

제 2 교시

수리 · 탐구 영역 ( I )

홀수형

1

자 연 계

성명

수험번호

:

—

:

:

:

- 먼저 수험생이 선택한 계열의 문제인지 확인하십시오.
- 문제지에 성명과 수험 번호를 정확히 기입하십시오.
- 답안지에 수험 번호, 응시 계열, 문형, 답을 표기할 때에는 반드시 '수험생이 지켜야 할 일'에 따라 표기하십시오.
- 주관식 답의 숫자에 0이 포함된 경우, 0을 OMR답안지에 반드시 표기해야 합니다.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하십시오. 배점은 2점 또는 3점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하십시오.

1.  $(\sqrt{2})^5$ 의 값은? [2점]

- ①  $\sqrt{2}$     ② 2    ③  $2\sqrt{2}$     ④ 4    ⑤  $4\sqrt{2}$

2. 이차방정식  $x^2+7x+1=0$ 의 두 근이  $\alpha, \beta$  일 때  $(\alpha^2+\beta^2)+7(\alpha+\beta)$ 의 값은? [3점]

- ① -4    ② -2    ③ 0    ④ 1    ⑤ 3

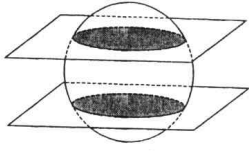
3.  $(2+2\sin\frac{\pi}{3})(2-\tan\frac{\pi}{3})$ 의 값은? [3점]

- ① 1    ②  $\frac{1}{2}$     ③  $\frac{1}{3}$     ④  $\frac{1}{4}$     ⑤  $\frac{1}{5}$

4.  $f(x)=(x^2+1)e^x$ 일 때,  $f''(0)$ 의 값은? [3점]

- ① 1    ② 2    ③ 3    ④ 4    ⑤ 5

5. 거리가 1인 두 평행한 평면으로 반지름의 길이가 1인 구를 잘라서 얻어진 두 단면의 넓이의 합의 최대값은?  
[3점]



- ①  $\frac{1}{2}\pi$     ②  $\frac{3}{4}\pi$     ③  $\pi$     ④  $\frac{3}{2}\pi$     ⑤  $2\pi$

6. 쌍곡선  $\frac{x^2}{2} - y^2 = 1$  위의 점  $(2, 1)$  에서의 접선이  $y$ 축과 만나는 점의  $y$ 좌표는? [3점]

- ①  $-2$     ②  $-1$     ③  $0$     ④  $2$     ⑤  $3$

7.  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$  일 때,

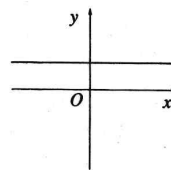
행렬  $A^{-1} + AB$  는? (단,  $A^{-1}$  는  $A$  의 역행렬)  
[3점]

- ①  $\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$     ②  $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$     ③  $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$   
④  $\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$     ⑤  $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$

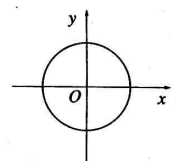
8. 복소평면 위의 다음 곡선 중 그 위의 어떠한 두 점

$P(z_1)$ ,  $Q(z_2)$ 에 대하여도 복소수  $\frac{z_1}{z_2}$  이 순허수가 될 수 없는 것은? [3점]

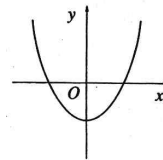
①



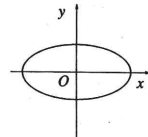
②



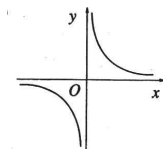
③



④



⑤



9. 일차변환  $f$ 를 나타내는 행렬이

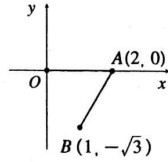
$$\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

라 하자. 오른쪽 그림의 꺾인 선분

$OAB$ 를  $f$ 에 의하여 옮겨서 얻은

꺾인 선분과  $x$ 축으로 둘러싸인 부분의 넓이는? [2점]

- ①  $\sqrt{2}$     ②  $2\sqrt{2}$     ③  $\sqrt{3}$     ④ 1    ⑤ 2



11. 삼차함수  $y=f(x)$ 가 서로 다른 세 실수  $a, b, c$ 에

$$f(a)=f(b)=0, \quad f'(a)=f'(c)=0$$

을 만족시킨다.  $c$ 를  $a$ 와  $b$ 로 나타내면? [2점]

- ①  $a+b$     ②  $\frac{a+b}{2}$     ③  $\frac{a+b}{3}$   
④  $\frac{a+2b}{3}$     ⑤  $\frac{2a+b}{3}$

10. 구간  $[0, 1]$ 에서 정의된 연속확률변수  $X$ 의 확률밀도 함수가  $f(x)=ax+a$ 로 주어졌을 때, 상수  $a$ 의 값은? [3점]

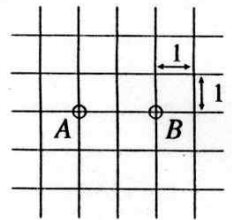
- ①  $\frac{1}{3}$     ②  $\frac{2}{3}$     ③ 1    ④  $\frac{3}{2}$     ⑤ 2

12. 그림과 같이 이웃한 두 교차로 사이의 거리가 모두 1인 바둑판 모양의 도로망이 있다. 두 차량이 각각  $A$ 와  $B$ 에서 출발하여  $A, B$  이외의 교차로  $P$ 에서 만났다.

두 차량이 움직인 거리의 합이

4가 되는  $P$ 의 위치를 모두

표시하면? [3점]



- ①
- ②
- ③
- ④
- ⑤

13. 다음은 좌표평면 위의 서로 다른 네 점 A, B, C, D에 대한 설명이다.

- (가) 점 A와 점 B는 x축 위에 있다  
 (나) 점 B와 x좌표는 점 A의 x좌표보다 크다  
 (다)  $\overline{AB} = \overline{AC} = \overline{BC} = \overline{AD} = \overline{CD}$

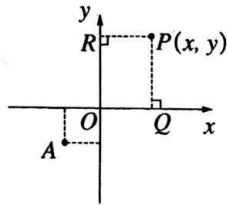
점 A, B, C, D의 x좌표를 각각 a, b, c, d라 할 때, 옳은 것은? [3점]

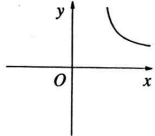
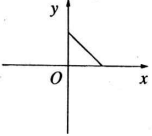
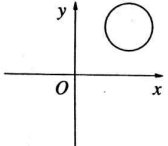
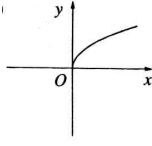
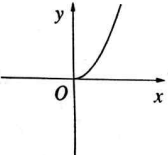
- ①  $a < d < c < b$     ②  $c < a < d < b$     ③  $c < d < a < b$   
 ④  $d < a < c < b$     ⑤  $d < c < a < b$

14. 좌표평면의 제 1사분면 위의 점 P에서 x축, y축에 내린 수선의 발을 각각 Q, R라 하자. 점 A(-1, -1)에 대하여

$$\overline{PA} = \overline{PQ} + \overline{PR}$$

를 만족시키는 점 P의 자취의 개형은? [3점]



- ①     ②   
 ③     ④   
 ⑤ 

15. 자연수 n에 대하여  $n^2$ 을 오진법으로 표시했을 때 일의 자리수를  $f(n)$ 이라 하자. <보기> 중 옳은 것을 모두 고르면? [3점]

- 〈보 기〉  
 ㄱ.  $f(3) = 4$   
 ㄴ.  $0 \leq f(n) \leq 4$   
 ㄷ.  $f(n) = 2$ 인 자연수 n은 없다.

- ① ㄱ    ② ㄴ    ③ ㄱ, ㄷ    ④ ㄴ, ㄷ    ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

16. 전체집합  $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 의 서로 다른 두 부분집합 X, Y에 대하여  $(X \cup Y) - (X \cap Y)$ 의 가장 작은 원소가 X에 속할 때,  $X \supset Y$ 라 하자. U의 부분집합  $A = \{2, 3, 4\}$ ,  $B = \{1, 2, 5\}$ ,  $C = \{2, 4, 5\}$ 에 대하여 옳은 것은? [3점]

- ①  $A \supset B \supset C$     ②  $A \supset C \supset B$     ③  $B \supset A \supset C$   
 ④  $B \supset C \supset A$     ⑤  $C \supset A \supset B$

17. 다음은 지수법칙  $a^{r+s} = a^r a^s$ 으로부터 모든 양수  $x, y$ 에 대하여

$$\log_a xy = \log_a x + \log_a y$$

가 성립함을 증명한 것이다. (단,  $a \neq 1, a > 0$ )

<증명>

$r = \log_a x, s = \log_a y$ 로 놓으면

$$a^r = x, a^s = \boxed{\text{(가)}}$$

지수법칙으로부터

$$a^{r+s} = \boxed{\text{(나)}}$$

로그의 정의에 의하여

$$r+s = \log_a \boxed{\text{(나)}}$$

그러므로  $\log_a xy = \log_a x + \log_a y$  이다.

위의 증명에서 (가), (나)에 알맞은 것을 순서대로 적으면? [3점]

①  $x, x+y$       ②  $y, x+y$       ③  $x, xy$

④  $y, xy$       ⑤  $x, \frac{x}{y}$

18. 다음은  $\triangle ABC$ 에서  $\overline{BC} < \overline{AC} < \overline{AB}$ 일 때, 삼각형 내부의 한 점 P에 대하여

$$\overline{PA} + \overline{PB} + \overline{PC} < \overline{AB} + \overline{AC}$$

임을 증명한 것이다

<증명>

가정에 의해

$$\overline{BC} < \overline{AC} < \overline{AB} \text{ 이므로}$$

$$\angle A < \angle B < \angle C$$

점 P를 지나고 선분 BC에 평행한

직선이 선분 AB, AC와 만나는 점을 각각 D, E 라고 하자.

선분 DE 와 선분 BC 가 평행하므로

$$\angle ADE = \angle B, \angle AED = \angle C$$

따라서,

$$\angle A < \angle ADE < \angle AED$$

그러므로  $\triangle ADE$ 에서

$$\boxed{\text{(가)}} \dots\dots\dots ①$$

이고

$$\overline{PA} < \overline{AD} \dots\dots\dots ②$$

$\triangle BDP$ 에서

$$\overline{PB} < \overline{PD} + \overline{DB} \dots\dots\dots ③$$

$\triangle EPC$ 에서

$$\overline{PC} < \overline{PE} + \overline{EC} \dots\dots\dots ④$$

①, ②, ③, ④에서

$$\overline{PA} + \overline{PB} + \overline{PC} < \overline{AB} + \overline{AC}$$

위의 증명에서 (가)에 알맞은 것은? [2점]

①  $\overline{AD} < \overline{AE} < \overline{DE}$

②  $\overline{AD} < \overline{DE} < \overline{AE}$

③  $\overline{AE} < \overline{AD} < \overline{DE}$

④  $\overline{AE} < \overline{DE} < \overline{AD}$

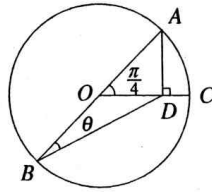
⑤  $\overline{DE} < \overline{AE} < \overline{AD}$

19. 그림에서 선분  $AB$ 는 원  $O$ 의 지름이고,

$$\angle AOC = \frac{\pi}{4}, \overline{OC} \perp \overline{AD}$$

이다.  $\angle ABD = \theta$  일 때,  $\sin 2\theta$ 의 값은? [3점]

- ①  $\frac{1}{3}$     ②  $\frac{2}{3}$     ③  $\frac{3}{4}$     ④  $\frac{3}{5}$     ⑤  $\frac{4}{5}$



20. 함수  $y = x^3 + ax$ 의 그래프를 원점을 중심으로 양의 방향으로  $45^\circ$  회전시켜서 얻은 곡선이 실수 전체에서 정의된 어떤 함수  $y = f(x)$ 의 그래프가 되는  $a$ 의 범위는? [2점]

- ①  $a \geq 1$     ②  $a \geq 0$     ③  $a \leq 1$   
④  $a \leq -1$     ⑤  $0 \leq a \leq 2$

21. 다음은 정적분  $\int_0^1 (x^2 + 1)dx$ 의 근사값의 오차의 한계를 구하는 과정의 일부이다.

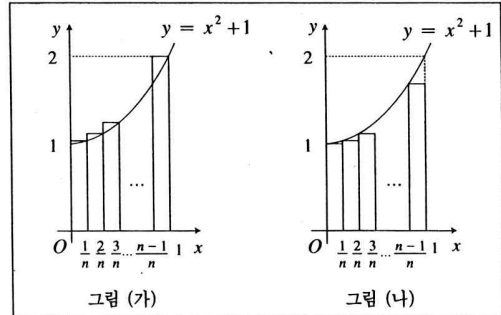


그림 (가), (나)와 같이 폐구간  $[0, 1]$ 을  $n$ 등분하여 얻은  $n$ 개의 직사각형들의 넓이와 합을 각각  $A$ ,  $B$ 라 하자.

$$A - B \leq 0.15$$

가 되는  $n$ 의 최소값은? [3점]

- ① 6    ② 7    ③ 8    ④ 9    ⑤ 10

22. 영어의 알파벳 A, B ..., Z에 십진법의 수 1부터 26에 해당하는 이진법의 수 00001<sub>(2)</sub>, 00010<sub>(2)</sub>, ..., 11010<sub>(2)</sub>을 순서대로 대응시키자. 이진법의 수  $\alpha$ 와  $\beta$ 의 각 자리의 수를 비교하여 같으면 0, 다르면 1을 그 자리에 대응시켜 얻은 이진법의 수를  $\alpha \wedge \beta$ 라 하자. 예를 들면

$$10001_{(2)} \wedge 10101_{(2)} = 00100_{(2)}$$

$$00001_{(2)} \wedge 10101_{(2)} = 10100_{(2)}$$

각 알파벳에 대응하는 이진법의 수를 10101<sub>(2)</sub>과 연산  $\wedge$ 을 하여 얻은 이진법의 수로 그 알파벳을 암호화하였다. 예를 들면 암호가 10100<sub>(2)</sub>인 알파벳은 A이다.

암호가 11001<sub>(2)</sub>인 알파벳은? [2점]

- ① B    ② D    ③ L    ④ P    ⑤ S

23. 좌표평면위의 네 점

 $(-2, 2), (4, 2), (1, -2)$  $(4, -2)$ 에 있는 나사를 모두

조이는 작업을 반복하는 로봇

팔의 한쪽끝을 점 P에 고정시

키려 한다. 로봇팔을 점 P를

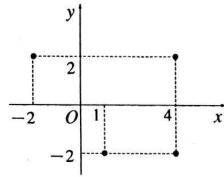
중심으로  $360^\circ$ 회전가능하고, 점 P로부터의 거리가

로봇 팔의 길이 이하인 모든 곳의 나사를 조일 수 있다

로봇 팔의 길이를 최소로 할 수 있는 점 P의 좌표는?

[3점]

- ①
- $(0,0)$
- ②
- $(0,1)$
- ③
- $(0,-1)$
- ④
- $(1,0)$
- ⑤
- $(1,1)$



24. 다음은 세계 석유 소비증가 추세에 관한 글들이다.

..... 매년 석유 소비량을 조사한 결과, 최근 10년동안 소비된 석유의 양은 그 이전까지 소비된 석유의 양과 같다. 예를 들어 1981년부터 1990년까지 소비된 석유의 양은 1980년까지 소비된 석유전체의 양과 같다

이와 같은 석유 소비 추세가 계속된다고 가정하고, 현재 까지 소비된 석유의 양을  $a$ , 현재의 석유의 매장량을  $b$ 라 할 때, 앞으로 몇 년 동안 석유를 사용할 수 있겠는가? [3점]

- ①  $10 \log_2 \left( \frac{b}{2a} + 1 \right)$   
 ②  $10 \log_2 \left( \frac{b}{a} + 1 \right)$   
 ③  $10 \log_2 \left( \frac{2b}{a} + 1 \right)$   
 ④  $10 \log_2 \left( \frac{b}{a} + 2 \right)$   
 ⑤  $10 \log_2 \left( \frac{2b}{a} + 2 \right)$

## 주관식 문항(25 ~ 30)

25. 삼차함수  $f(x) = ax^3 + b$ 의 역함수  $f^{-1}$ 가 $f^{-1}(5) = 2$ 를 만족시키는  $8a + b$ 의 값을 구하시오 [3점]

26. 다항식  $f(x)$ 를  $(x-1)(x-2)$ 로 나눈 나머지가  $4x+3$ 일 때,  $f(2x)$ 를  $x-1$ 로 나눈 나머지를 구하시오 [2점]

27. 두 벡터

$$\vec{a} = (9, x+1, -12), \vec{b} = (-8, x, 7)$$

이 수직일 때, 양수  $x$ 의 값을 구하시오. [2점]

28. 문자  $a, b, c$ 에서 중복을 허용하여 세 개를 택하여 만든

단어를 전송하려고 한다. 단, 전송되는 단어에  $a$ 가 연속되면 수신이 불가능하다고 한다. 예를 들면  $aab, aaa$  등은 수신이 불가능하고  $bba, aba$  등은 수신이 가능하다. 수신 가능한 단어의 개수를 구하시오. [2점]

29. 함수  $f(x)$ 가  $f(10)=50, f(1)=3$ 을 만족시킬 때,

$$\sum_{k=1}^9 f(k+1) - \sum_{k=2}^{10} f(k-1)$$

의 값을 구하시오. [3점]

30. 정적분  $\int_0^1 (x+1)(x^2-x+1)dx$ 의 값을 소수점 아래 둘째 자리까지 구하시오. [2점]



