Dehnbare Stoffe

Justus Weyers & Milena Mensching, Team 4

2022-11-20

Versuch 1

Ziel

Überprüfung der Anwendbarkeit des Hookeschen Modells auf ein Gummiband durch Bestimmung der Federkonstante

Materialien

- Stativ
- Gummiband
- Gewichte
- Maßband
- Haken
- Klebeband

Versuchsaufbau

- Aufstellung des Stativs, Befestigung am Tisch
- Befestigung des Hakens am Stativ
- Befestigung des Maßbandes am Stativ mit Hilfe von Klebeband
- Aufhängung des Gummibandes am Haken
- In das Gummiband werden die Gewichte gehängt

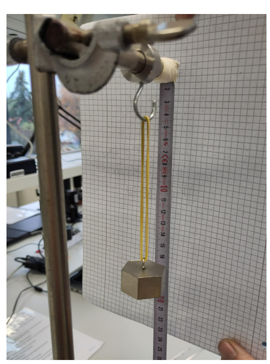


Abbildung 1: Versuchsaufbau 1

Abbildung 2: Versuchsaufbau 1, Nahansicht

Durchführung

Die Gewichte werden gewogen und die Messunsicherheiten berechnet. Die 10g und die 100g Gewichte lagen doppelt vor und waren jeweils gleich schwer. Die Gewichte stellten sich generell als zu leicht heraus. Nur die zwei 10g Gewichte wogen nach einer Beschriftung mit Klebeband $10,0g$.

Tabelle 1: Verwendete Gewichte

Nominalgewicht	Einzelmasse_g
5g	4.8
10g (2x)	10.0
20g	19.8
50g	49.9
100g (2x)	99.5
200g	198.5

Die Gesamtmasse m_{ges} einer Gewichtskombination wird durch Addition der Teilmassen berechnet.

Die Geräteungenauigkeit berechnet sich zu: $u_{Gerät} = \sqrt{u_{Skala}^2 + u_{Waage}^2}$. Dabei ist u_{Skala} konstant bei $u_{Skala} = \frac{0{,}0001kg}{2\sqrt{3}} = 2,9 * 10^{-5}kg$. Für u_{Waage} wurde eine Messunsicherheit von ... am Gerät abgelesen. Damit errechnet sich eine Geräteungenauigkeit von $u_{Gerät} = \ldots$.

Für die Unsicherheit der aus n Gewichten kombinierten Masse M u_m gilt, da für alle Messungen die gleiche Waage benutzt wurde, der Zusammenhang:

$$u_m = \sum_{i=1}^{n} u_{m,i} = n * u_{Gerät}$$

Mit n: Anzahl der kombinierten Gewichte

```
# Skalenunsicherheit
u_Skala = (1*10**(-4))/(2*sqrt(3)) #kg
# BAUSTELLE: Hier fehlt noch die Geräteungenauigkeit der Waage (Waagenunsicherheit)
u_Waage = 0.05*10**(-3) #Geschätzt in kg
# Geräteunsicherheit
u_Gerät = sqrt((u_Skala)^2+(u_Waage)^2)
# Massenunsicherheit
u_m = Gewichte$n_Gewichte*u_Gerät #kg
```

Zunächst wird die Länge des Gummibandes ohne zusätzliches Gewicht gemessen. Die Länge betrug 11,2 cm. Diese Länge muss später von allen Messwerten abgezogen werden, um nur die Auslenkung aus dem Nullzustand als Datensatz aufzunehmen.

Danach werden nacheinander verschiedene Gewichte an das Gummiband gehängt und die entsprechende Elongation gemessen. Diese wird an der Unterkante des Gummibandes, sobald dieses nach dem Anbringen der Gewichte nicht mehr schwingt, abgelesen. Unsere Gruppe entschied sich zunächst dafür, eine Messreihe mit Intervallen von $5g$ durchzuführen. Nach den ersten 20 Messungen ($100g$) entschieden wir uns dafür, die Intervalle auf $10g$ zu erhöhen, da wir zunächst den Aufwand unterschätzten und Daten mit einem Abstand von 10g immer noch zur Beurteilung der Federkonstante ausreichen.

Die Auslenkung wird am Maßband abgelesen (Messskala in mm). Dies bedeutet eine Ungenauigket der Elongation von:

$$u_x = \frac{a}{2\sqrt{6}} = \frac{0,001m}{2\sqrt{6}} = 2,0 * 10^{-4}m$$

```
# Auslenkungsungenauigkeit
u_x = 2.0*10**(-4) #m
```

Fehlerquellen

Bei den Fehlerquellen ist zunächst der **personenbezogene Ablesefehler** zu erwähnen. Diesen versuchten wir weitestgehend zu eliminieren, indem nur eine Person eine vollständige Datenreihe aufnahm.

Eine weitere Fehlerquelle kann die **Zeitabhängigkeit der Auslenkung** sein. Ein Gummiband kann nach einer gewissen Zeit mehr nachgeben, als bei der direkten Messung. Wir haben uns bemüht, die Messungen sehr direkt und ohne Verzug vorzunehmen. Die Zeitanghängigkeit haben wir jedoch nicht näher untersucht.

Besonders wichtig ist zu erwähnen, dass die Länge x_0 am Anfang und am Ende nicht übereinstimmten (11,2cm am Anfang zu 11,6cm am Ende). Dies ist auf die **konstante Dehnung des Gummibandes** zurückzuführen und wurde ebenfalls bei der Messung vernachlässigt.

Neben diesen Versuchsbezogenen Fehlerquellen sind Annahmen zu nennen, die das Hooksche Gesetz trifft. Diese können sich aber in der Realität anders darstellen. Dabei sind zu nennen:

- Vernachlässigung von Energieumwandlung (z.B.: durch Reibung, $W = F_s * s$)
- Lineare Kraft-Auslenkungs-Beziehung (Speziell im Falle des Gummibandes nur eingeschränkt anwendbar)
- Der Stoff soll dehnbar sein, die Elastizitätsgrenze darf jedoch nicht überschritten werden.
- Gleiches Verhalten bei und Dehnung und Entspannung der Feder/des Gummibandes

Messung

Mittels Excel werden die Daten aufgenommen und als csv-Datei exportiert. An dieser Stelle können die erhobenen Messwerte zum Zwecke der Interpretation aus dieser csv-Datei eingelesen werden. Die Werte sind auf der letzten Seite aufgeführt, zusammen mit errechneten Größen und zugehörigen Unsicherheiten.

```
Messreihe <- read.csv("Daten/Messreihe.csv", sep=";", dec = ",")

# Anbindung der bereits errechneten Unsicherheit der Masse
Messreihe <- cbind(Messreihe, u_m)

colnames(Messreihe) <- c("n_Gewichte", "Sollwert_g", "Gewicht_g",
                         "Auslenkung1_cm",  "Auslenkung2", "x_Haken",
                         "x_0_Ende", "u_m")
```

Auswertung und Interpretation

Berechnung der Gewichts- und Zugkraft

Zur Interpretation der Messergebnisse wird die Elongation x_i normiert, indem die Nullauslenkung, diese beträgt $11,2cm$ auf dem Maßband, von den anderen Messwerten subtrahiert wird, siehe entsprechenden Messwert für ein Gewicht von $0g$.

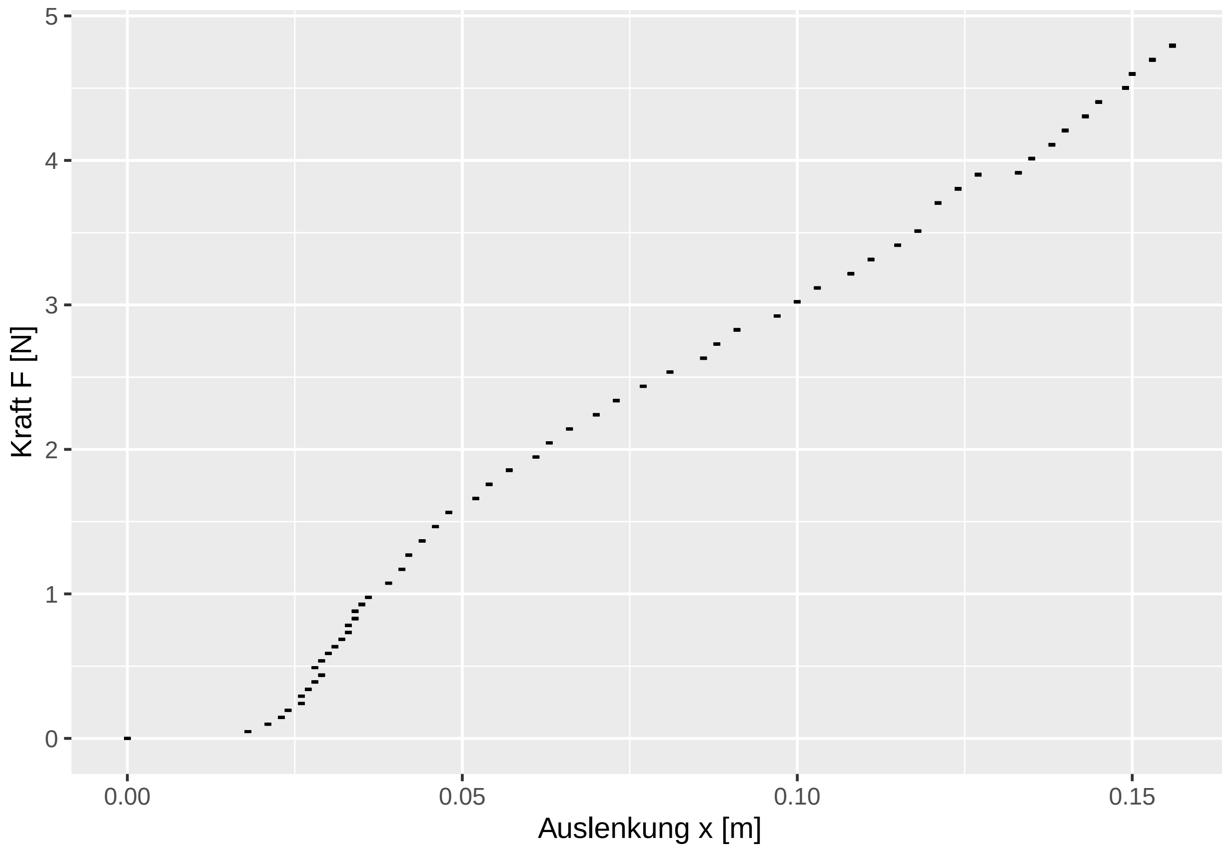
Zudem wird, wie bei allen anderen Messgrößen auch, die Einheit in eine SI-Einheit umgerechnet, um den Einheitenbezug korrekt zu halten. In diesem Falle also in Meter.

Im Anschluss wird die Kraft $F_{G,i} = m_i * g$ in Newton berechnet, die für das Gewicht m_i auf das Gummiband wirkt. Die Erdbeschleunigung g wird auf $9,81\frac{m}{s^2}$ festgesetzt. Im Folgenden wird, wenn die Unterscheidung zwischen Gewichts- und Zugkraft aufgrund der Betragsgleichheit im zu untersuchenden Ruhezustand unsinnig ist, von einer sematischen Unterscheidung von F_G und F_{Zug} abgesehen und stattdessen verallgemeinernd von der wirkenden Kraft F gesprochen. Neben der Kraft F wird auch die Unsicherheit der Kraft berechnet. Diese berechnet sich als:

$$\begin{aligned} u_F &= \frac{\partial F}{\partial m} * u_m \\ &= g * u_m \end{aligned} \tag{1}$$

Nach der Rechnung wird ein Kraft-Auslenkung Schaubild erstellt.

```
# Nullwerte(x_0 = 11,2cm) abziehen
Messreihe$Auslenkung1_x0 <- Messreihe$Auslenkung1_cm - 11.2

# Einheitenbezug
Messreihe$Gewicht_kg <- Messreihe$Gewicht_g/1000 #g -> kg
Messreihe$Auslenkung1_x0_m <-  Messreihe$Auslenkung1_x0/100 #cm -> m

# ERDBESCHLEUNIGUNG
g = 9.81 #m/s^2

# Berechnung von Kraft und u_Kraft
Messreihe$Kraft <- Messreihe$Gewicht_kg * g #N
Messreihe$u_Kraft <- g*u_m

# Plotten
library(ggplot2)
ggplot(Messreihe, aes(x = Auslenkung1_x0_m, y = Kraft,
                      ymin = Kraft-u_Kraft, ymax = Kraft+u_Kraft)) +
  #geom_point(size=0.1) +
  geom_errorbar(width = 0.001) +
  geom_errorbar(width = 0.001) +
  xlab("Auslenkung x [m]") + ylab("Kraft F [N]") +
  geom_errorbarh(aes(xmin = Auslenkung1_x0_m-u_x,
                     xmax = Auslenkung1_x0_m+u_x))
```



Wird F gegen x_i aufgetragen, ergibt sich optisch ab einer Auslenkung von $5cm$ ein etwa linearer Zusammenhang. Im Bereich zwischen einer Elongation von $0cm$ und $5cm$ kann das Ausdehnungsverhalten des Gummibandes unter einer Gewichtsbelastung nicht als linear betrachtet und nicht durch eine Federkonstante beschrieben werden. Für die Berechnung der Federkonstanten haben wir uns daher entschieden, die Werte für $x_i < 0,05m$ auszuschließen. Zugleich müssen wir dann allerdings feststellen, dass die errechnete Federkonstante nur im Intervall $x \in (0,05m,\ x_{max}]$ gilt.

Berechnung der Federkonstanten

Da die Gewichtskraft $F_G = m * g$ und die Zugkraft des Gummibandes $F_{Zug} = x * D$ im Ruhezustand im Gleichgewicht zueinander stehen, gilt folgende Formel:

$$F_G = m * g = D * x = F_{Zug}$$

Mit:

- D: Federkonstante
- m: Masse des Gewichtes,
- x: Auslenkung,
- g: Erdbeschleunigung $(9,81\frac{m}{s^2})$.

Daraus ergibt sich für die Federkonstante D:

$$D = \frac{m * g}{x} \tag{2}$$

Diese wird für jede Auslenkung x_i berechnet.

```
Messreihe$Federkonstante <- Messreihe$Gewicht_kg*g/Messreihe$Auslenkung1_x0_m
```

Die Unsicherheit der einzelnen Werte der Federkonstanten u_D ergibt sich gemäß der Gaussschen-Fehlerfortpflanzung aus folgender Formel:

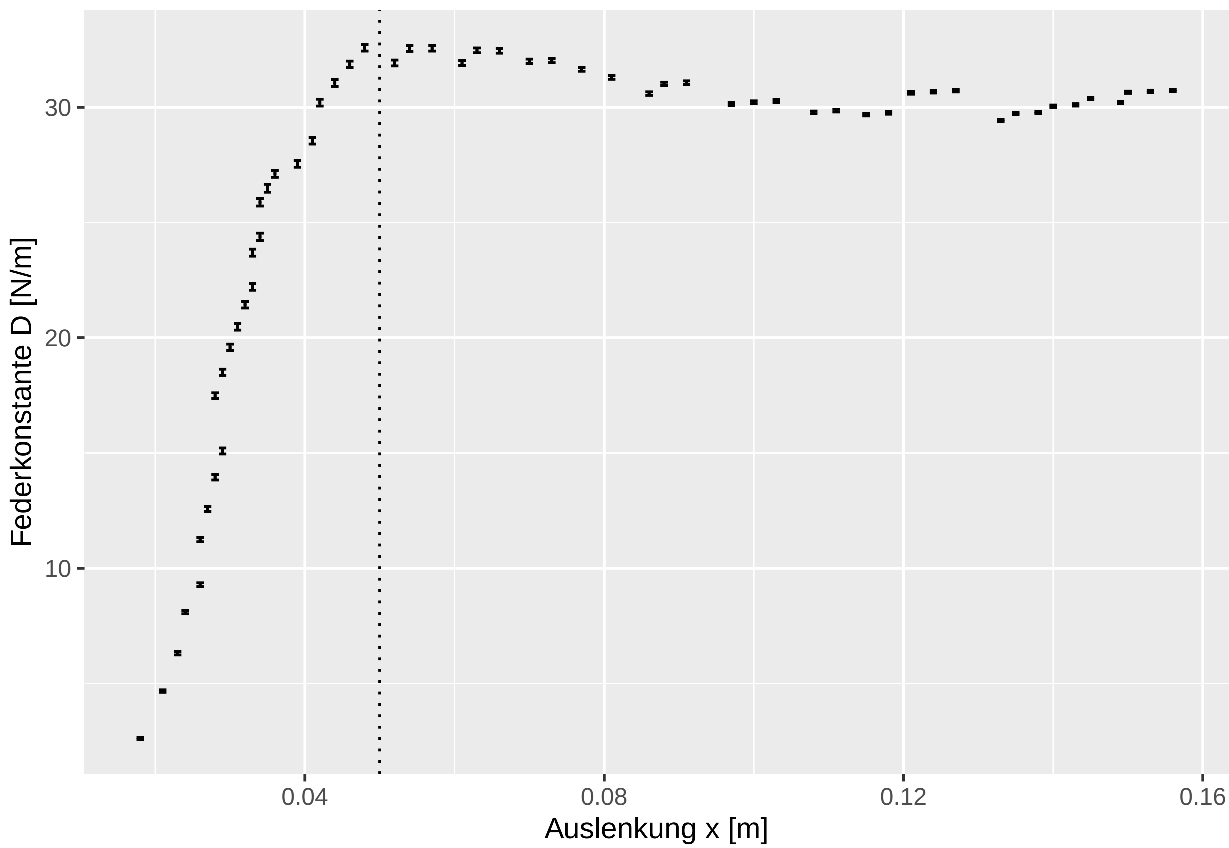
$$
\begin{aligned}
u_D &= \sqrt{(\frac{\partial D}{\partial m} * u_m)^2 + (\frac{\partial D}{\partial x} * u_x)^2} \\
u_D &= \sqrt{(\frac{g}{x} * u_m)^2 + (-\frac{m * g}{x^2} * u_x)^2}
\end{aligned}
\tag{3}
$$

Berechnung in R:

```
# Funktion zur Berechnung der Messunsicherheit der Federkonstanten
# INPUT: x, m, u_m, u_x (glob)
# OUTPUT: u_D
u_D_funktion <- function(x,m, UM){
  sqrt(((g/x)*UM)**2+((-m*g/x**2)*u_x)**2)
}

Messreihe$u_Federkonstante <- u_D_funktion(x=Messreihe$Auslenkung1_x0_m,
                                           m=Messreihe$Gewicht_kg,
                                           UM=Messreihe$u_m)
```

Wird die Federkonstante über die Elongation geplottet, zeigt sich wieder, dass diese erst ab einer Auslenkung von etwa 5 cm einen vergleichsweise Stabilen Wert annimmt.

```
# Plotten
ggplot(subset(Messreihe, !is.na(Federkonstante)), aes(x = Auslenkung1_x0_m,
                                                      y = Federkonstante,
                                                      ymin = Federkonstante-u_Federkonstante,
                                                      ymax = Federkonstante+u_Federkonstante)) +
  #geom_point() +
  geom_errorbar(width = 0.001) +
  geom_errorbarh(aes(xmin = Auslenkung1_x0_m-u_x,
                     xmax = Auslenkung1_x0_m+u_x)) +
  geom_vline(xintercept=0.05, linetype='dotted', col = 'black')+
  xlab("Auslenkung x [m]") +
  ylab("Federkonstante D [N/m]")
```



Daher haben wir uns entschiden, nur in dem beschriebenen Intervall $x \in (0,05m, \; x_{max}]$ zu mitteln. Dort wird nach GUM der Mittelwert und die Standardabweichung des Mittelwertes berechnet, um ein Messergebnis und dessen Unsicherheit zu erhalten.

- Mittelwert: $\overline{D} = \frac{1}{n} \sum\limits_{i=1}^{n} D_i$
- Standardabweichung: $\sigma_D = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n} (D_i - \overline{D})^2}$
- Standardabweichung des Mittelwertes: $\sigma_{\overline{D}} = \frac{\sigma_D}{\sqrt{n}}$

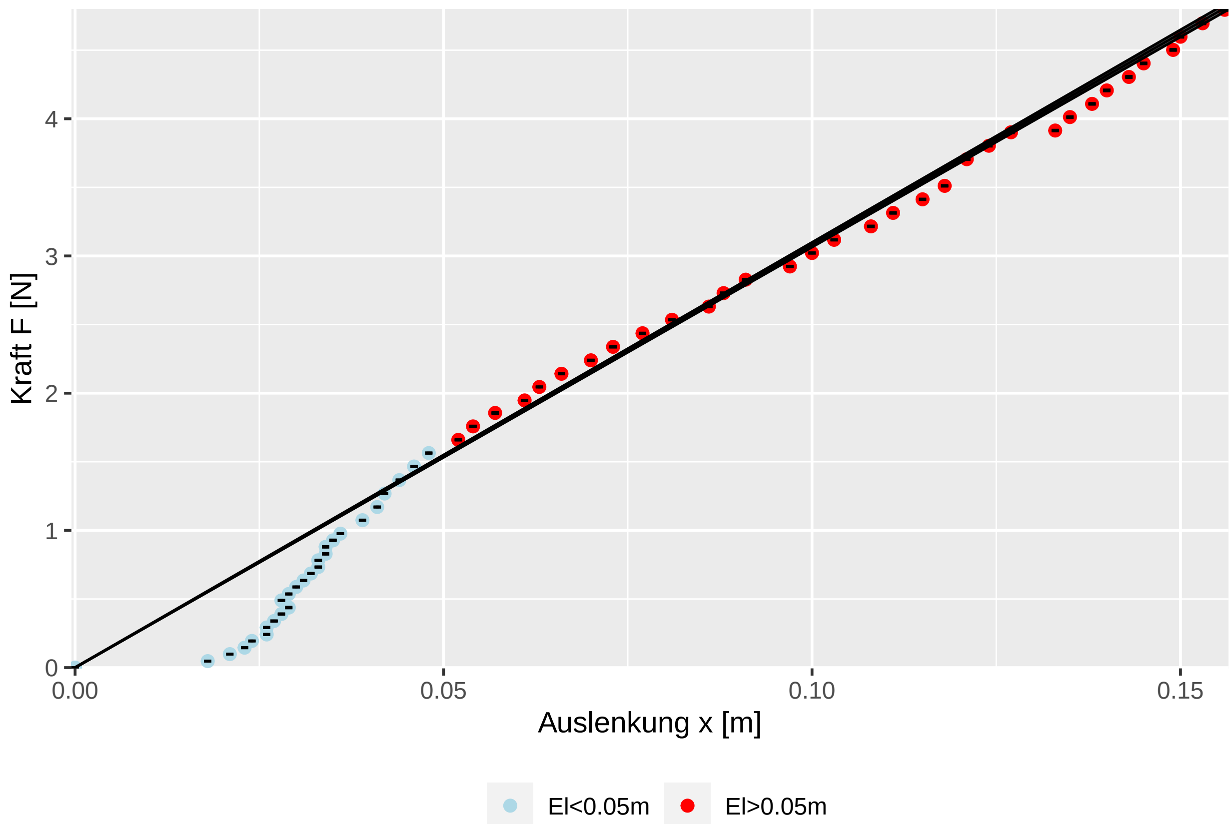
```r
# Ausschließen der Werte der Federkonstante mit x<=0,05
D <- Messreihe$Federkonstante[Messreihe$Auslenkung1_x0_m>0.05]

# Ausgabe als Dataframe
d <- data.frame(Werte=c(mean(D), sd(D), sd(D)/sqrt(length(D))))
rownames(d) <- c("Mittelwert_MW", "Standardabweichung_SD", "SD_von_MW")
knitr::kable(d, caption = "Statistische Größen zur bestimmten Federkonstante")
```

Tabelle 2: Statistische Größen zur bestimmten Federkonstante

	Werte
Mittelwert_MW	30.8162757
Standardabweichung_SD	0.9579652
SD_von_MW	0.1667603

Die bestimmte Federkonstante, für eine Auslenkung des Gummibandes im Bereich von $5,0$ bis $26.8cm$, beträgt also $D = (30,91 \pm 0,17)\frac{N}{m}$

Hier wird die Federkonstante als Gerade nocheinmal im Kraft-Auslenkungsschaubild dargestellt. Die blau eingefärbten Punkte sind diejenigen Punkte, die nicht in die Berechnung mit eingingen.



Angemerkt sei, dass für die Steigung der Federkonstanten der Mittelwert und die Mittelwerte ab- bzw. zuzüglich der Standardabweichung des Mittelwertes angenommen wurden. Die Drei Geraden überlagern sich sehr stark. Ebenso wurde ein Nulldurchgang festgelegt, da bei keiner Krafteinwirkung keine Elongation stattfindet. Ebenso sei angemerkt, dass die Fehlerbalken vorhanden sind, wie auch in den Diagrammen zuvor, nur dass diese eher klein ausfallen, vergleiche entsprechend errechnete Werte im Abschnitt *Messwerte und errechnete Größen*.

Messwerte und errechnete Größen

Im Folgenden eine Auflistung der in diesem Versuch erhobenen Messwerte und der daraus errechneten Größen:

Mit:

- n_m[-]: Anzahl kombinierter Gewichte
- m[kg]: Masse der kombinierten Gewichte in Kilogramm
- u_m[kg]: Unsicherheit der Masse in Kilogramm
- L[cm]: Abgelesener Wert an Maßband in Zentimeter
- El[m]: Elongation des Gummibandes in Meter
- F[N]: Kraft F in Newton
- u_F[N]: Unsicherheit der Kraft in Newton
- D[N/m]: Federkonstante D in Newton pro Meter

- u_D[N/m]: Unsicherheit der Federkonstante in Newton pro Meter

Tabelle 3: Messwerte

n_m[-]	m[kg]	u_m[kg]	L[cm]	El[m]	F[N]	u_F[N]	D[N/m]	u_D[N/m]
0	0.0000	0.0000000	11.2	0.000	0.0000	0.00000	NaN	NaN
1	0.0048	0.0000577	13.0	0.018	0.0471	0.00057	2.6160	0.0428
1	0.0100	0.0000577	13.3	0.021	0.0981	0.00057	4.6714	0.0520
2	0.0148	0.0001155	13.5	0.023	0.1452	0.00113	6.3125	0.0737
1	0.0198	0.0000577	13.6	0.024	0.1942	0.00057	8.0932	0.0715
2	0.0246	0.0001155	13.8	0.026	0.2413	0.00113	9.2818	0.0836
2	0.0298	0.0001155	13.8	0.026	0.2923	0.00113	11.2438	0.0968
3	0.0346	0.0001732	13.9	0.027	0.3394	0.00170	12.5713	0.1124
3	0.0398	0.0001732	14.0	0.028	0.3904	0.00170	13.9442	0.1166
4	0.0446	0.0002309	14.1	0.029	0.4375	0.00227	15.0871	0.1301
1	0.0499	0.0000577	14.0	0.028	0.4895	0.00057	17.4828	0.1265
2	0.0547	0.0001155	14.1	0.029	0.5366	0.00113	18.5037	0.1335
2	0.0599	0.0001155	14.2	0.030	0.5876	0.00113	19.5873	0.1359
3	0.0647	0.0001732	14.3	0.031	0.6347	0.00170	20.4744	0.1430
2	0.0699	0.0001155	14.4	0.032	0.6857	0.00113	21.4287	0.1385
3	0.0747	0.0001732	14.5	0.033	0.7328	0.00170	22.2063	0.1441
3	0.0797	0.0001732	14.5	0.033	0.7819	0.00170	23.6926	0.1525
4	0.0845	0.0002309	14.6	0.034	0.8289	0.00227	24.3807	0.1581
4	0.0897	0.0002309	14.6	0.034	0.8800	0.00227	25.8811	0.1662
5	0.0945	0.0002887	14.7	0.035	0.9270	0.00283	26.4870	0.1716
1	0.0995	0.0000577	14.8	0.036	0.9761	0.00057	27.1137	0.1515
2	0.1095	0.0001155	15.1	0.039	1.0742	0.00113	27.5435	0.1442
2	0.1193	0.0001155	15.3	0.041	1.1703	0.00113	28.5447	0.1420
3	0.1293	0.0001732	15.4	0.042	1.2684	0.00170	30.2008	0.1494
4	0.1393	0.0002309	15.6	0.044	1.3665	0.00227	31.0576	0.1503
2	0.1494	0.0001155	15.8	0.046	1.4656	0.00113	31.8612	0.1407
3	0.1594	0.0001732	16.0	0.048	1.5637	0.00170	32.5774	0.1403
3	0.1692	0.0001732	16.4	0.052	1.6599	0.00170	31.9202	0.1270
4	0.1792	0.0002309	16.6	0.054	1.7580	0.00227	32.5547	0.1277
5	0.1892	0.0002887	16.9	0.057	1.8561	0.00283	32.5623	0.1246
1	0.1985	0.0000577	17.3	0.061	1.9473	0.00057	31.9227	0.1051
2	0.2085	0.0001155	17.5	0.063	2.0454	0.00113	32.4664	0.1046
2	0.2183	0.0001155	17.8	0.066	2.1415	0.00113	32.4473	0.0998
3	0.2283	0.0001732	18.2	0.070	2.2396	0.00170	31.9946	0.0946
4	0.2383	0.0002309	18.5	0.073	2.3377	0.00227	32.0236	0.0931
2	0.2484	0.0001155	18.9	0.077	2.4368	0.00113	31.6468	0.0835
3	0.2584	0.0001732	19.3	0.081	2.5349	0.00170	31.2951	0.0801
3	0.2682	0.0001732	19.8	0.086	2.6310	0.00170	30.5935	0.0738
4	0.2782	0.0002309	20.0	0.088	2.7291	0.00227	31.0130	0.0750
5	0.2882	0.0002887	20.3	0.091	2.8272	0.00283	31.0686	0.0750
2	0.2980	0.0001155	20.9	0.097	2.9234	0.00113	30.1379	0.0632
3	0.3080	0.0001732	21.2	0.100	3.0215	0.00170	30.2148	0.0628
3	0.3178	0.0001732	21.5	0.103	3.1176	0.00170	30.2681	0.0610
4	0.3278	0.0002309	22.0	0.108	3.2157	0.00227	29.7752	0.0590
5	0.3378	0.0002887	22.3	0.111	3.3138	0.00283	29.8542	0.0595
3	0.3479	0.0001732	22.7	0.115	3.4129	0.00170	29.6774	0.0537
4	0.3579	0.0002309	23.0	0.118	3.5110	0.00227	29.7542	0.0540
4	0.3777	0.0002309	23.3	0.121	3.7052	0.00227	30.6218	0.0540

n_m[-]	m[kg]	u_m[kg]	L[cm]	El[m]	F[N]	u_F[N]	D[N/m]	u_D[N/m]
5	0.3877	0.0002887	23.6	0.124	3.8033	0.00283	30.6721	0.0545
6	0.3977	0.0003464	23.9	0.127	3.9014	0.00340	30.7200	0.0553
4	0.3990	0.0002309	24.5	0.133	3.9142	0.00227	29.4300	0.0474
5	0.4090	0.0002887	24.7	0.135	4.0123	0.00283	29.7207	0.0488
5	0.4188	0.0002887	25.0	0.138	4.1084	0.00283	29.7712	0.0478
6	0.4288	0.0003464	25.2	0.140	4.2065	0.00340	30.0466	0.0493
7	0.4388	0.0004041	25.5	0.143	4.3046	0.00396	30.1023	0.0504
5	0.4489	0.0002887	25.7	0.145	4.4037	0.00283	30.3704	0.0462
6	0.4589	0.0003464	26.1	0.149	4.5018	0.00340	30.2135	0.0465
6	0.4687	0.0003464	26.2	0.150	4.5979	0.00340	30.6530	0.0467
7	0.4787	0.0004041	26.5	0.153	4.6960	0.00396	30.6931	0.0478
8	0.4887	0.0004619	26.8	0.156	4.7941	0.00453	30.7317	0.0489

Versuch 2

Ziel

Untersuchung der Fragestellung, ob sich der Zusammenhang zwischen Kraft und Elongation verändert, wenn man die Angrifffskraft auf einen Strang des Gummibandes anstatt auf zwei verteilt.

Eine Hypothese ist, dass die Auslenkung bei gleicher Gewichtskraft doppelt so hoch ist, weil die Kraft auf nur einen Strang wirkt.

Materialien

- Stativ
- Gummiband
- Gewichte
- Maßband
- Haken
- Klebeband
- Schere

Versuchsaufbau

- Analog zu Versuch 1, aber das Gummiband wurde vorher mit einer Schere zerschnitten und durch geknotete Schlaufen an Haken und Gewicht befestigt.

Durchführung

Analog zu Versuch 1. Wir haben uns dafür entschieden bis zur Marke von 100g in 5g - Intervallen und danach in 10g- Schriiten zu messen, um die Daten mit den Daten aus der ersten Versuchsreihe gut vergleichen können. Da das Band allerdings viel stärker durch das Anbringen von Gewicht gedehnt wurde, konnten wir ab 360g keine Messungewn mehr durchführen, da die Gewichte durch ihre Länge anfingen am Tisch aufzuliegen und so die Normalkraft die Gewichtskraft verfälscht hätte. Stattdessen haben wir den aus platztechnisch noch gut messbaren Wert für 400g genommen und den Rest der Tabelle nicht ausgefüllt. x_0 lag bei uns in diesem Fall bei 15,8cm.

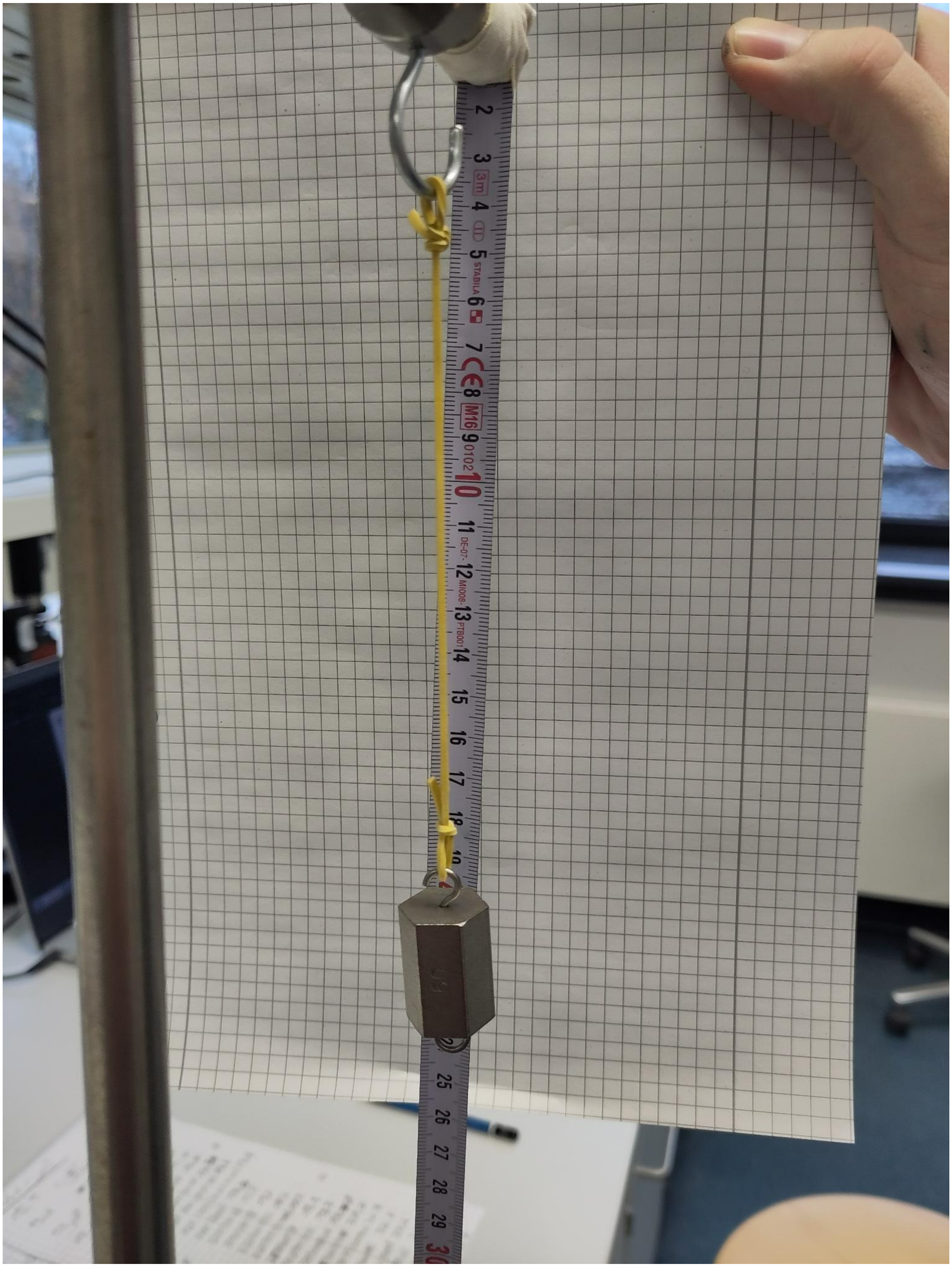


Abbildung 3: Versuchsaufbau 2

Abbildung 4: Versuchsaufbau 2, Nahansicht

Fehlerquellen

Ein möglicher Faktor, der die Federkonstane verfälschen kann, ist neben den im Versuch 1 genannten Problemen, die Art der Befestigung des nun einsträngigen Gummibandes. Diese geschaf in Form eines Knotens am Haken. Dabei wurde ein Teil des Gummibandes verwendet, der im folgenden Versuch dann nicht gedehnt wurde.

Messung

Auch hier wurden die gemessenen Längen in einer csv-Datei gespeichert. Die Massen der Gewichte sind ebenfalls bekannt. Die Unsicherheiten der Waage und der Skala (Maßband) könen ebenfalls übernommen werden, da es sich um die selben Geräte handelt. Da die Massen dieselben sind sind auch die Gewichtskräfte und deren Unsicherheiten dieselben.

Auswertung

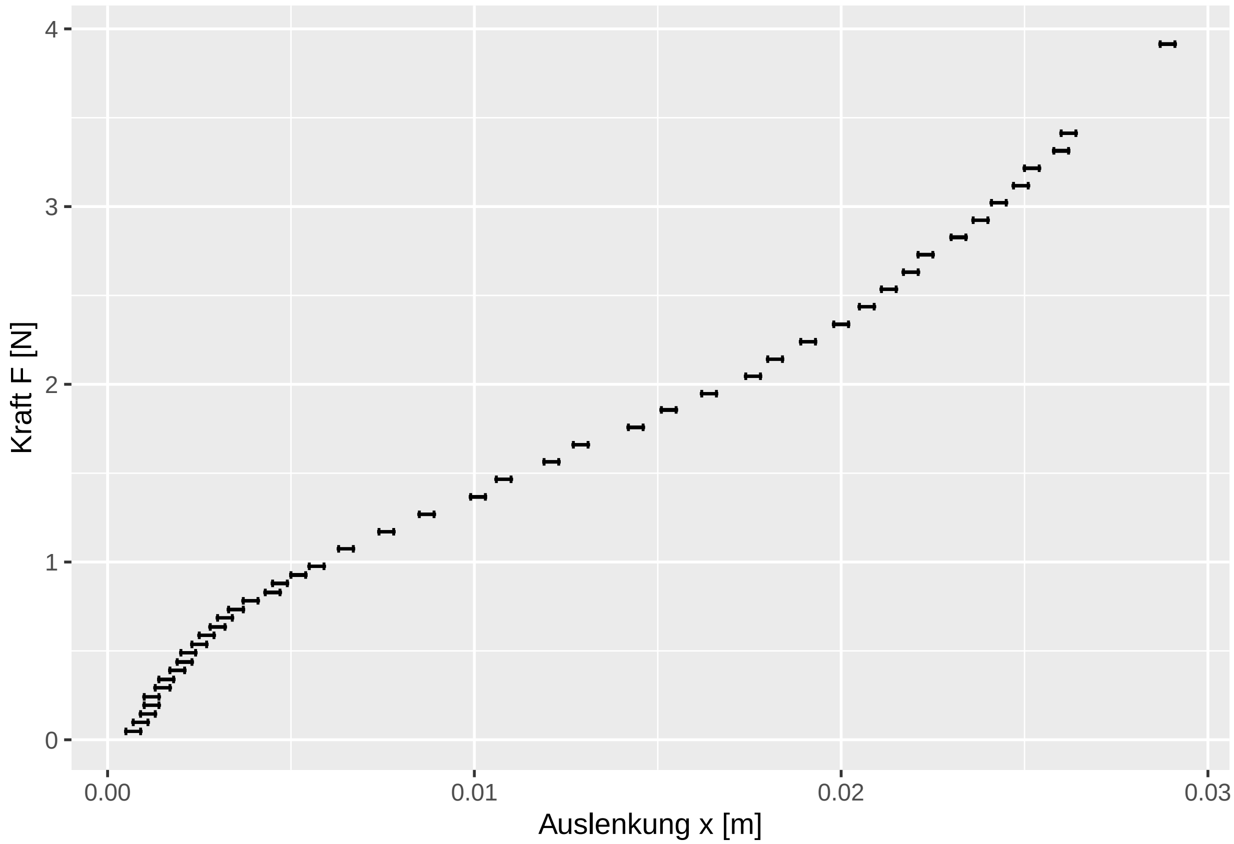
Die Elongation muss erneut berechnet werden. Dafür wird die Anfangsausdehnung x_0 von den Ausdehnungen x_i abgezugen und in Meter umgerechnet werden.

Die Federkonstante wird gemäß Gleichung 2 berechnet. Ebenso deren Unsicherheiten für jeden einzelnen Wert gemäß Gleichung 3. Die Berechnung erfolgt mit Hilfe der Funktion "u_D_funktion", welche in Versuch 1 definiert wurde.

```
# Entfernen von NA-Zeilen
Messreihe2 <- Messreihe[complete.cases(Messreihe[ , c(5,14,15)]),]
# Normierung der Auslenkung
Messreihe2$Auslenkung2_x0 <- Messreihe2$Auslenkung2-15.8
# Umrechnung in kg
Messreihe2$Auslenkung2_x0_m <- Messreihe2$Auslenkung2_x0/1000

# Berechnung der Federkonstanten
Messreihe2$Federkonstante2 <- Messreihe2$Gewicht_kg*g/Messreihe2$Auslenkung2_x0_m

Messreihe2$u_Federkonstante2 <- u_D_funktion(x=Messreihe2$Auslenkung2_x0_m,
                                             m=Messreihe2$Gewicht_kg,
                                             UM=Messreihe2$u_m)
```

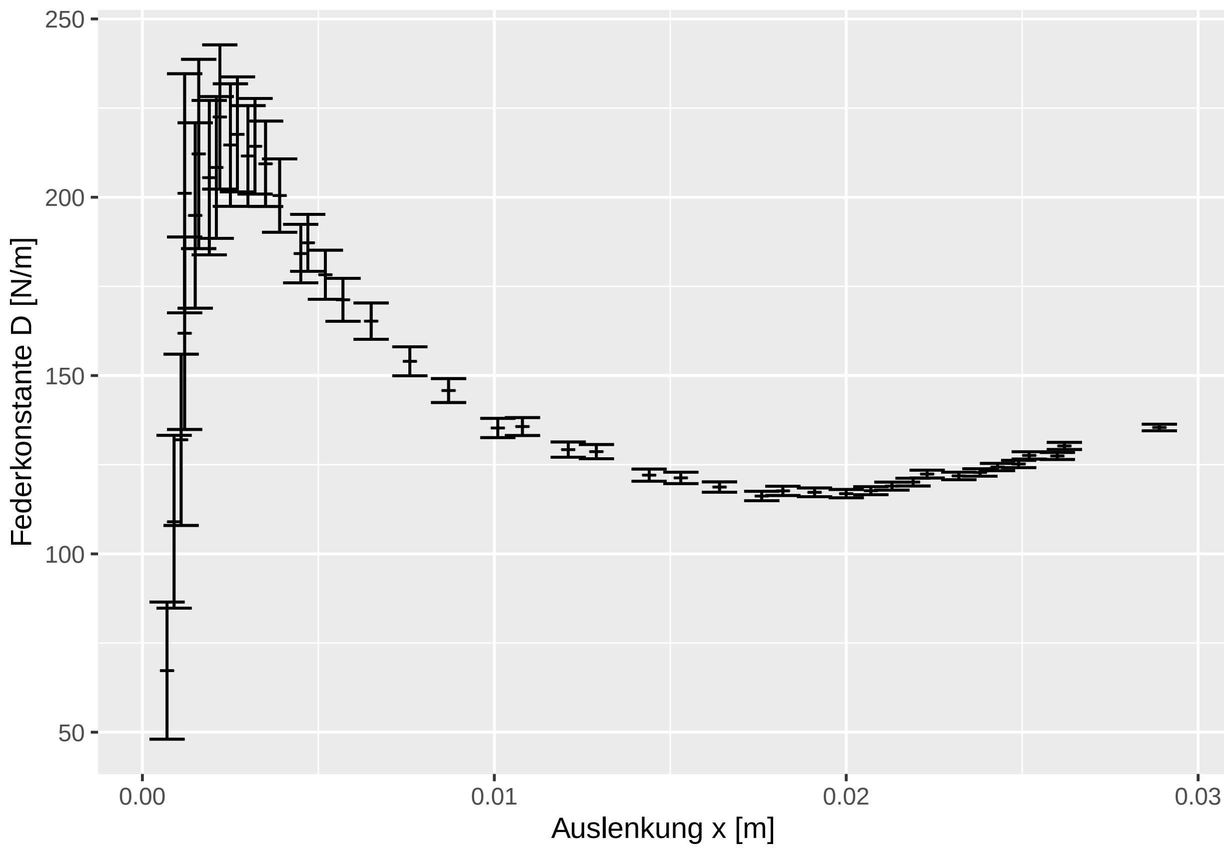
Kraft-Auslenkung Diagramm:

```
ggplot(Messreihe2, aes(x = Auslenkung2_x0_m, y = Kraft,
                      ymin = Kraft-u_Kraft, ymax = Kraft+u_Kraft)) +
  #geom_point(size=0.1) +
  geom_errorbar(width = 0.0005) +
  geom_errorbar(width = 0.0005) +
  xlab("Auslenkung x [m]") + ylab("Kraft F [N]") +
  geom_errorbarh(aes(xmin = Auslenkung2_x0_m-u_x,
                     xmax = Auslenkung2_x0_m+u_x))
```



Federkonstante-Auslenkung Diagramm:

```
ymini <- Messreihe2$Federkonstante2-Messreihe2$u_Federkonstante2
ymini[which(ymini<0)] <- 0
ggplot(Messreihe2,
       aes(x = Auslenkung2_x0_m, y = Federkonstante2,
       ymin = Federkonstante2-u_Federkonstante2,
       ymax = Federkonstante2+u_Federkonstante2)) +
  geom_point(size=0.1) +
  geom_errorbar(width = 0.001) +
  geom_errorbar(width = 0.001) +
  xlab("Auslenkung x [m]") + ylab("Federkonstante D [N/m]") +
  geom_errorbarh(aes(xmin = Auslenkung2_x0_m-u_x,
                     xmax = Auslenkung2_x0_m+u_x))
```



Interpretation

Messwerte und errechnete Größen

Hier eine Zusammenfassung der Werte aus Versuch 2:

```
printdf2 <- cbind(Messreihe[,c(1,5,10)], round(Messreihe[,8], 7),
                  round(Messreihe[,12], 4), round(Messreihe[,13], 5))
colnames(printdf2) <- c("n_m[-]", "L2[cm]", "m[kg]", "u_m[kg]", "F[N]", "u_F[N]")
printdf2 <- printdf2[which(is.na(printdf2$`L2[cm]`)==FALSE),]
printdf2[, c(1,3,4,2,5,6)]
```

	n_m[-]	m[kg]	u_m[kg]	L2[cm]	F[N]	u_F[N]
1	0	0.0000	0.0000000	15.8	0.0000	0.00000
2	1	0.0048	0.0000577	16.5	0.0471	0.00057
3	1	0.0100	0.0000577	16.7	0.0981	0.00057
4	2	0.0148	0.0001155	16.9	0.1452	0.00113
5	1	0.0198	0.0000577	17.0	0.1942	0.00057
6	2	0.0246	0.0001155	17.0	0.2413	0.00113
7	2	0.0298	0.0001155	17.3	0.2923	0.00113
8	3	0.0346	0.0001732	17.4	0.3394	0.00170
9	3	0.0398	0.0001732	17.7	0.3904	0.00170
10	4	0.0446	0.0002309	17.9	0.4375	0.00227

	n_m[-]	m[kg]	u_m[kg]	L2[cm]	F[N]	u_F[N]
11	1	0.0499	0.0000577	18.0	0.4895	0.00057
12	2	0.0547	0.0001155	18.3	0.5366	0.00113
13	2	0.0599	0.0001155	18.5	0.5876	0.00113
14	3	0.0647	0.0001732	18.8	0.6347	0.00170
15	2	0.0699	0.0001155	19.0	0.6857	0.00113
16	3	0.0747	0.0001732	19.3	0.7328	0.00170
17	3	0.0797	0.0001732	19.7	0.7819	0.00170
18	4	0.0845	0.0002309	20.3	0.8289	0.00227
19	4	0.0897	0.0002309	20.5	0.8800	0.00227
20	5	0.0945	0.0002887	21.0	0.9270	0.00283
21	1	0.0995	0.0000577	21.5	0.9761	0.00057
22	2	0.1095	0.0001155	22.3	1.0742	0.00113
23	2	0.1193	0.0001155	23.4	1.1703	0.00113
24	3	0.1293	0.0001732	24.5	1.2684	0.00170
25	4	0.1393	0.0002309	25.9	1.3665	0.00227
26	2	0.1494	0.0001155	26.6	1.4656	0.00113
27	3	0.1594	0.0001732	27.9	1.5637	0.00170
28	3	0.1692	0.0001732	28.7	1.6599	0.00170
29	4	0.1792	0.0002309	30.2	1.7580	0.00227
30	5	0.1892	0.0002887	31.1	1.8561	0.00283
31	1	0.1985	0.0000577	32.2	1.9473	0.00057
32	2	0.2085	0.0001155	33.4	2.0454	0.00113
33	2	0.2183	0.0001155	34.0	2.1415	0.00113
34	3	0.2283	0.0001732	34.9	2.2396	0.00170
35	4	0.2383	0.0002309	35.8	2.3377	0.00227
36	2	0.2484	0.0001155	36.5	2.4368	0.00113
37	3	0.2584	0.0001732	37.1	2.5349	0.00170
38	3	0.2682	0.0001732	37.7	2.6310	0.00170
39	4	0.2782	0.0002309	38.1	2.7291	0.00227
40	5	0.2882	0.0002887	39.0	2.8272	0.00283
41	2	0.2980	0.0001155	39.6	2.9234	0.00113
42	3	0.3080	0.0001732	40.1	3.0215	0.00170
43	3	0.3178	0.0001732	40.7	3.1176	0.00170
44	4	0.3278	0.0002309	41.0	3.2157	0.00227
45	5	0.3378	0.0002887	41.8	3.3138	0.00283
46	3	0.3479	0.0001732	42.0	3.4129	0.00170
51	4	0.3990	0.0002309	44.7	3.9142	0.00227