

Widerstandsmessungen

Milena Mensching, Justus Weyers

2023-01-05

Experiment

Thema

Bestimmung von Widerständen auf direkte und indirekte Weise

Material

- 2 Multimeter
- Breadboard
- Kabel
- Netzgerät

Auslesung der Widerstände

Die Farbreihenfolge auf dem ersten Widerstand ist:

Braun, Schwarz, Schwarz, Gelb, Braun

Dementsprechend kodiert der Widerstand für

$$R = (100 \cdot 10^4 \pm 1\%) \Omega \Leftrightarrow R = (1 \pm 0.01) M\Omega$$

Der zweite Widerstand ist als Widerstand von 1Ω gekennzeichnet

Direkte Messung

Messen der zwei Widerstände liefert Werte von:

$$1. \text{Widerstand} : R = 1,005 M\Omega$$

$$2. \text{Widerstand} : R = 1,0\Omega$$

Messunsicherheiten

Die Messunsicherheit der direkten Messung ergibt sich aus der Messunsicherheit der digitalen Skala

$$u_{Skala} = \frac{a}{2 * \sqrt{3}}$$

$$1. \text{Widerstand} : u_1 = \frac{0,001 M\Omega}{2 * \sqrt{3}} \approx \pm 0,00029 M\Omega$$

$$2. \text{Widerstand} : u_2 = \frac{0,1 \Omega}{2 * \sqrt{3}} \approx \pm 0,029 \Omega$$

```
0.001/(2*sqrt(3)) #Unsicherheit 1
```

```
## [1] 0.0002886751
```

```
0.1/(2*sqrt(3)) #Unsicherheit 2
```

```
## [1] 0.02886751
```

Indirekte Messungen

Aufbau (a)

Mithilfe der Kabel und des Breadboards wurde folgender Stromkreis aufgebaut:

Folgende Werte wurden gemessen:

- Widerstand 1 (Messung bei 5,0V)
 - Spannung: 5,04V
 - 5,4 μ A
- Widerstand 2 (Messung bei 0,6V)
 - Spannung: 0,15 V
 - 150,3 mA

Messunsicherheiten

Die Messunsicherheiten von Spannung und Strom ergeben sich aus der Messunsicherheit der digitalen Skala

$$u_{Skala} = \frac{a}{2 * \sqrt{3}}$$

1. Widerstand :

$$\text{Spannung} : u_{U1a} = \frac{0,01V}{2 * \sqrt{3}} \approx \pm 0,0029V$$

$$\text{Strom} : u_{I1a} = \frac{0,1\mu A}{2 * \sqrt{3}} \approx \pm 0,029\mu A$$

2. Widerstand :

$$\text{Spannung} : u_{U2a} = \frac{0,01V}{2 * \sqrt{3}} \approx \pm 0,0029V$$

$$\text{Strom} : u_{I2a} = \frac{0,1mA}{2 * \sqrt{3}} \approx \pm 0,029mA$$

```
0.01/(2*sqrt(3)) #Unsicherheit Spannung 1,2
```

```
## [1] 0.002886751
```

```
0.1/(2*sqrt(3)) #Unsicherheit Strom 1,2
```

```
## [1] 0.02886751
```

Folglich liegen die gemessenen Größen bei:

- $U_{1a} = (5,0400 \pm 0,0029)V$
- $I_{1a} = (5,400 \pm 0,029)\mu A$
- $U_{2a} = (0,1500 \pm 0,0029)V$
- $I_{2a} = (150,300 \pm 0,029)mA$

Berechnung der Widerstände

Es gilt das Ohmsche Gesetz:

$$U = I \cdot R \Leftrightarrow R = \frac{U}{I}$$

R = Widerstand

U = Spannung

I = Strom

Für die Widerstände ergeben sich somit für Aufbau (a) Bestwerte von:

$$1. \text{Widerstand} : R = \frac{U}{I} = \frac{5,0400V}{5,4\mu A} \approx 933333,3\Omega$$

$$2. \text{Widerstand} : R = \frac{U}{I} = \frac{0,1500V}{150,3mA} \approx 0,998004\Omega$$

```
(5.04/(5.4*10**-6)) #Widerstand 1
```

```
## [1] 933333.3
```

```
(0.15/(150.3*10**-3)) #Widerstand 2
```

```
## [1] 0.998004
```

Messunsicherheiten

Die Messunsicherheit für die indirekt bestimmten Widerstände ergibt sich mit folgender Formel:

$$u_R = \sqrt{\left(\frac{\partial R}{\partial U} \cdot u_U\right)^2 + \left(\frac{\partial R}{\partial I} \cdot u_I\right)^2}$$

$$u_R = \sqrt{\left(\frac{1}{I} \cdot u_U\right)^2 + \left(\frac{-U}{I^2} \cdot u_I\right)^2}$$

$$1. \text{Widerstand} : u_{R1a} = \sqrt{\left(\frac{1}{5,4\mu A} \cdot 0,0029V\right)^2 + \left(\frac{-5,04V}{5,4\mu A^2} \cdot 0,029\mu A\right)^2} \approx \pm 5000\Omega$$

$$2. \text{Widerstand} : u_{R2a} = \sqrt{\left(\frac{1}{150,3mA} \cdot 0,0029V\right)^2 + \left(\frac{0,1500V}{150,3mA^2} \cdot 0,029mA\right)^2} \approx \pm 0,019\Omega$$

```
sqrt(((1/(5.4*10**-6))*0.0029)**2+(5.04/((5.4*10**-6)**2)*0.029*10**-6)**2) #Unsicherheit Widerstand 1
```

```
## [1] 5041.033
```

```
sqrt(((1/(150.3*10**-3))*0.0029)**2+(0.15/((150.3*10**-3)**2)*0.029*10**-3)**2) #Unsicherheit Widerstan
```

```
## [1] 0.0192957
```

Die Widerstände für den Aufbau (a) ergeben sich somit insgesamt zu:

- $R1a = (93000 \pm 5000)\Omega$
- $R2a = (0,998 \pm 0,019)\Omega$

Aufbau (b)

Anschließend wurde der Schaltkreis entsprechend umgebaut:

Folgende Werte wurden gemessen:

- Widerstand 1 (Messung bei 5,0V)
 - Spannung: 5,03V
 - Strom: 5,0 μA
- Widerstand 2 (Messung bei 0,8V)
 - Spannung: 0,4 V
 - Strom: 101,8 mA

Messunsicherheiten

Die Messunsicherheiten von Spannung und Strom sind identisch zu denen im Aufbau (a). Folglich liegen die gemessenen Größen bei:

- $U1b = (5,0300 \pm 0,0029)V$
- $I1b = (5,000 \pm 0,029)\mu A$
- $U2b = (0,4000 \pm 0,0029)V$
- $I2b = (101,800 \pm 0,029)mA$

Berechnung der Widerstände

Es gilt das Ohmsche Gesetz:

$$U = I \cdot R \Leftrightarrow R = \frac{U}{I}$$

R = Widerstand

U = Spannung

I = Strom

Für die Widerstände ergeben sich somit für Aufbau (b) Bestwerte von:

$$\begin{aligned} 1. \text{Widerstand} : R &= \frac{U}{I} = \frac{5,0300V}{5,000\mu A} \approx 1006000\Omega \\ 2. \text{Widerstand} : R &= \frac{U}{I} = \frac{0,4000V}{101,800mA} \approx 3,929273\Omega \end{aligned}$$

```
(5.03/(5*10**-6)) #Widerstand 1
```

```
## [1] 1006000
```

```
(0.4/(101.8*10**-3)) #Widerstand 2
```

```
## [1] 3.929273
```

Messunsicherheiten

Die Messunsicherheit für die indirekt bestimmten Widerstände ergibt sich mit folgender Formel:

$$u_R = \sqrt{\left(\frac{\partial R}{\partial U} \cdot u_U\right)^2 + \left(\frac{\partial R}{\partial I} \cdot u_I\right)^2}$$

$$u_R = \sqrt{\left(\frac{1}{I} \cdot u_U\right)^2 + \left(\frac{-U}{I^2} \cdot u_I\right)^2}$$

$$1. \text{Widerstand} : u_{R1b} = \sqrt{\left(\frac{1}{5,000\mu A} \cdot 0,0029V\right)^2 + \left(\frac{-5,0300V}{5,000\mu A^2} \cdot 0,029\mu A\right)^2} \approx \pm 5900\Omega$$

$$2. \text{Widerstand} : u_{R2b} = \sqrt{\left(\frac{1}{101,800mA} \cdot 0,0029V\right)^2 + \left(\frac{0,4000V}{101,800mA^2} \cdot 0,029mA\right)^2} \approx \pm 0,029\Omega$$

```
sqrt(((1/(5*10**-6))*0.0029)**2+(5.03/((5*10**-6)**2)*0.029*10**-6)**2) #Unsicherheit Widerstand 1
```

```
## [1] 5863.556
```

```
sqrt(((1/(101.8*10**-3))*0.0029)**2+(0.4/((101.8*10**-3)**2)*0.029*10**-3)**2) #Unsicherheit Widerstand
```

```
## [1] 0.02850921
```

Die Widerstände für den Aufbau (b) ergeben sich somit insgesamt zu:

- $R1b = (1006000 \pm 5900)\Omega$
- $R2b = (3,929 \pm 0,029)\Omega$