

Отчет по второму заданию курса "Современные вычислительные технологии"

Балашов Георгий, 303

29 мая 2024 г.

1 Описание задачи

Необходимо решить краевую задачу Дирихле для уравнения Лапласа

$$\begin{cases} -\Delta u = f, x \in \Omega = (0; 1)^2, \\ u|_{\partial\Omega} = g \end{cases}$$

Точное решение $u = \sin(5x) \sin(5y) \Rightarrow -\Delta u = 50 \sin(5x) \sin(5y)$

В единичном квадрате вводится равномерная сетка: (x_i, y_j) , $i, j = 0, \dots, N$, где $x_i = ih$, $y_j = jh$, $h = 1/N$ - шаг сетки.

Вводятся дискретные неизвестные $u_{ij} \approx u(x_i, y_j)$, и для каждого узла составляется дискретное уравнение, приближающее уравнение Лапласа на пятиточечном шаблоне – все по аналогии с одномерным случаем

Дискретная аппроксимация уравнения:

$$-\frac{u_{i+1,j} - 2u_{i,j} + u_{i-1,j}}{h^2} - \frac{u_{i,j+1} - 2u_{i,j} + u_{i,j-1}}{h^2} = f(x_i, y_j)$$

2 Численное решение

Дискретизация приводит к системе с матрицей A , обладающей свойствами:

- 1) $A = A^T > 0$
- 2) A - разреженная

Решаем задачу методом Крыловского типа BiCGStab с предобуславливателем INNER_ILU2, реализованными в системе INMOST.

3 Результаты численных экспериментов

