有向无环图

一个无环的有向图称为有向无环图（directed acycline graph），简称DAG图

拓扑排序（Topological Sort）

由某个集合上的一个偏序得到该集合上的一个全序，这个操作称之为拓扑排序；（并不唯一）

- 若集合X上的关系R是自反的、反对称的和传递的，则称R是集合X上的偏序关系
- 设R是集合X上的偏序（Partial Order），如果对每个x,y∈X必有xRy或yRx，则称R是集合X上的全序关系

用顶点表示活动，用弧表示活动间的优先关系的有向图称为顶点表示活动的网（Activity On Vertex Network），简称AOV网

拓扑排序的步骤

- 在有向图中选一个没有前驱的顶点且输出
- 从图中删除该顶点和所有以它为尾的弧
- 重复上述步骤，直至全部顶点均已经输出，或者当前图中不存在无前驱的顶点为止

关键路径

与AOV网对应的是AOE（Activity On Edge）网即边表示活动的网

AOE网是一个带权的有向无环图，其中顶点表示事件（Event），弧表示活动，权表示活动持续的事件；通常AOE网用来估算工程的完成时间

由于整个工程只有一个开始点和一个完成点，故在正常的情况（无环）下，网中只有一个入度为零的点（称作源点）和一个出度为零的点（称作汇点）

待研究的问题

- 完成整项工程至少需要多少时间
- 那些活动是影响工程进程的关键

关键路径（Critical Path）

由于在AOE网中有些活动可以并行地进行，所以完成工程的最短时间是从开始点到完成点的最长路径的长度；路径长度最长的路径叫做关键路径

关键活动

- 从v1到vi的最长路径长度叫做事件vi的最早发生时间e(i)
- 在不推迟整个工程完成的情况下，活动ai最迟必须开始进行的时间叫做最迟开始时间l(i)
- 两者之差l(i) - e(i)意味着完成活动ai的时间余量

我们把l(i)=e(i)的活动叫做关键活动

显然，关键路径上所有的活动都是关键活动，因此提前完成非关键活动并不能加快工程的进度

求关键路径

- 应该求得时间的最早时间ve(j)和最迟发生时间vl(j)
- 如果活动ai由弧<j,k>表示，其持续时间记为dut(<j,k>)

则有如下关系

- e(i) = ve(j)
- l(i) = vl(k) - dut(<j,k>)

1. 求ve(j)；从ve(0) = 0开始往前推

- ve(j) = MAX{ve(i) + dut(<i,j>)}
- <i.j> ∈ T，j = 1,2,...,n-1

2. 求vl(j)；从vl(n-1) = ve(n-1)起向后递推

- vl(i) = MIN{vl(j) - dut(<i,j>)}
- <i,j> ∈ S，i = n-2,...,0
- S是所有以第i个顶点为尾的弧的集合

迪杰斯特拉（dijkstra）算法