

Dehnbare Stoffe

Justus Weyers & Milena Mensching, Team 4

2022-11-18

Versuch 1

Ziel

Überprüfung der Anwendbarkeit des Hooke'schen Modells auf ein Gummiband durch Bestimmung der Federkonstante

Materialien

- Stativ
- Gummiband
- Gewichte
- Maßband
- Haken
- Klebeband

Versuchsaufbau

- Aufstellung des Stativs, Befestigung am Tisch
- Befestigung des Hakens am Stativ
- Befestigung des Maßbandes am Stativ mit Hilfe von Klebeband
- Aufhängung des Gummibandes am Haken
- In das Gummiband werden die Gewichte gehängt

Durchführung

!Ruhezustand erklären! Die Gewichte werden gewogen und die Messunsicherheiten berechnet. Gewichte:

```
Gewichte <- read.csv("Gewichte.csv", sep=";", dec=",")
Gewichte[,c(1,2)]
```

```
##      i..Name Masse..g.
## 1      5g      4.8
## 2 10g (2x)     10.0
## 3    20g     19.8
## 4    50g     49.9
## 5 100g (2x)    99.5
## 6   200g    198.5
```

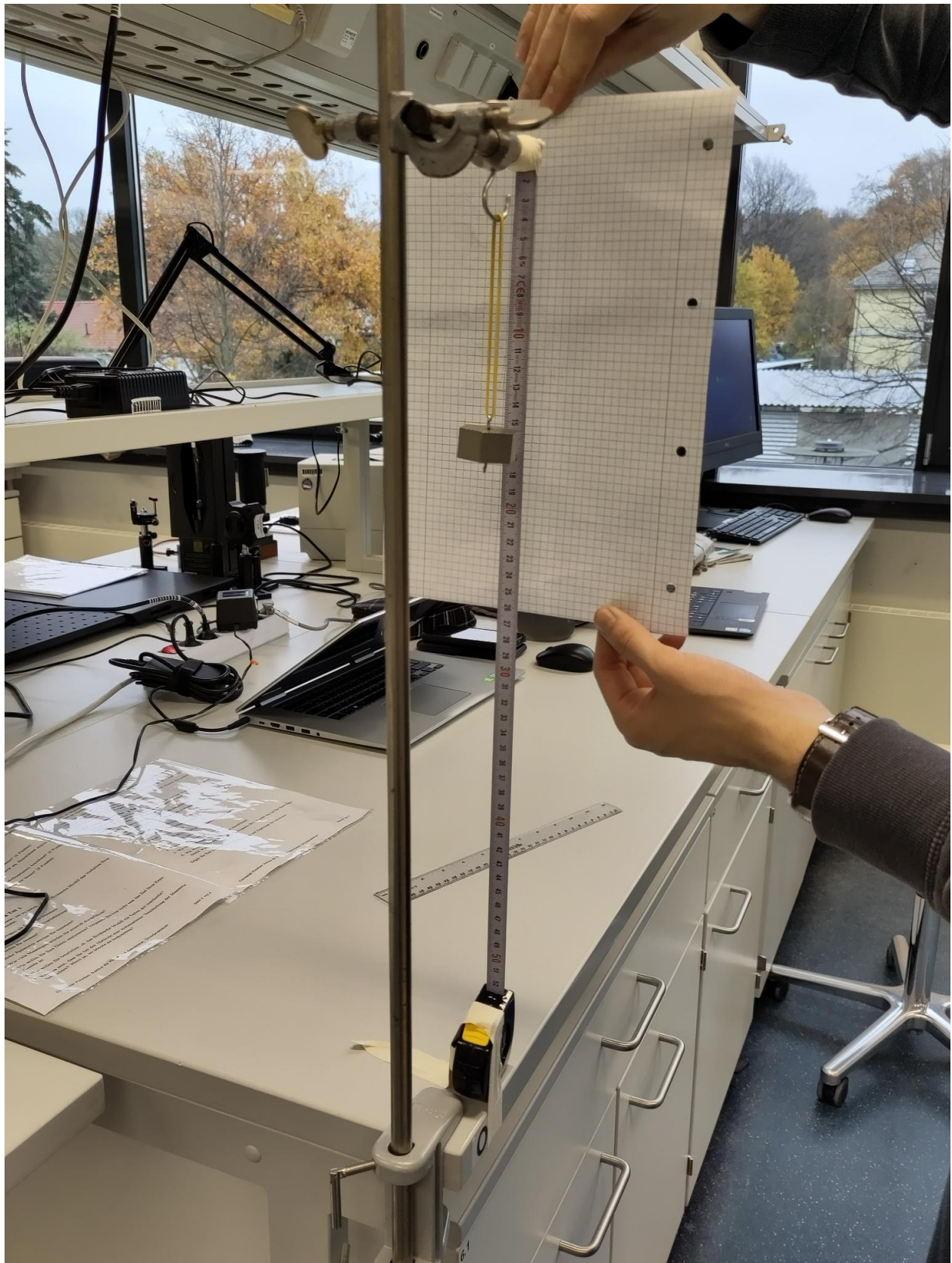


Figure 1: Versuchsaufbau 1

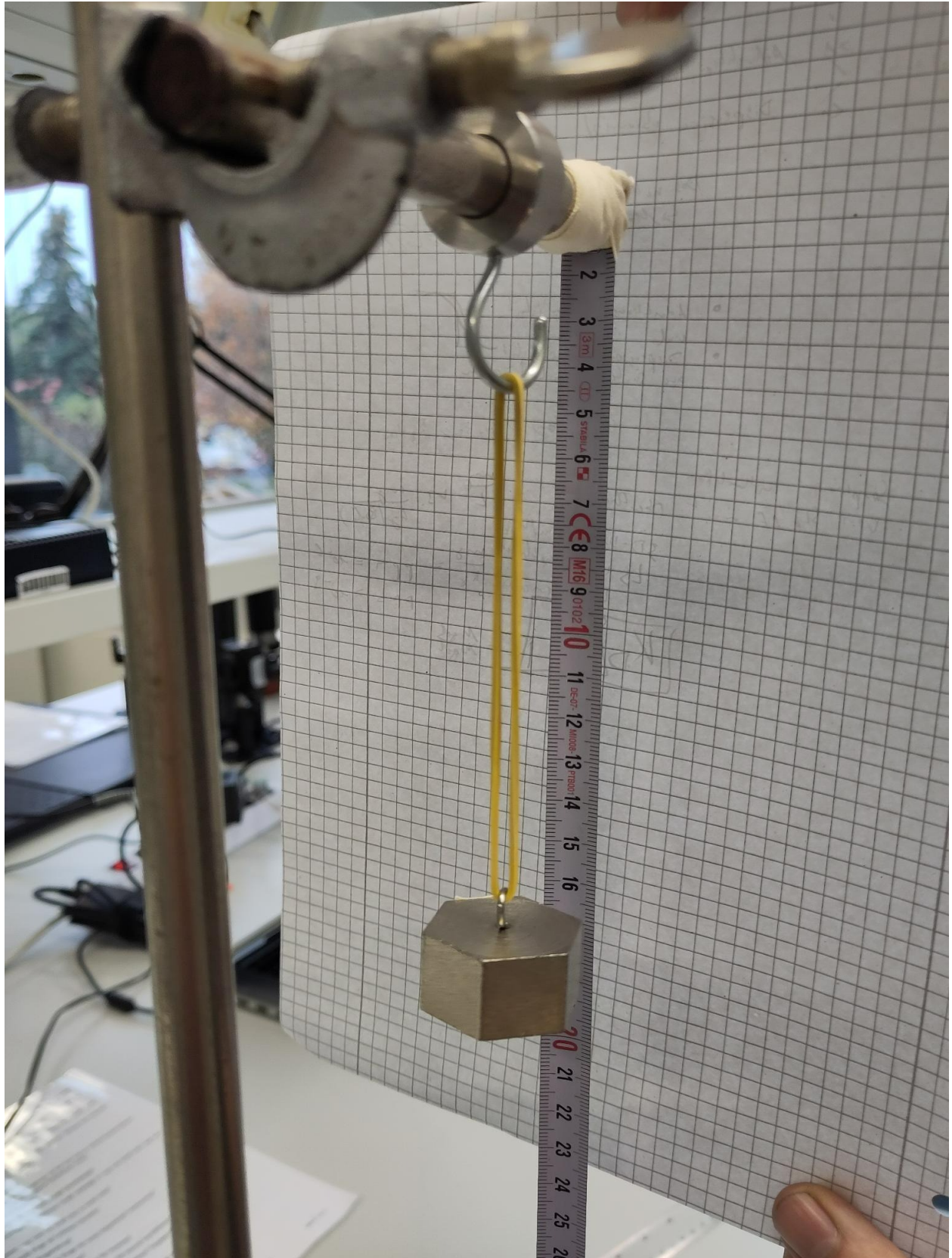


Figure 2: Versuchsaufbau 1, Nahansicht

Messunsicherheiten:

$$u_m = \frac{a}{2\sqrt{3}} = \frac{0,0001kg}{2\sqrt{3}} = 2,9 * 10^{-5}kg$$

Zunächst wird die Länge des Gummibandes ohne zusätzliches Gewicht gemessen. Die Länge betrug 11,2 cm. Diese Länge muss später von allen Messwerten abgezogen werden, um nur die Auslenkung aus dem Nullzustand als Datensatz aufzunehmen.

Danach werden nacheinander verschiedene Gewichte an das Gummiband gehängt und die entsprechende Auslenkung gemessen. Unsere Gruppe entschied sich zunächst dafür, eine Messreihe mit Intervallen von 5g durchzuführen. Nach den ersten 20 Messungen (100g) entschieden wir uns dafür, die Intervalle auf 10g zu erhöhen, da wir zunächst den Aufwand unterschätzten und Daten mit einem Abstand von 10g immer noch zur Beurteilung der Federkonstante ausreichen.

Die Auslenkung wird am Maßband abgelesen (Messskala in mm). Dies bedeutet eine Ungenauigkeit der Skala von:

$$u_{Skala} = \frac{a}{2\sqrt{6}} = \frac{0,001m}{2\sqrt{6}} = 2,0 * 10^{-4}m$$

Fehlerquellen

Bei den Fehlerquellen ist zunächst der **personenbezogene Ablesefehler** zu erwähnen. Diesen versuchten wir weitestgehend zu eliminieren, indem nur eine Person eine vollständige Datenreihe aufnahm.

Eine weitere Fehlerquelle kann die **Zeitabhängigkeit der Auslenkung** sein. Ein Gummiband kann nach einer gewissen Zeit mehr nachgeben, als bei der direkten Messung. Wir haben uns bemüht, die Messungen sehr direkt und ohne Verzug vorzunehmen. Die Zeitabhängigkeit haben wir jedoch nicht näher untersucht.

Besonders wichtig ist zu erwähnen, dass die Länge x_0 am Anfang und am Ende nicht übereinstimmten (11,2cm am Anfang zu 11,6cm am Ende). Dies ist auf die **konstante Dehnung des Gummibandes** zurückzuführen und wurde ebenfalls bei der Messung vernachlässigt.

Messung

Mittels Excel werden die Daten aufgenommen und als csv-Datei exportiert. An dieser Stelle können die erhobenen Messwerte zum Zwecke der Interpretation aus dieser csv-Datei eingelesen und aufgeführt werden.

```
Messreihe <- read.csv("Messreihe.csv", sep=";", dec=",")
colnames(Messreihe)=c("Gewicht", "Auslenkung1", "Auslenkung2", "x_Haken", "x_0_End")
Messreihe[,c(1,2)]
```

##	Gewicht	Auslenkung1
## 1	0	11.2
## 2	5	13.0
## 3	10	13.3
## 4	15	13.5
## 5	20	13.6
## 6	25	13.8
## 7	30	13.8
## 8	35	13.9
## 9	40	14.0
## 10	45	14.1
## 11	50	14.0

## 12	55	14.1
## 13	60	14.2
## 14	65	14.3
## 15	70	14.4
## 16	75	14.5
## 17	80	14.5
## 18	85	14.6
## 19	90	14.6
## 20	95	14.7
## 21	100	14.8
## 22	110	15.1
## 23	120	15.3
## 24	130	15.4
## 25	140	15.6
## 26	150	15.8
## 27	160	16.0
## 28	170	16.4
## 29	180	16.6
## 30	190	16.9
## 31	200	17.3
## 32	210	17.5
## 33	220	17.8
## 34	230	18.2
## 35	240	18.5
## 36	250	18.9
## 37	260	19.3
## 38	270	19.8
## 39	280	20.0
## 40	290	20.3
## 41	300	20.9
## 42	310	21.2
## 43	320	21.5
## 44	330	22.0
## 45	340	22.3
## 46	350	22.7
## 47	360	23.0
## 48	370	23.3
## 49	380	23.6
## 50	390	23.9
## 51	400	24.5
## 52	410	24.7
## 53	420	25.0
## 54	430	25.2
## 55	440	25.5
## 56	450	25.7
## 57	460	26.1
## 58	470	26.2
## 59	480	26.5
## 60	490	26.8

Interpretation

Berechnung der Gewichts- und Zugkraft

Zur Interpretation der Messergebnisse wird die Anfangshöhe des Gummibandes x_0 , diese beträgt $11,2\text{cm}$, von den anderen Messwerten subtrahiert, siehe entsprechenden Messwert für ein Gewicht von 0g . Zudem werden die Einheiten in die SI-Einheiten umgerechnet, um den Einheitenbezug korrekt zu halten.

Im Anschluss wird die Kraft $F_{G,i}$ in Newton berechnet, die für das Gewicht m_i auf das Gummiband wirkt. Im Folgenden wird, wenn die Unterscheidung zwischen Gewichts- und Zugkraft aufgrund des gleichen Betrages im zu untersuchenden Ruhezustand unsinnig ist, von einer sematischen Unterscheidung von F_G und F_{Zug} abgesehen und stattdessen verallgemeinernd von der wirkenden Kraft F gesprochen.

Im Anschluss wird ein Kraft-Auslenkung Schaubild erstellt.

Wird F gegen x_i aufgetragen, ergibt sich optisch ab einer Auslenkung von 5cm ein etwa linearer Zusammenhang. Im Bereich zwischen einer Auslenkung von 0cm und 5cm kann das Ausdehnungsverhalten des Gummibandes unter einer Gewichtsbelastung nicht als linear und somit nicht durch eine Federkonstante beschrieben werden.

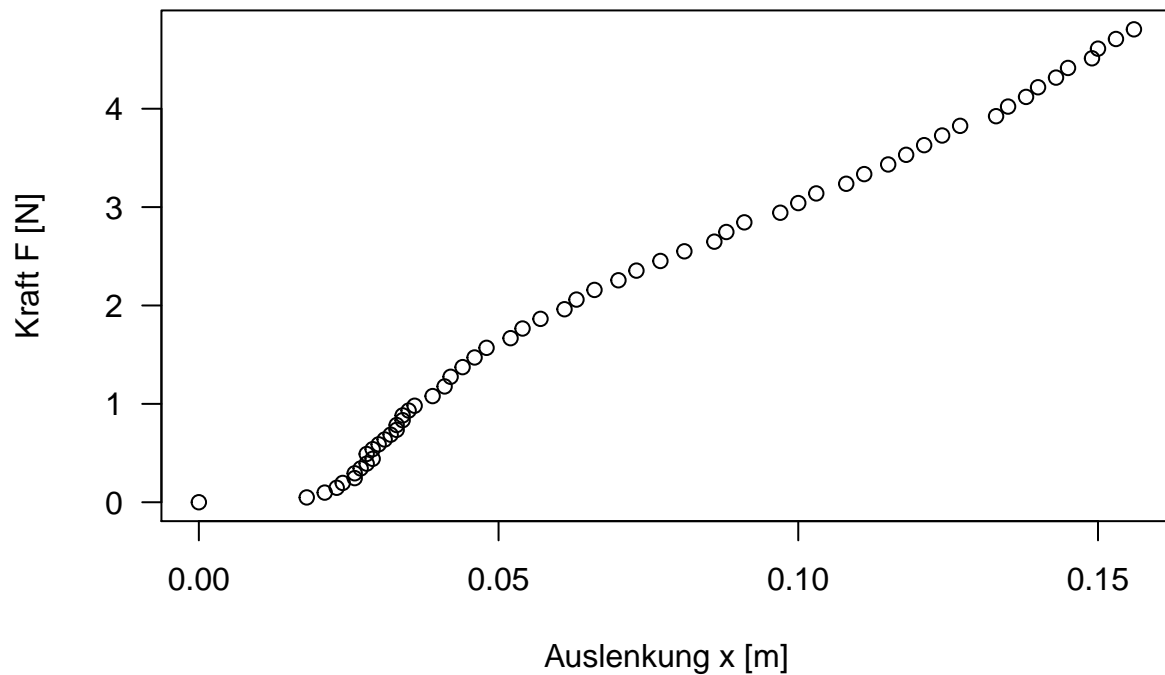
```
# Nullwerte(x_0 = 11,2cm) abziehen
Messreihe$Auslenkung1_x0 <- Messreihe$Auslenkung1 - 11.2

# Einheitenbezug
Messreihe$Gewicht_kg <- Messreihe$Gewicht/1000 #g -> kg
Messreihe$Auslenkung1_x0_m <- Messreihe$Auslenkung1_x0/100 #cm -> m

# ERDBESCHLEUNIGUNG
g = 9.81 #m/s^2

# Berechnung von F_G
Messreihe$Kraft <- Messreihe$Gewicht_kg * g #N

# Testplot
plot(x=Messreihe$Auslenkung1_x0_m, y=Messreihe$Kraft, #,
     xlab="Auslenkung x [m]",
     ylab="Kraft F [N]",
     las = 1
    )
```



Berechnung der Federkonstanten

Da die Gewichtskraft $F_G = m \cdot g$ und die Zugkraft des Gummibandes $F_{Zug} = x \cdot D$ im Ruhezustand im Gleichgewicht zueinander stehen, gilt folgende Formel:

$$F_G = m \cdot g = D \cdot x = F_{Zug}$$

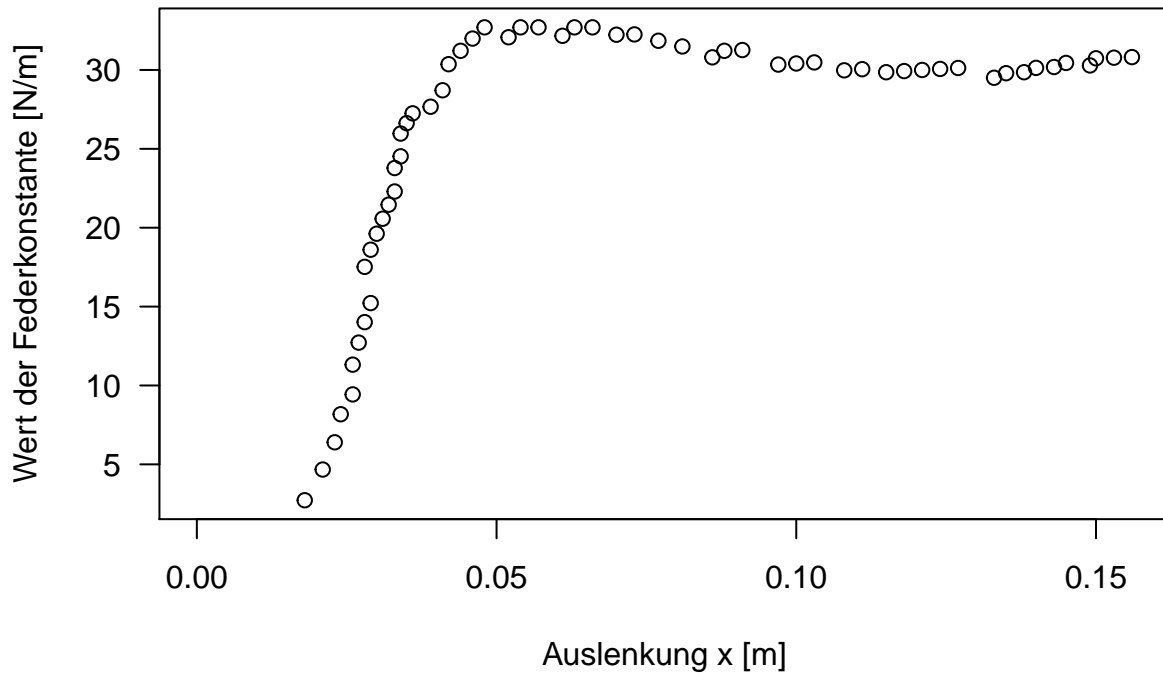
Mit: * D : Federkonstante * m : Masse des Gewichtes, * x : Auslenkung, * g : Erdbeschleunigung ($9,81 \frac{m}{s^2}$).

Daraus ergibt sich für die Federkonstante D :

$$D = \frac{m \cdot g}{x}$$

Wird diese für jede Auslenkung x_i berechnet und über diese aufgetragen ergibt sich folgendes Schaubild:

```
Messreihe$Federkonstante <- Messreihe$Gewicht_kg*g/Messreihe$Auslenkung1_x0_m
plot(x=Messreihe$Auslenkung1_x0_m, y=Messreihe$Federkonstante,
     xlab="Auslenkung x [m]",
     ylab="Wert der Federkonstante [N/m]",
     las = 1
     )
```



Auch hier wird auf optische Weise ersichtlich, dass es erst ab einer Auslenkung von ca. 5cm sinnvoll ist von einer Federkonstanten zu sprechen.

Die Unsicherheit der Federkonstanten u_D ergibt sich gemäß der Gausschen-Fehlerfortpflanzung aus folgender Formel:

$$u_D = \sqrt{\left(\frac{\partial D}{\partial m} * u_m\right)^2 + \left(\frac{\partial D}{\partial x} * u_x\right)^2} \quad (1)$$

$$u_D = \sqrt{\left(\frac{g}{x} * u_m\right)^2 + \left(-\frac{m * g}{x^2} * u_x\right)^2}$$

Dabei berechnet sich die Unsicherheit der Masse u_m aus der bereits im Teil *Durchführung* festgestellten Skalengenauigkeit und der Geräteungenauigkeit. Die Unsicherheit der Auslenkung besteht aus der ebenfalls dort festgestellten Skalengenauigkeit.

```
# BAUSTELLE: Hier fehlt noch die Geräteungenauigkeit der Waage
u_m = 2.9*10**(-5) #kg
# Auslenkungsungenauigkeit
u_x = 2.0*10**(-4) #m

# Berechnung der Messunsicherheit der Federkonstanten
u_D_funktion <- function(x,m){
  sqrt(((g/x)*u_m)**2+((-m*g/x**2)*u_x)**2)
}

Messreihe$u_Federkonstante <- u_D_funktion(x=Messreihe$Auslenkung1_x0_m, m=Messreihe$Gewicht_kg)
```


Interpretation

Versuch 2

Ziel

Untersuchung der Fragestellung, ob sich der Zusammenhang zwischen Kraft und Auslenkung verändert, wenn man die Angriffskraft auf einen Strang des Gummibandes anstatt auf zwei verteilt.

Eine Hypothese ist, dass die Auslenkung bei gleicher Gewichtskraft doppelt so hoch ist, weil die Kraft auf nur einen Strang wirkt.

Materialien

- Stativ
- Gummiband
- Gewichte
- Maßband
- Haken
- Klebeband
- Schere

Versuchsaufbau

- Analog zu Versuch 1, aber das Gummiband wurde vorher mit einer Schere zerschnitten und durch geknotete Schlaufen an Haken und Gewicht befestigt.

Durchführung

Analog zu Versuch 1. Wir haben uns dafür entschieden bis zur Marke von 100g in 5g - Intervallen und danach in 10g - Schritten zu messen, um die Daten mit den Daten aus der ersten Versuchsreihe gut vergleichen können. Da das Band allerdings viel stärker durch das Anbringen von Gewicht gedehnt wurde, konnten wir ab 360g keine Messung mehr durchführen, da die Gewichte durch ihre Länge anfangen am Tisch aufzuliegen und so die Normalkraft die Gewichtskraft verfälscht hätte. Stattdessen haben wir den aus platztechnisch noch gut messbaren Wert für 400g genommen und den Rest der Tabelle nicht ausgefüllt. x_0 lag bei uns in diesem Fall bei 15,8cm.

Messung

Auswertung

Interpretation

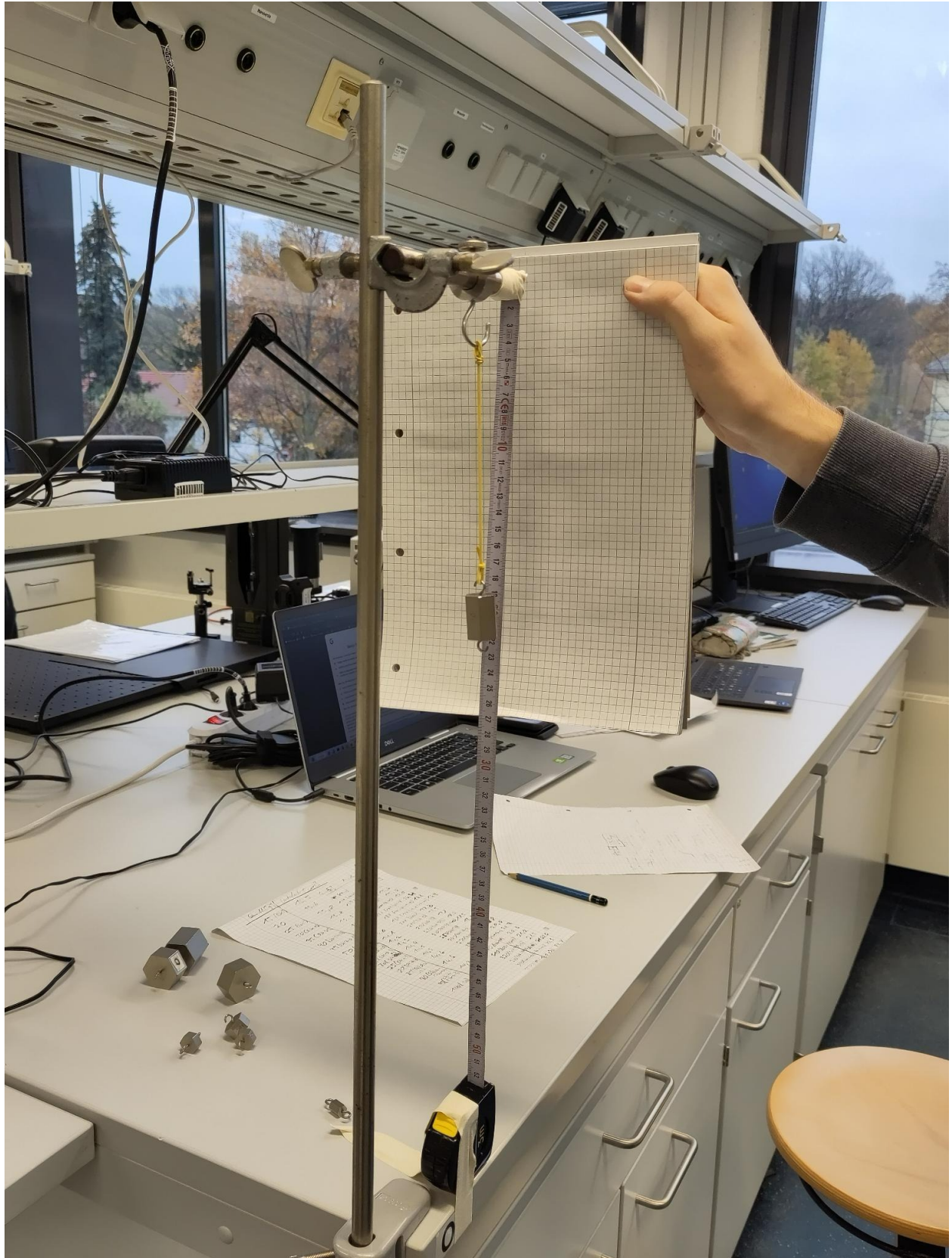


Figure 3: Versuchsaufbau 2

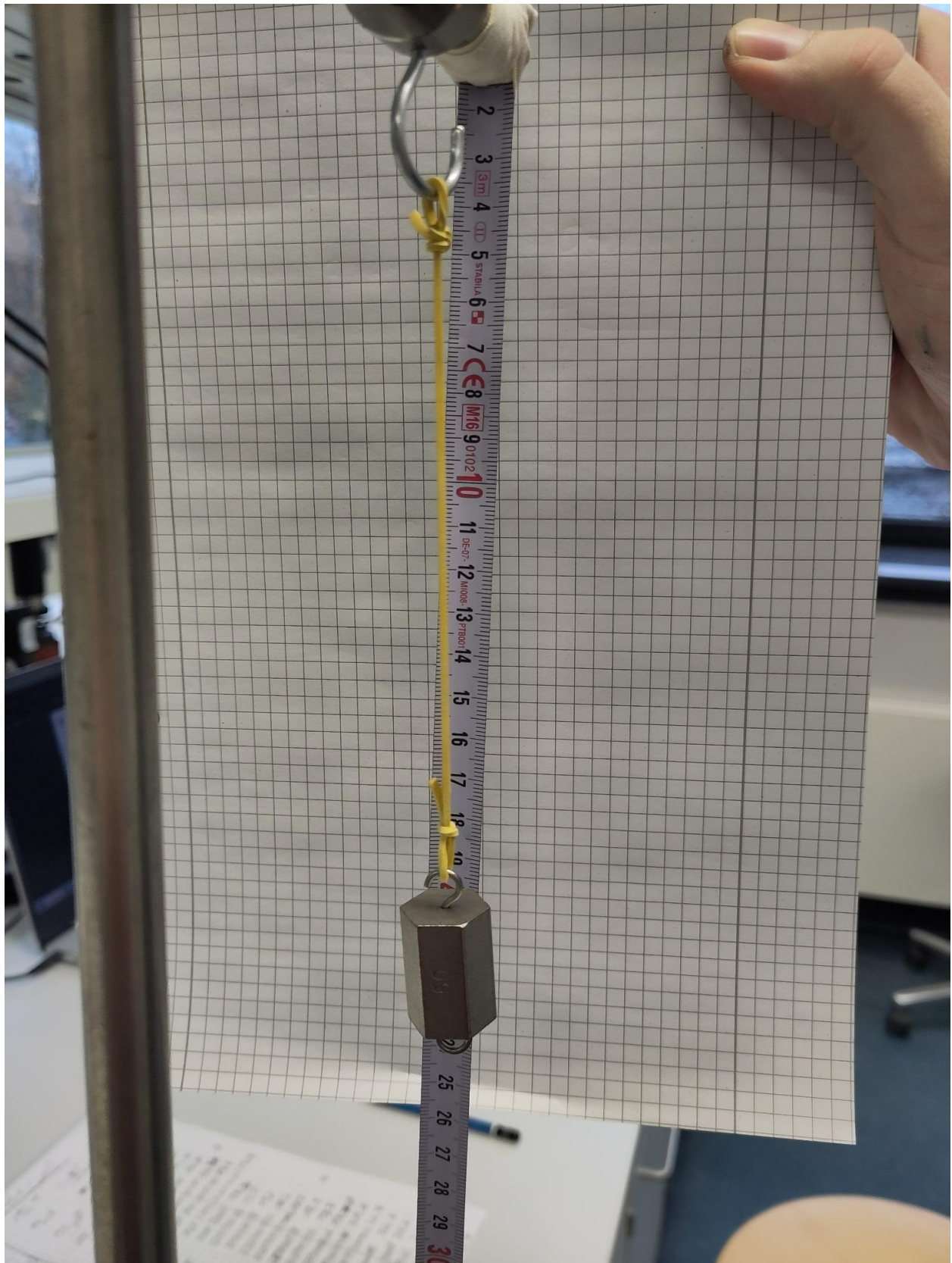


Figure 4: Versuchsaufbau 2, Nahansicht