

## **Temat**

Prognoza średniej ceny 1 m<sup>2</sup> powierzchni użytkowej budynku mieszkalnego oddanego do użytkowania w Polsce w latach 2017-2020 na podstawie ich analizy w latach 1999-2016.

## **Wstęp**

Celem projektu było wykonanie analizy średniej ceny 1 m<sup>2</sup> powierzchni użytkowej budynku mieszkalnego oddanego do użytkowania w Polsce w latach 1999-2016. Dane analizowano jako szereg czasowy reprezentowany przez obiekt klasy ts w pakiecie R, czego efektem był wybór odpowiednich modeli opisujących analizowane dane. Na podstawie otrzymanych modeli dokonano prognozy średniej ceny 1 m<sup>2</sup> powierzchni użytkowej budynku mieszkalnego oddanego do użytkowania w Polsce w latach 2017-2020.

Zgodnie z ustawą, na mocy której ogłaszany jest wskaźnik, przez cenę 1 m<sup>2</sup> powierzchni użytkowej budynku (mieszkalnego) rozumie się przeciętne dla całego kraju nakłady poniesione przez inwestorów na budowę nowych budynków mieszkalnych (innych niż jednorodzinne i zbiorowego zamieszkania) w przeliczeniu na 1 m<sup>2</sup> powierzchni użytkowej budynku, wyznaczone jako średnia ważona powierzchnią użytkową budynków mieszkalnych oddanych do użytkowania w poszczególnych województwach.

Nakłady na budowę budynku dotyczą wszystkich kosztów poniesionych od momentu rozpoczęcia do momentu zakończenia budowy. W kosztach budowy uwzględnia się:

- koszty nabycia działki budowlanej (tj. cenę nabycia, opłatę z tytułu wieczystego użytkowania poniesione przez inwestora, a także opłaty notarialne oraz wieczystoksięgowe),
- koszty przygotowania działki budowlanej i uzbrojenia zewnętrznego,
- koszty wzniesienia budynku - konstrukcji budowlanych,
- koszty urządzeń technicznych i instalacji budynku, urządzeń budowlanych związanych z budynkiem (urządzeń zapewniających możliwość użytkowania budynku zgodnie z jego przeznaczeniem, jak: przyłącza i urządzenia instalacyjne, w tym oczyszczania i gromadzenia ścieków, przejazdy, ogrodzenia, place postojowe i place pod śmietniki),
- dodatkowe koszty budowy, takie jak: planowania przestrzennego, dokumentacji, ekspertyz i doradztwa projektowego, opłaty związane z zawarciem umów notarialnych i wpisów do księgi wieczystej, nadzoru, kierowania budową i rozliczania robót, koszty finansowania, tj. uzyskania kredytu i spłaty odsetek.

## **Analizowane dane**

Do przygotowania analizy wybrano dane przedstawiające średnie ceny 1 m<sup>2</sup> powierzchni użytkowej budynku mieszkalnego oddanego do użytkowania w Polsce w latach 1999-2020. Źródłem pochodzenia danych była strona internetowa Głównego Urzędu Statystycznego (GUS). Dane sporządzone zostały na podstawie sprawozdania o nakładach na budowę nowych budynków mieszkalnych oddanych do użytkowania (B-09), opracowanego za pomocą ankiet kwartalnych wypełnianych przez inwestorów.

Link do strony: <https://stat.gov.pl/obszary-tematyczne/przemysl-budownictwo-srodki-trwale/budownictwo/cena-1-m2-powierzchni-uzytkowej-budynku-mieszkalnego-oddanego-do-uzytkowania,8,1.html?fbclid=IwAR2d2e5BeXmGm9M66ayY-H8spRZmcIODDZ4409Av5YF5zpGrHfaJYLHIFao>.

Wartości cen były przedstawione w złotych. Zbiór danych składał się z 87 obserwacji i nie występowały w nim wartości brakujące. Z racji panującej pandemii COVID-19 w roku 2020 brakuje wartości za IV kwartał tego roku i nie jest ona liczona jako wartość brakująca oraz nie jest wyliczona na podstawie innych średnich z racji nieobliczalnego zachowania rynku budowlanego. Wszystkie dane użyte w projekcie zostały zaprezentowane w tabeli 1.

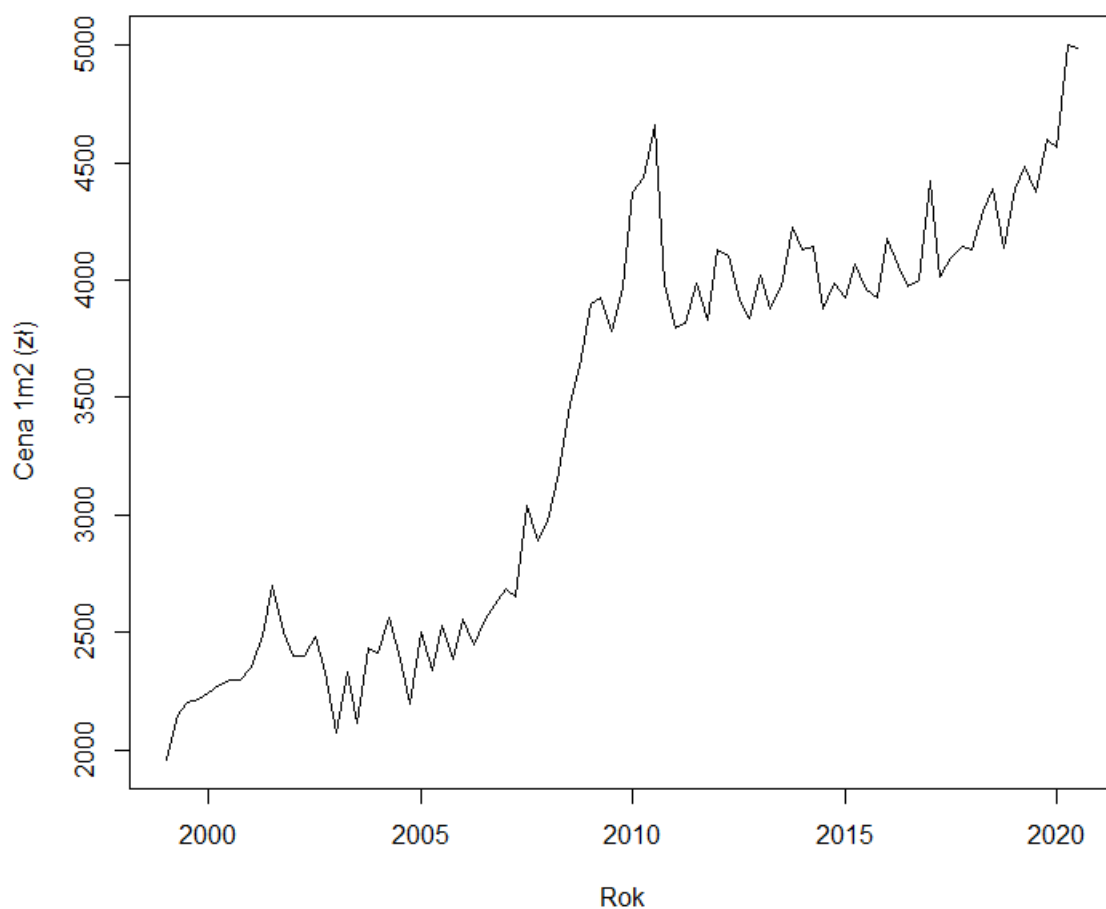
**Tabela 1. Średnia cena 1 m2 powierzchni użytkowej budynku mieszkalnego oddanego do użytkowania.**

| Rok  | I kwartał | II kwartał | III kwartał | IV kwartał |
|------|-----------|------------|-------------|------------|
|      | w złotych |            |             |            |
| 2020 | 4 567     | 5 000      | 4987        |            |
| 2019 | 4 388     | 4 484      | 4 376       | 4 597      |
| 2018 | 4 132     | 4 294      | 4 385       | 4 139      |
| 2017 | 4 424     | 4 014      | 4 097       | 4 145      |
| 2016 | 4 177     | 4 063      | 3 976       | 4 000      |
| 2015 | 3 926     | 4 066      | 3 961       | 3 925      |
| 2014 | 4 129     | 4 141      | 3 880       | 3 984      |
| 2013 | 4 019     | 3 879      | 3 975       | 4 228      |
| 2012 | 4 130     | 4 103      | 3 915       | 3 837      |
| 2011 | 3 797     | 3 819      | 3 988       | 3 829      |
| 2010 | 4 372     | 4 433      | 4 657       | 3 979      |
| 2009 | 3 895     | 3 924      | 3 783       | 3 964      |
| 2008 | 2 970     | 3 186      | 3 478       | 3 631      |
| 2007 | 2 683     | 2 650      | 3 041       | 2 890      |
| 2006 | 2 560     | 2 445      | 2 557       | 2 619      |
| 2005 | 2 505     | 2 336      | 2 528       | 2 388      |
| 2004 | 2 412     | 2 562      | 2 386       | 2 195      |
| 2003 | 2 071     | 2 332      | 2 117       | 2 432      |
| 2002 | 2 400     | 2 400      | 2 484       | 2 330      |
| 2001 | 2 350     | 2 490      | 2 700       | 2 500      |
| 2000 | 2 245     | 2 280      | 2 300       | 2 300      |
| 1999 | 1 960     | 2 150      | 2 200       | 2 220      |

## Wczytanie danych, szereg czasowy

Pracę rozpoczęto od wczytania danych do RStudio oraz utworzenia szeregu czasowego rozpoczynającego się w roku 1999 (I kwartał) do roku 2020 (III kwartał). Szereg przedstawiono na wykresie 1.

**Wykres 1. Szereg czasowy analizowanych danych.**



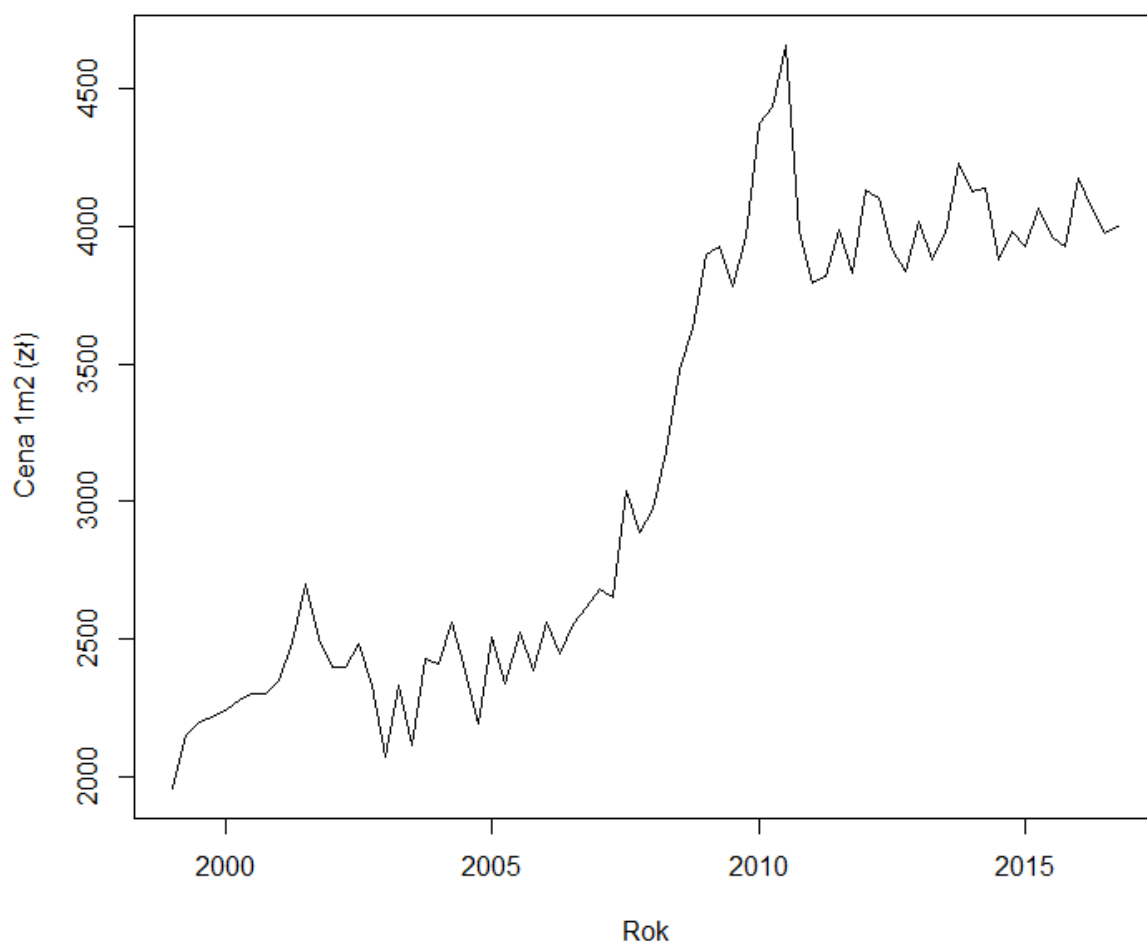
Następnie dane podzielono na zbiór uczący (konstrukcja prognoz na kolejne okresy) oraz zbiór testowy (ocena dokładności skonstruowanych prognoz). Dane podzielono w pakiecie R przy pomocy funkcji `stats::window()`. Zbiór uczący obejmował dane od I kwartału 1999 do IV kwartału 2016. Z kolei zbiór testowy rozpoczynał się w I kwartale 2017 roku a kończył się na III kwartale 2020. Długość zbioru uczącego wynosiła 72, a testowego 15. Proporcja 80/20.

### **Analiza podstawowych własności szeregu**

W kolejnym etapie stworzono wykres szeregu czasowego dla zbioru uczącego przedstawiony na wykresie 2. Na podstawie jego analizy widzimy niejednostajny liniowy trend wzrostowy, związany zapewne z rosnącymi stale kosztami materiałów budowlanych, cen gruntów oraz rosnącymi kosztami związanymi z zatrudnieniem pracowników. Widzimy również wahania przypadkowe. Nagły wzrost pojawiający się w latach 2007-2013 związany jest z wprowadzeniem projektu „Rodzina na Swoim” oraz możliwością udzielania wysokich kredytów hipotecznych. Projekt „Rodzina na Swoim” był to rządowy program przeznaczony dla małżeństw oraz osób samotnie wychowujących dzieci. Jego celem była pomoc w zakupie własnego mieszkania dla tych, którzy nie mogliby sobie pozwolić na skorzystanie z kredytu hipotecznego. Otrzymany w programie kredyt Rodzina na Swoim można było przeznaczyć na zakup mieszkania w budynku wielorodzinnym, spółdzielczego własnościowego prawa do lokalu mieszkalnego lub na budowę domu jednorodzinnego. Ze środków można było również pokryć koszty budowy nowego mieszkania oraz sfinansować wkład budowlany do spółdzielni, a także rozbudować już istniejące nieruchomości. Projekt „Rodzina na Swoim” był sposobem

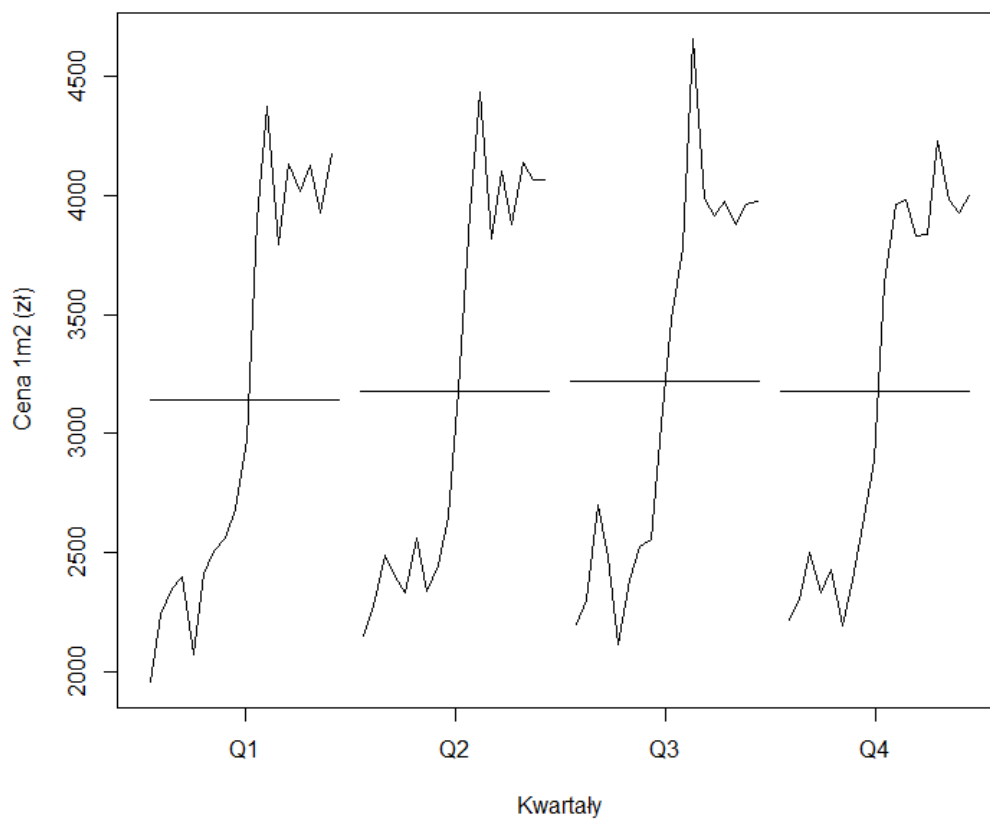
na pobudzenie rynku budownictwa mieszkaniowego, stąd od roku 2014 widzimy nagły spadek związany z zakończeniem powyższego programu.

**Wykres 2. Szereg czasowy dla zbioru uczącego.**



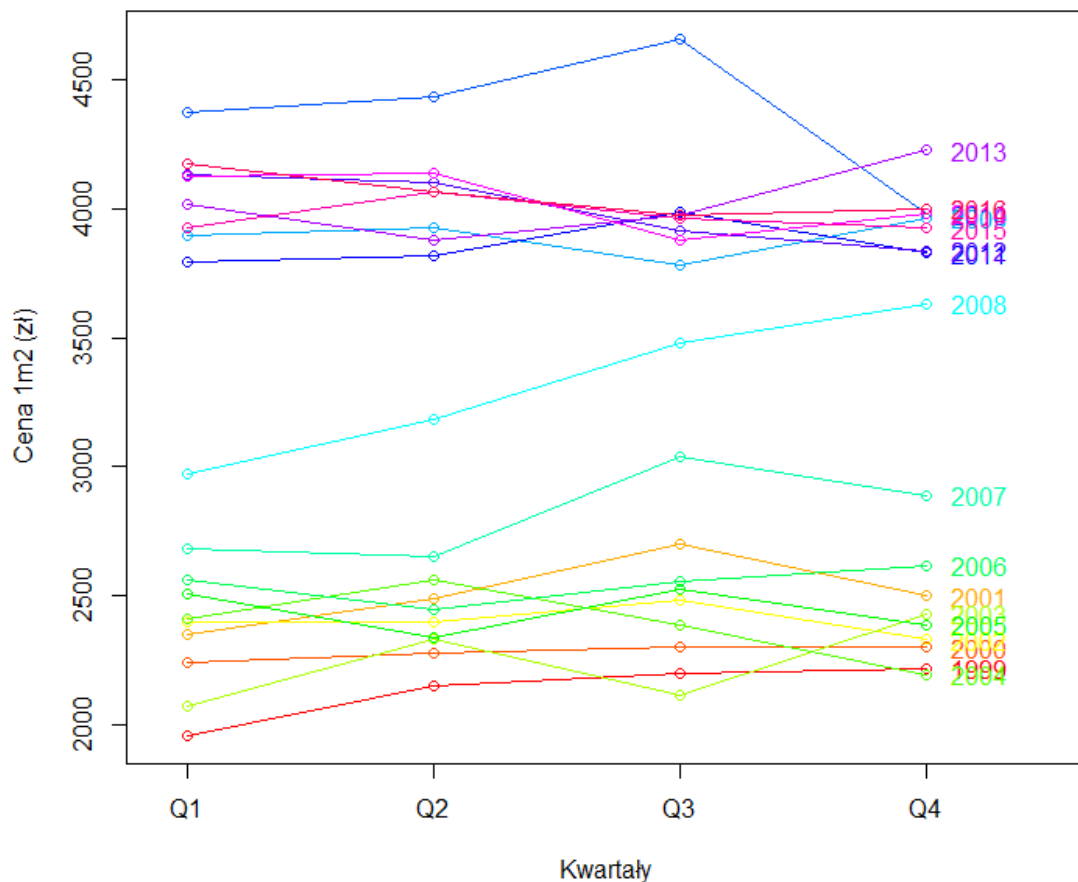
Na tym etapie nie widać charakterystycznych wahań sezonowych związanych z porami roku. W celu dalszej analizy występowania wahań sezonowych wykonano wykres sezonowy *monthplot()* – wykres 3 oraz *forecast::seasonplot()* – wykres 4.

**Wykres 3. Wahania sezonowe - *monthplot()* dla zbioru uczącego.**



Na podstawie wykresu 3 widzimy, iż występują wahania sezonowe w zależności od danych kwartałów. Wahania te nie są jednak duże, wręcz minimalne. Potrzebne są dalsze analizy by móc potwierdzić/wykluczyć obecność sezonowości. Wykres pokazuje, że cena każdego roku jest najniższa w kwartale I a najwyższa w kwartale III. Kolejną metodą do wizualizacji wahań sezonowych jest funkcja *seasonplot()*, która pozwala na przedstawienie danych podzielonych na kolejne lata. Umożliwia to zaobserwowanie ewentualnych wartości odstających.

**Wykres 4. Wahania sezonowe - *seasonplot()* dla zbioru uczącego.**

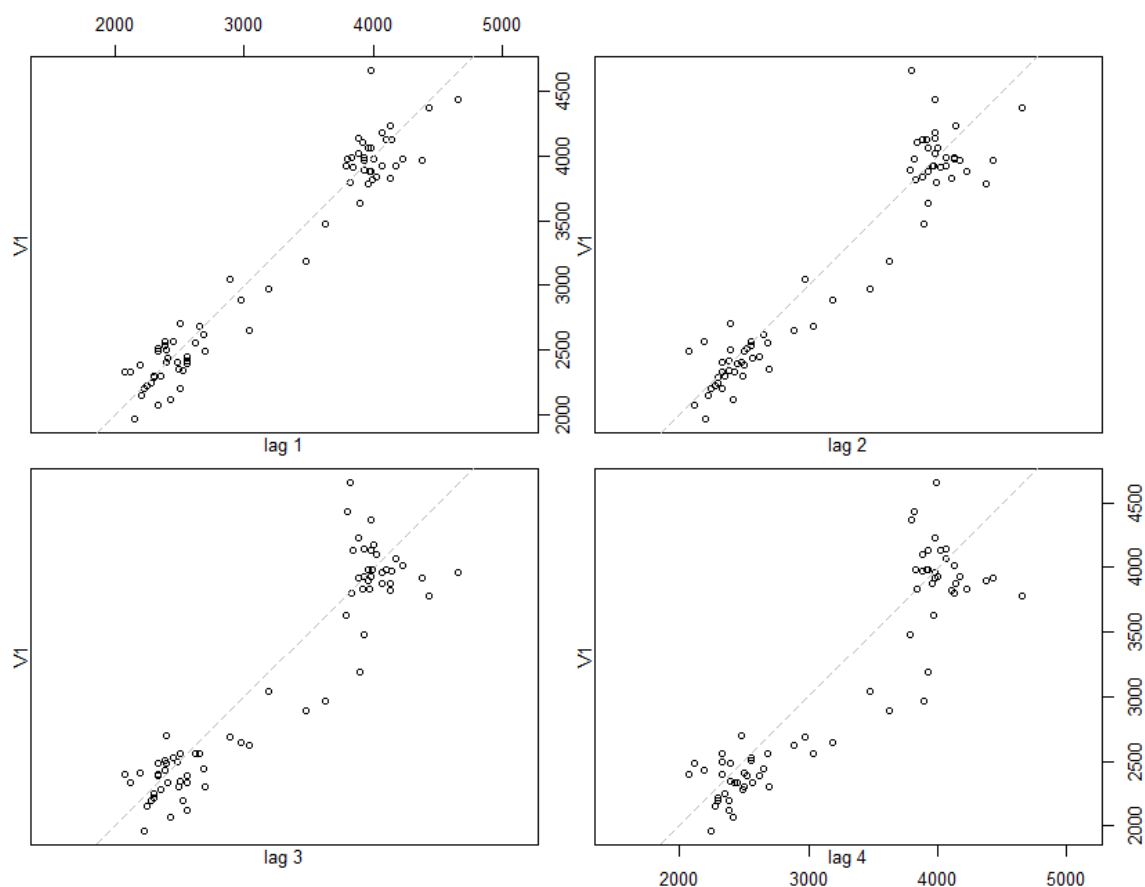


Wykres *seasonplot()* również potwierdził występowanie minimalnych wahań sezonowych. Nie jest to, aż tak dobrze widoczne jak na wykresie 3, ale widzimy, że najniższa cena jest w I kwartale a najwyższa w III. Widzimy również wcześniej potwierdzony trend wzrostowy w kolejnych latach oraz dynamiczny wzrost w latach 2007-2013. Na wykresie tym, również można wstępnie określić czy występują jakieś obserwacje odstające, i tak stwierdzono podejrzenie występowania obserwacji odstających w III kwartale 2009 roku. Weryfikacja wartości odstających została przeprowadzona w późniejszym etapie.

Kolejnym etapem analizy było zbadanie autokorelacji, polegające na sprawdzeniu czy wcześniejsze obserwacje mają wpływ na aktualną wartość szeregu. Metodami, które posłużyły w tej analizie do weryfikacji autokorelacji były wykresy rozrzutu dla wartości opóźnionych (*lag plot*), wykresy funkcji autokorelacji (ACF) oraz wykresy funkcji cząstkowej autokorelacji (PACF).

Wykres rozrzutu dla wartości opóźnionych pozwala weryfikować zależność wartości szeregu od wartości przesuniętych o opóźnienie lag.

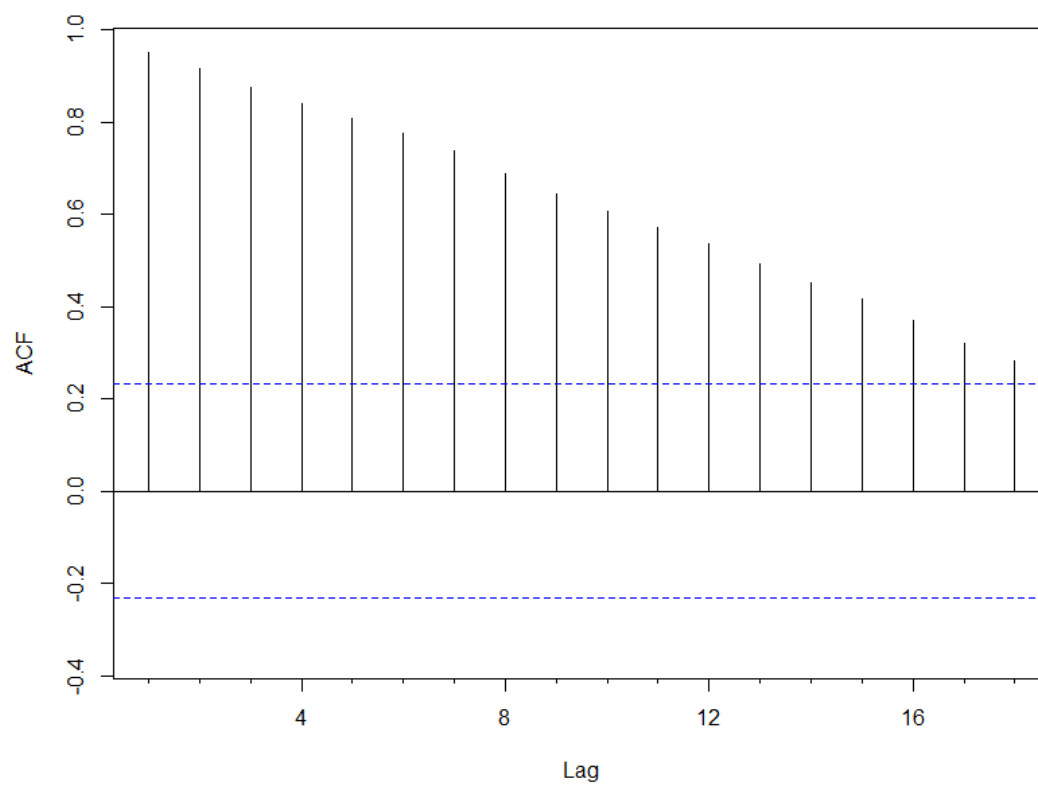
**Wykres 5. Wykres rozrzutu dla wartości opóźnionych zbioru uczącego.**



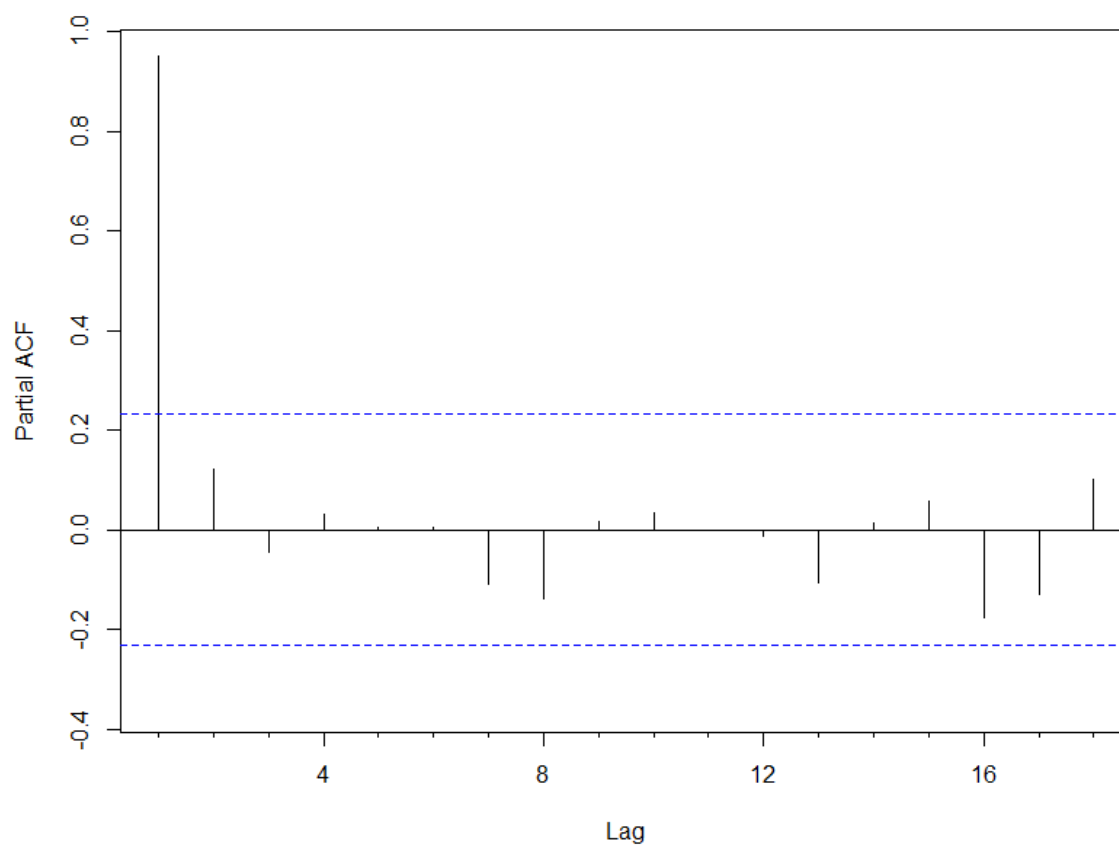
Wykres lag 1 z opóźnieniem o 1 wskazuje na dosyć silną autokorelację. Na wykresie zauważamy skupianie się punktów wzdłuż linii, co wskazuje na obecność trendu. Na podstawie wykresu lag 4 z opóźnieniem o 4 widzimy występowanie sezonowości. Wykres ten porównuje kwartał IV z I. Im bardziej skupione punkty, tym większa autokorelacja danych.

Następnie utworzono wykres funkcji autokorelacji – ACF (wykres 6) oraz wykres autokorelacji cząstkowej – PACF (wykres 7). Wykres funkcji autokorelacji na osi x przedstawia numer opóźnienia, a na osi y korelacje pomiędzy wartościami w kolejnych czasach. Wykres ten również może posłużyć do weryfikacji wahań sezonowych oraz trendu. Wykres funkcji ACF potwierdza słabą sezonowość. Na podstawie wykresu PACF widzimy, że duża, czyli bliska 1, wartość dla opóźnienia  $lag = 1$  wskazuje na obecność trendu wzrostowego.

**Wykres 6. Wykres funkcji ACF dla zbioru uczącego.**



**Wykres 7. Wykres funkcji PACF dla zbioru uczącego.**



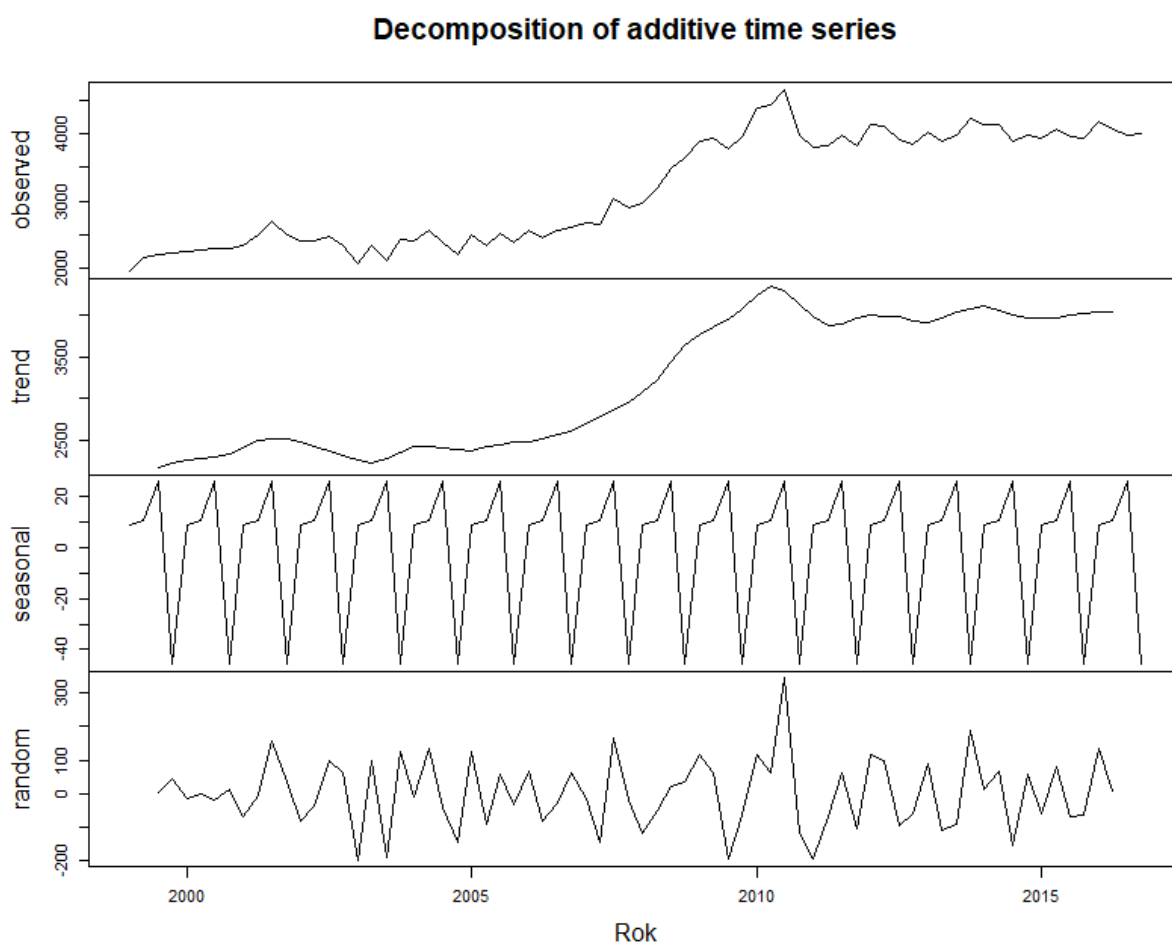


## Niezbędne przekształcenia danych

### ▪ Dekompozycja

Kolejnym etapem pracy była dekompozycja szeregu czasowego na podstawie ruchomej średniej, służąca do wyodrębnienia występujących składowych w szeregu. Pozwala ona na usunięcie z analizowanego szeregu trendu oraz wahań sezonowych. Wynik dekompozycji składa się z 4 mniejszych wykresów, są to: oryginalny wykres szeregu, wykres wyodrębnionego trendu, wykres wyodrębnianej sezonowości, oraz wykres szeregu po usunięciu trendu i sezonowości. Wynik dekompozycji dla zbioru uczącego analizowanych danych przedstawiono na wykresie 8.

**Wykres 8. Wynik dekompozycji dla zbioru uczącego.**

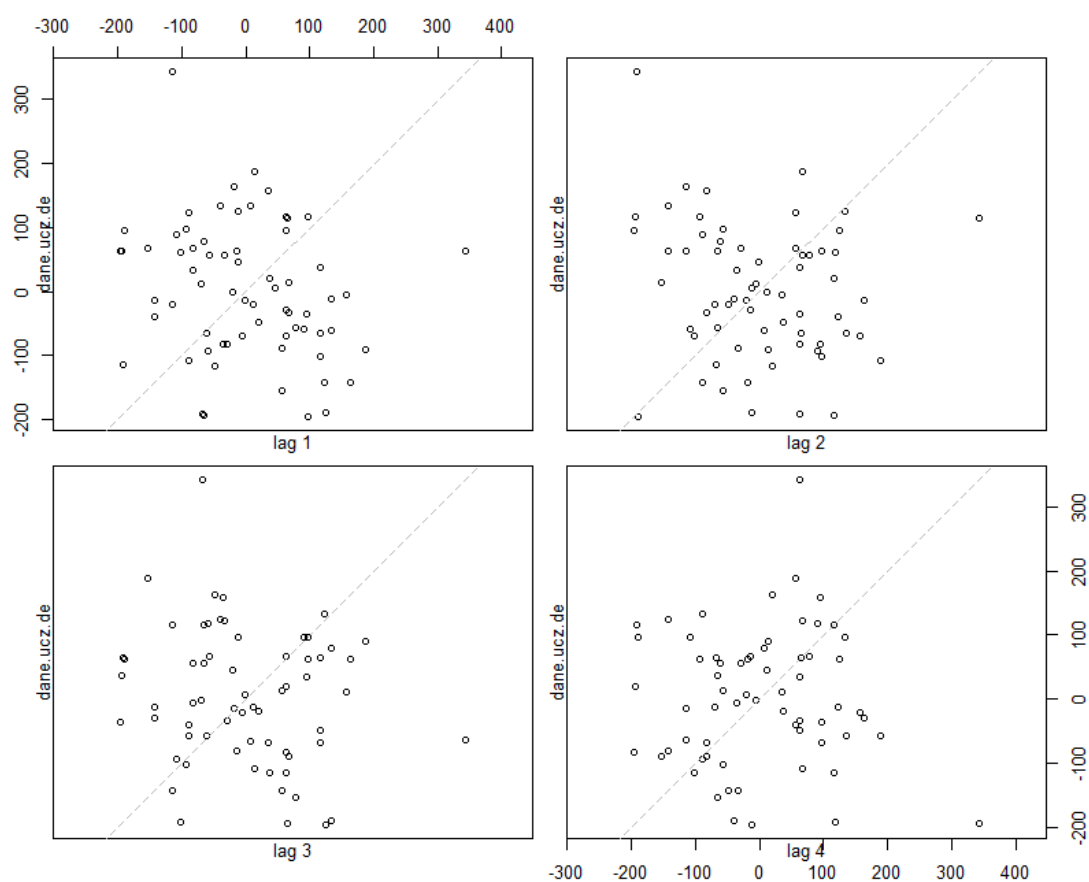


Z wykresu tego można odczytać trend wzrostowy, przebiegające dosyć nieregularnie. regularną sezonowość, a także po raz pierwszy dokładniej określić trend. Można zauważyć załamania trendu w niektórych latach, około roku 2004 oraz 2013 niemniej jednak niewielka tendencja wzrostowa utrzymuje się w czasie. Widzimy również obecność wahań przypadkowych. Potwierdzamy również fakt sezonowości.

Dla dodatkowego zobrazowania wyników dekompozycji, ponownie wykonano wykres rozrzutu dla wartości opóźnionych, lecz tym razem dla szeregu poddanego dekompozycji (wykres 9). Po usunięciu trendu i sezonowości punkty nigdzie nie układają się już prostoliniowo

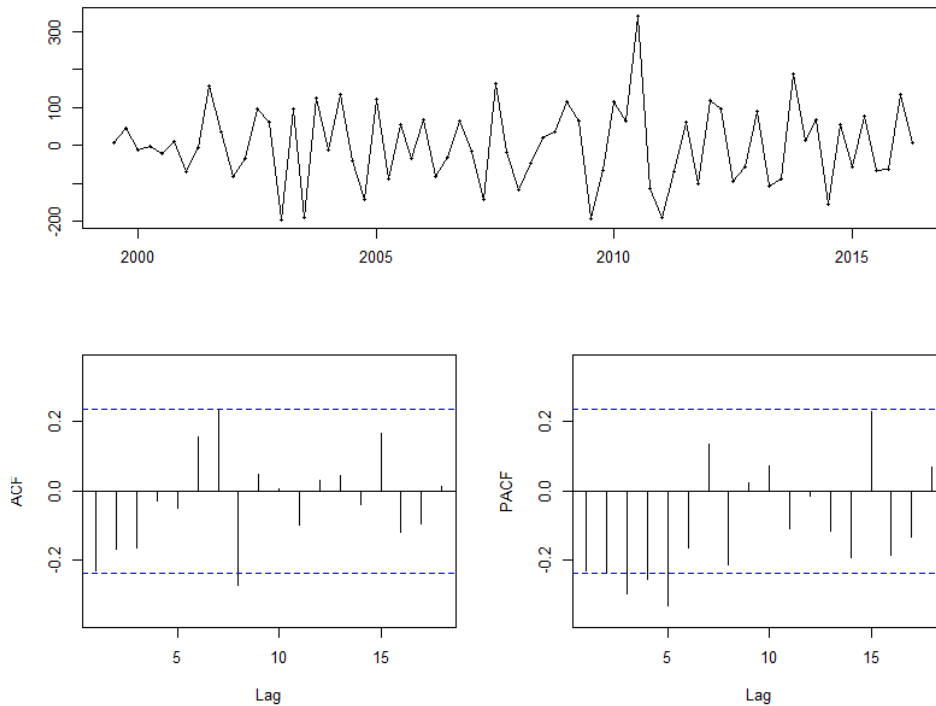
lecz są rozrzucone w przestrzeni. Świadczy to o losowości danych po usunięciu wahań sezonowych i trendu.

**Wykres 9. Wykres rozrzutu dla wartości opóźnionych zbioru uczącego po dekompozycji.**



Stworzona za pomocą funkcji `forecast::tsdisplay()` analiza losowych wartości danych wskazuje na występowanie wartości wykraczających za poziom ufności (wykres 10).

**Wykres 10. Wyniki dekompozycji szeregu zbioru uczącego - wykres szeregu oraz funkcji ACF i PACF.**



Podsumowując, biorąc pod uwagę składowe szeregu możemy wyróżnić trend rosnący, sezonowość oraz wahania przypadkowe.

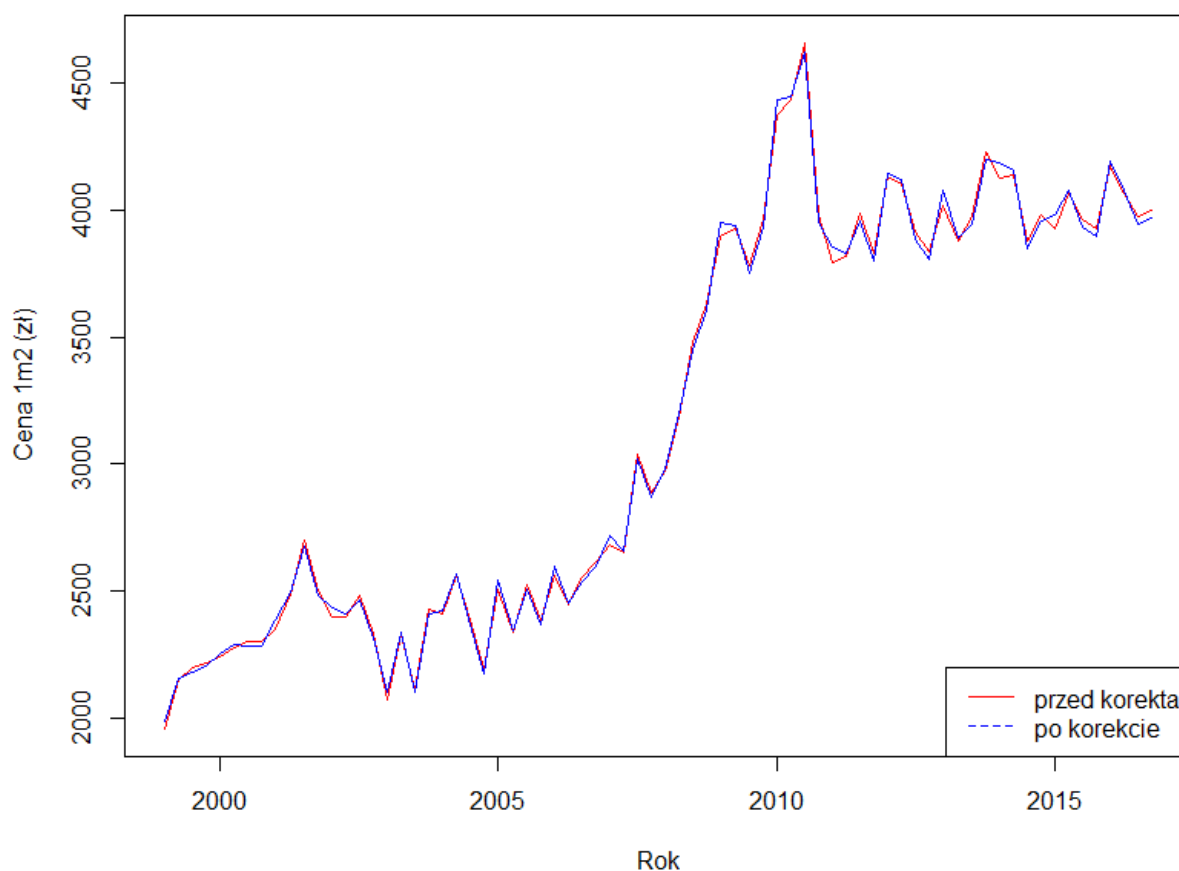
#### ▪ **Wartości odstające**

Z racji, iż zaobserwowano wcześniej możliwość występowania wartości odstających sprawdzono to za pomocą funkcji *tsoutliers()* na zbiorze uczącym, jednakże nie wykryto jednak żadnych takowych wartości.

#### ▪ **Korekty kalendarzowe**

Za pomocą funkcji *monthdays()* w pierwszym kwartale zaobserwowano zmienną liczbę dni. W pozostałych kwartałach liczba ta była stała. Dlatego też wykonano korektę kalendarzową widoczną na wykresie 11.

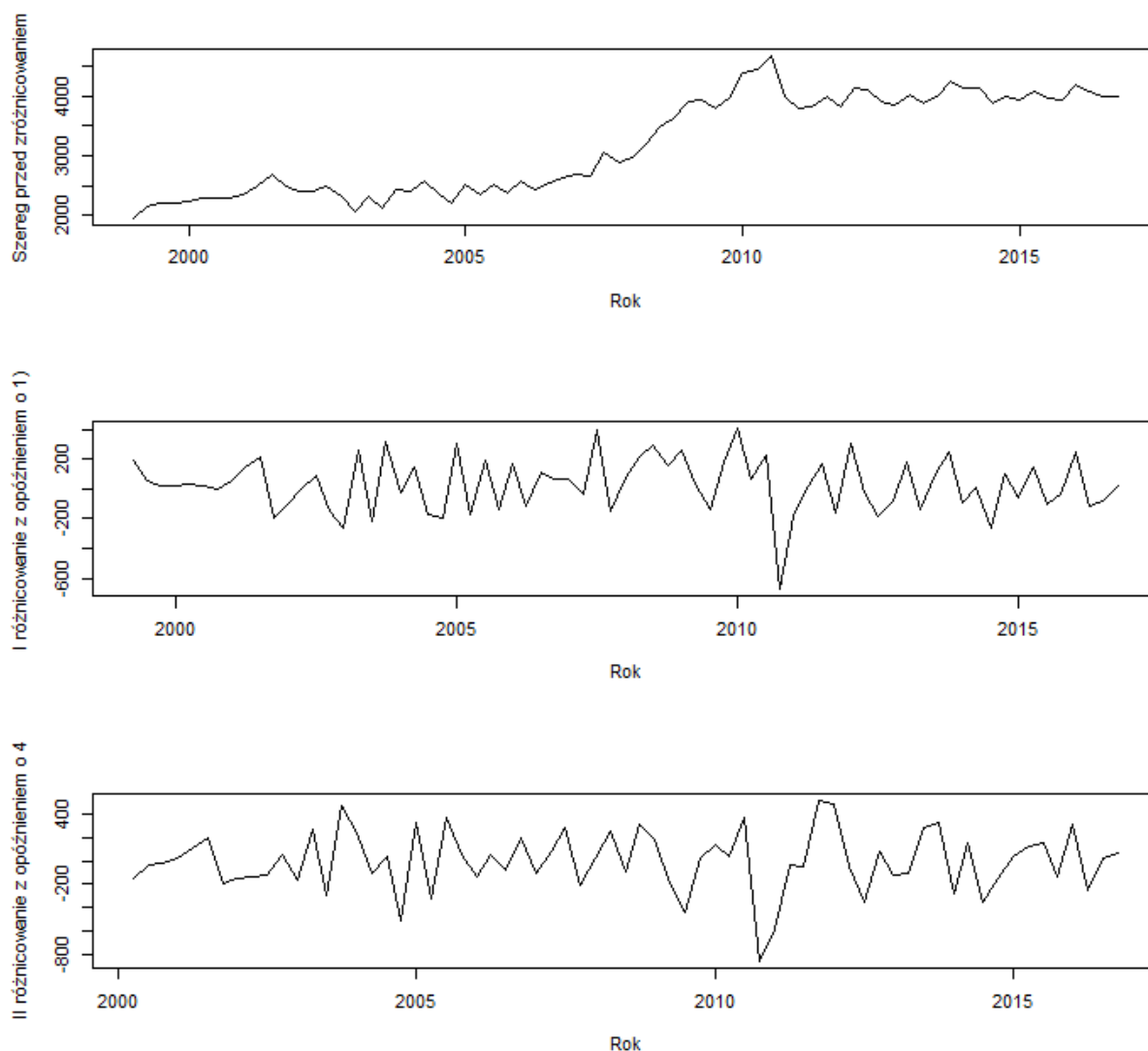
**Wykres 11. Korekta kalendarzowa dla zbioru uczącego.**



## ▪ Różnicowanie

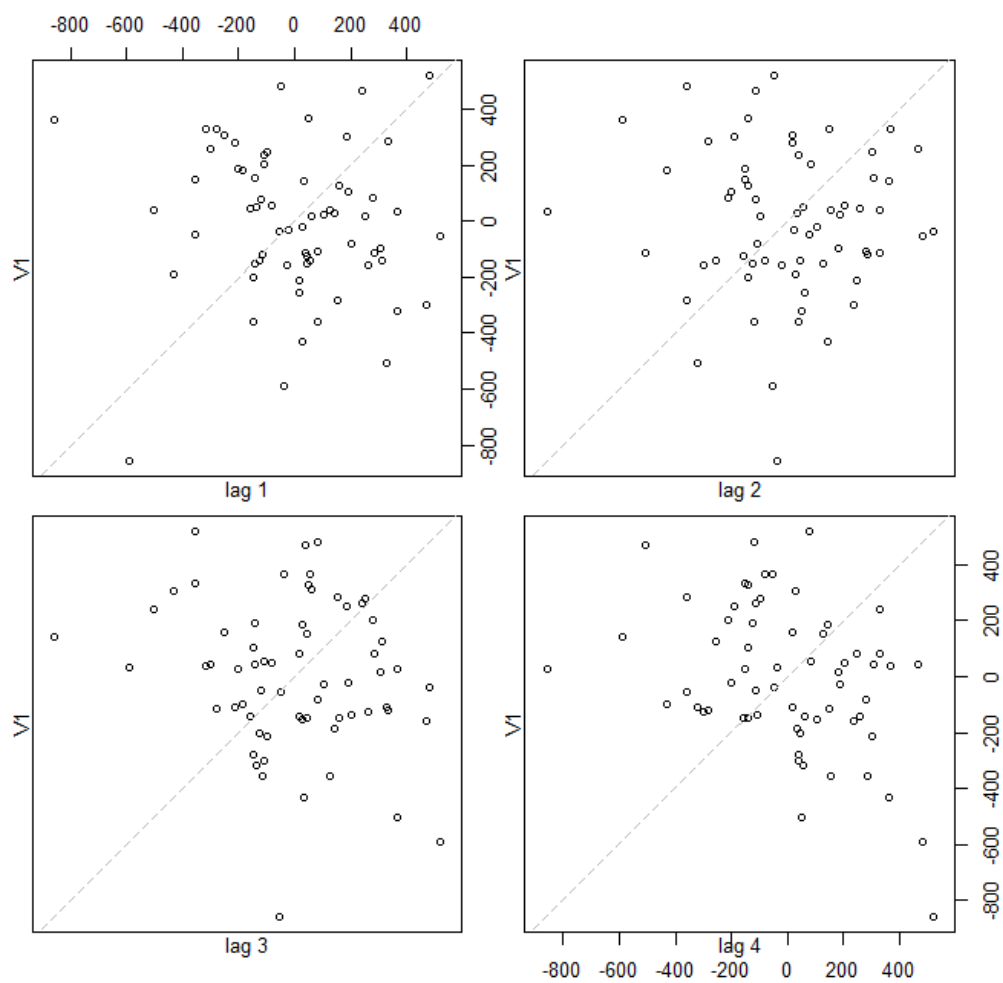
Kolejną metodą transformacji szeregu czasowego jest różnicowanie. Metodę tą można wykorzystać między innymi do usunięcia trendu i/lub sezonowości. Różnicowanie prowadzi do zastąpienia oryginalnych danych w szeregu do różnic wyznaczonych dla ustalonych uprzednio opóźnień czasowych. W przypadku danych kwartalnych należy wykonać różnicowanie z opóźnieniem 4, co prowadzi do usunięcia sezonowości oraz różnicowanie z opóźnieniem 1, co prowadzi do usunięcia trendu. Wykres 12, przedstawia szeregi zbioru uczącego: szereg czasowy przed różnicowaniem, po różnicowaniu z opóźnieniem 1, oraz po różnicowaniu kolejno z opóźnieniem 1 i 4.

**Wykres 12. Wynik różnicowania szeregu zbioru uczącego, kolejno z opóźnieniem 1 oraz 1 i 4.**

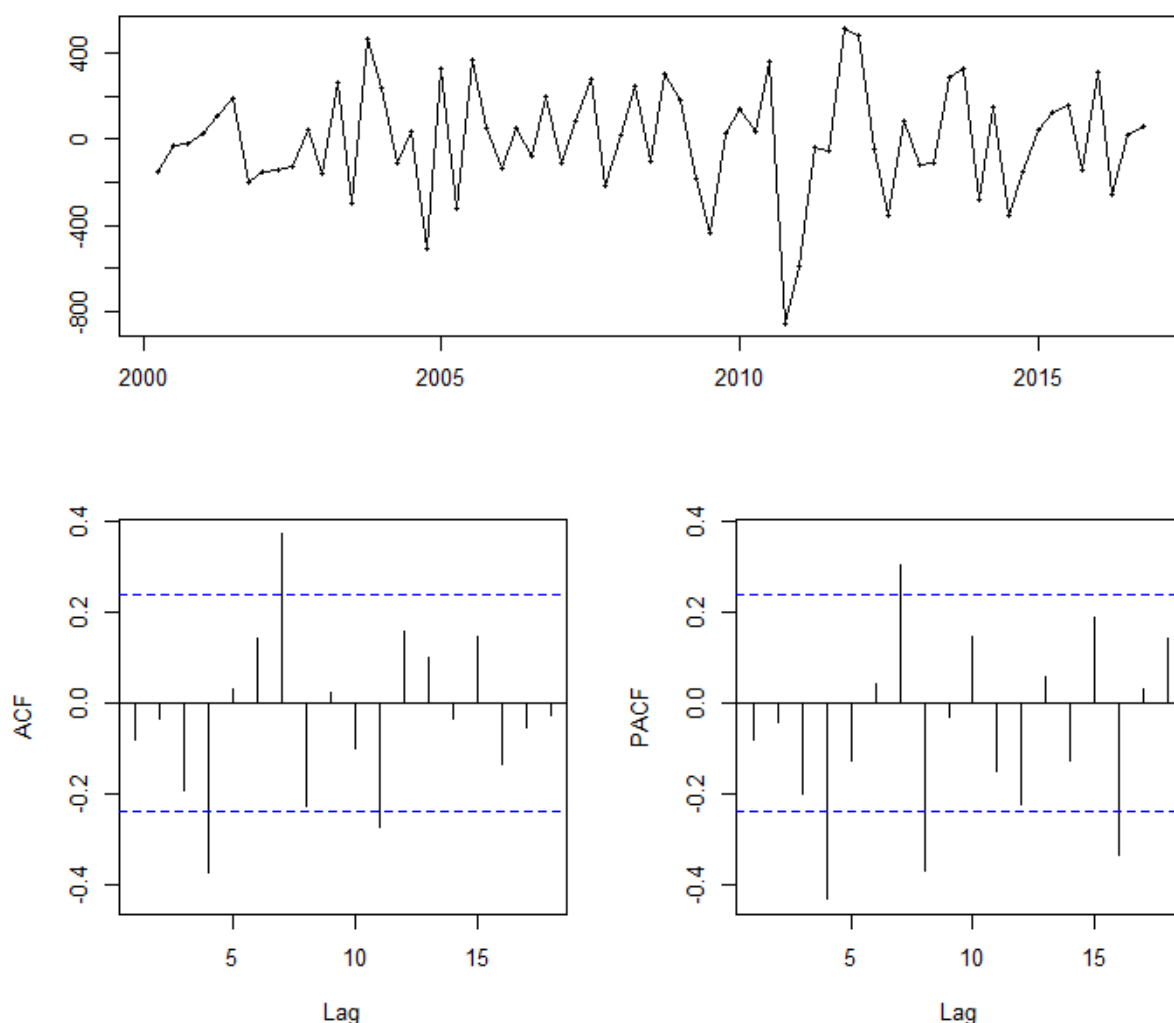


Pokazano również efekt różnicowania na wykresie rozrzutu dla wartości opóźnionych (wykres 13). Po usunięciu trendu i sezonowości punkty również nigdzie nie układają się już prostoliniowo. W tym przypadku analiza losowych wartości danych też wskazuje na występowanie wartości wykraczających ponad poziom ufności (wykres 14).

**Wykres 13. Wykres rozrzutu dla wartości opóźnionych zbioru uczącego po różnicowaniu.**



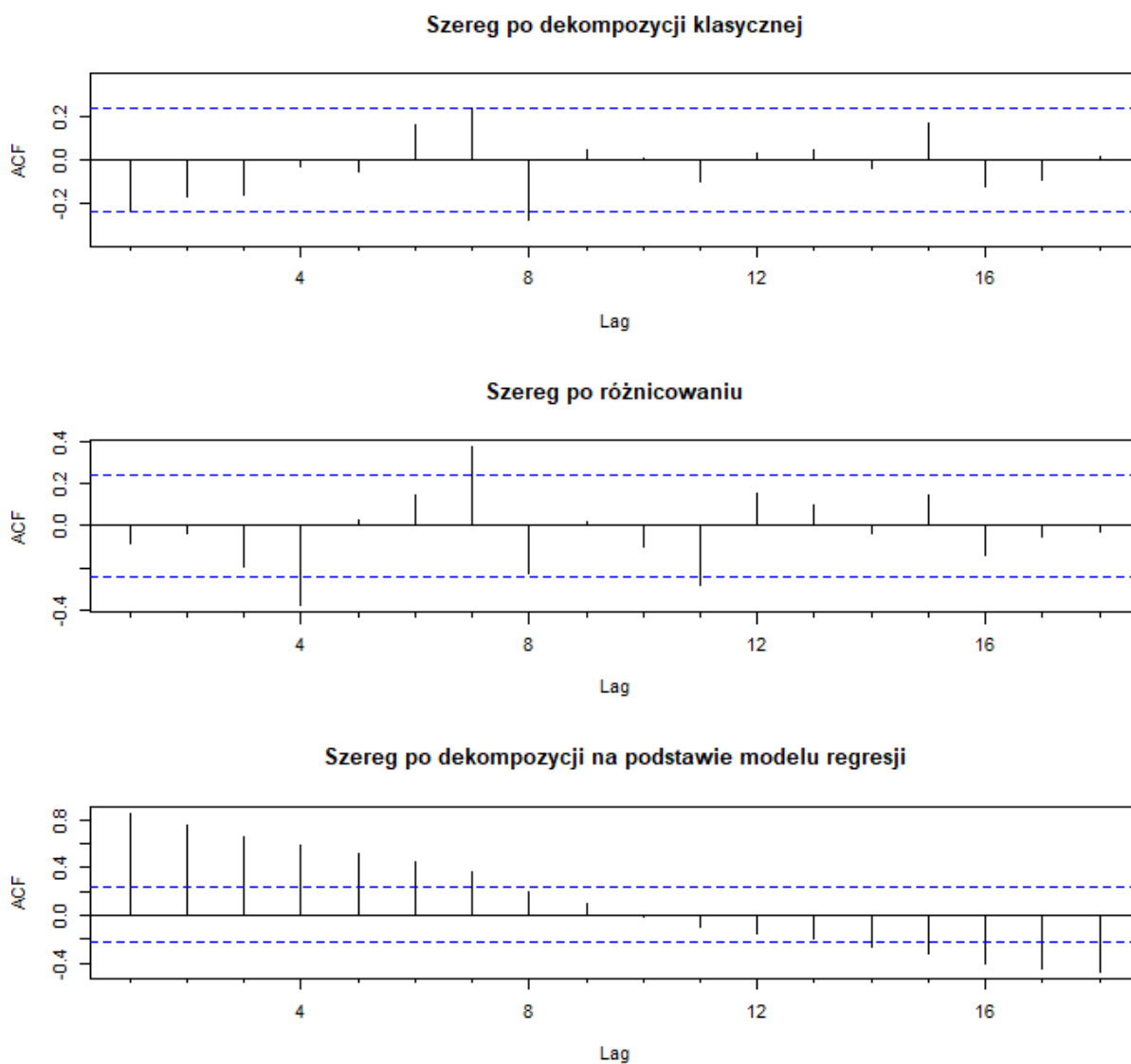
**Wykres 14. Wyniki różnicowania szeregu zbioru uczącego - wykres szeregu oraz funkcji ACF i PACF.**



## Dopasowanie modelu

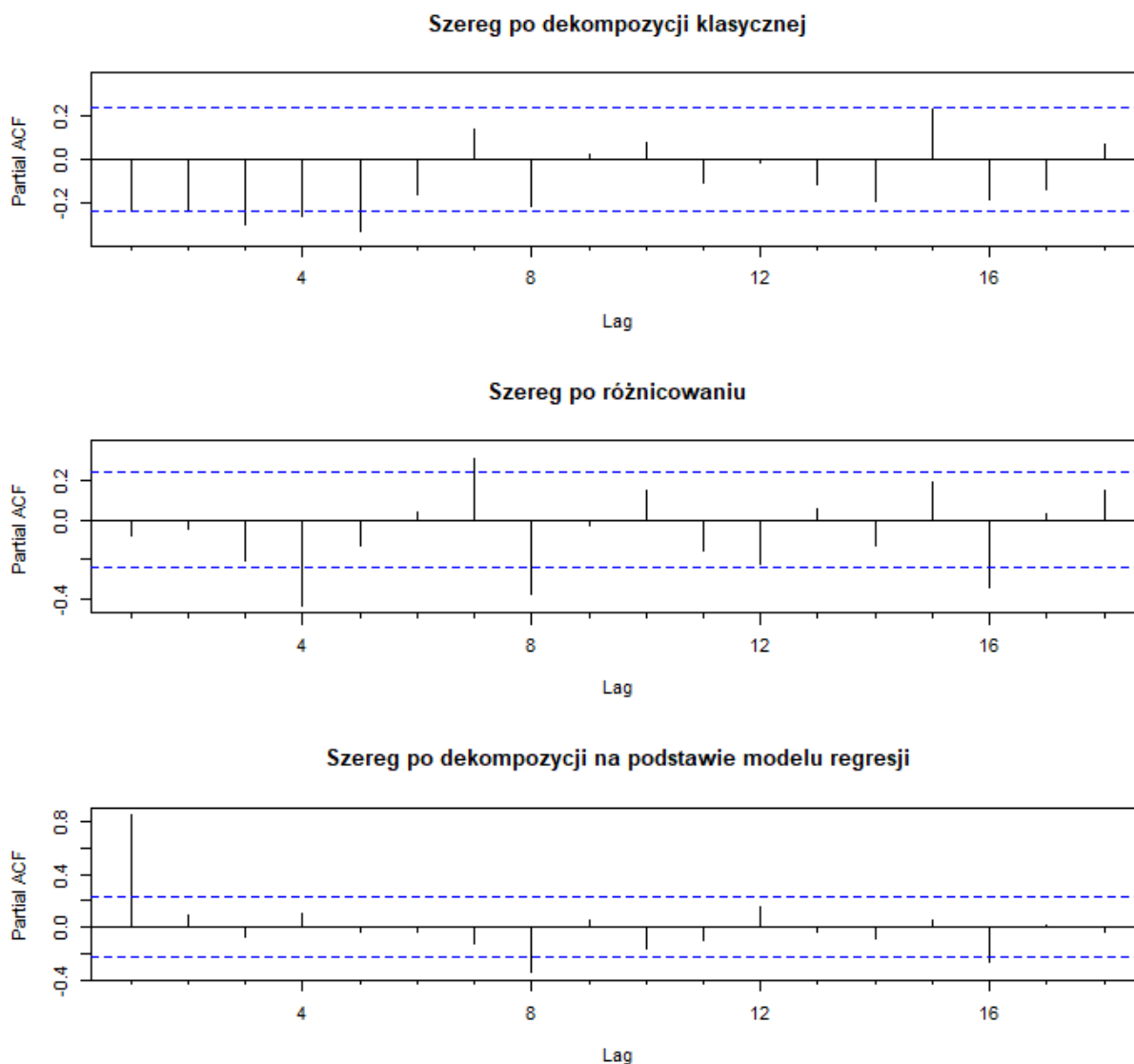
Wraz z ukończeniem etapu analizy danych oraz niezbędnych przekształceń szeregu czasowego otrzymano postać stacjonarną (usunięto trend oraz sezonowość). Podjęto zatem próbę dopasowania modelu dla wybranego szeregu. W skład transformacji, które wykonano wchodziły: dekompozycja oparta na ruchomej średniej oraz różnicowania z opóźnieniem 1 oraz 4, a także dodatkowo wzięto pod uwagę dekompozycję na podstawie modelu regresji. W celu dopasowania modeli odczytano wartości parametrów  $q$  (wykres ACF) oraz  $p$  (wykres PACF). Wartości otrzymano patrząc na ostatnią istotną korelację. Na tej podstawie otrzymanych wartości z wykresów 14 i 15 wybrano następujące modele: MA(8), MA(7), AR(5), AR(7), AR(8).

**Wykres 15. Wykres funkcji ACF dla szeregu po transformacjach, kolejno: dekompozycji klasycznej, różnicowaniu, dekompozycji na podstawie modelu regresji.**





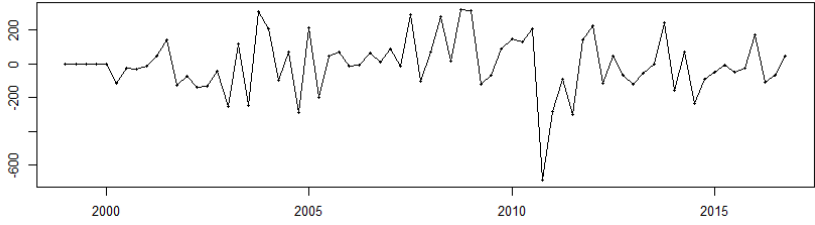
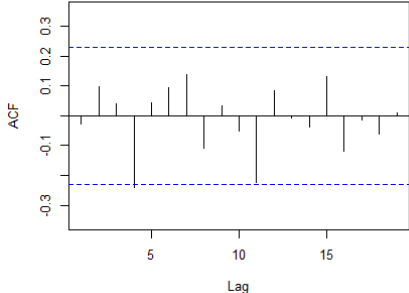
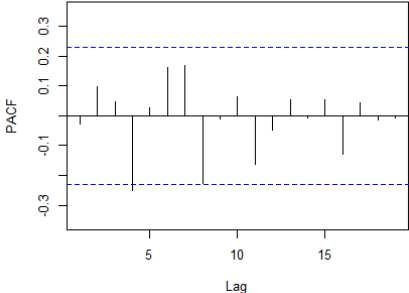
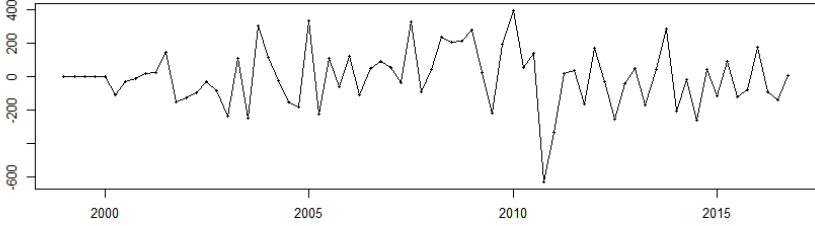
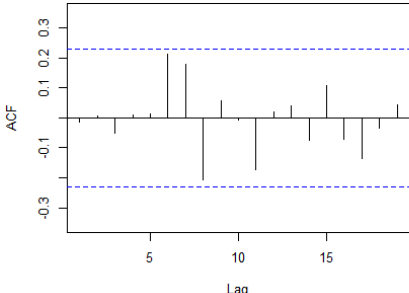
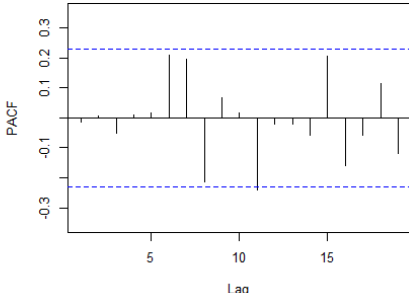
**Wykres 16. Wykres funkcji PACF dla szeregu po transformacjach, kolejno: dekompozycji klasycznej, różnicowaniu, dekompozycji na podstawie modelu regresji.**

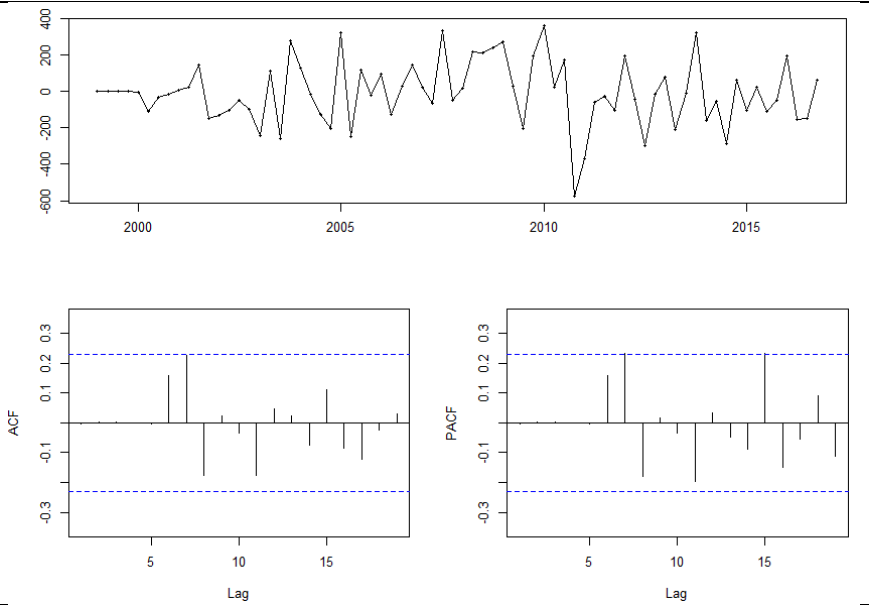
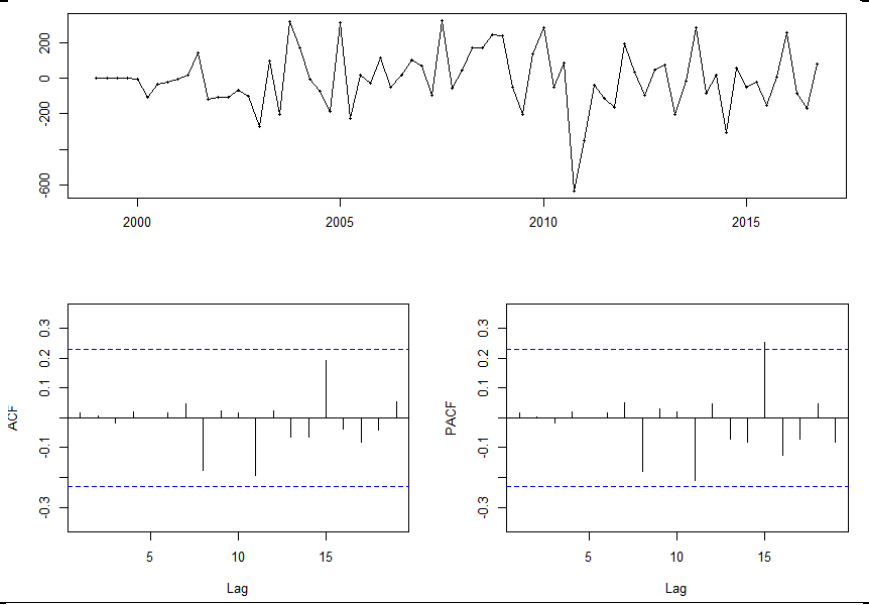
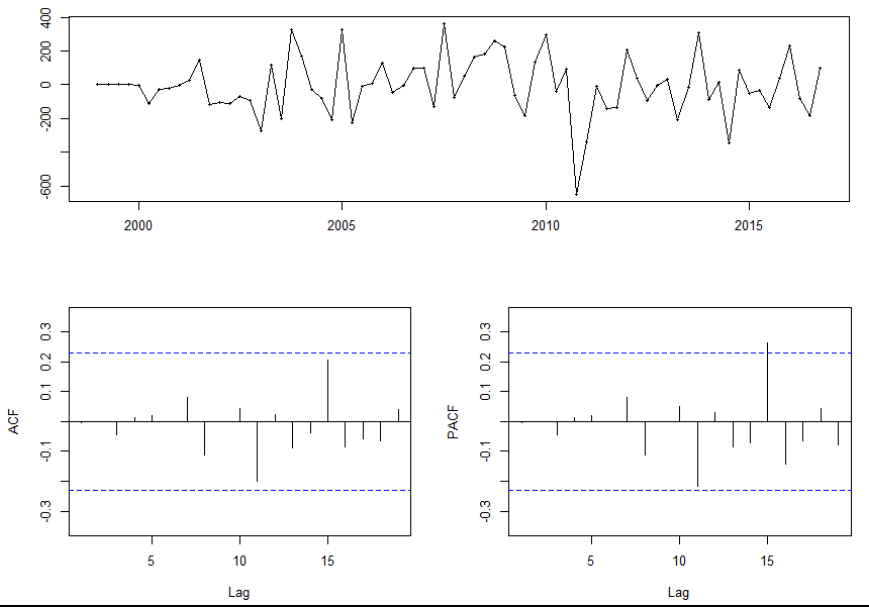


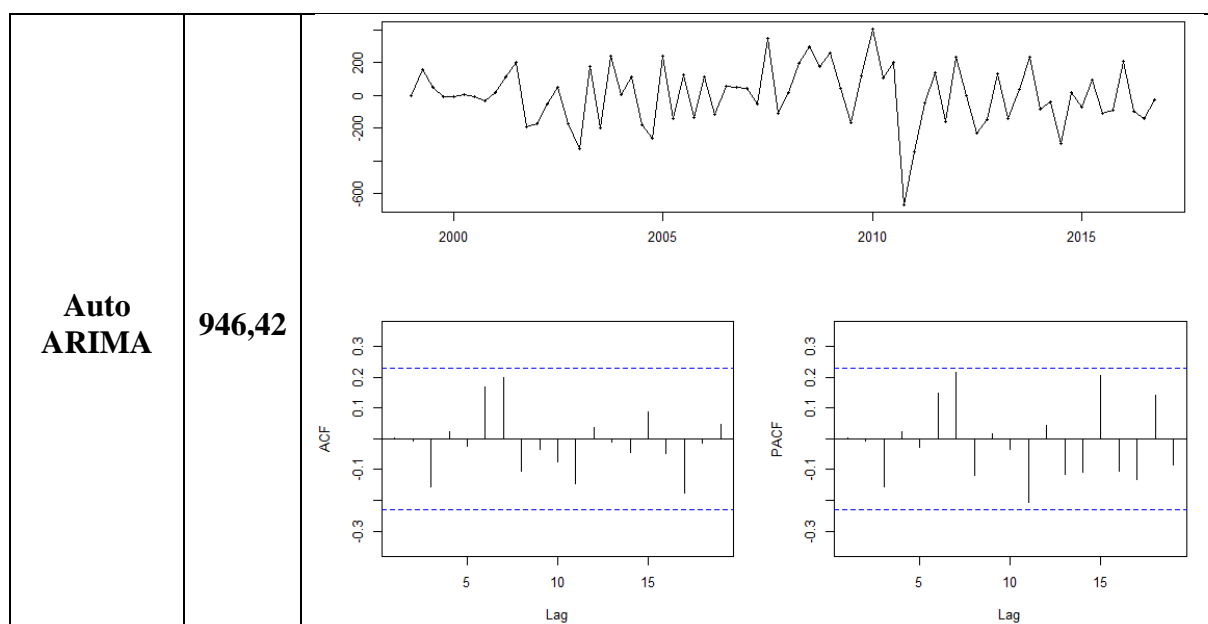
## Diagnostyka modelu

Następnym krokiem było przeprowadzenie diagnostyki wybranych modeli. Celem tego etapu było określenie, który z zaproponowanych modeli wykazuje się największą dokładnością. Przeprowadzono analizę ręczną za pomocą funkcji *Arima()* oraz analizę automatyczną *auto.arima()*, która sama weryfikuje szeregi i jego cechy. Do porównania modeli i wyboru najlepszego z nich posłużono się przede wszystkim współczynnikiem AIC (Akaike Information Criterion). W porównaniu wybranych modeli kierowano się minimalizacją kryterium informacyjnego, czyli poszukiwano modelu o najniższej wartości AIC. Przeprowadzono również analizę reszt, dla każdego modelu, która pomogła ocenić zaproponowane modele. Na podstawie otrzymanych wyników wywnioskowano, iż najlepiej dobranymi modelami są MA(8) oraz AR(7). Zestawienie porównania wszystkich modeli, umieszczono w tabeli 2.

**Tabela 2. Porównanie zaproponowanych modeli.**

| Wybrany model | AIC           | Analiza reszt <i>tsdisplay()</i>  |
|---------------|---------------|---|
| <b>MA(8)</b>  | <b>910,61</b> | <br>       |
| <b>MA(7)</b>  | <b>913,38</b> | <br>  |

|              |               |   |
|--------------|---------------|---|
| <b>AR(5)</b> | <b>912,05</b> |  <p>The figure displays three diagnostic plots for the AR(5) model. The top plot is a time series plot from 2000 to 2015, showing values fluctuating between -600 and 400. The bottom-left plot is the Autocorrelation Function (ACF) plot, showing a significant peak at lag 5. The bottom-right plot is the Partial Autocorrelation Function (PACF) plot, showing a significant peak at lag 5. Both ACF and PACF plots have dashed blue lines at approximately ±0.25.</p> |
| <b>AR(7)</b> | <b>910,28</b> |  <p>The figure displays three diagnostic plots for the AR(7) model. The top plot is a time series plot from 2000 to 2015, showing values fluctuating between -600 and 200. The bottom-left plot is the ACF plot, showing a significant peak at lag 7. The bottom-right plot is the PACF plot, showing a significant peak at lag 7. Both ACF and PACF plots have dashed blue lines at approximately ±0.25.</p>  |
| <b>AR(8)</b> | <b>911,51</b> |  <p>The figure displays three diagnostic plots for the AR(8) model. The top plot is a time series plot from 2000 to 2015, showing values fluctuating between -600 and 400. The bottom-left plot is the ACF plot, showing a significant peak at lag 8. The bottom-right plot is the PACF plot, showing a significant peak at lag 8. Both ACF and PACF plots have dashed blue lines at approximately ±0.25.</p>   |

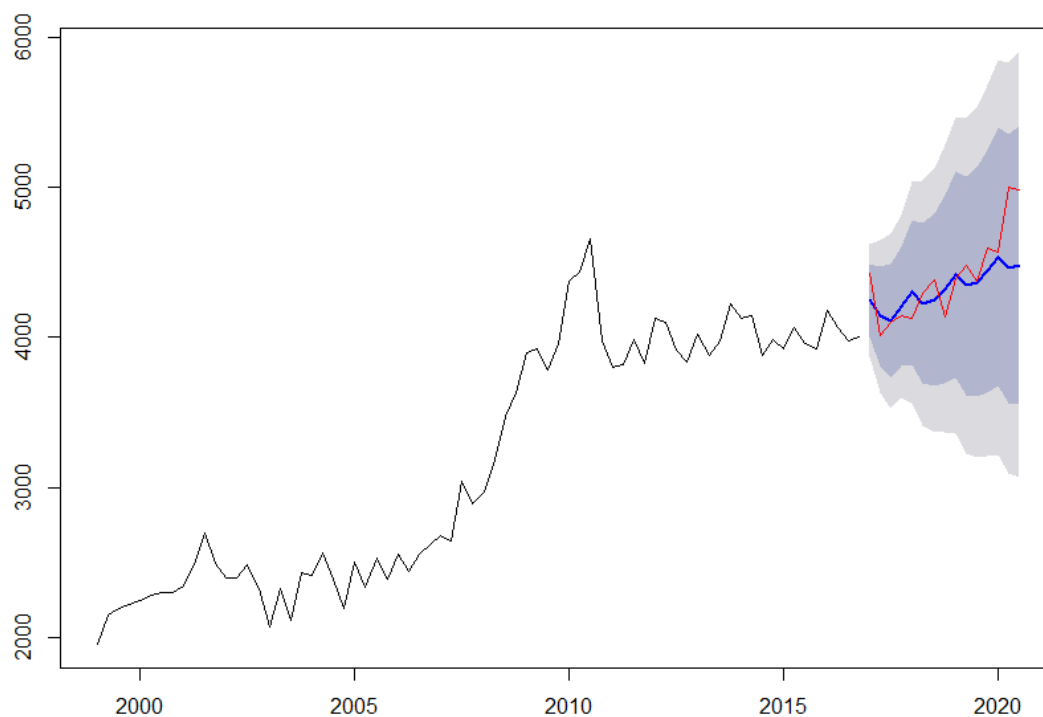


## Prognozowanie

Na tym etapie dla każdego z wybranych modeli wykonano prognozę na lata 2017-2020, porównując ją do faktycznych obserwacji ze zbioru testowego. Na poniższych wykresach linia czarna przedstawia dane rzeczywiste ze zbioru uczącego (lata 1999-2016), linia czerwona to dane rzeczywiste ze zbioru testowego (lata 2017-2020), z kolei linia niebieska to predykcja. Jaśniejsze i ciemniejsze pole szare to zakres dla 80% i 95% pewności przewidywania.

**Wykres 17. Prognoza dla modelu MA(8).**

**Forecasts from ARIMA(0,1,8)(0,1,0)[4]**



**Wykres 18. Prognoza dla modelu MA(7).**

**Forecasts from ARIMA(0,1,7)(0,1,0)[4]**



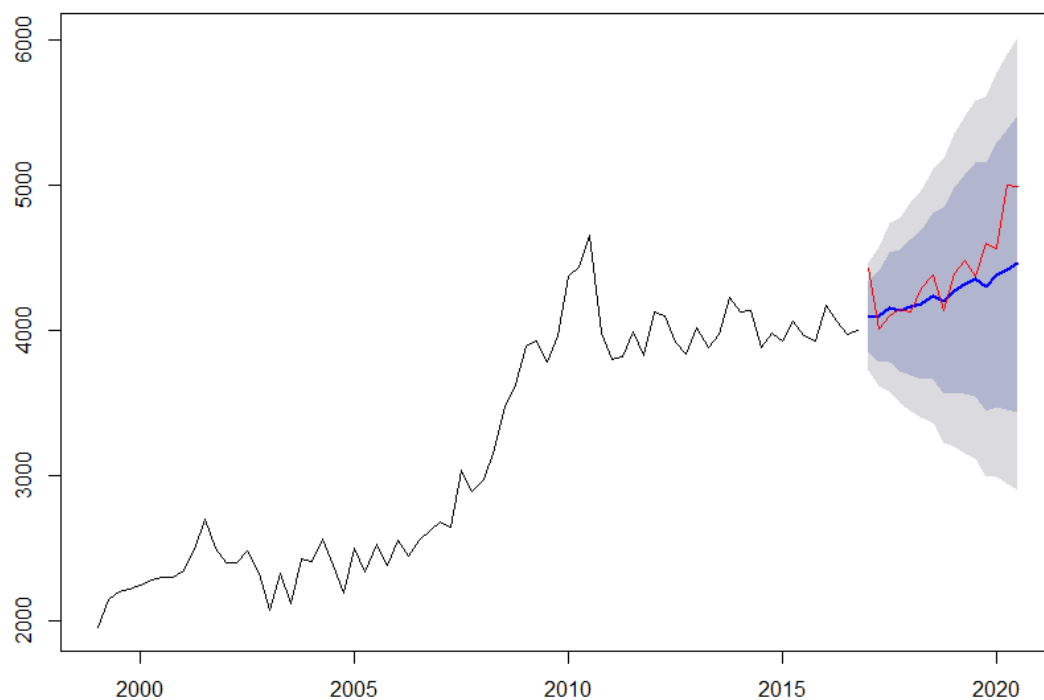
**Wykres 19. Prognoza dla modelu AR(5).**

**Forecasts from ARIMA(5,1,0)(0,1,1)[4]**



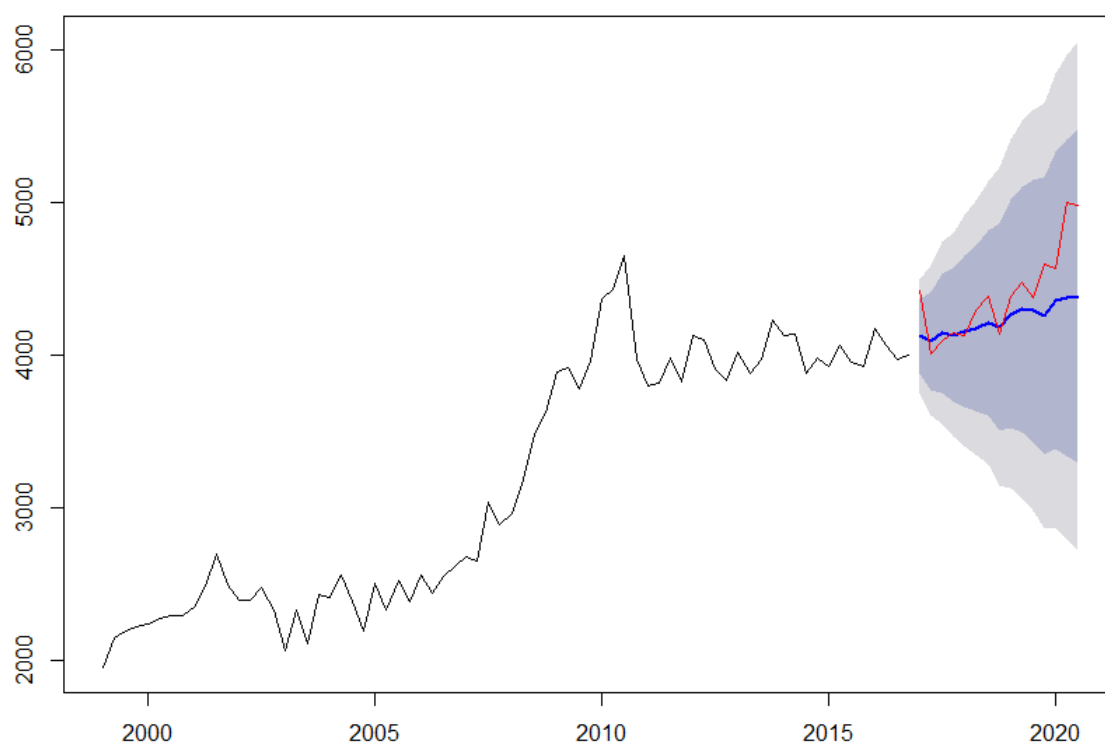
**Wykres 20. Prognoza dla modelu AR(7).**

**Forecasts from ARIMA(7,1,0)(0,1,1)[4]**

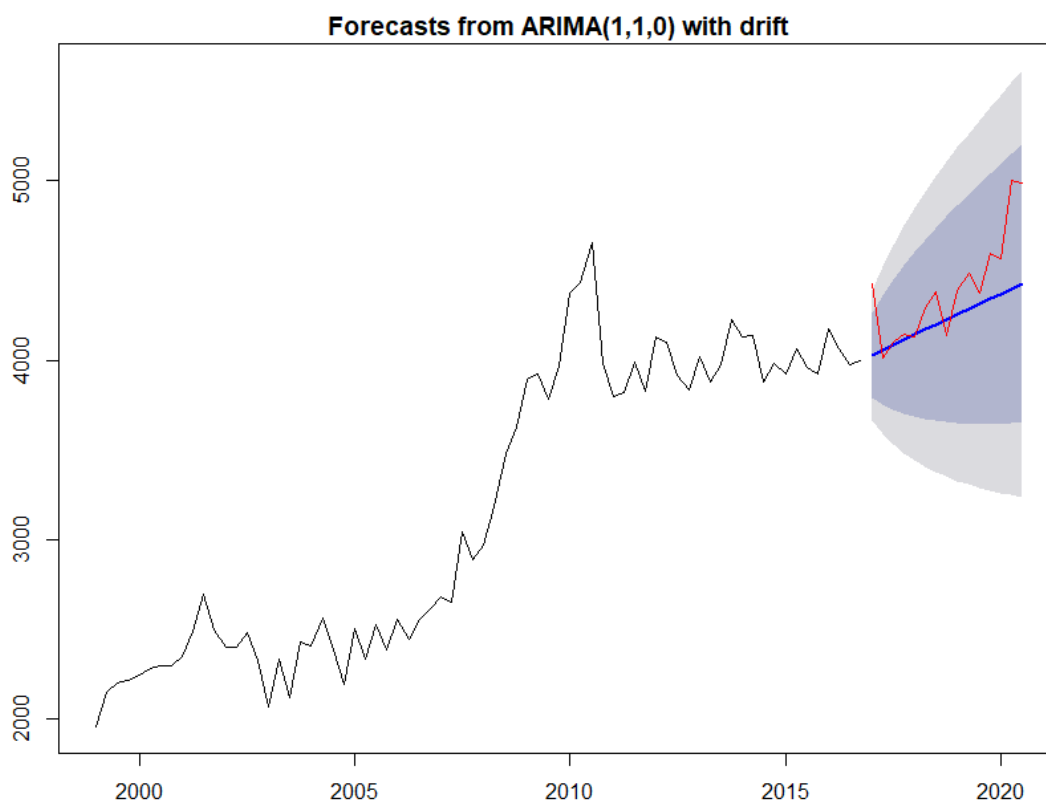


**Wykres 21. Prognoza dla modelu AR(8).**

**Forecasts from ARIMA(8,1,0)(0,1,1)[4]**



**Wykres 22. Prognoza dla modelu automatycznego ARIMA.**



Wszystkie predykcje okazały się dość trafne. Każda z predykcji znajduje się blisko wartości rzeczywistych. Każda prognoza pokazała charakterystyczny trend wzrostowy oraz wahania sezonowe. Podobnie jak dla wyników analizy współczynnika AIC, najlepszymi z ręcznie dobieranych modeli okazały się MA(8) oraz AR(7) wykazując prognozę najbardziej zbliżoną do obserwacji z zbioru testowego. Model dobrany automatycznie trafnie wskazał trend wzrostowy, jednakże nie ujął sezonowości.

## Podsumowanie

Podsumowując, celem projektu było wykonanie analizy średniej ceny 1 m<sup>2</sup> powierzchni użytkowej budynku mieszkalnego oddanego do użytkowania w Polsce w latach 1999-2016, co doprowadziło do wyboru odpowiedniego modelu opisującego analizowane dane. Na podstawie otrzymanych modeli dokonano prognozy średniej ceny 1 m<sup>2</sup> powierzchni użytkowej budynku mieszkalnego oddanego do użytkowania w Polsce w latach 2017-2020. Stworzone prognozy posłużyły do określenia dokładności wybranych modeli. Do ich oceny dodatkowo posłużono się współczynnikiem AIC. W porównaniu modeli ujęto zarówno te skonstruowane ręcznie jak i model automatyczny ARIMA. W ramach przeprowadzonych analiz okazało się, że modele MA(8) oraz AR(7) najlepiej odzwierciedlały predykcję w stosunku do danych rzeczywistych ze zbioru testowego. Wskazywały one trend rosnący oraz wahania sezonowe. Wybrane modele miały również najniższe wartości współczynnika AIC. Model automatyczny również poprawnie wskazał trend, aczkolwiek nie poradził sobie z sezonowością. Jako model najlepiej odzwierciedlający prognozę w stosunku do danych rzeczywistych uznano MA(8).

Rycina 1. Podsumowanie modelu MA(8).

```
> summary(model8.MA)
Series: dane.ucz
ARIMA(0,1,8) (0,1,0) [4]

Coefficients:
      ma1      ma2      ma3      ma4      ma5      ma6      ma7      ma8
-0.0810 -0.1607 -0.2771 -0.4046 -0.1193  0.1076  0.4774 -0.5423
s.e.    0.1359  0.1202  0.1162  0.1481  0.1450  0.1131  0.1170  0.1415

sigma^2 estimated as 34323:  log likelihood=-446.31
AIC=910.61  AICC=913.77  BIC=930.45

Training set error measures:
      ME      RMSE      MAE      MPE      MAPE      MASE      ACF1
Training set -5.998145 167.7071 122.3769 -0.3034253 3.909416 0.48152 -0.02871175
```

Na podstawie modelu MA(8) dobrano następujący wzór opisujący zależności analizowanych danych:

$$MA(8) X_t = Z_t + -0.0810 \times Z_{t-1} + -0.1607 \times Z_{t-2} + -0.2771 \times Z_{t-3} + -0.4046 \times Z_{t-4} + -0.1193 \times Z_{t-5} + 0.1076 \times Z_{t-6} + 0.4774 \times Z_{t-7} + -0.5423 \times Z_{t-8}$$