

Основы комбинаторики

Лабораторная работа №5

Осенний семестр, 2024 г.

1. Создайте размещения:

- (a) без повторений из 3 элементов по 3 (перестановка);
- (b) без повторений из 3 элементов по 2;
- (c) с повторениями из 2 элементов по 2;

Найдите числа размещений A_n^k и $\tilde{A}_n^k = n^k$ для размещений 1.a, 1.b и 1.c.

<https://reference.wolfram.com/language/ref/Permutations.html>

<https://reference.wolfram.com/language/ref/FactorialPower.html>

2. Создайте сочетания:

- (a) без повторений из 3 элементов по 2;
- (b) с повторениями из 2 элементов по 2.

Найдите числа сочетаний C_n^k и $\tilde{C}_n^k = C_{n+k-1}^{n-1} = C_{n+k-1}^k$ для сочетаний 1.a, 1.b.

<https://reference.wolfram.com/language/ref/Subsets.html>

<https://reference.wolfram.com/language/ref/Binomial.html>

Функция для создания сочетания с повторениями: `DeleteDuplicates[Sort /@ Tuples[a, b, 2]]`.

3. Создайте беспорядки (перестановки без фиксированных точек) на 4-х элементах. Определите число беспорядков $!n$.

<https://resources.wolframcloud.com/FunctionRepository/resources/Derangements>

<https://reference.wolfram.com/language/ref/Subfactorial.html>

4. Создайте гиперграф с тремя гиперребрами: $\{\{1, 2, 3, 8\}, \{2, 3, 5, 4\}, \{5, 7, 8\}\}$

<https://resources.wolframcloud.com/FunctionRepository/resources/HypergraphPlot>

5. Вычислите значение мультиномиального коэффициента $\binom{5}{2, 2, 1}$.

<https://reference.wolfram.com/language/ref/Multinomial.html>

Пример разбиения (фрагмент): $\{\{a, b\}, \{c, d\}, \{e\}\}, \{\{a, c\}, \{b, d\}, \{e\}\}, \dots$

6. Напишите функцию, которая выводит список упорядоченных разбиений n -элементного множества на m -подмножеств мощностей k_1, k_2, \dots, k_m .

Пример 1

Формат ввода

2, 2

Формат вывода

[[[1, 2], [3, 4]],
[[1, 3], [2, 4]],
[[1, 4], [2, 3]],
[[2, 3], [1, 4]],
[[2, 4], [1, 3]],
[[3, 4], [1, 2]]]

Пример 2

Формат ввода

3, 2

Формат вывода

[[[1, 2, 3], [4, 5]],
[[1, 2, 4], [3, 5]],
[[1, 2, 5], [3, 4]],
[[1, 3, 4], [2, 5]],
[[1, 3, 5], [2, 4]],
[[2, 3, 4], [1, 5]],
[[2, 3, 5], [1, 4]],
[[3, 4, 5], [1, 2]],
[[1, 4, 5], [2, 3]],
[[2, 4, 5], [1, 3]]]