

Aufgabe 1

Die Periodendauer eines Pendels wird gemessen. Ihr Wert wird mit $(10,0 \pm 0,1)$ s angegeben. Wie groß ist die relative Messunsicherheit?

$$u_{rel} = \frac{u_x}{x}$$
$$\Rightarrow \left| \frac{\pm 0,1s}{10,0s} \right| = 0,01$$

Aufgabe 2:

Es wurde eine Geschwindigkeit von 6 km/h mit einer relativen Unsicherheit von 1 % gemessen. Wie groß ist die absolute Messunsicherheit?

$$u_x = u_{rel} * x \Rightarrow \pm 0,01 * 6 \frac{km}{h} = \pm 0,06 \frac{km}{h}$$

Aufgabe 3:

Ein analoger Spannungsmesser hat die Güteklasse 2 (d.h. die Messunsicherheit beträgt 2 % des Messbereichs-Endwertes). Wie groß ist die relative Messunsicherheit der Anzeige, wenn im 10 V – Messbereich 2,00 V abgelesen werden?

Das Gerät entspricht der Güteklasse 2. Daraus folgt, dass die Messunsicherheit bei einem Vollausschlag von 10 V bei $\pm 0,2$ V liegt.

$$u_{rel} = \frac{u_x}{x} \Rightarrow \left| \frac{\pm 0,2V}{2V} \right| = 0,1$$

Aufgabe 4:

Sie wiegen in der Küche mit einer digitalen elektronischen Waage dessen kleinste Schrittweite (auch Auflösung genannt) 0,1 g beträgt einen Apfel. Der Apfel wiegt laut Anzeige 120,0 g. Wie groß ist die gesamte Messunsicherheit der Messung, wenn der Gerätehersteller eine Gerätemessunsicherheit von 1% v. Messwert + 2 dgt angibt?

Berechnung von u_{skala} . Der tatsächliche Wert kann zwischen 119,95 und 120,05 ($a=0,1g$) liegen. Daraus folgt für u_{skala} :

$$u_{skala} = \frac{a}{2\sqrt{3}} \Rightarrow \frac{0,1g}{2\sqrt{3}} = \pm 0,058g$$

Aus der Aufgabe folgt für $u_{Gerät}$:

$$u_{Gerät} = 0,01 * 120g + 2[dgt.] = \pm 1,4g$$

Die gesamte Messunsicherheit ergibt sich dann mit:

$$u_{(gesamt)} = \sqrt{u_{skala}^2 + u_{Gerät}^2} \Rightarrow \sqrt{(\pm 0,058g)^2 + 1,4^2} = \pm 1,4g$$

Aufgabe 5:

Eine Spannung wurde gleichzeitig mit zwei baugleichen Analog-Multimetern (AMM) genau einmal gemessen: Messbereich: 200 mV, Garantiefehlergrenze: $\pm (0.5\% \text{ v. Messwert.} + 0.1\% \text{ v. Messbereich})$; Messwert 1 (AMM1): 22.0 mV, Messwert 2 (AMM2): 22.5 mV. Geben Sie die beiden Messergebnisse zusammen mit der Standardmessunsicherheit in korrekter Schreibweise an.

AMM 1:

Fehler 0,5% vom Messwert: $u_{\text{Messwert}} = 0,005 * 22,0\text{mV} = \pm 0,11\text{mV}$

Fehler 0,1% vom Messbereich: $u_{\text{Messbereich}} = 0,001 * 200\text{mV} = \pm 0,20\text{mV}$

Messunsicherheit AMM1: $u_{\text{Gerät}} = \sqrt{u_{\text{Messwert}}^2 + u_{\text{Messbereich}}^2} = \pm 0,23\text{mV}$

Fehler der Ableseskala: $u_{\text{Skala}} = \frac{a}{2\sqrt{6}} \Rightarrow \frac{0,1\text{m}}{2\sqrt{6}} = \pm 0,020\text{mV}$

Gesamtfehler: $u_{\text{Skala}} = \sqrt{u_{\text{Skala}}^2 + u_{\text{Messwert}}^2 + u_{\text{Messbereich}}^2}$
 $\Rightarrow \sqrt{(\pm 0,020)^2 + (\pm 0,11)^2 + (\pm 0,20)^2}\text{mV} = \pm 0,23\text{mV}$

Messergebnis 1: $u_{x1} = (22,00 \pm 0,23)\text{mV}$

AMM 2:

Fehler 0,5% vom Messwert: $u_{\text{Messwert}} = 0,005 * 22,5\text{mV} = \pm 0,1125\text{mV} \approx \pm 0,11\text{mV}$

Fehler 0,1% vom Messbereich: $u_{\text{Messbereich}} = 0,001 * 200\text{mV} = \pm 0,20\text{mV}$

Messunsicherheit AMM2: $u_{\text{Gerät}} = \sqrt{u_{\text{Messwert}}^2 + u_{\text{Messbereich}}^2} = \pm 0,23\text{mV}$

Fehler der Ableseskala: $u_{\text{Skala}} = \frac{a}{2\sqrt{6}} \Rightarrow \frac{0,1\text{mV}}{2\sqrt{6}} = \pm 0,020\text{mV}$

Gesamtfehler: $u_{\text{Gesamt}} = \sqrt{u_{\text{Skala}}^2 + u_{\text{Messwert}}^2 + u_{\text{Messbereich}}^2}$
 $\Rightarrow \sqrt{(\pm 0,020)^2 + (\pm 0,11)^2 + (\pm 0,20)^2}\text{mV} = \pm 0,23\text{mV}$

Messergebnis 2: $u_{x2} = (22,50 \pm 0,23)\text{mV}$

Aufgabe 6:

Nehmen Sie nun an, Sie ändern den Messbereich des Multimeters und damit die Garantiefehlergrenze des Multimeters auf $\pm(0,2\% \text{ v. Messwert.} + 0,02\% \text{ vom Messbereich})$ für den Messbereich von 2 V. Es wird erneut gemessen - neuer Wert: 20 mV (wobei im 2V Messbereich, die kleinste ablesbare Skalenstrich ist 10mV). Ändert sich die Messunsicherheit des Messgerätes? Wie ändert sich die Messunsicherheit der Ableseskala?

AMM 1:

Fehler 0,5% vom Messwert: $u_{\text{Messwert}} = 0,002 * 20\text{mV} = \pm 0,04\text{mV}$

Fehler 0,1% vom Messbereich: $u_{\text{Messbereich}} = 0,0002 * 2000\text{mV} = \pm 0,4\text{mV}$

Fehler der Ableseskala: $u_{\text{Skala}} = \frac{a}{2\sqrt{6}} \Rightarrow \frac{10\text{mV}}{2\sqrt{6}} = \pm 2,0\text{mV}$

Messunsicherheit des Gerätes: $u_{\text{Gerät}} = \sqrt{u_{\text{Messwert}}^2 + u_{\text{Messbereich}}^2}$
 $\Rightarrow \sqrt{(\pm 0,04)^2 + (\pm 0,4)^2}\text{mV} = \pm 0,4\text{mV}$

Der Betrag der Messunsicherheit des Multimeters verdoppelt sich mit ($\pm 0,4\text{mV}$ im Vergleich zu den Gerätmessunsicherheiten aus Aufgabe 5 ($\pm 0,23\text{mV}$)).

Der Fehler der Ableseskala steigt in diesem Vergleich hingegen um zwei Größenordnungen von $\pm 0,020\text{mV}$ auf $\pm 2,0\text{mV}$.

Aufgabe 7:

Die Temperatur eines Kühlschranks wurde mehrmals gemessen. Es wurde diese Messreihe aufgenommen:

T (°C)	7,6	7,8	8,2	7,7	7,8	8,3	8,0
--------	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

Geben Sie den Bestwert für T zusammen mit der Messunsicherheit (Typ A) in korrekter Schreibweise an.

Mittelwert: $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i = 7,9143^\circ\text{C}$

Standardabweichung: $\sigma = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} = \pm 0,2610^\circ\text{C}$

Standardabweichung des Mittelwertes: $\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \pm 0,0986^\circ\text{C}$

Student T-Faktor: 1,08

Vertrauensabweichung: $\varepsilon_{\bar{x}} = t * \sigma_{\bar{x}} = \pm 0,1065^\circ\text{C} \approx \pm 0,11^\circ\text{C}$

Messunsicherheit: $u_x = (7,91 \pm 0,11)^\circ\text{C}$

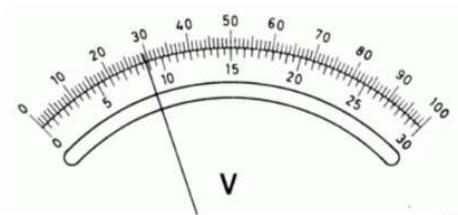
Aufgabe 8:

Geben Sie die folgenden Messergebnisse korrekt an:

Inkorrekt:	Hoffentlich korrekt:
$a = (9,82 \pm 0,02385) \text{ m/s}^2$	$a = (9,820 \pm 0,024) \text{ m/s}^2$
$Q = (0,1562 \cdot 10^{-15} \pm 689,76 \cdot 10^{-19}) \text{ C}$	$Q = (0,1560 \cdot 10^{-15} \pm 690 \cdot 10^{-19}) \text{ C}$
$v = (199\,798\,673,67 \pm 7\,245,981\,32) \text{ m/s}$	$v = (199\,798\,700 \pm 7\,200) \text{ m/s}$
$\lambda = (885,589 \cdot 10^{-11} \pm 0,004\,985 \cdot 10^{-8}) \text{ m}$	$\lambda = (0,8856 \cdot 10^{-8} \pm 0,0050 \cdot 10^{-8}) \text{ m}$
$U = 1,81 \text{ kV}, u(U) = 1693 \text{ mV}$	$U = (1810,0 \pm 1,7) \text{ V}$

9. Lesen Sie die folgenden Messgrößen so gut wie möglich ab und geben Sie sie korrekt an! **(15 Punkte)**

A



[1]

Eingestellter Messbereich 10 V

B



C

