

Dehnbare Stoffe

Justus Weyers & Milena Mensching, Team 4

2022-11-24

Versuch 1

Ziel

Überprüfung der Anwendbarkeit des Hookeschen Modells auf ein Gummiband durch Bestimmung der Federkonstante

Materialien

- Stativ
- Gummiband
- Gewichte
- Maßband
- Haken
- Klebeband

Versuchsaufbau

- Aufstellung des Stativs, Befestigung am Tisch
- Befestigung des Hakens am Stativ
- Befestigung des Maßbandes am Stativ mit Hilfe von Klebeband
- Aufhängung des Gummibandes am Haken
- In das Gummiband aufgehängt werden die Gewichte daran aufgehängt

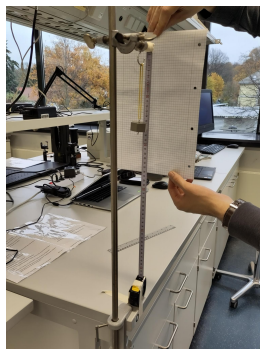


Abbildung 1: Versuchsaufbau 1

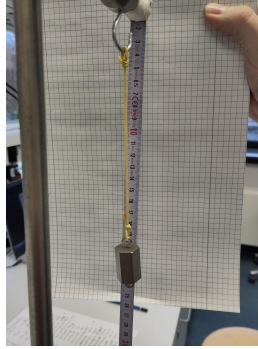


Abbildung 2: Versuchsaufbau 1, Nahansicht

Durchführung

Die Gewichte werden gewogen und die Messunsicherheiten berechnet. Die 10g und die 100g Gewichte lagen doppelt vor und waren jeweils gleich schwer. Sämtliche Gewichte stellten sich als zu leicht heraus. Nur die zwei 10g Gewichte wogen exakt 10,0g.

Tabelle 1: Verwendete Gewichte

| Nominalgewicht | Einzelmasse_g |
|----------------|---------------|
| 5g | 4.8 |
| 10g (2x) | 10.0 |
| 20g | 19.8 |
| 50g | 49.9 |
| 100g (2x) | 99.5 |
| 200g | 198.5 |

Die Gesamtmasse m_{ges} einer Gewichtskombination wird durch Addition der Teilmassen berechnet.

Die Geräteungenauigkeit berechnet sich zu: $u_{Gerät} = \sqrt{u_{Skala}^2 + u_{Waage}^2}$. Dabei ist u_{Skala} konstant bei $u_{Skala} = \frac{0,0001kg}{2\sqrt{3}} = 2,9 * 10^{-5}kg$. Für u_{Waage} wurde eine Messunsicherheit von 0,02g am Gerät abgelesen. Damit errechnet sich eine Geräteungenauigkeit von $u_{Gerät} = \sqrt{(2,9 * 10^{-5})^2 + (2 * 10^{-5})^2}kg = 3,5 * 10^{-5}kg$.

Für die Unsicherheit der aus n Gewichten kombinierten Masse M u_m gilt, da für alle Messungen dieselbe Waage benutzt wurde, der Zusammenhang:

$$u_m = \sum_{i=1}^n u_{m,i} = n * u_{Gerät}$$

Mit n : Anzahl der kombinierten Gewichte

```
# Skalenunsicherheit der Waage
u_Skala = (1*10**(-4))/(2*sqrt(3)) #kg
# Wagenunsicherheit
u_Waage = 0.02*10**(-3) # kg
# Geräteunsicherheit
u_Gerät = sqrt((u_Skala)^2+(u_Waage)^2)
# Massenunsicherheit
u_m = Gewichte*n_Gewichte*u_Gerät #kg
```

Zunächst wird die Länge des Gummibandes ohne zusätzliches Gewicht gemessen. Die Länge betrug 11,2 cm. Diese Länge muss später von allen Messwerten abgezogen werden, um nur die Auslenkung aus dem Nullzustand als Datensatz aufzunehmen.

Danach werden verschiedene Gewichte an das Gummiband gehängt und die entsprechende Elongation gemessen. Diese wird an der Unterkante des Gummibandes, sobald dieses nach dem Anbringen der Gewichte nicht mehr schwingt, abgelesen. Unsere Gruppe entschied sich zunächst dafür, eine Messreihe mit Intervallen von 5g durchzuführen. Nach den ersten 20 Messungen (bis 100g) entschieden wir uns dafür, die Intervalle auf 10g zu erhöhen, da wir zunächst den Aufwand unterschätzten und Daten mit einem Abstand von 10g immer noch zur Beurteilung der Federkonstante ausreichen.

Die Auslenkung wird am Maßband abgelesen (Messskala in mm). Dies bedeutet eine Ungenauigkeit der Elongation von:

$$u_x = \frac{a}{2\sqrt{6}} = \frac{0,001m}{2\sqrt{6}} = 2,0 * 10^{-4}m$$

```
# Auslenkungsungenauigkeit
u_x = 2.0*10**(-4) #m
```

Fehlerquellen

Bei den Fehlerquellen ist zunächst der **personenbezogene Ablesefehler** zu erwähnen. Diesen versuchten wir weitestgehend zu eliminieren, indem nur eine Person eine vollständige Datenreihe aufnahm.

Eine weitere Fehlerquelle kann die **Zeitabhängigkeit der Auslenkung** sein. Ein Gummiband kann nach einer gewissen Zeit mehr nachgeben, als bei der direkten Messung. Wir haben uns bemüht, die Messungen sehr direkt und ohne Verzug vorzunehmen. Die Zeitabhängigkeit haben wir jedoch nicht näher untersucht.

Besonders wichtig ist zu erwähnen, dass die Länge x_0 am Anfang und am Ende nicht übereinstimmten (11,2cm am Anfang zu 11,6cm am Ende). Dies ist auf die **konstante Dehnung des Gummibandes** zurückzuführen und wurde ebenfalls bei der Messung vernachlässigt.

Neben diesen Versuchsbezogenen Fehlerquellen sind Annahmen zu nennen, die das Hooksche Gesetz trifft. Diese können sich aber in der Realität anders darstellen. Dabei sind zu nennen:

- Vernachlässigung von Energieumwandlung (z.B.: durch Reibung, $W = F_s * s$)
- Lineare Kraft-Auslenkungs-Beziehung (Speziell im Falle des Gummibandes nur eingeschränkt anwendbar)
- Der Stoff soll dehnbar sein, die Elastizitätsgrenze darf jedoch nicht überschritten werden.
- Gleiches Verhalten bei und Dehnung und Entspannung der Feder/des Gummibandes

Messung

Mittels Excel werden die Daten aufgenommen und als csv-Datei exportiert. An dieser Stelle können die erhobenen Messwerte zum Zwecke der Interpretation aus dieser csv-Datei eingelesen werden. Die Werte sind auf der letzten Seite aufgeführt, zusammen mit errechneten Größen und zugehörigen Unsicherheiten.

```
# Einlesen der csv-Datei
Messreihe <- read.csv("Daten/Messreihe.csv", sep=";", dec = ",")

# Anbindung der bereits errechneten Unsicherheit der Masse
Messreihe <- cbind(Messreihe, u_m)

# Umbenennung der Spalten
colnames(Messreihe) <- c("n_Gewichte", "Sollwert_g", "Gewicht_g",
                        "Auslenkung1_cm", "Auslenkung2", "x_Haken",
                        "x_0_Ende", "u_m")
```

Auswertung und Interpretation

Berechnung der Gewichts- und Zugkraft

Zur Interpretation der Messergebnisse wird die Elongation x_i normiert, indem die Nullauslenkung, diese beträgt $11,2\text{cm}$ auf dem Maßband, von den anderen Messwerten subtrahiert wird, siehe entsprechenden Messwert für ein Gewicht von 0g im Abschnitt *Messwerte und errechnete Größen*.

Zudem wird, wie bei allen anderen Messgrößen auch, die Einheit in eine SI-Einheit umgerechnet, um den Einheitenbezug korrekt zu halten. In diesem Falle also in Meter.

Im Anschluss wird die Kraft $F_{G,i} = m_i * g$ in Newton berechnet, die für das Gewicht m_i auf das Gummiband wirkt. Die Erdbeschleunigung g wird auf $9,81\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ festgesetzt. Im Folgenden wird, wenn die Unterscheidung zwischen Gewichts- und Zugkraft aufgrund der Betragsgleichheit im zu untersuchenden Ruhezustand unsinnig ist, von einer sematischen Unterscheidung von F_G und F_{Zug} abgesehen und stattdessen verallgemeinernd von der wirkenden Kraft F gesprochen. Neben der Kraft F wird auch die Unsicherheit der Kraft u_F berechnet. Diese berechnet sich als:

$$\begin{aligned} u_F &= \frac{\partial F}{\partial m} * u_m \\ &= g * u_m \end{aligned}$$

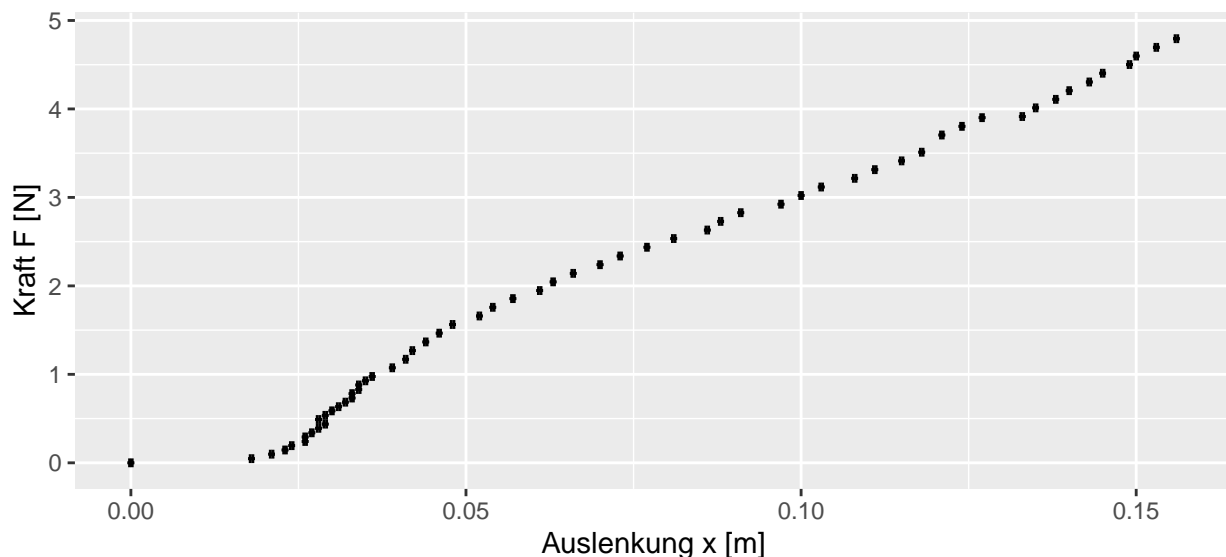
Nach der Rechnung wird ein Kraft-Auslenkung Schaubild erstellt.

```
# Nullwerte(x_0 = 11,2cm) abziehen
Messreihe$Auslenkung1_x0 <- Messreihe$Auslenkung1_cm - 11.2

# Einheitenbezug
Messreihe$Gewicht_kg <- Messreihe$Gewicht_g/1000 #g -> kg
Messreihe$Auslenkung1_x0_m <- Messreihe$Auslenkung1_x0/100 #cm -> m

# ERDBESCHLEUNIGUNG
g = 9.81 #m/s^2

# Berechnung von Kraft und u_Kraft
Messreihe$Kraft <- Messreihe$Gewicht_kg * g #N
Messreihe$u_Kraft <- g*u_m #N
```



Wird F gegen x_i aufgetragen, ergibt sich optisch ab einer Auslenkung von 5cm ein etwa linearer Zusammenhang. Fehlerbalken sind sowohl für die Auslenkung, als auch für die Kraft vorhanden, fallen aber sehr klein aus. Im Bereich zwischen einer Elongation von 0cm und 5cm kann das Ausdehnungsverhalten des Gummibandes unter einer Gewichtsbelastung nicht als linear betrachtet und nicht durch eine Federkonstante beschrieben werden. Für die Berechnung der Federkonstanten haben wir uns daher entschieden, die Werte für $x_i < 0,05m$ auszuschließen. Zugleich müssen wir dann allerdings feststellen, dass die errechnete Federkonstante nur im Intervall $x \in (0,05m, x_{max}]$ gilt.

Berechnung der Federkonstanten

Da die Gewichtskraft $F_G = m * g$ und die Zugkraft des Gummibandes $F_{Zug} = x * D$ im Ruhezustand im Gleichgewicht zueinander stehen, gilt folgende Formel:

$$F_G = m * g = D * x = F_{Zug}$$

Mit:

- D : Federkonstante
- m : Masse des Gewichtes,
- x : Auslenkung,
- g : Erdbeschleunigung ($9,81 \frac{m}{s^2}$).

Daraus ergibt sich für die Federkonstante D :

$$D = \frac{m * g}{x} \quad (1)$$

Diese wird für jede Auslenkung x_i berechnet.

```
Messreihe$Federkonstante <- Messreihe$Gewicht_kg*g/Messreihe$Auslenkung1_x0_m
```

Die Unsicherheit der einzelnen Werte der Federkonstanten u_D ergibt sich gemäß der Gaußschen Fehlerfortpflanzung aus folgender Formel:

$$u_D = \sqrt{\left(\frac{\partial D}{\partial m} * u_m\right)^2 + \left(\frac{\partial D}{\partial x} * u_x\right)^2} \quad (2)$$

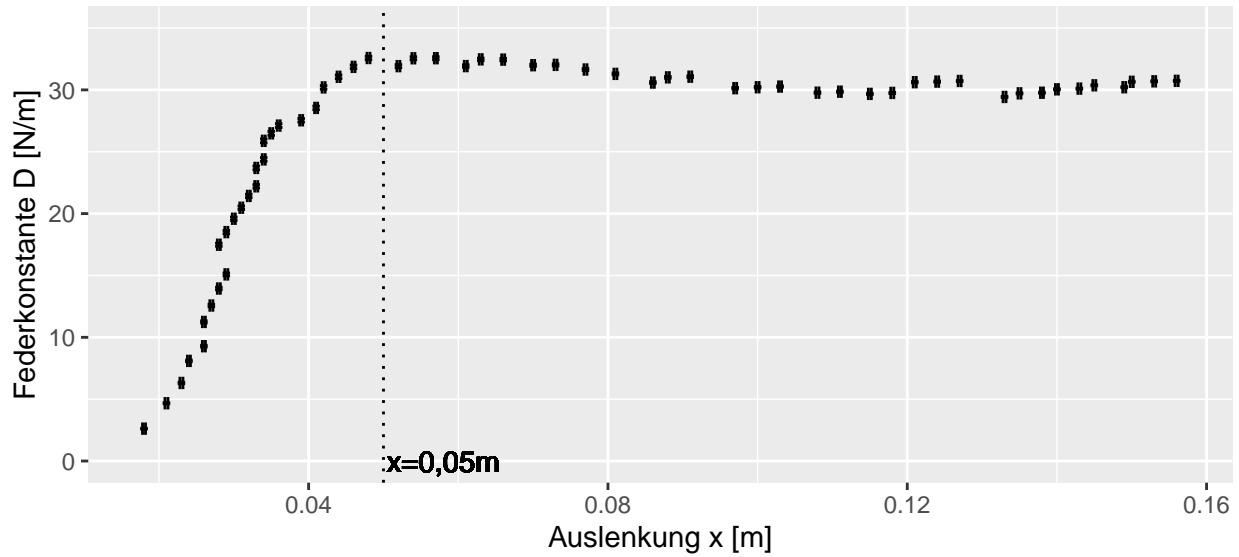
$$u_D = \sqrt{\left(\frac{g}{x} * u_m\right)^2 + \left(-\frac{m * g}{x^2} * u_x\right)^2}$$

Berechnung in R:

```
# Funktion zur Berechnung der Messunsicherheit der Federkonstanten
# INPUT: x, m, u_m (glob: u_x)
# OUTPUT: u_D
u_D_funktion <- function(x,m, UM){
  sqrt(((g/x)*UM)**2+((-m*g/x**2)*u_x)**2)
}

# Berechnung der Unsicherheit der Federkonstanten
Messreihe$u_Federkonstante <- u_D_funktion(x=Messreihe$Auslenkung1_x0_m,
                                             m=Messreihe$Gewicht_kg,
                                             UM=Messreihe$u_m)
```

Wird die Federkonstante über die Elongation geplottet, zeigt sich wieder, dass diese erst ab einer Auslenkung von etwa 5 cm einen vergleichsweise stabilen Wert annimmt.



Daher haben wir uns entschieden, nur in dem beschriebenen Intervall $x \in (0,05m, x_{max}]$ zu mitteln. Dort wird nach GUM der Mittelwert und die Standardabweichung des Mittelwertes berechnet, um ein Messergebnis und dessen Unsicherheit zu erhalten.

Mittelwert:

$$\bar{D} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n D_i \quad (3)$$

Standardabweichung:

$$\sigma_D = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (D_i - \bar{D})^2} \quad (4)$$

Standardabweichung des Mittelwertes:

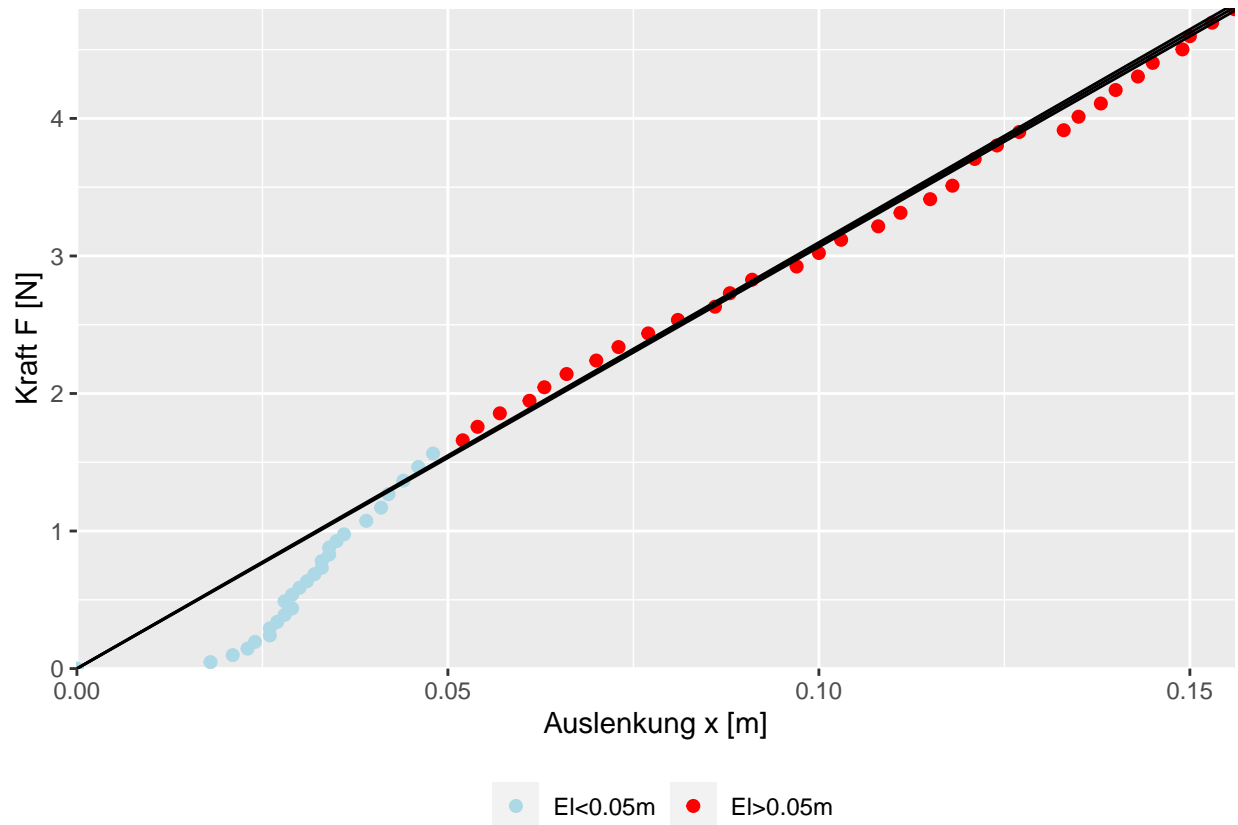
$$\sigma_{\bar{D}} = \frac{\sigma_D}{\sqrt{n}} \quad (5)$$

Tabelle 2: Statistische Größen zur bestimmten Federkonstante

| | Werte |
|-----------------------|------------|
| Mittelwert_MW | 30.8162757 |
| Standardabweichung_SD | 0.9579652 |
| SD_von_MW | 0.1667603 |

Die bestimmte Federkonstante, für eine Auslenkung des Gummibandes im Bereich von 5,0 bis 26.8cm, beträgt also $D_1 = (30,82 \pm 0,17) \frac{N}{m}$

Hier wird die Federkonstante als Gerade nochmal im Kraft-Auslenkungsschaubild dargestellt. Die in Blau eingefärbten Punkte sind diejenigen Punkte, die nicht in die Berechnung eingingen.



Angemerkt sei, dass für die Steigung der Federkonstanten der Mittelwert und die Mittelwerte ab- bzw. zuzüglich der Standardabweichung des Mittelwertes angenommen wurden. Die drei Geraden überlagern sich sehr stark. Ebenso wurde ein Nulldurchgang festgelegt, da bei keiner Krafteinwirkung keine Elongation stattfindet. Ebenso sei angemerkt, dass auf Fehlerbalken verzichtet wurde, da diese bereits im ersten Kraft-Auslenkungs Schaubild eingezeichnet wurden und zudem, aufgrund der kleinen Unsicherheiten, keinen graphischen Mehrwert bieten. Die Fehlerwerte könne außerdem im Abschnitt *Messwerte und errechnete Größen* nachgeschlagen werden.

Messwerte und errechnete Größen

Im Folgenden eine Auflistung der in diesem Versuch erhobenen Messwerte und der daraus errechneten Größen:

Mit:

- $n_m[-]$: Anzahl kombinierter Gewichte
- $m[\text{kg}]$: Masse der kombinierten Gewichte in Kilogramm
- $u_m[\text{kg}]$: Unsicherheit der Masse in Kilogramm
- $L[\text{cm}]$: Abgelesener Wert an Maßband in Zentimeter
- $El[\text{m}]$: Elongation des Gummibandes in Meter
- $F[\text{N}]$: Kraft F in Newton
- $u_F[\text{N}]$: Unsicherheit der Kraft in Newton
- $D[\text{N/m}]$: Federkonstante D in Newton pro Meter
- $u_D[\text{N/m}]$: Unsicherheit der Federkonstante in Newton pro Meter

Tabelle 3: Messwerte

| n_m[-] | m[kg] | u_m[kg] | L[cm] | El[m] | F[N] | u_F[N] | D[N/m] | u_D[N/m] |
|--------|--------|-----------|-------|-------|--------|---------|---------|----------|
| 0 | 0.0000 | 0.0000000 | 11.2 | 0.000 | 0.0000 | 0.00000 | NaN | NaN |
| 1 | 0.0048 | 0.0000351 | 13.0 | 0.018 | 0.0471 | 0.00034 | 2.6160 | 0.0348 |
| 1 | 0.0100 | 0.0000351 | 13.3 | 0.021 | 0.0981 | 0.00034 | 4.6714 | 0.0474 |
| 2 | 0.0148 | 0.0000702 | 13.5 | 0.023 | 0.1452 | 0.00069 | 6.3125 | 0.0625 |
| 1 | 0.0198 | 0.0000351 | 13.6 | 0.024 | 0.1942 | 0.00034 | 8.0932 | 0.0690 |
| 2 | 0.0246 | 0.0000702 | 13.8 | 0.026 | 0.2413 | 0.00069 | 9.2818 | 0.0762 |
| 2 | 0.0298 | 0.0000702 | 13.8 | 0.026 | 0.2923 | 0.00069 | 11.2438 | 0.0905 |
| 3 | 0.0346 | 0.0001054 | 13.9 | 0.027 | 0.3394 | 0.00103 | 12.5713 | 0.1007 |
| 3 | 0.0398 | 0.0001054 | 14.0 | 0.028 | 0.3904 | 0.00103 | 13.9442 | 0.1062 |
| 4 | 0.0446 | 0.0001405 | 14.1 | 0.029 | 0.4375 | 0.00138 | 15.0871 | 0.1144 |
| 1 | 0.0499 | 0.0000351 | 14.0 | 0.028 | 0.4895 | 0.00034 | 17.4828 | 0.1255 |
| 2 | 0.0547 | 0.0000702 | 14.1 | 0.029 | 0.5366 | 0.00069 | 18.5037 | 0.1298 |
| 2 | 0.0599 | 0.0000702 | 14.2 | 0.030 | 0.5876 | 0.00069 | 19.5873 | 0.1326 |
| 3 | 0.0647 | 0.0001054 | 14.3 | 0.031 | 0.6347 | 0.00103 | 20.4744 | 0.1362 |
| 2 | 0.0699 | 0.0000702 | 14.4 | 0.032 | 0.6857 | 0.00069 | 21.4287 | 0.1356 |
| 3 | 0.0747 | 0.0001054 | 14.5 | 0.033 | 0.7328 | 0.00103 | 22.2063 | 0.1382 |
| 3 | 0.0797 | 0.0001054 | 14.5 | 0.033 | 0.7819 | 0.00103 | 23.6926 | 0.1470 |
| 4 | 0.0845 | 0.0001405 | 14.6 | 0.034 | 0.8289 | 0.00138 | 24.3807 | 0.1490 |
| 4 | 0.0897 | 0.0001405 | 14.6 | 0.034 | 0.8800 | 0.00138 | 25.8811 | 0.1575 |
| 5 | 0.0945 | 0.0001756 | 14.7 | 0.035 | 0.9270 | 0.00172 | 26.4870 | 0.1592 |
| 1 | 0.0995 | 0.0000351 | 14.8 | 0.036 | 0.9761 | 0.00034 | 27.1137 | 0.1509 |
| 2 | 0.1095 | 0.0000702 | 15.1 | 0.039 | 1.0742 | 0.00069 | 27.5435 | 0.1423 |
| 2 | 0.1193 | 0.0000702 | 15.3 | 0.041 | 1.1703 | 0.00069 | 28.5447 | 0.1403 |
| 3 | 0.1293 | 0.0001054 | 15.4 | 0.042 | 1.2684 | 0.00103 | 30.2008 | 0.1459 |
| 4 | 0.1393 | 0.0001405 | 15.6 | 0.044 | 1.3665 | 0.00138 | 31.0576 | 0.1446 |
| 2 | 0.1494 | 0.0000702 | 15.8 | 0.046 | 1.4656 | 0.00069 | 31.8612 | 0.1393 |
| 3 | 0.1594 | 0.0001054 | 16.0 | 0.048 | 1.5637 | 0.00103 | 32.5774 | 0.1374 |
| 3 | 0.1692 | 0.0001054 | 16.4 | 0.052 | 1.6599 | 0.00103 | 31.9202 | 0.1244 |
| 4 | 0.1792 | 0.0001405 | 16.6 | 0.054 | 1.7580 | 0.00138 | 32.5547 | 0.1232 |
| 5 | 0.1892 | 0.0001756 | 16.9 | 0.057 | 1.8561 | 0.00172 | 32.5623 | 0.1182 |
| 1 | 0.1985 | 0.0000351 | 17.3 | 0.061 | 1.9473 | 0.00034 | 31.9227 | 0.1048 |
| 2 | 0.2085 | 0.0000702 | 17.5 | 0.063 | 2.0454 | 0.00069 | 32.4664 | 0.1036 |
| 2 | 0.2183 | 0.0000702 | 17.8 | 0.066 | 2.1415 | 0.00069 | 32.4473 | 0.0989 |
| 3 | 0.2283 | 0.0001054 | 18.2 | 0.070 | 2.2396 | 0.00103 | 31.9946 | 0.0926 |
| 4 | 0.2383 | 0.0001405 | 18.5 | 0.073 | 2.3377 | 0.00138 | 32.0236 | 0.0897 |
| 2 | 0.2484 | 0.0000702 | 18.9 | 0.077 | 2.4368 | 0.00069 | 31.6468 | 0.0827 |
| 3 | 0.2584 | 0.0001054 | 19.3 | 0.081 | 2.5349 | 0.00103 | 31.2951 | 0.0783 |
| 3 | 0.2682 | 0.0001054 | 19.8 | 0.086 | 2.6310 | 0.00103 | 30.5935 | 0.0722 |
| 4 | 0.2782 | 0.0001405 | 20.0 | 0.088 | 2.7291 | 0.00138 | 31.0130 | 0.0722 |
| 5 | 0.2882 | 0.0001756 | 20.3 | 0.091 | 2.8272 | 0.00172 | 31.0686 | 0.0709 |
| 2 | 0.2980 | 0.0000702 | 20.9 | 0.097 | 2.9234 | 0.00069 | 30.1379 | 0.0625 |
| 3 | 0.3080 | 0.0001054 | 21.2 | 0.100 | 3.0215 | 0.00103 | 30.2148 | 0.0613 |
| 3 | 0.3178 | 0.0001054 | 21.5 | 0.103 | 3.1176 | 0.00103 | 30.2681 | 0.0596 |
| 4 | 0.3278 | 0.0001405 | 22.0 | 0.108 | 3.2157 | 0.00138 | 29.7752 | 0.0566 |
| 5 | 0.3378 | 0.0001756 | 22.3 | 0.111 | 3.3138 | 0.00172 | 29.8542 | 0.0560 |
| 3 | 0.3479 | 0.0001054 | 22.7 | 0.115 | 3.4129 | 0.00103 | 29.6774 | 0.0524 |
| 4 | 0.3579 | 0.0001405 | 23.0 | 0.118 | 3.5110 | 0.00138 | 29.7542 | 0.0518 |
| 4 | 0.3777 | 0.0001405 | 23.3 | 0.121 | 3.7052 | 0.00138 | 30.6218 | 0.0519 |
| 5 | 0.3877 | 0.0001756 | 23.6 | 0.124 | 3.8033 | 0.00172 | 30.6721 | 0.0514 |
| 6 | 0.3977 | 0.0002107 | 23.9 | 0.127 | 3.9014 | 0.00207 | 30.7200 | 0.0510 |
| 4 | 0.3990 | 0.0001405 | 24.5 | 0.133 | 3.9142 | 0.00138 | 29.4300 | 0.0455 |

| n_m[-] | m[kg] | u_m[kg] | L[cm] | El[m] | F[N] | u_F[N] | D[N/m] | u_D[N/m] |
|--------|--------|-----------|-------|-------|--------|---------|---------|----------|
| 5 | 0.4090 | 0.0001756 | 24.7 | 0.135 | 4.0123 | 0.00172 | 29.7207 | 0.0458 |
| 5 | 0.4188 | 0.0001756 | 25.0 | 0.138 | 4.1084 | 0.00172 | 29.7712 | 0.0449 |
| 6 | 0.4288 | 0.0002107 | 25.2 | 0.140 | 4.2065 | 0.00207 | 30.0466 | 0.0454 |
| 7 | 0.4388 | 0.0002458 | 25.5 | 0.143 | 4.3046 | 0.00241 | 30.1023 | 0.0454 |
| 5 | 0.4489 | 0.0001756 | 25.7 | 0.145 | 4.4037 | 0.00172 | 30.3704 | 0.0435 |
| 6 | 0.4589 | 0.0002107 | 26.1 | 0.149 | 4.5018 | 0.00207 | 30.2135 | 0.0429 |
| 6 | 0.4687 | 0.0002107 | 26.2 | 0.150 | 4.5979 | 0.00207 | 30.6530 | 0.0431 |
| 7 | 0.4787 | 0.0002458 | 26.5 | 0.153 | 4.6960 | 0.00241 | 30.6931 | 0.0431 |
| 8 | 0.4887 | 0.0002810 | 26.8 | 0.156 | 4.7941 | 0.00276 | 30.7317 | 0.0432 |

Versuch 2

Ziel

Untersuchung der Fragestellung, ob sich der Zusammenhang zwischen Kraft und Elongation verändert, wenn man die Angriffskraft auf einen Strang des Gummibandes anstatt auf zwei verteilt.

Eine Hypothese ist, dass die Auslenkung bei gleicher Gewichtskraft doppelt so hoch ist, weil die Kraft auf nur einen Strang wirkt.

Materialien

- Stativ
- Gummiband
- Gewichte
- Maßband
- Haken
- Klebeband
- Schere

Versuchsaufbau

- Analog zu Versuch 1, aber das Gummiband wurde vorher mit einer Schere zerschnitten und durch geknotete Schlaufen an Haken und Gewicht befestigt.

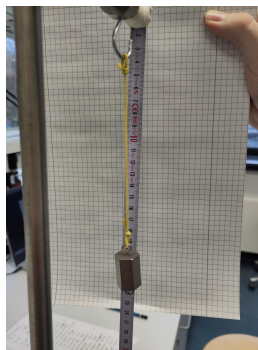


Abbildung 3: Versuchsaufbau 2

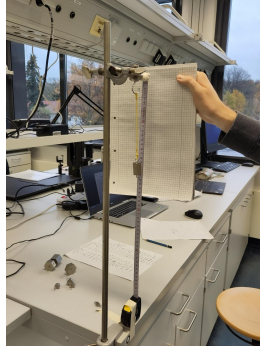


Abbildung 4: Versuchsaufbau 2, Nahansicht

Durchführung

Analog zu Versuch 1. Wir haben uns dafür entschieden bis zur Marke von 100g in 5g - Intervallen und danach in 10g- Schritten zu messen, um die Daten dieser zwei Versuche gut vergleichen können. Da das Band allerdings viel stärker durch das Anbringen von Gewicht gedehnt wurde, konnten wir ab 360g keine Messungen mehr durchführen, da die Gewichte durch ihre Länge anfangen am Tisch aufzuliegen und so die Normalkraft die Gewichtskraft verfälscht hätte. Stattdessen haben wir den aus platztechnisch noch gut messbaren Wert für 400g (nur drei Gewichte) genommen und den Rest der Tabelle nicht ausgefüllt. Die Anfangsausdehnung x_0 lag in diesem Fall bei 15,8cm.

Fehlerquellen

Ein möglicher Faktor, der die Federkonstante verfälschen kann, ist neben den im Versuch 1 genannten Problemen, die Art der Befestigung, des nun einsträngigen Gummibandes. Diese geschah in Form eines Knotens am Haken. Dabei wurde ein Teil des Gummibandes verwendet, der im folgenden Versuch dann nicht gedehnt wurde.

Die dauerhafte Verlängerung des Gummibandes, die auch in Versuch 1 festgestellt wurde, beträgt für Versuch 2 6mm, von 15,8cm auf 16,4cm.

Messung

Auch hier wurden die gemessenen Längen in die gleiche csv-Datei gespeichert, wie in Versuch 1. Die Massen der Gewichte sind ebenfalls bekannt. Die Unsicherheiten der Waage und der Skala (Maßband) können ebenfalls übernommen werden, da es sich um die selben Geräte handelt. Da die Massen dieselben sind sind auch die Gewichtskräfte und deren Unsicherheiten dieselben.

Auswertung

Die Elongation muss erneut berechnet werden. Dafür wird die Anfangsausdehnung x_0 von den Ausdehnungen x_i abgezogen und in Meter umgerechnet werden.

Die Federkonstante wird gemäß Gleichung 1 berechnet. Ebenso deren Unsicherheiten für jeden einzelnen Wert gemäß Gleichung 2. Die Berechnung erfolgt mit Hilfe der Funktion "u_D_funktion", welche in Versuch 1 definiert wurde.

```

# Entfernen von NA-Zeilen. Die Werte werden aus dem in Versuch 1 erstellten
# Dataframe kopiert
Messreihe2 <- Messreihe[complete.cases(Messreihe[,c(5,14,15)]),]

# Normierung der Auslenkung
Messreihe2$Auslenkung2_x0 <- Messreihe2$Auslenkung2-15.8

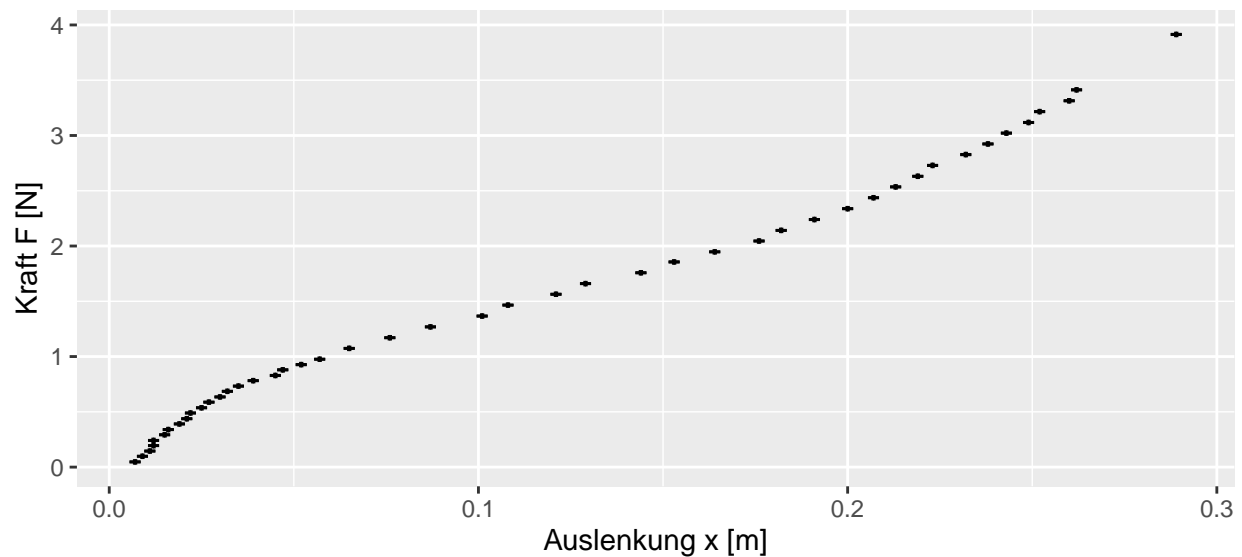
# Umrechnung in m
Messreihe2$Auslenkung2_x0_m <- Messreihe2$Auslenkung2_x0/100 #cm -> m

# Berechnung der Federkonstanten
Messreihe2$Federkonstante2 <- Messreihe2$Kraft/Messreihe2$Auslenkung2_x0_m

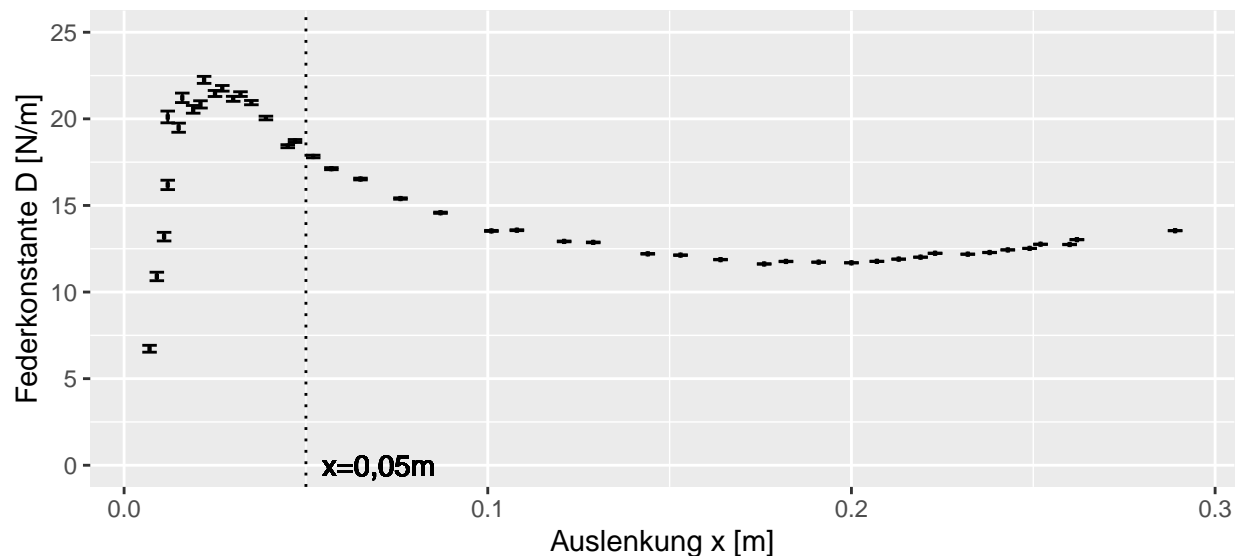
# Berechnung der Unsicherheit der Federkonstanten
Messreihe2$u_Federkonstante2 <- u_D_funktion(x=Messreihe2$Auslenkung2_x0_m,
                                              m=Messreihe2$Gewicht_kg,
                                              UM=Messreihe2$u_m)

```

Kraft-Auslenkung Diagramm:



Federkonstante-Auslenkung Diagramm:



Auch aus Gründen der Vergleichbarkeit werden bei der Berechnung eines Mittelwertes der Federkonstante in diesem Versuch die Werte für $x_i < 0,05m$ verworfen. Zudem wird in dem Federkonstante-Auslenkung Schaubild auch deutlich, dass für die Werte kleiner als $\sim 5cm$ Auslenkung die Federkonstante ebenfalls keinen stabilen Wert annimmt, auch daher erscheint dieses Vorgehen sinnvoll. Berechnung des Mittelwertes, der Standardabweichung und der Standardabweichung des Mittelwertes gemäß der Formeln 3, 4, 5.

Tabelle 4: Statistische Größen zur zweiten bestimmten Federkonstante

| | Werte |
|-----------------------|------------|
| Mittelwert_MW | 13.0996077 |
| Standardabweichung_SD | 1.6907616 |
| SD_von_MW | 0.3195239 |

Die in Versuch 2 bestimmte Federkonstante für eine Ausdehnung des Gummis über $5cm$ beträgt: $D_2 = (13,10 \pm 0,32) \frac{N}{m}$.

Interpretation

Damit ist die Federkonstante D_2 in etwa halb so groß wie D_1 . Für die gleiche Ausdehnung des Gummibandes aus Versuch 2 um eine Strecke x ist nur etwa die halbe Kraft vonnöten, wie sie für die gleiche Ausdehnung des ringförmigen Gummibandes aus Versuch 1 nötig wäre.

Aus diesem Grund nehmen wir die aufgestellte Hypothese erstmal an.

In einem weiteren Versuch würden wir testen, ob bei einer geeigneteren Befestigung des Gummibandes am Haken bzw. am Gewicht als durch die verwendeten Knoten, die bestimmte Gewichtskraft genauer der Hälfte der Federkonstante D_1 aus Versuch 1 entspricht. Denkbar wäre z.B. eine Befestigung mit Krokodilklemmen oder Ähnlichem.

Messwerte und errechnete Größen

Zusammenfassung der Werte aus Versuch 2, Spaltenbenennung analog zur Benennung in Versuch 1:

| | n_m[-] | m[kg] | u_m[kg] | L2[cm] | El2[m] | F[N] | u_F[N] | D2[N/m] | u_D2[N/m] |
|----|--------|--------|-----------|--------|--------|--------|---------|---------|-----------|
| 2 | 1 | 0.0048 | 0.0000351 | 16.5 | 0.007 | 0.0471 | 0.00034 | 2.6160 | 0.1984 |
| 3 | 1 | 0.0100 | 0.0000351 | 16.7 | 0.009 | 0.0981 | 0.00034 | 4.6714 | 0.2452 |
| 4 | 2 | 0.0148 | 0.0000702 | 16.9 | 0.011 | 0.1452 | 0.00069 | 6.3125 | 0.2480 |
| 5 | 1 | 0.0198 | 0.0000351 | 17.0 | 0.012 | 0.1942 | 0.00034 | 8.0932 | 0.2713 |
| 6 | 2 | 0.0246 | 0.0000702 | 17.0 | 0.012 | 0.2413 | 0.00069 | 9.2818 | 0.3401 |
| 7 | 2 | 0.0298 | 0.0000702 | 17.3 | 0.015 | 0.2923 | 0.00069 | 11.2438 | 0.2639 |
| 8 | 3 | 0.0346 | 0.0001054 | 17.4 | 0.016 | 0.3394 | 0.00103 | 12.5713 | 0.2729 |
| 9 | 3 | 0.0398 | 0.0001054 | 17.7 | 0.019 | 0.3904 | 0.00103 | 13.9442 | 0.2230 |
| 10 | 4 | 0.0446 | 0.0001405 | 17.9 | 0.021 | 0.4375 | 0.00138 | 15.0871 | 0.2090 |
| 11 | 1 | 0.0499 | 0.0000351 | 18.0 | 0.022 | 0.4895 | 0.00034 | 17.4828 | 0.2029 |
| 12 | 2 | 0.0547 | 0.0000702 | 18.3 | 0.025 | 0.5366 | 0.00069 | 18.5037 | 0.1739 |
| 13 | 2 | 0.0599 | 0.0000702 | 18.5 | 0.027 | 0.5876 | 0.00069 | 19.5873 | 0.1632 |
| 14 | 3 | 0.0647 | 0.0001054 | 18.8 | 0.030 | 0.6347 | 0.00103 | 20.4744 | 0.1452 |
| 15 | 2 | 0.0699 | 0.0000702 | 19.0 | 0.032 | 0.6857 | 0.00069 | 21.4287 | 0.1356 |
| 16 | 3 | 0.0747 | 0.0001054 | 19.3 | 0.035 | 0.7328 | 0.00103 | 22.2063 | 0.1232 |
| 17 | 3 | 0.0797 | 0.0001054 | 19.7 | 0.039 | 0.7819 | 0.00103 | 23.6926 | 0.1062 |
| 18 | 4 | 0.0845 | 0.0001405 | 20.3 | 0.045 | 0.8289 | 0.00138 | 24.3807 | 0.0874 |
| 19 | 4 | 0.0897 | 0.0001405 | 20.5 | 0.047 | 0.8800 | 0.00138 | 25.8811 | 0.0849 |
| 20 | 5 | 0.0945 | 0.0001756 | 21.0 | 0.052 | 0.9270 | 0.00172 | 26.4870 | 0.0762 |
| 21 | 1 | 0.0995 | 0.0000351 | 21.5 | 0.057 | 0.9761 | 0.00034 | 27.1137 | 0.0604 |
| 22 | 2 | 0.1095 | 0.0000702 | 22.3 | 0.065 | 1.0742 | 0.00069 | 27.5435 | 0.0519 |
| 23 | 2 | 0.1193 | 0.0000702 | 23.4 | 0.076 | 1.1703 | 0.00069 | 28.5447 | 0.0415 |
| 24 | 3 | 0.1293 | 0.0001054 | 24.5 | 0.087 | 1.2684 | 0.00103 | 30.2008 | 0.0356 |
| 25 | 4 | 0.1393 | 0.0001405 | 25.9 | 0.101 | 1.3665 | 0.00138 | 31.0576 | 0.0301 |
| 26 | 2 | 0.1494 | 0.0000702 | 26.6 | 0.108 | 1.4656 | 0.00069 | 31.8612 | 0.0259 |
| 27 | 3 | 0.1594 | 0.0001054 | 27.9 | 0.121 | 1.5637 | 0.00103 | 32.5774 | 0.0230 |
| 28 | 3 | 0.1692 | 0.0001054 | 28.7 | 0.129 | 1.6599 | 0.00103 | 31.9202 | 0.0215 |
| 29 | 4 | 0.1792 | 0.0001405 | 30.2 | 0.144 | 1.7580 | 0.00138 | 32.5547 | 0.0195 |
| 30 | 5 | 0.1892 | 0.0001756 | 31.1 | 0.153 | 1.8561 | 0.00172 | 32.5623 | 0.0194 |
| 31 | 1 | 0.1985 | 0.0000351 | 32.2 | 0.164 | 1.9473 | 0.00034 | 31.9227 | 0.0146 |
| 32 | 2 | 0.2085 | 0.0000702 | 33.4 | 0.176 | 2.0454 | 0.00069 | 32.4664 | 0.0138 |
| 33 | 2 | 0.2183 | 0.0000702 | 34.0 | 0.182 | 2.1415 | 0.00069 | 32.4473 | 0.0135 |
| 34 | 3 | 0.2283 | 0.0001054 | 34.9 | 0.191 | 2.2396 | 0.00103 | 31.9946 | 0.0134 |
| 35 | 4 | 0.2383 | 0.0001405 | 35.8 | 0.200 | 2.3377 | 0.00138 | 32.0236 | 0.0136 |
| 36 | 2 | 0.2484 | 0.0000702 | 36.5 | 0.207 | 2.4368 | 0.00069 | 31.6468 | 0.0119 |
| 37 | 3 | 0.2584 | 0.0001054 | 37.1 | 0.213 | 2.5349 | 0.00103 | 31.2951 | 0.0122 |
| 38 | 3 | 0.2682 | 0.0001054 | 37.7 | 0.219 | 2.6310 | 0.00103 | 30.5935 | 0.0119 |
| 39 | 4 | 0.2782 | 0.0001405 | 38.1 | 0.223 | 2.7291 | 0.00138 | 31.0130 | 0.0126 |
| 40 | 5 | 0.2882 | 0.0001756 | 39.0 | 0.232 | 2.8272 | 0.00172 | 31.0686 | 0.0129 |
| 41 | 2 | 0.2980 | 0.0000702 | 39.6 | 0.238 | 2.9234 | 0.00069 | 30.1379 | 0.0107 |
| 42 | 3 | 0.3080 | 0.0001054 | 40.1 | 0.243 | 3.0215 | 0.00103 | 30.2148 | 0.0111 |
| 43 | 3 | 0.3178 | 0.0001054 | 40.7 | 0.249 | 3.1176 | 0.00103 | 30.2681 | 0.0109 |
| 44 | 4 | 0.3278 | 0.0001405 | 41.0 | 0.252 | 3.2157 | 0.00138 | 29.7752 | 0.0115 |
| 45 | 5 | 0.3378 | 0.0001756 | 41.8 | 0.260 | 3.3138 | 0.00172 | 29.8542 | 0.0118 |
| 46 | 3 | 0.3479 | 0.0001054 | 42.0 | 0.262 | 3.4129 | 0.00103 | 29.6774 | 0.0107 |
| 51 | 4 | 0.3990 | 0.0001405 | 44.7 | 0.289 | 3.9142 | 0.00138 | 29.4300 | 0.0105 |