a\bar{b} = a\left(b + \bar{b}\right) = a1 = a$

Beispiel 1: $f(x_2, x_1, x_0) = \overline{x_2}x_1x_0 + x_2x_1x_0$

$$= (\overline{x_2} + x_2)x_1x_0$$

$$= x_1x_0$$

Beispiel 2:

$$f(x_3, x_2, x_1, x_0) = x_3\overline{x_2}x_1x_0 + x_3\overline{x_2}\,\overline{x_1}x_0 + x_3x_2x_1x_0 + \overline{x_3}\,\overline{x_2}\,\overline{x_1}x_0 + \overline{x_3}\,\overline{x_2}x_1x_0$$

© G. Lakemeyer, W. Oberschelp, G. Vossen

Vereinfachung Boolescher Funktionen

Resolutionsregel: $ab + a\bar{b} = a(b + \bar{b}) = a1 = a$

Beispiel 1: $f(x_2, x_1, x_0) = \overline{x_2}x_1x_0 + x_2x_1x_0$

$$= (\overline{x_2} + x_2)x_1x_0$$

$$= x_1x_0$$

Beispiel 2:

$$f(x_3, x_2, x_1, x_0) = x_3\overline{x_2}x_1x_0 + x_3\overline{x_2}\;\overline{x_1}x_0 + x_3x_2x_1x_0 + \overline{x_3}\;\overline{x_2}\;\overline{x_1}x_0 + \overline{x_3}\;\overline{x_2}x_1x_0$$

$$= x_3\overline{x_2}x_0 +$$

© G. Lakemeyer, W. Oberschelp, G. Vossen

Vereinfachung Boolescher Funktionen

Resolutionsregel: $ab + a\bar{b} = a\left(b + \bar{b}\right) = a1 = a$

Beispiel 1: $f(x_2, x_1, x_0) = \overline{x_2}x_1x_0 + x_2x_1x_0$

$$= (\overline{x_2} + x_2)x_1x_0$$

$$= x_1x_0$$

Beispiel 2:

$$f(x_3, x_2, x_1, x_0) = x_3\overline{x_2}x_1x_0 + x_3\overline{x_2}\,\overline{x_1}x_0 + x_3x_2x_1x_0 + \overline{x_3}\,\overline{x_2}\,\overline{x_1}x_0 + \overline{x_3}\,\overline{x_2}x_1x_0$$

$$= x_3\overline{x_2}x_0 + x_3x_1x_0 + \overline{x_2}\,\overline{x_1}x_0 +$$

© G. Lakemeyer, W. Oberschelp, G. Vossen

Vereinfachung Boolescher Funktionen

Resolutionsregel: $ab + a\bar{b} = a(b + \bar{b}) = a1 = a$

Beispiel 1: $f(x_2, x_1, x_0) = \overline{x_2}x_1x_0 + x_2x_1x_0$

$$= (\overline{x_2} + x_2)x_1x_0$$

$$= x_1x_0$$

Beispiel 2:

$$f(x_3, x_2, x_1, x_0) = x_3\overline{x_2}x_1x_0 + x_3\overline{x_2}\,\overline{x_1}x_0 + x_3x_2x_1x_0 + \overline{x_3}\,\overline{x_2}\,\overline{x_1}x_0 + \overline{x_3}\,\overline{x_2}x_1x_0$$

$$= x_3\overline{x_2}x_0 + x_3x_1x_0 + \overline{x_2}\,\overline{x_1}x_0 + \overline{x_3}\,\overline{x_2}x_0 +$$

© G. Lakemeyer, W. Oberschelp, G. Vossen

Vereinfachung Boolescher Funktionen

Resolutionsregel: $ab + a\bar{b} = a(b + \bar{b}) = a1 = a$

Beispiel 1: $f(x_2, x_1, x_0) = \overline{x_2}x_1x_0 + x_2x_1x_0$

$$= (\overline{x_2} + x_2)x_1x_0$$

$$= x_1x_0$$

Beispiel 2:

$$f(x_3, x_2, x_1, x_0) = x_3\overline{x_2}x_1x_0 + x_3\overline{x_2}\,\overline{x_1}x_0 + x_3x_2x_1x_0 + \overline{x_3}\,\overline{x_2}\,\overline{x_1}x_0 + \overline{x_3}\,\overline{x_2}x_1x_0$$

$$= x_3\overline{x_2}x_0 + x_3x_1x_0 + \overline{x_2}\,\overline{x_1}x_0 + \overline{x_3}\,\overline{x_2}x_0 + \overline{x_2}x_1x_0$$

© G. Lakemeyer, W. Oberschelp, G. Vossen

Vereinfachung Boolescher Funktionen

Resolutionsregel: $ab + a\bar{b} = a(b + \bar{b}) = a1 = a$

Beispiel 1: $f(x_2, x_1, x_0) = \overline{x_2}x_1x_0 + x_2x_1x_0$

$$= (\overline{x_2} + x_2)x_1x_0$$

$$= x_1x_0$$

Beispiel 2:

$$f(x_3, x_2, x_1, x_0) = x_3\overline{x_2}x_1x_0 + x_3\overline{x_2}\,\overline{x_1}x_0 + x_3x_2x_1x_0 + \overline{x_3}\,\overline{x_2}\,\overline{x_1}x_0 + \overline{x_3}\,\overline{x_2}x_1x_0$$

$$= x_3\overline{x_2}x_0 + x_3x_1x_0 + \overline{x_2}\,\overline{x_1}x_0 + \overline{x_3}\,\overline{x_2}x_0 + \overline{x_2}x_1x_0$$

$$= \overline{x_2}x_0 + x_3x_1x_0$$

© G. Lakemeyer, W. Oberschelp, G. Vossen

Minimalpolynom

- Polynom = DF = Sum of products (SoP)
- Sei *M* ein Polynom für $f: B^n \rightarrow B^1$
- M heißt **Minimalpolynom** *(für f),* wenn es kein Polynom geringerer Länge für *f* gibt.
- Die *Länge eines Polynoms* ist definiert als die Anzahl der Literale, die es enthält

Abschnitt 3.1

Karnaugh-Diagramme

- Implikanten
- Don‘t Cares

Karnaugh-Diagramme für n = 2

index	x_1	x_0	f
0	0	0	0
1	0	1	1
2	1	0	0
3	1	1	0

$\Longrightarrow$

$x_1 \backslash x_0$	0	1
0	0	1
1	0	0

© G. Lakemeyer, W. Oberschelp, G. Vossen

Karnaugh-Diagramme für n = 3, 4

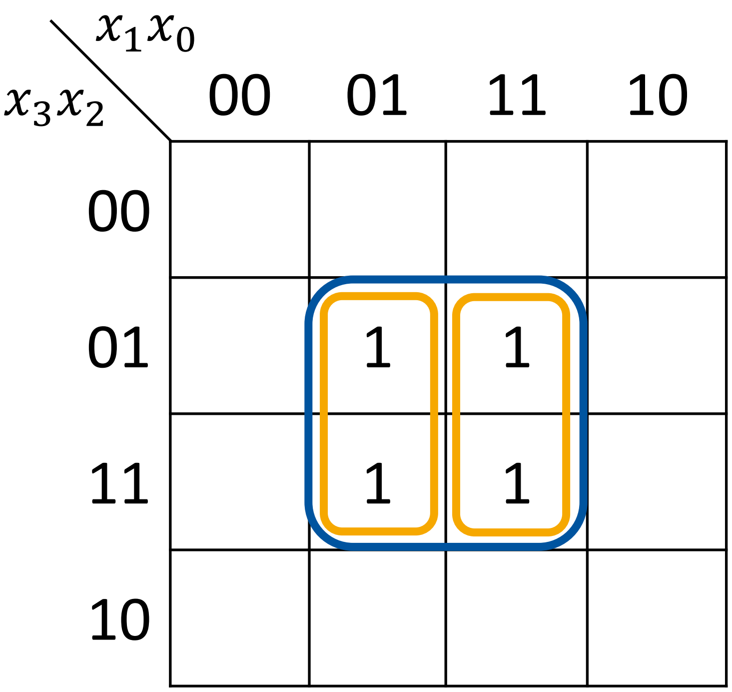
x_2 \ x_1x_0	00	01	11	10
0				
1				

x_3x_2 \ x_1x_0	00	01	11	10
00				
01				
11				
10				

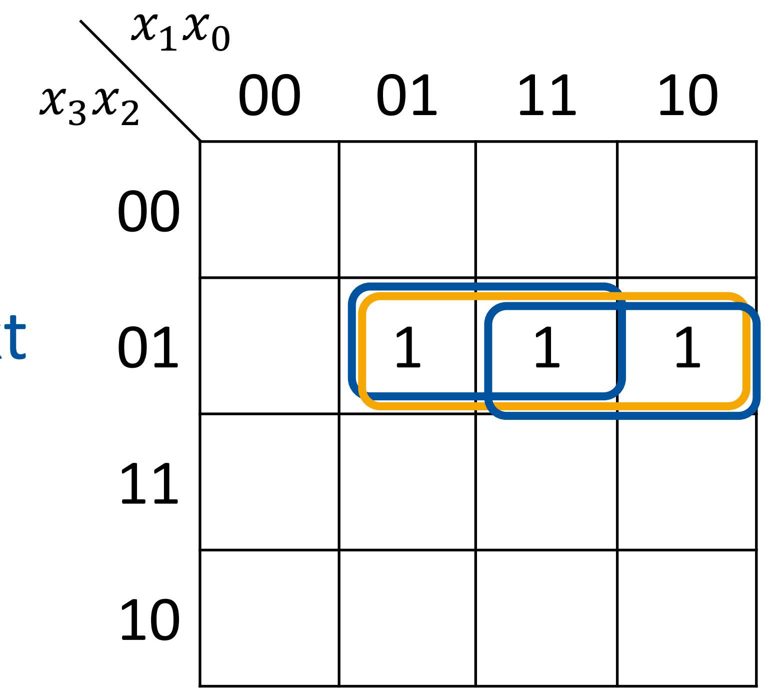
© G. Lakemeyer, W. Oberschelp, G. Vossen

Blockbildung

- Blöcke müssen maximale Größe haben
- Die Blockgröße muss eine Zweierpotenz sein



korrekt
falsch



Informatik 11 Embedded Software
RWTH AACHEN UNIVERSITY

Beispiel

$$f(x_3, x_2, x_1, x_0) = x_3\overline{x_2}x_1x_0 + x_3\overline{x_2}\,\overline{x_1}x_0 + x_3x_2x_1x_0 + \overline{x_3}\,\overline{x_2}\,\overline{x_1}x_0 + \overline{x_3}\,\overline{x_2}x_1x_0$$

x_3x_2 \ x_1x_0	00	01	11	10
00		1	1	
01				
11			1	
10		1	1	

© G. Lakemeyer, W. Oberschelp, G. Vossen

Beispiel

$$f(x_3,x_2,x_1,x_0) = x_3\overline{x_2}x_1x_0 + x_3\overline{x_2}\,\overline{x_1}x_0 + x_3x_2x_1x_0 + \overline{x_3}\,\overline{x_2}\,\overline{x_1}x_0 + \overline{x_3}\,\overline{x_2}x_1x_0$$

x_3x_2 \ x_1x_0	00	01	11	10
00		1	1	
01				
11			1	
10		1	1	

Vereinfachte Form: $f = \overline{x_2}x_0 + x_3x_1x_0$

© G. Lakemeyer, W. Oberschelp, G. Vossen

Beispiel

$$f = \overline{x_3}\,\overline{x_2}\,\overline{x_1}\,\overline{x_0} + x_3\overline{x_2}\,\overline{x_1}\,\overline{x_0} + \overline{x_3}x_2\overline{x_1}x_0 + x_3x_2\overline{x_1}x_0$$
$$+\overline{x_3}\,x_2x_1x_0 + x_3x_2x_1x_0 + \overline{x_3}\,\overline{x_2}x_1\overline{x_0} + x_3\overline{x_2}x_1\overline{x_0}$$

x_3x_2 \ x_1x_0	00	01	11	10
00	1			1
01		1	1	
11		1	1	
10	1			1

Vereinfachte Form: $f = x_2x_0 + \overline{x_2}\,\overline{x_0}$

© G. Lakemeyer, W. Oberschelp, G. Vossen

Definition

Sei $f: B^n \to B$ eine Boolesche Funktion. Ein Term $M \neq 0$ heißt **Implikant** von f, kurz $M \leq f$, falls $M(x) \leq f(x)$ für alle $x \in B^n$ gilt, d.h.

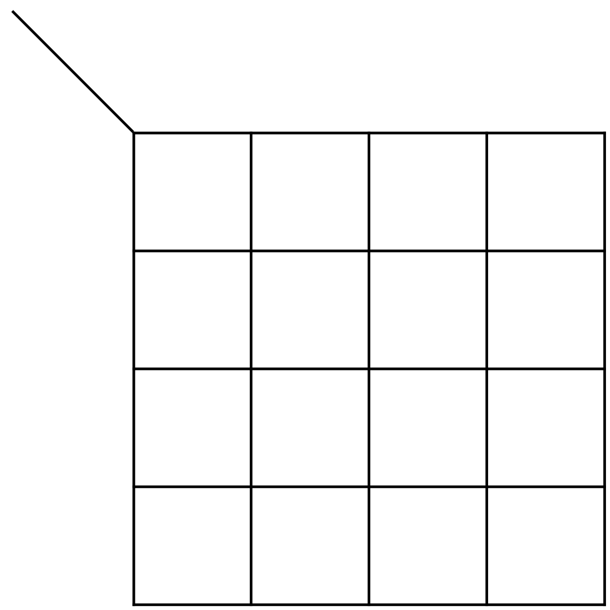
$$M(x) = 1 \Rightarrow f(x) = 1 \quad \forall x \in B^n$$

Ein Implikant M von f heißt **Primimplikant** (von f), falls keine echte Verkürzung von M noch Implikant von f ist.

Ein Primimplikant M heißt **Kernimplikant** (von f), falls M in *jedem* Minimalpolynom von f vorkommt.

Beispiel 2

$$f = x_3 x_2 x_1 x_0 + \overline{x_3}\, x_2 x_1 x_0 + x_3 x_2 x_1 \overline{x_0} + \overline{x_3} x_2 \overline{x_1} x_0$$



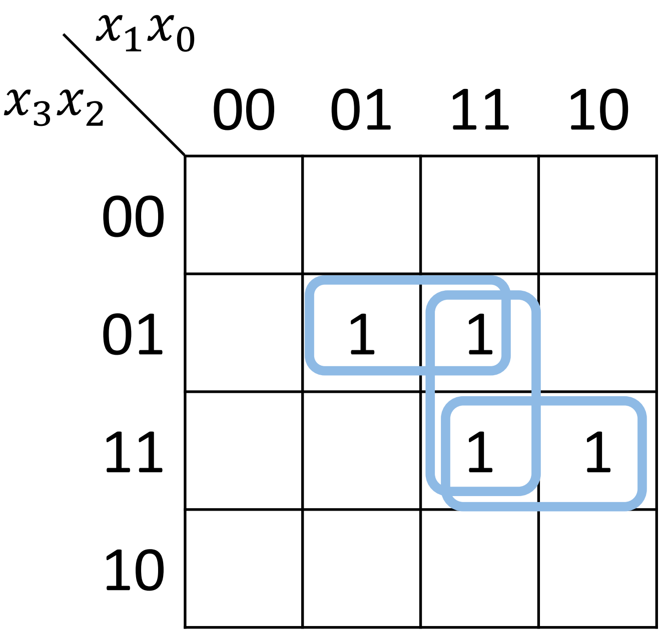
Beispiel 2

$$f = x_3x_2x_1x_0 + \overline{x_3}\,x_2x_1x_0 + x_3x_2x_1\overline{x_0} + \overline{x_3}x_2\overline{x_1}x_0$$

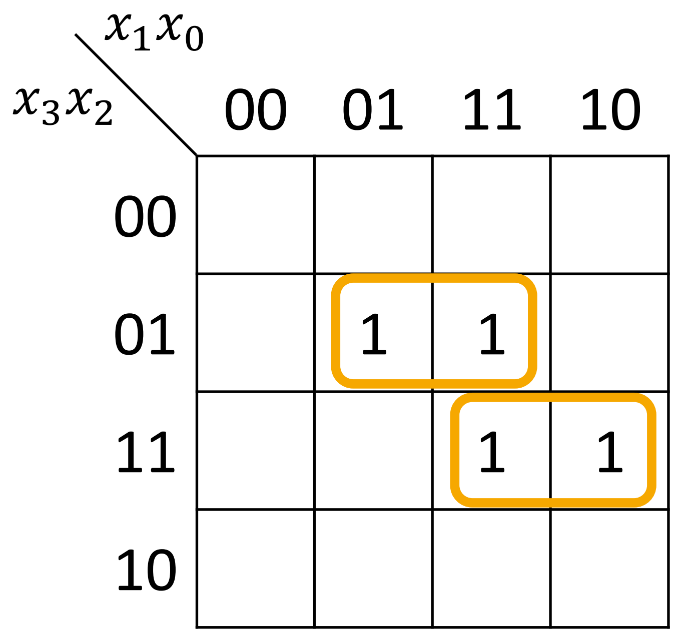
x_3x_2 \ x_1x_0	00	01	11	10
00				
01		1	1	
11			1	1
10				

Beispiel 2

$$f = x_3x_2x_1x_0 + \overline{x_3}\,x_2x_1x_0 + x_3x_2x_1\overline{x_0} + \overline{x_3}x_2\overline{x_1}x_0$$



Primimplikanten



Kernimplikanten

Ausnutzung von Don‘t Cares

x	x_3	x_2	x_1	x_0	f
0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	1	1
2	0	0	1	0	0
3	0	0	1	1	0
4	0	1	0	0	0
5	0	1	0	1	1
6	0	1	1	0	0
7	0	1	1	1	0
8	1	0	0	0	1
9	1	0	0	1	1
A	1	0	1	0	D
B	1	0	1	1	D
C	1	1	0	0	D
D	1	1	0	1	D
E	1	1	1	0	D
F	1	1	1	1	D

© G. Lakemeyer, W. Oberschelp, G. Vossen

Ausnutzung von Don‘t Cares

x_3x_2 \ x_1x_0	00	01	11	10
00		1		
01		1		
11	D	D	D	D
10	1	1	D	D

Ergebnis: $f(x_3, x_2, x_1, x_0) = x_3 + \overline{x_1}x_0$

© G. Lakemeyer, W. Oberschelp, G. Vossen

Abschnitt 3.2

Quine-McCluskey-Verfahren

Quine-McCluskey-Verfahren

$$f = \overline{x_3}\,\overline{x_2}\,\overline{x_1}\,\overline{x_0} + \overline{x_3}\,x_2\overline{x_1}\,\overline{x_0} + \overline{x_3}\,x_2x_1\overline{x_0} + x_3\overline{x_2}x_1x_0$$
$$+x_3x_2\overline{x_1}\,\overline{x_0} + x_3x_2\overline{x_1}x_0 + x_3x_2x_1\overline{x_0}$$

Minterme gemäß Anzahl der Negationen:

Gruppe	Implikant	Index (dezimal)
1	$x_3\overline{x_2}x_1x_0$	11
	$x_3x_2\overline{x_1}x_0$	13
	$x_3x_2x_1\overline{x_0}$	14
2	$\overline{x_3}\,x_2x_1\overline{x_0}$	6
	$x_3x_2\overline{x_1}\,\overline{x_0}$	12
3	$\overline{x_3}\,x_2\overline{x_1}\,\overline{x_0}$	4
4	$\overline{x_3}\,\overline{x_2}\,\overline{x_1}\,\overline{x_0}$	0

© G. Lakemeyer, W. Oberschelp, G. Vossen

Quine-McCluskey-Verfahren

Nach erster Anwendung der Resolutionsregel:

Gruppe	Implikant	Index (dezimal)
1	$x_3\overline{x_2}x_1x_0$	11
	$x_2x_1\overline{x_0}$	6,14
	$x_3x_2\overline{x_1}$	12,13
	$x_3x_2\overline{x_0}$	12,14
2	$\overline{x_3}x_2\overline{x_0}$	4,6
	$x_2\overline{x_1}\,\overline{x_0}$	4,12
3	$\overline{x_3}\,\overline{x_1}\,\overline{x_0}$	0,4

Alle Primimplikanten:

Gruppe	Implikant	Index (dezimal)
1	$x_3\overline{x_2}x_1x_0$	11
	$x_3x_2\overline{x_1}$	12,13
	$x_2\overline{x_0}$	4,6,12,14
3	$\overline{x_3}\,\overline{x_1}\,\overline{x_0}$	0,4

© G. Lakemeyer, W. Oberschelp, G. Vossen

Quine-McCluskey-Verfahren

Implikationsmatrix:

Primimplikant \ Minterm	0	4	6	11	12	13	14
$x_3\overline{x_2}x_1x_0$	0	0	0	1	0	0	0
$x_3x_2\overline{x_1}$	0	0	0	0	1	1	0
$x_2\overline{x_0}$	0	1	1	0	1	0	1
$\overline{x_3}\,\overline{x_1}\,\overline{x_0}$	1	1	0	0	0	0	0

Kostengünstigste Darstellung:

$$f = x_3\overline{x_2}x_1x_0 + x_3x_2\overline{x_1} + x_2\overline{x_0} + \overline{x_3}\,\overline{x_1}\,\overline{x_0}$$

© G. Lakemeyer, W. Oberschelp, G. Vossen

Beispiel zum Quine-McCluskey-Verfahren

Anderes Beispiel:

$$f = x_3\overline{x_2}x_1x_0 + x_3\overline{x_2}x_1\overline{x_0} + x_3\overline{x_2}\,\overline{x_1}\,\overline{x_0} + \overline{x_3}x_2x_1x_0$$
$$+ \overline{x_3}x_2x_1\overline{x_0} + \overline{x_3}x_2\overline{x_1}x_0 + \overline{x_3}x_2\overline{x_1}\,\overline{x_0} + \overline{x_3}\,\overline{x_2}x_1x_0 + \overline{x_3}\,\overline{x_2}\,\overline{x_1}\,\overline{x_0}$$

Minterme gemäß Anzahl der Negationen:

Gruppe	Implikant	Index (dezimal)
1	$\overline{x_3}x_2x_1x_0$	7
	$x_3\overline{x_2}x_1x_0$	11
2	$\overline{x_3}\,\overline{x_2}x_1x_0$	3
	$\overline{x_3}x_2\overline{x_1}x_0$	5
	$\overline{x_3}\,x_2x_1\overline{x_0}$	6
	$x_3\overline{x_2}x_1\overline{x_0}$	10
3	$\overline{x_3}x_2\overline{x_1}\,\overline{x_0}$	4
	$x_3\overline{x_2}\,\overline{x_1}\,\overline{x_0}$	8
4	$\overline{x_3}\,\overline{x_2}\,\overline{x_1}\,\overline{x_0}$	0

Beispiel zum Quine-McCluskey-Verfahren

Nach erster Anwendung der Resolutionsregel:

Gruppe	Implikant	Index (dezimal)
1	$\overline{x_3}x_1x_0$	3,7
	$\overline{x_3}x_2x_0$	5,7
	$\overline{x_3}x_2x_1$	6,7
	$\overline{x_2}x_1x_0$	3,11
	$x_3\overline{x_2}x_1$	10,11
2	$\overline{x_3}x_2\overline{x_1}$	4,5
	$\overline{x_3}x_2\overline{x_0}$	4,6
	$x_3\overline{x_2}\,\overline{x_0}$	8,10
3	$\overline{x_3}\,\overline{x_1}\,\overline{x_0}$	0,4
	$\overline{x_2}\,\overline{x_1}\,\overline{x_0}$	0,8

Nach zweiter Anwendung der Resolutionsregel:

Gruppe	Implikant	Index (dezimal)
1	$\overline{x_3}x_1x_0$	3,7
	$\overline{x_3}x_2$	4,5,6,7
	$\overline{x_2}x_1x_0$	3,11
	$x_3\overline{x_2}x_1$	10,11
2	$x_3\overline{x_2}\,\overline{x_0}$	8,10
3	$\overline{x_3}\,\overline{x_1}\,\overline{x_0}$	0,4
	$\overline{x_2}\,\overline{x_1}\,\overline{x_0}$	0,8

Keine weitere Anwendung mehr möglich

Beispiel zum Quine-McCluskey-Verfahren

Implikationsmatrix:

Primimplikant \ Minterm	0	3	4	5	6	7	8	10	11
$\overline{x_3} x_1 x_0$	0	1	0	0	0	1	0	0	0
$\overline{x_3} x_2$	0	0	1	1	1	1	0	0	0
$\overline{x_2} x_1 x_0$	0	1	0	0	0	0	0	0	1
$x_3 \overline{x_2} x_1$	0	0	0	0	0	0	0	1	1
$x_3 \overline{x_2}\, \overline{x_0}$	0	0	0	0	0	0	1	1	0
$\overline{x_3}\, \overline{x_1}\, \overline{x_0}$	1	0	1	0	0	0	0	0	0
$\overline{x_2}\, \overline{x_1}\, \overline{x_0}$	1	0	0	0	0	0	1	0	0

Kostengünstigste Darstellung: $Hier\ nicht\ eindeutig$!

Kernimplikant: $\overline{x_3} x_2$

Beispiel zum Quine-McCluskey-Verfahren

Primimplikant \ Minterm	0	3	4	5	6	7	8	10	11
$\overline{x_3}x_1x_0$	0	1	0	0	0	1	0	0	0
$\overline{x_3}x_2$	0	0	1	1	1	1	0	0	0
$\overline{x_2}x_1x_0$	0	1	0	0	0	0	0	0	1
$x_3\overline{x_2}x_1$	0	0	0	0	0	0	0	1	1
$x_3\overline{x_2}\,\overline{x_0}$	0	0	0	0	0	0	1	1	0
$\overline{x_3}\,\overline{x_1}\,\overline{x_0}$	1	0	1	0	0	0	0	0	0
$\overline{x_2}\,\overline{x_1}\,\overline{x_0}$	1	0	0	0	0	0	1	0	0

$$\boxed{f_1 = \overline{x_3}x_2 + \overline{x_2}x_1x_0 + x_3\overline{x_2}x_1 + \overline{x_2}\,\overline{x_1}\,\overline{x_0}}$$

$$f_2 = \overline{x_3}x_2 + \overline{x_2}x_1x_0 + x_3\overline{x_2}\,\overline{x_0} + \overline{x_2}\,\overline{x_1}\,\overline{x_0}$$

$$f_3 = \overline{x_3}x_2 + \overline{x_3}x_1x_0 + x_3\overline{x_2}x_1 + \overline{x_2}\,\overline{x_1}\,\overline{x_0}$$

$$f_4 = \overline{x_3}x_2 + \overline{x_2}x_1x_0 + x_3\overline{x_2}\,\overline{x_0} + \overline{x_3}\,\overline{x_1}\,\overline{x_0}$$

Beispiel zum Quine-McCluskey-Verfahren

Primimplikant \ Minterm	0	3	8	10	11
$\overline{x_3}x_1x_0$	0	1	0	0	0
$\overline{x_2}x_1x_0$	0	1	0	0	1
$x_3\overline{x_2}x_1$	0	0	0	1	1
$x_3\overline{x_2}\,\overline{x_0}$	0	0	1	1	0
$\overline{x_3}\,\overline{x_1}\,\overline{x_0}$	1	0	0	0	0
$\overline{x_2}\,\overline{x_1}\,\overline{x_0}$	1	0	1	0	0

$$f_1 = \overline{x_3}x_2 + \overline{x_2}x_1x_0 + x_3\overline{x_2}x_1 + \overline{x_2}\,\overline{x_1}\,\overline{x_0}$$

Wähle beliebigen Implikant mit neuer Information!

Einführung in die Technische Informatik | WS 22/23
Prof. Dr.-Ing. Stefan Kowalewski | Robin Mroß, M.Sc. | Alexander Kruschewsky, M.Sc.
Informatik 11 Embedded Software
RWTH AACHEN UNIVERSITY

Beispiel zum Quine-McCluskey-Verfahren

Primimplikant \ Minterm	0	8	10
$\overline{x_3}x_1x_0$	0	0	0
$x_3\overline{x_2}x_1$	0	0	1
$x_3\overline{x_2}\,\overline{x_0}$	0	1	1
$\overline{x_3}\,\overline{x_1}\,\overline{x_0}$	1	0	0
$\overline{x_2}\,\overline{x_1}\,\overline{x_0}$	1	1	0

$$f_1 = \overline{x_3}x_2 + \overline{x_2}x_1x_0 + \overline{x_2}\,\overline{x_1}\,\overline{x_0} + x_3\overline{x_2}x_1$$

Wähle beliebigen Implikant mit neuer Information!

Beispiel zum Quine-McCluskey-Verfahren

Minterm / Primimplikant	10
$x_3\overline{x_2}x_1$	1
$x_3\overline{x_2}\,\overline{x_0}$	1
$\overline{x_3}\,\overline{x_1}\,\overline{x_0}$	0

$$f_1 = \overline{x_3}x_2 + \overline{x_2}x_1x_0 + \overline{x_2}\,\overline{x_1}\,\overline{x_0} + x_3\overline{x_2}x_1$$

Wähle beliebigen Implikant mit neuer Information!

Mehrdeutigkeit am KV-Diagramm

Informatik 11
Embedded Software

Karnaugh-Diagramme für f

$$f_1 = \overline{x_3}x_2 + \overline{x_2}x_1x_0 + x_3\overline{x_2}x_1 + \overline{x_2}\,\overline{x_1}\,\overline{x_0}$$

x_3x_2 \ x_1x_0	00	01	11	10
00	1		1	
01	1	1	1	1
11				
10	1		1	1

x_3x_2 \ x_1x_0	00	01	11	10
00	1		1	
01	1	1	1	1
11				
10	1		1	1

$$f_2 = \overline{x_3}x_2 + \overline{x_2}x_1x_0 + x_3\overline{x_2}\,\overline{x_0} + \overline{x_2}\,\overline{x_1}\,\overline{x_0}$$

© G. Lakemeyer, W. Oberschelp, G. Vossen

Karnaugh-Diagramme für f

$$f_3 = \overline{x_3}x_2 + \overline{x_3}x_1x_0 + x_3\overline{x_2}x_1 + \overline{x_2}\,\overline{x_1}\,\overline{x_0}$$

x_3x_2 \ x_1x_0	00	01	11	10
00	1		1	
01	1	1	1	1
11				
10	1		1	1

x_3x_2 \ x_1x_0	00	01	11	10
00	1		1	
01	1	1	1	1
11				
10	1		1	1

$$f_4 = \overline{x_3}x_2 + \overline{x_2}x_1x_0 + x_3\overline{x_2}\,\overline{x_0} + \overline{x_3}\,\overline{x_1}\,\overline{x_0}$$

© G. Lakemeyer, W. Oberschelp, G. Vossen

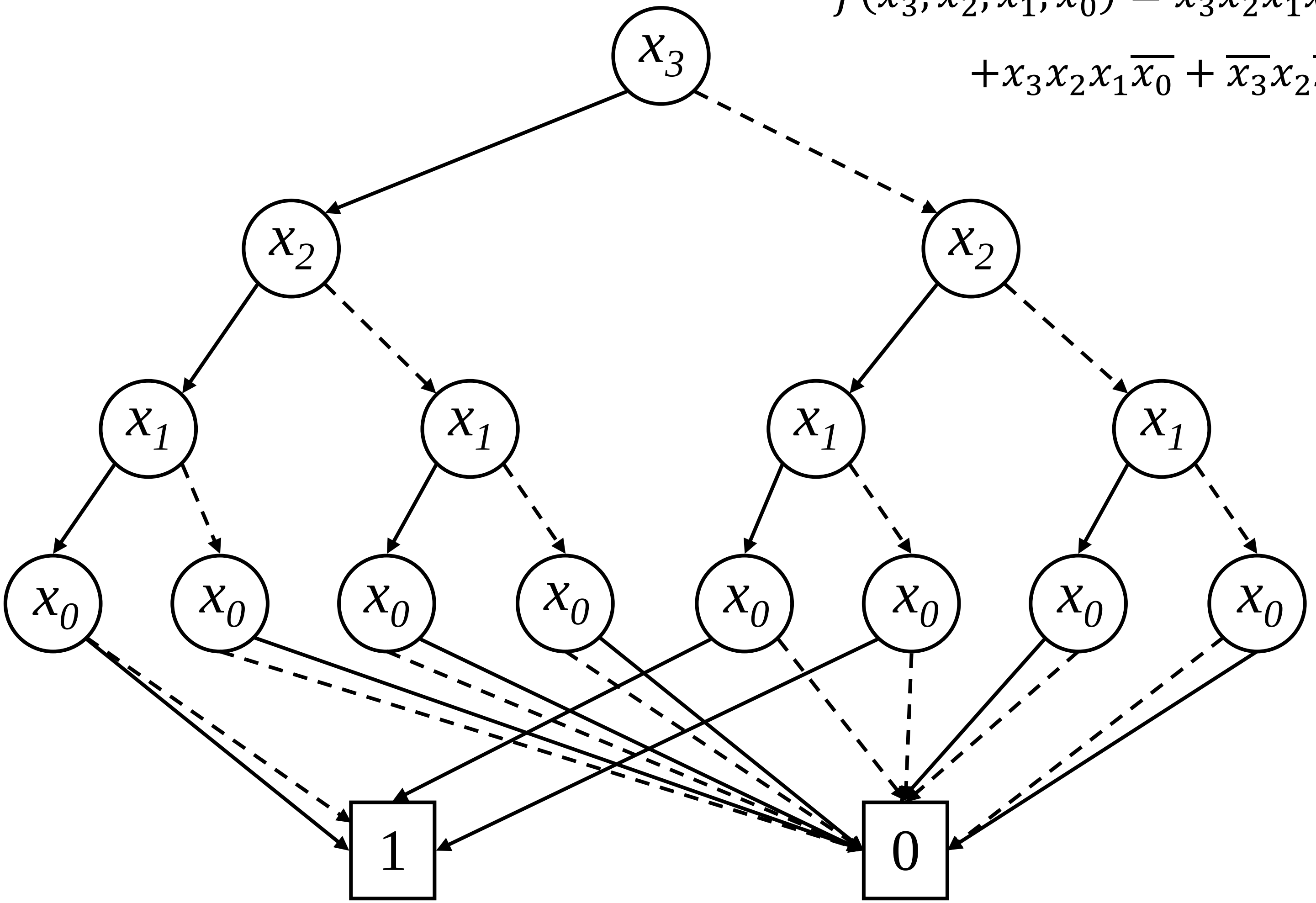
Abschnitt 3.3

OBDDs und Vereinfachung

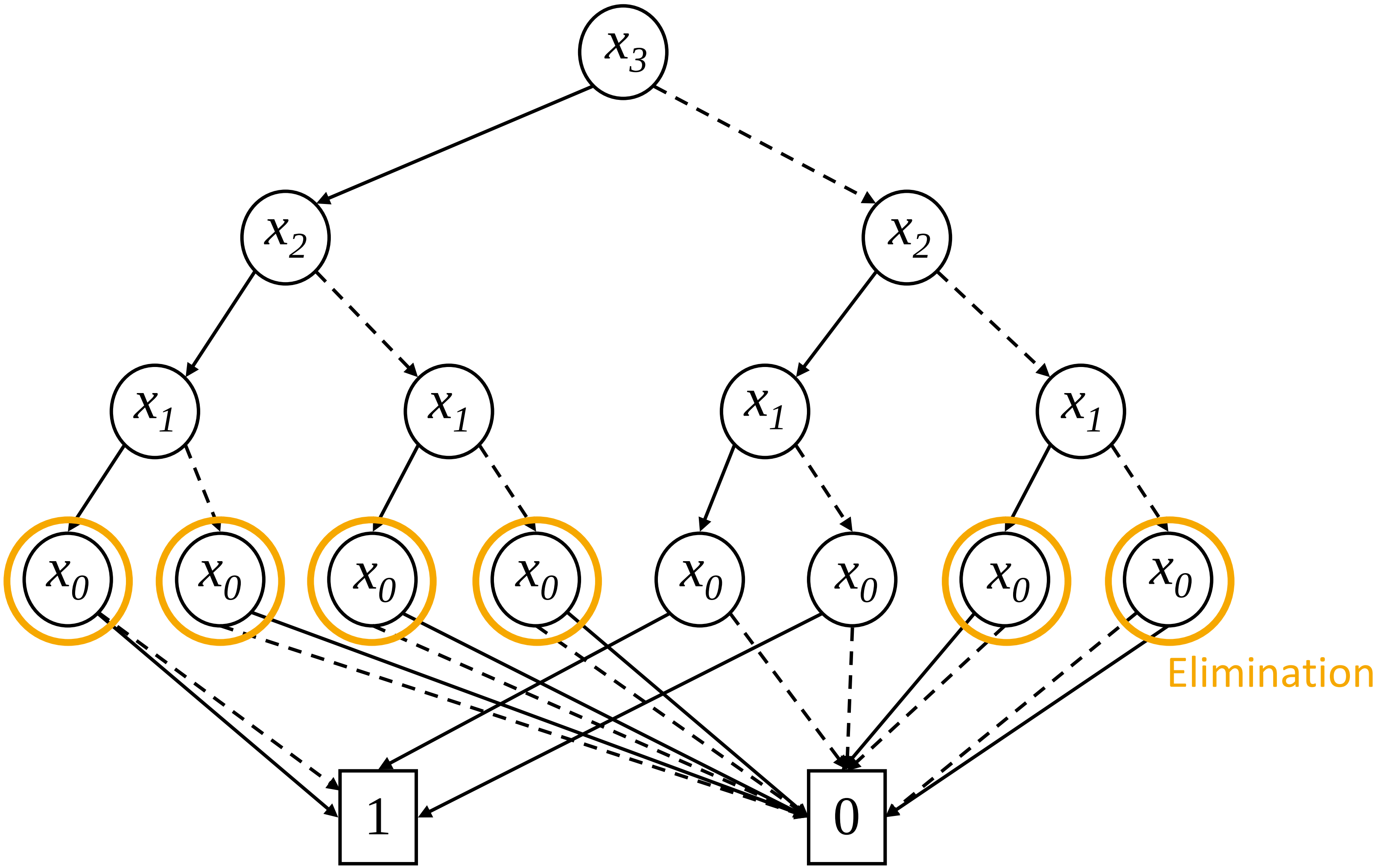
- Beispiele zu OBDDs
- Relevanz der Variablenordnung
- Vergleich zu Quine-McCluskey

Beispiel für OBDD
(Variablenordnung $x_3 < x_2 < x_1 < x_0$)

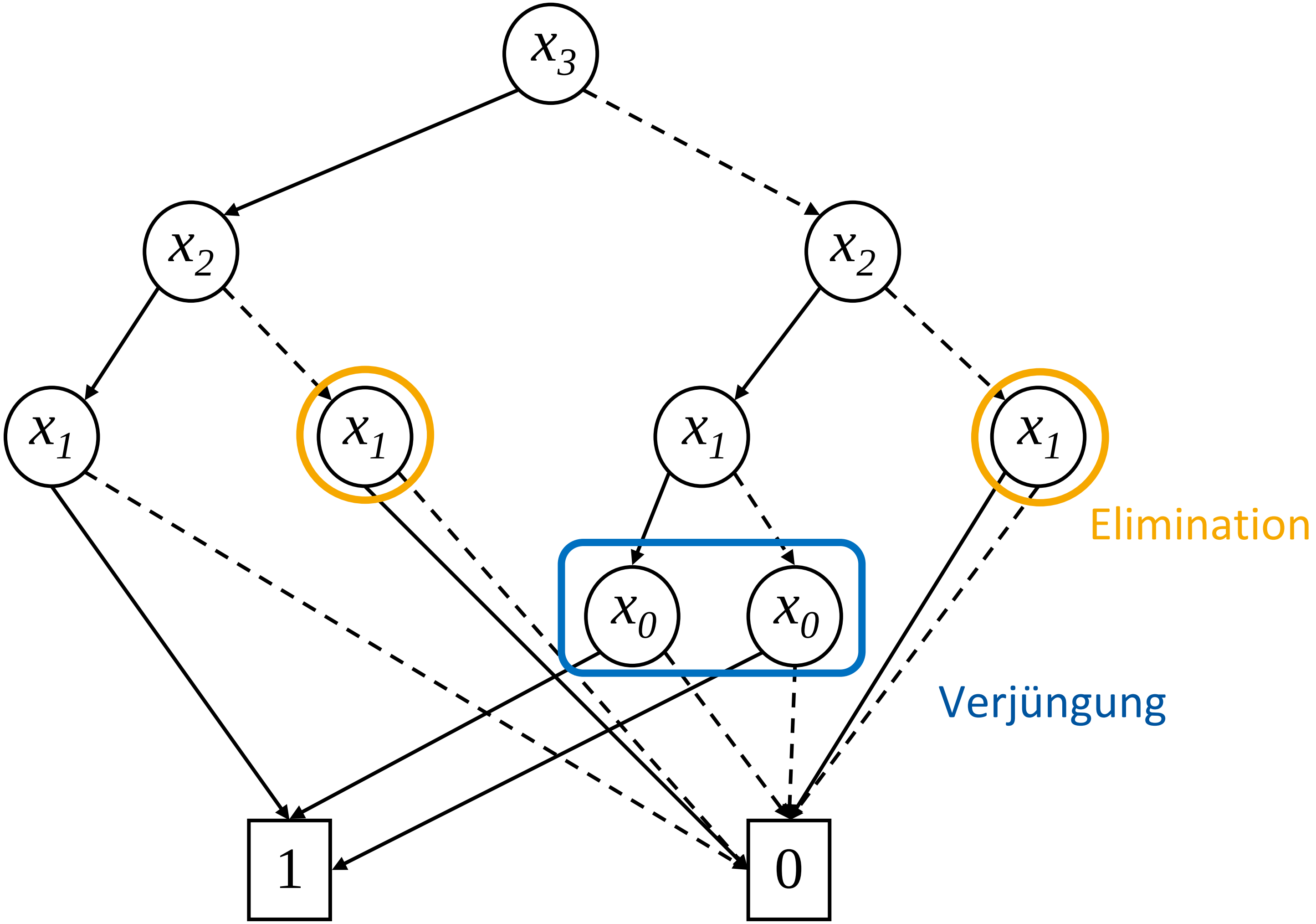
$$f(x_3, x_2, x_1, x_0) = x_3 x_2 x_1 x_0 + \overline{x_3} x_2 x_1 x_0$$
$$+ x_3 x_2 x_1 \overline{x_0} + \overline{x_3} x_2 \overline{x_1} x_0$$



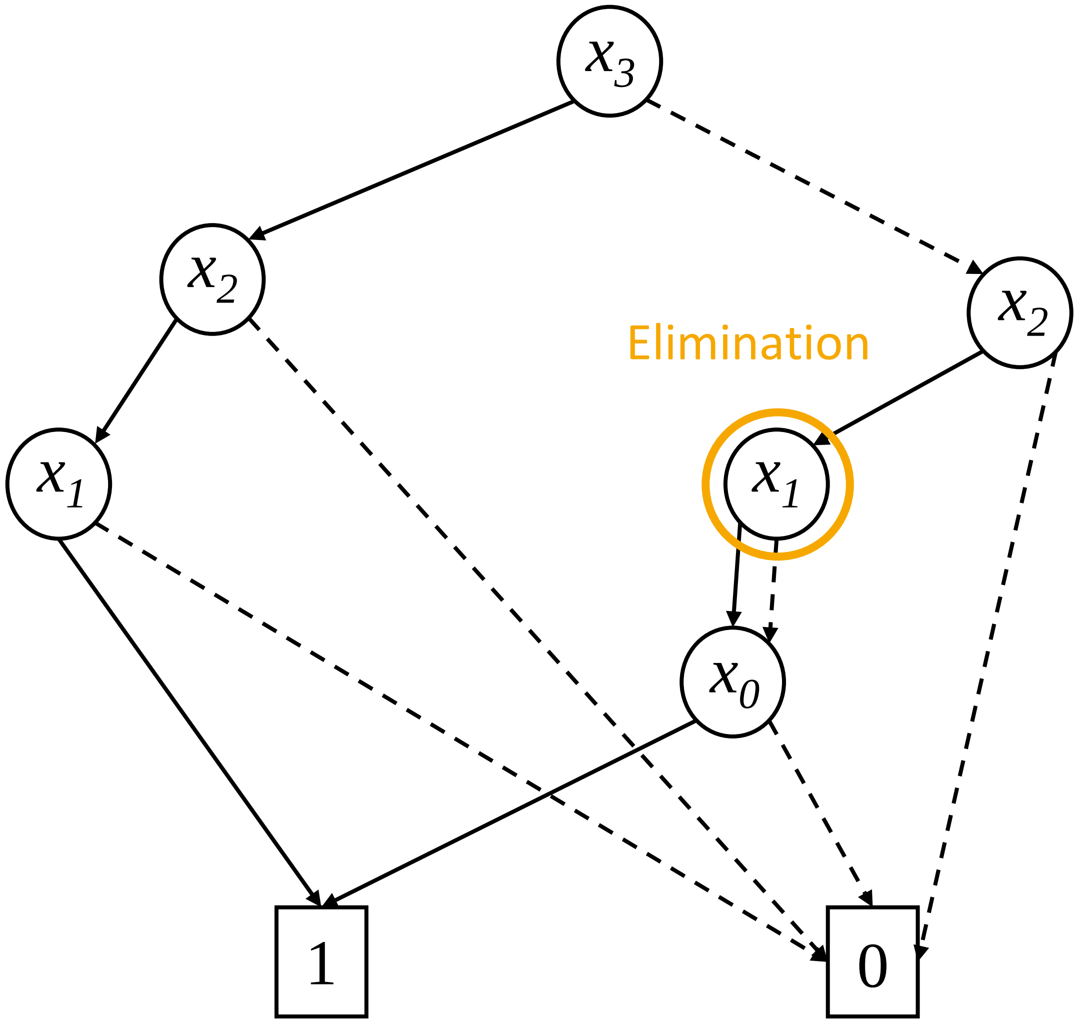
Beispiel für OBDD
Schritt 1



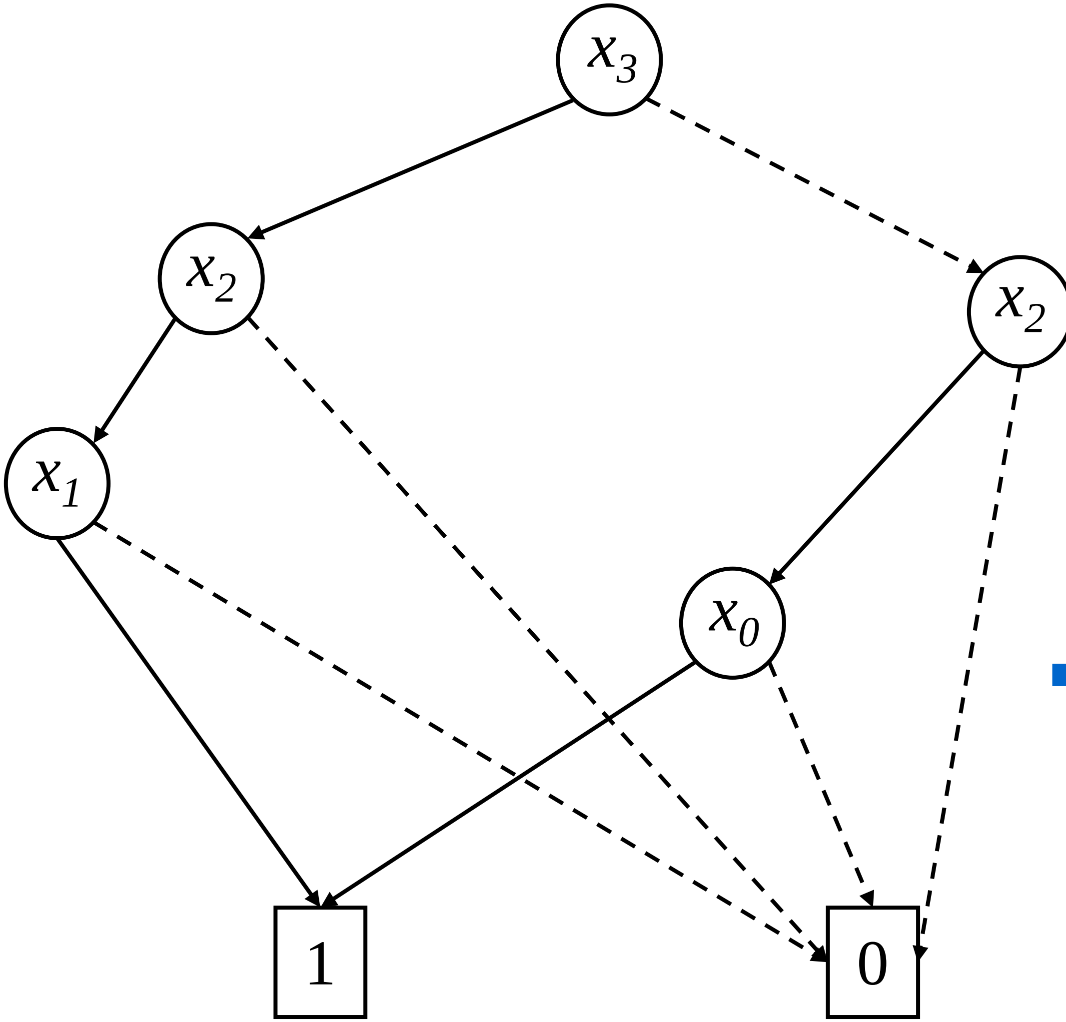
Beispiel für OBDD
Schritt 2



Beispiel für OBDD
Schritt 3



Reduziertes OBDD (Variablenordnung $x_3 < x_2 < x_1 < x_0$)

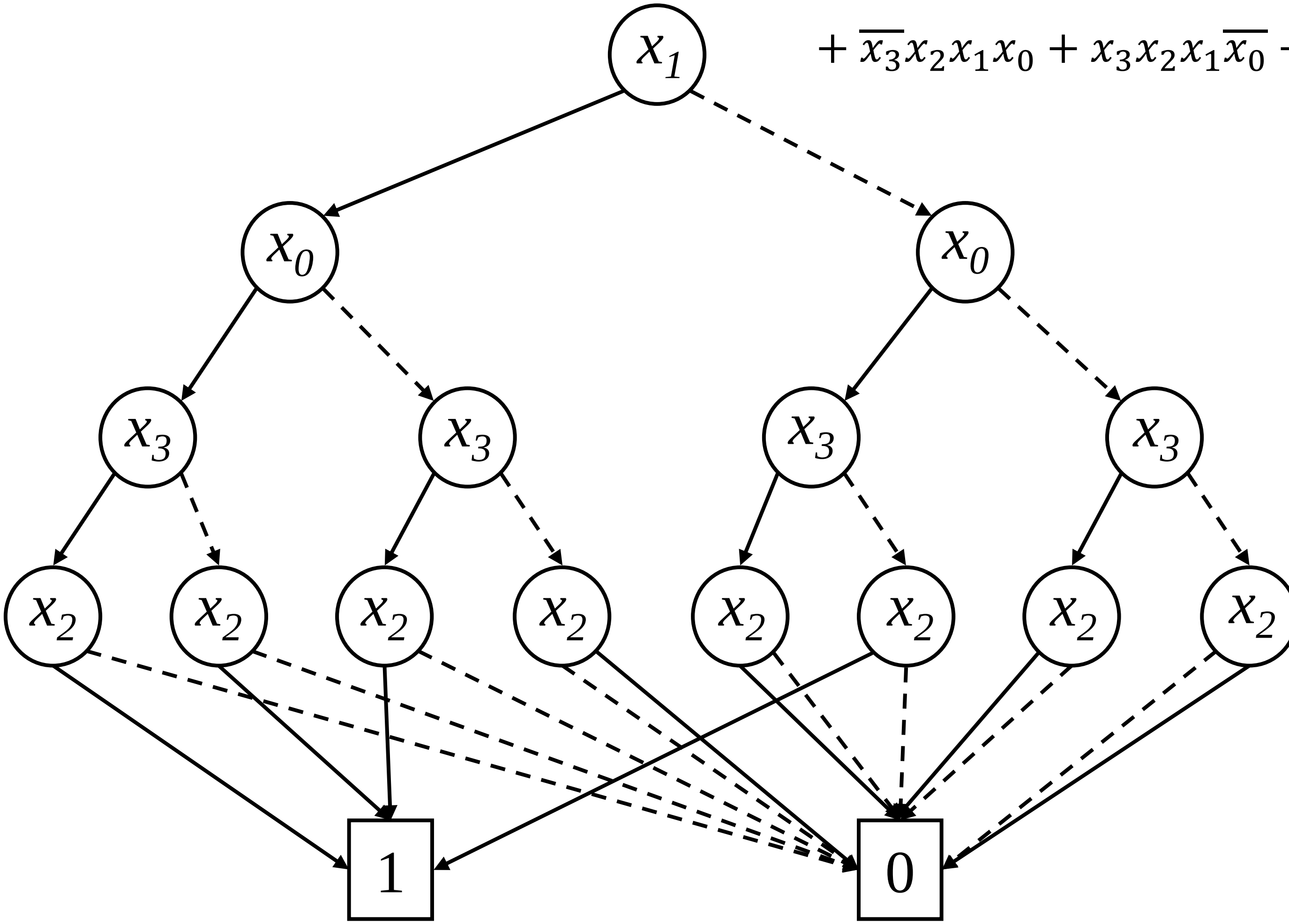


➡ Nicht weiter reduzierbar!

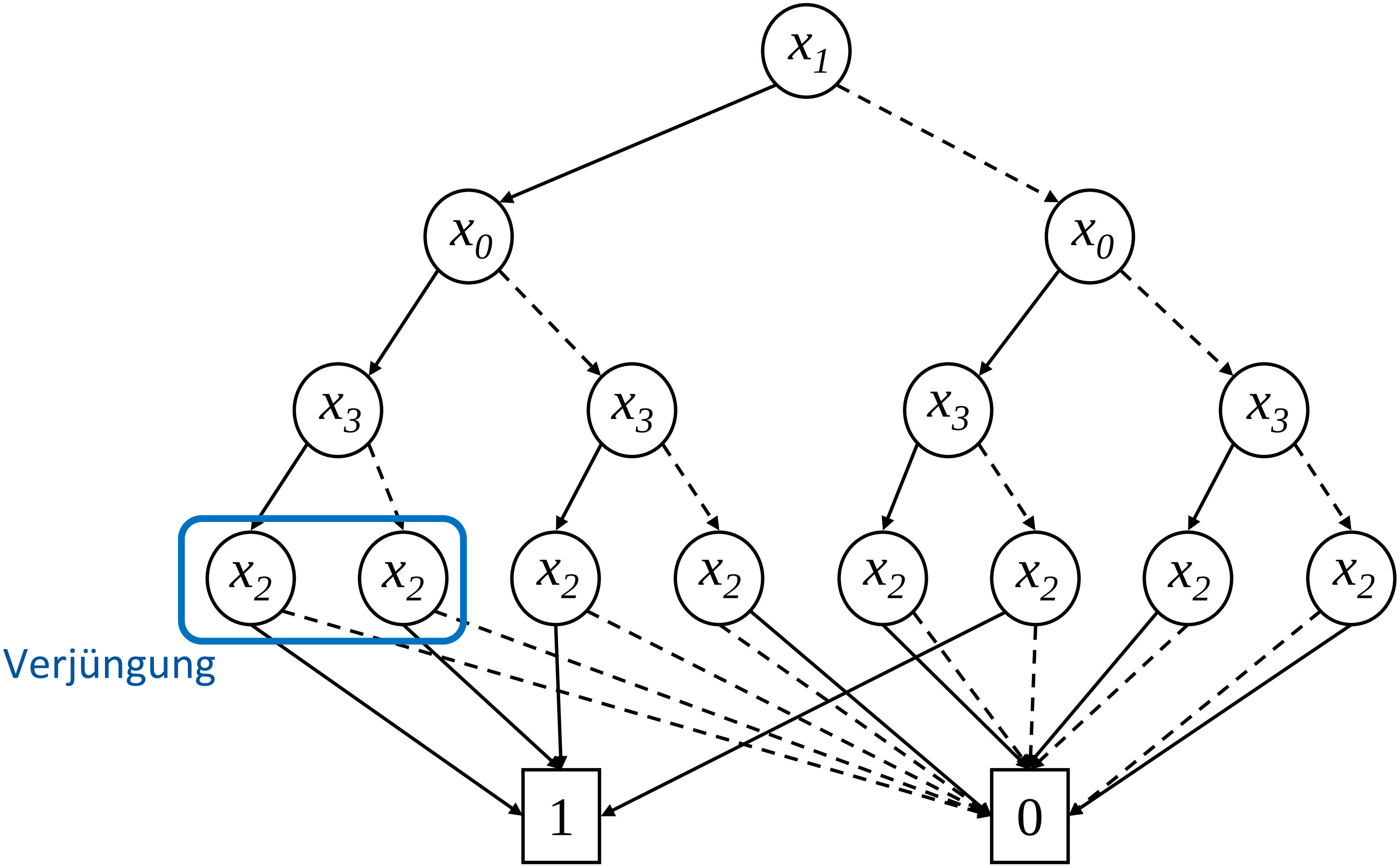
$$f = x_3 x_2 x_1 + \overline{x_3} x_2 x_0$$

Beispiel für OBDD (Variablenordnung $x_1 < x_0 < x_3 < x_2$)

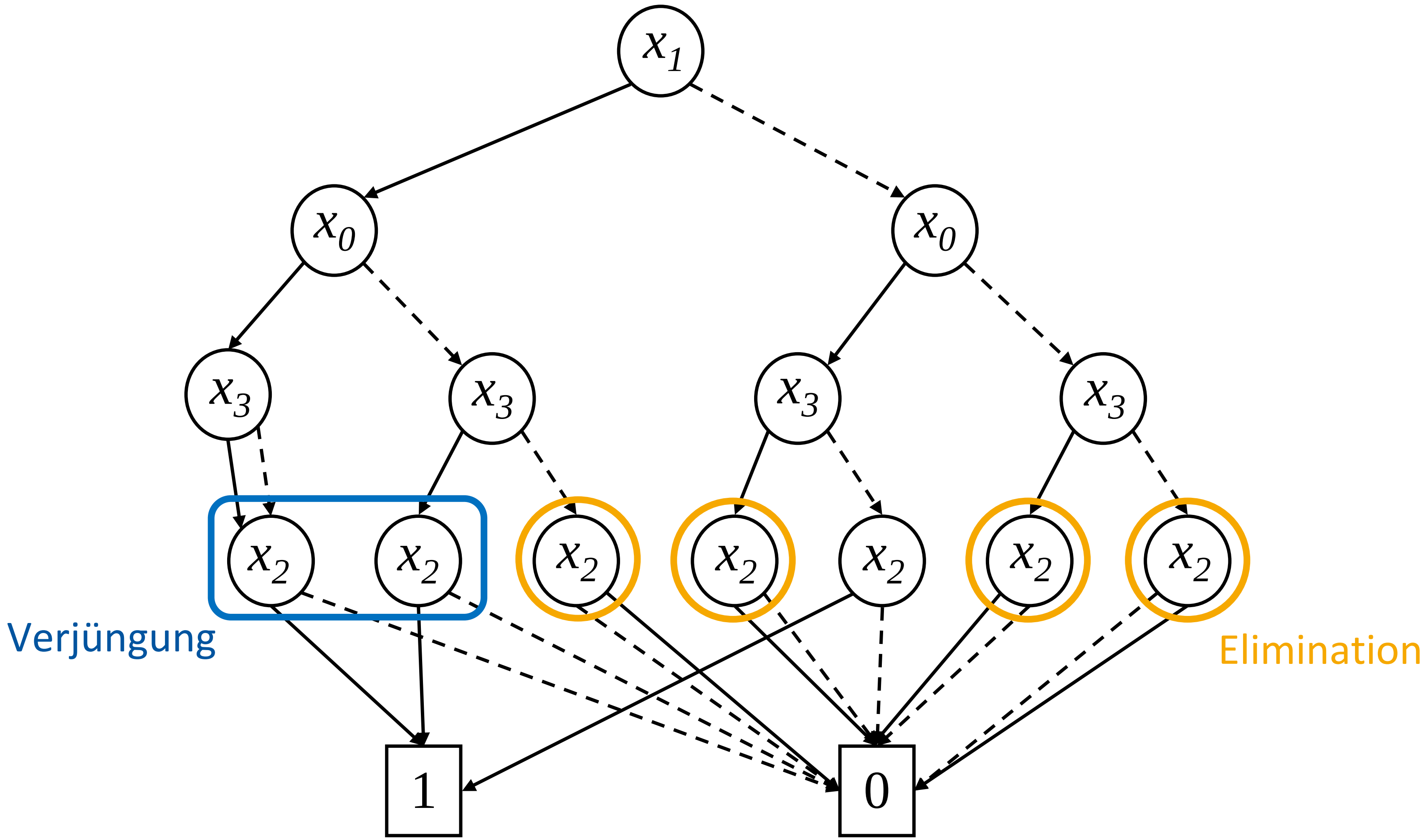
$$f(x_3, x_2, x_1, x_0) = x_3 x_2 x_1 x_0 + \overline{x_3} x_2 x_1 x_0 + x_3 x_2 x_1 \overline{x_0} + \overline{x_3} x_2 \overline{x_1} x_0$$



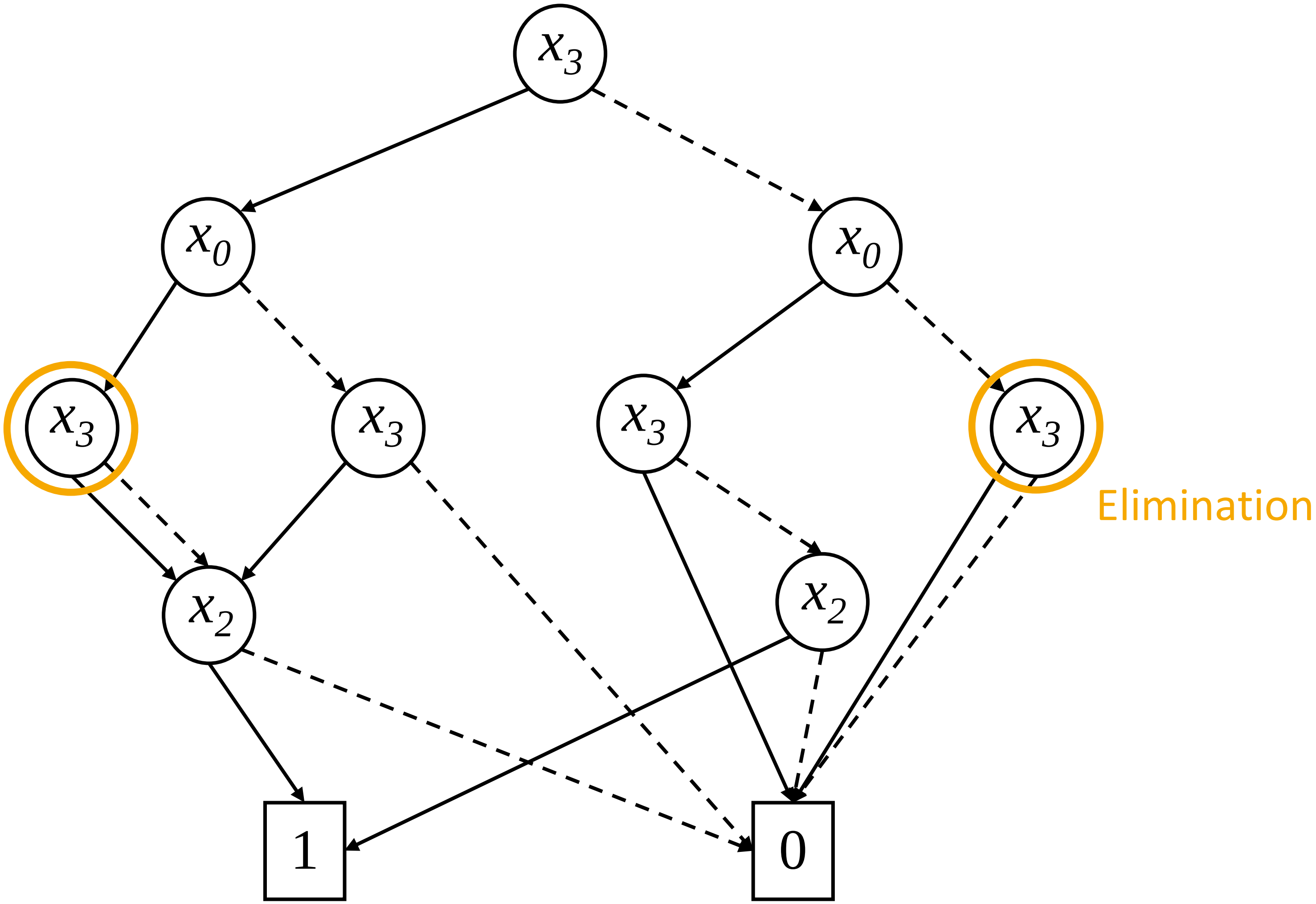
Beispiel für OBDD
Schritt 1



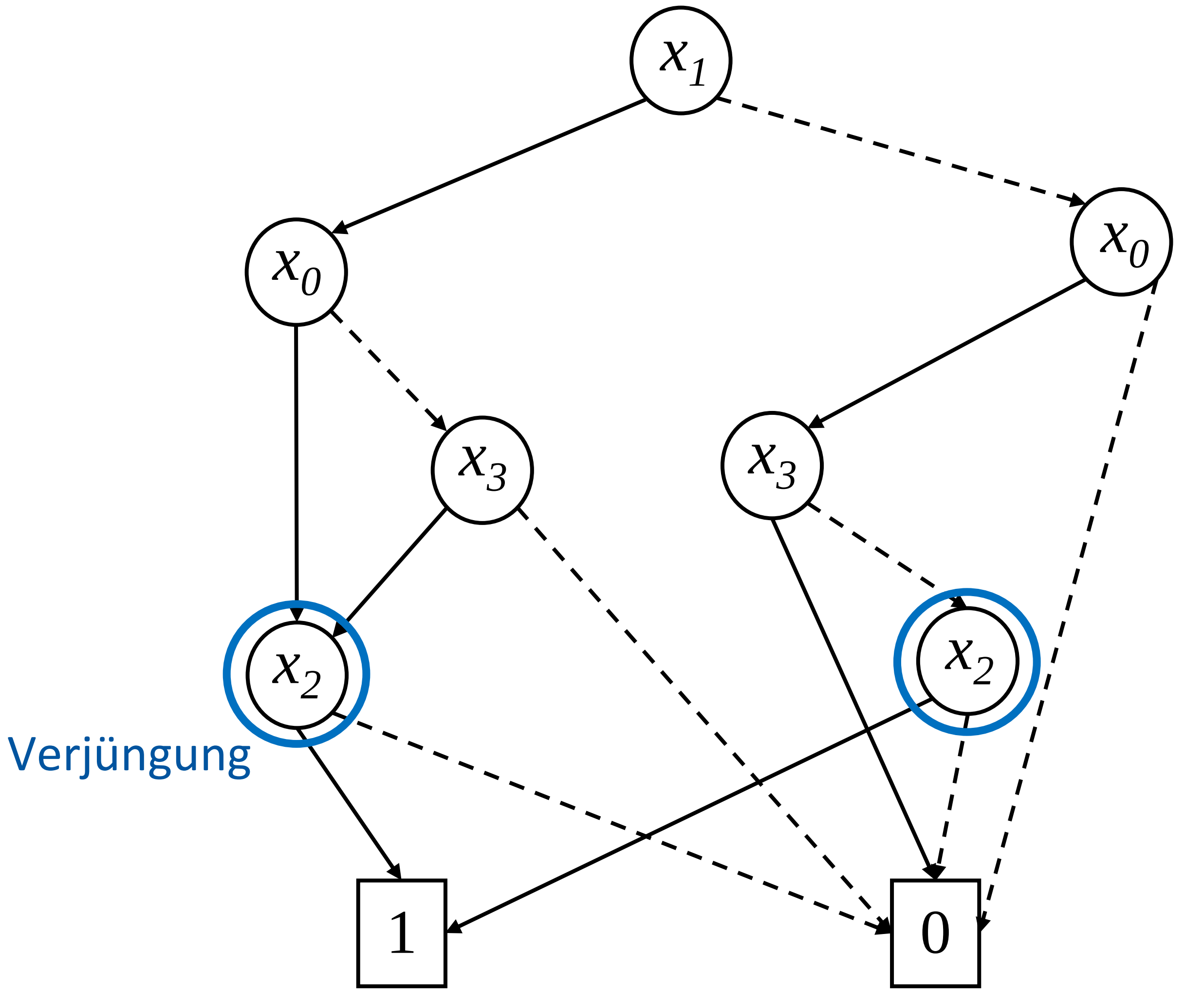
Beispiel für OBDD
Schritt 2



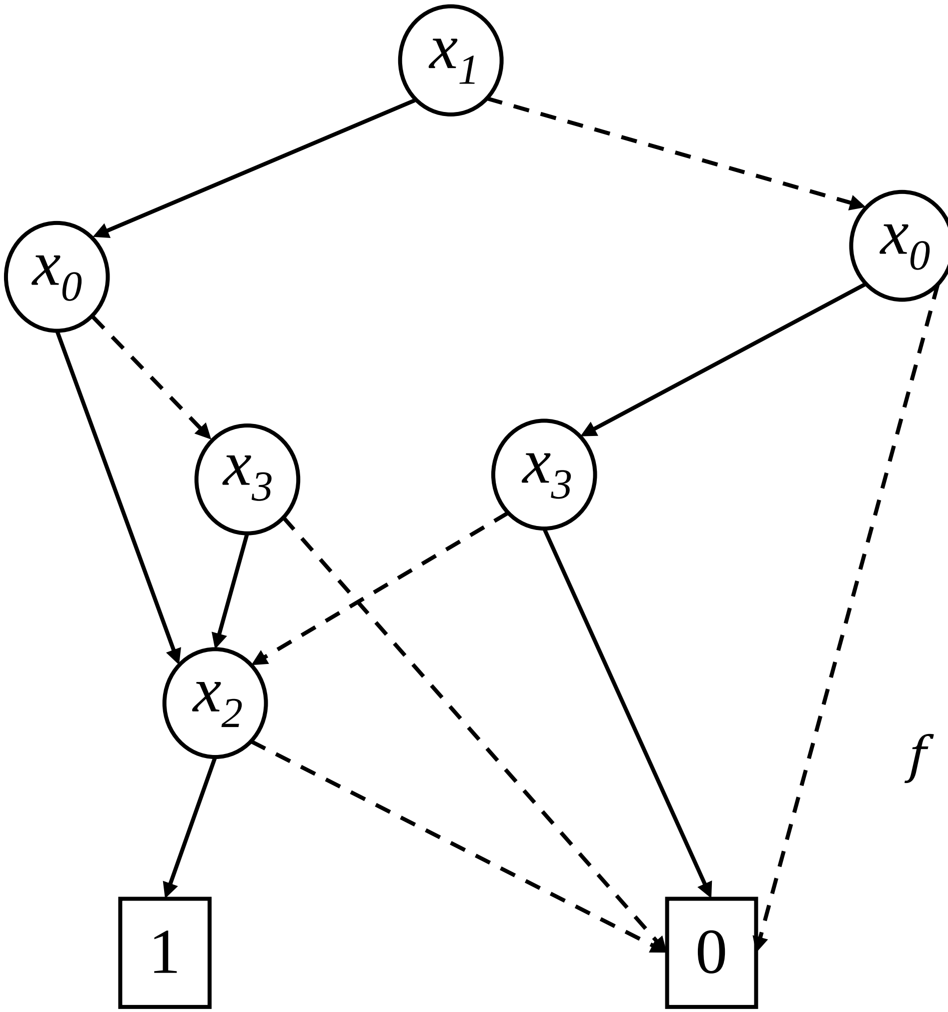
Beispiel für OBDD
Schritt 3



Beispiel für OBDD
Schritt 4



Reduziertes OBDD (Variablenordnung $x_1 < x_0 < x_3 < x_2$)



➡ Nicht weiter reduzierbar!

$$f = x_2 x_1 x_0 + x_3 x_2 x_1 \overline{x_0} + \overline{x_3} x_2 \overline{x_1} x_0$$

Vergleich zu Quine-McCluskey

Verfahren	Resultat
Quine-McCluskey	$f = x_3 x_2 x_1 + \overline{x_3} x_2 x_0$
OBDD (Variablenordnung $x_3 < x_2 < x_1 < x_0$)	$f = x_3 x_2 x_1 + \overline{x_3} x_2 x_0$
OBDD (Variablenordnung $x_1 < x_0 < x_3 < x_2$)	$f = x_2 x_1 x_0 + x_3 x_2 x_1 \overline{x_0} + \overline{x_3} x_2 \overline{x_1} x_0$

➡ Variablenordnung bei OBDDs relevant!

Zusammenfassung

- Warum minimieren?
  - Reduzierung von Eingangsvariablen und Schaltkreiselementen
  - Suche nach der optimalen Realisierung

- In diesem Kapitel vorgestellt:

Definitionen	Verfahren
• Minimalpolynom • (Prim- / Kern-) Implikant	• Karnaugh-Veitch • Quine-McCluskey • (Reduzierte) OBDDs

Informatik 11
Embedded Software

RWTH AACHEN UNIVERSITY