

Widerstandsmessungen

Milena Mensching, Justus Weyers

2023-01-05

Experiment

Thema

Bestimmung von Widerständen auf direkte und indirekte Weise. Dazu werden die Beträge der zwei zu untersuchenden Widerstände durch ablesen der Farbcodes, durch Widerstandsmessungen mit einem Multimeter und in einem Schaltkreis ermittelt.

Material

- Zwei Multimeter
- Breadboard
- Jumperwire, Bananenstecker und Krokodilklemmen
- Netzgerät
- Zwei Widerstände unbekannter Größe

Auslesen der Widerstandsfarbcodes

Als erste Methode zur Bestimmung des Widerstandes werden die Bauteilspezifikationen auf dem Widerstand selbst abgelesen.

Die Farbreihenfolge auf dem ersten Widerstand ist *Braun, Schwarz, Schwarz, Gelb, Braun*. Dementsprechend kodiert der im Folgenden als R_1 bezeichnete Widerstand für $R_1 = (100 \cdot 10^4 \pm 1\%) \Omega \Leftrightarrow R_1 = (1,00 \pm 0,01) M\Omega$.

Der zweite, R_2 genannte Widerstand ist als Widerstand von 1Ω gekennzeichnet. Aus Datenblättern im Internet geht hervor, dass auch dieser eine Toleranz von $\pm 1\%$ aufweist (<https://de.rs-online.com/web/p/durchsteckwiderstaende/1249328>). Dies bedeutet einen Widerstand von $R_2 = (1,00 \pm 0,01) \Omega$ für dieses Bauteil.

Direkte Messung

Messungen der Widerstände mit dem Multimeter liefert Werte von:

- $R_1 = 1,005 M\Omega$
- $R_2 = 1,0 \Omega$

Messunsicherheiten der direkten Messung

Die Messunsicherheit der direkten Messung ergibt sich aus der Messunsicherheit der digitalen Skala

$$u_{Skala} = \frac{a}{2\sqrt{3}}$$
$$1. \text{Widerstand} : u_1 = \frac{0,001 M\Omega}{2\sqrt{3}} \approx \pm 0,00029 M\Omega$$
$$2. \text{Widerstand} : u_2 = \frac{0,1 \Omega}{2\sqrt{3}} \approx \pm 0,029 \Omega$$

```
0.001/(2*sqrt(3)) #Unsicherheit 1
```

```
## [1] 0.0002886751
```

```
0.1/(2*sqrt(3)) #Unsicherheit 2
```

```
## [1] 0.02886751
```

Indirekte Widerstandsmessung

Die indirekte Bestimmung der Widerstände in einem Stromkreis erfolgt in zwei Varianten. Diese unterscheiden sich in der Art des Schaltungsaufbaus. In Abbildung ... ist der Unterschied zwischen den Varianten a) und b) erkennlich.

In Variante a) wird das Voltmeter parallel zum Widerstand geschaltet, in Variante b) parallel zur Spannungsquelle.

Aufbau (a)

Mithilfe der Kabel und des Breadboards wurde folgender Stromkreis aufgebaut:

Folgende Werte wurden gemessen:

- Widerstand 1 (Messung bei 5,0V)
 - Spannung: 5,04V
 - 5,4 μA
- Widerstand 2 (Messung bei 0,6V)
 - Spannung: 0,15 V
 - 150,3 mA

Messunsicherheiten

Die Messunsicherheiten von Spannung und Strom ergeben sich aus der Messunsicherheit der digitalen Skala

$$u_{Skala} = \frac{a}{2 * \sqrt{3}}$$

1.Widerstand :

$$\text{Spannung : } u_{U1a} = \frac{0,01V}{2 * \sqrt{3}} \approx \pm 0,0029V$$

$$\text{Strom : } u_{I1a} = \frac{0,1\mu A}{2 * \sqrt{3}} \approx \pm 0,029\mu A$$

2.Widerstand :

$$\text{Spannung : } u_{U2a} = \frac{0,01V}{2 * \sqrt{3}} \approx \pm 0,0029V$$

$$\text{Strom : } u_{I2a} = \frac{0,1mA}{2 * \sqrt{3}} \approx \pm 0,029mA$$

```
0.01/(2*sqrt(3)) #Unsicherheit Spannung 1,2
```

```
## [1] 0.002886751
```

```
0.1/(2*sqrt(3)) #Unsicherheit Strom 1,2
```

```
## [1] 0.02886751
```

Folglich liegen die gemessenen Größen bei:

- $U1a = (5,0400 \pm 0,0029)V$
- $I1a = (5,400 \pm 0,029)\mu A$
- $U2a = (0,1500 \pm 0,0029)V$
- $I2a = (150,300 \pm 0,029)mA$

Berechnung der Widerstände

Es gilt das Ohmsche Gesetz:

$$U = I \cdot R \Leftrightarrow R = \frac{U}{I}$$

R =Widerstand

U = Spannung

I = Strom

Für die Widerstände ergeben sich somit für Aufbau (a) Bestwerte von:

$$1.Widerstand : R = \frac{U}{I} = \frac{5,0400V}{5,4\mu A} \approx 933333,3\Omega$$

$$2.Widerstand : R = \frac{U}{I} = \frac{0,1500V}{150,3mA} \approx 0,998004\Omega$$

```
(5.04/(5.4*10**-6)) #Widerstand 1
```

```
## [1] 933333.3
```

```
(0.15/(150.3*10**-3)) #Widerstand 2
```

```
## [1] 0.998004
```

Messunsicherheiten

Die Messunsicherheit für die indirekt bestimmten Widerstände ergibt sich mit folgender Formel:

$$u_R = \sqrt{\left(\frac{\partial R}{\partial U} \cdot u_U\right)^2 + \left(\frac{\partial R}{\partial I} \cdot u_I\right)^2}$$

$$u_R = \sqrt{\left(\frac{1}{I} \cdot u_U\right)^2 + \left(\frac{-U}{I^2} \cdot u_I\right)^2}$$

$$1. \text{Widerstand} : u_{R1a} = \sqrt{\left(\frac{1}{5,4\mu A} \cdot 0,0029V\right)^2 + \left(\frac{-5,04V}{5,4\mu A^2} \cdot 0,029\mu A\right)^2} \approx \pm 5000\Omega$$

$$2. \text{Widerstand} : u_{R2a} = \sqrt{\left(\frac{1}{150,300mA} \cdot 0,0029V\right)^2 + \left(\frac{-0,1500V}{150,300mA^2} \cdot 0,029mA\right)^2} \approx \pm 0,019\Omega$$

```
sqrt(((1/(5.4*10**-6))*0.0029)**2+(5.04/((5.4*10**-6)**2)*0.029*10**-6)**2) #Unsicherheit Widerstand 1
```

```
## [1] 5041.033
```

```
sqrt(((1/(150.3*10**-3))*0.0029)**2+(0.15/((150.3*10**-3)**2)*0.029*10**-3)**2) #Unsicherheit Widerstand 2
```

```
## [1] 0.0192957
```

Die Widerstände für den Aufbau (a) ergeben sich somit insgesamt zu:

- $R1a = (93000 \pm 5000)\Omega$
- $R2a = (0,998 \pm 0,019)\Omega$

Aufbau (b)

Anschließend wurde der Schaltkreis entsprechend umgebaut:

Folgende Werte wurden gemessen:

- Widerstand 1 (Messung bei 5,0V)
 - Spannung: 5,03V
 - Strom: 5,0 μA
- Widerstand 2 (Messung bei 0,8V)
 - Spannung: 0,4 V
 - Strom: 101,8 mA

Messunsicherheiten

Die Messunsicherheiten von Spannung und Strom sind identisch zu denen im Aufbau (a). Folglich liegen die gemessenen Größen bei:

- $U_{1b} = (5,0300 \pm 0,0029)V$
- $I_{1b} = (5,000 \pm 0,029)\mu A$
- $U_{2b} = (0,4000 \pm 0,0029)V$
- $I_{2b} = (101,800 \pm 0,029)mA$

Berechnung der Widerstände

Es gilt das Ohmsche Gesetz:

$$U = I \cdot R \Leftrightarrow R = \frac{U}{I}$$

R = Widerstand

U = Spannung

I = Strom

Für die Widerstände ergeben sich somit für Aufbau (b) Bestwerte von:

$$1. \text{Widerstand} : R = \frac{U}{I} = \frac{5,0300V}{5,000\mu A} \approx 1006000\Omega$$

$$2. \text{Widerstand} : R = \frac{U}{I} = \frac{0,4000V}{101,800mA} \approx 3,929273\Omega$$

```
(5.03/(5*10**-6)) #Widerstand 1
```

```
## [1] 1006000
```

```
(0.4/(101.8*10**-3)) #Widerstand 2
```

```
## [1] 3.929273
```

Messunsicherheiten

Die Messunsicherheit für die indirekt bestimmten Widerstände ergibt sich mit folgender Formel:

$$u_R = \sqrt{\left(\frac{\partial R}{\partial U} \cdot u_U\right)^2 + \left(\frac{\partial R}{\partial I} \cdot u_I\right)^2}$$

$$u_R = \sqrt{\left(\frac{1}{I} \cdot u_U\right)^2 + \left(\frac{-U}{I^2} \cdot u_I\right)^2}$$

$$1. \text{Widerstand} : u_{R1b} = \sqrt{\left(\frac{1}{5,000\mu A} \cdot 0,0029V\right)^2 + \left(\frac{-5,0300V}{5,000\mu A^2} \cdot 0,029\mu A\right)^2} \approx \pm 5900\Omega$$

$$2. \text{Widerstand} : u_{R2b} = \sqrt{\left(\frac{1}{101,800mA} \cdot 0,0029V\right)^2 + \left(\frac{0,4000V}{101,800mA^2} \cdot 0,029mA\right)^2} \approx \pm 0,029\Omega$$

```
sqrt(((1/(5*10**-6))*0.0029)**2+(5.03/((5*10**-6)**2)*0.029*10**-6)**2) #Unsicherheit Widerstand 1
```

```
## [1] 5863.556
```

```
sqrt(((1/(101.8*10**-3))*0.0029)**2+(0.4/((101.8*10**-3)**2)*0.029*10**-3)**2) #Unsicherheit Widerstand
```

```
## [1] 0.02850921
```

Die Widerstände für den Aufbau (b) ergeben sich somit insgesamt zu:

- $R1b = (1006000 \pm 5900)\Omega$
- $R2b = (3,929 \pm 0,029)\Omega$