

# Lesson 05

# 训练

## 特殊情况分析

### 事实

算法程序的错误

语法错误 / 时间复杂度太高 / 特殊情况没考虑到 / 审题

---

## 括号问题

### 要求

给定一个 非空 字符串 str,

里面由

```
()[]{}
```

符号组成。

请你确定是否合法

### API

```
isValid(str: String) : Bool
```

### 分析

**一般情况：**

思路

伪代码

**特殊情况：**

案例

后果

问题所在

修改方案

## 表达式计算

### 要求

给定一个 表达式 由 个位整数 和  $+-*/$  组成

比如：

```
"3+4*2-1"
```

求出表达式的结果

### API

```
calculate(expression: String) : Int
```

### 算法

字符串末尾添加 "\$"：

```
3+4*2-1  
3+4*2-1$
```

准备两个 Stack：

expressionElements

3	+	4	*	2	-	1	\$
---	---	---	---	---	---	---	----

numbers

operators

每次拿出两个元素：

expressionElements

4	*	2	-	1	\$
---	---	---	---	---	----

numbers

3
---

operators

+
---

情况 1:

如果 stack 为空

expressionElements

4	*	2	-	1	\$
---	---	---	---	---	----

numbers

3
---

operators

+
---

那么 放进去

expressionElements

4	*	2	-	1	\$
---	---	---	---	---	----

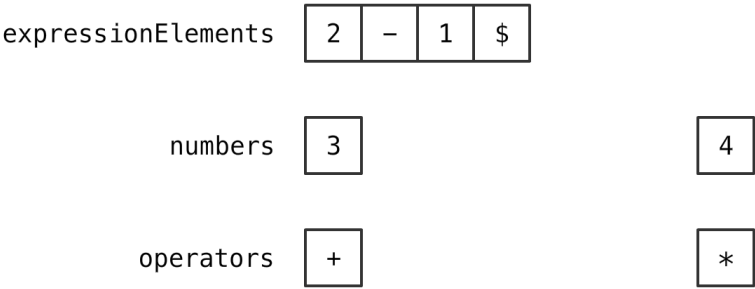
numbers

3
---

operators

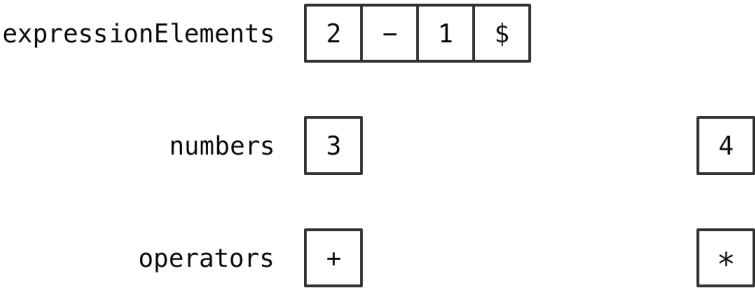
+
---

再拿出 两个元素

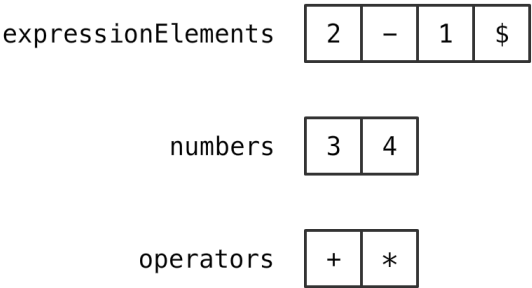


情况 2:

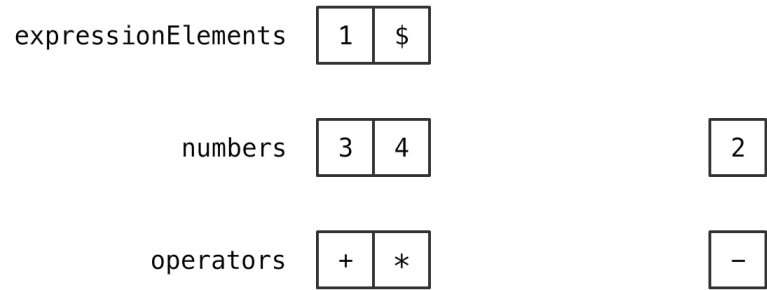
如果 新的运算符 优先级 高于 栈顶的运算符 优先级



那么 放进去

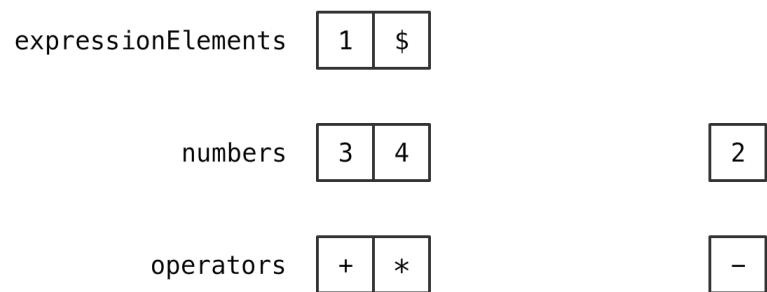


再拿出 两个元素

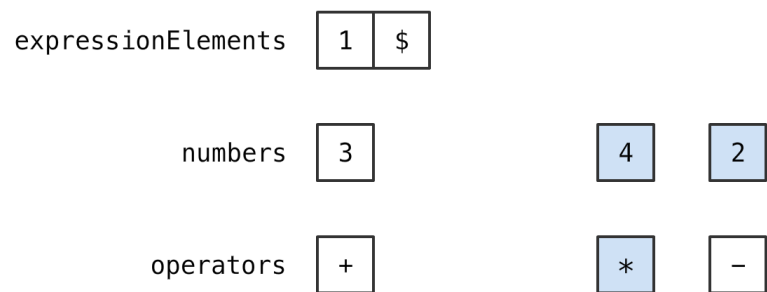


情况 3:

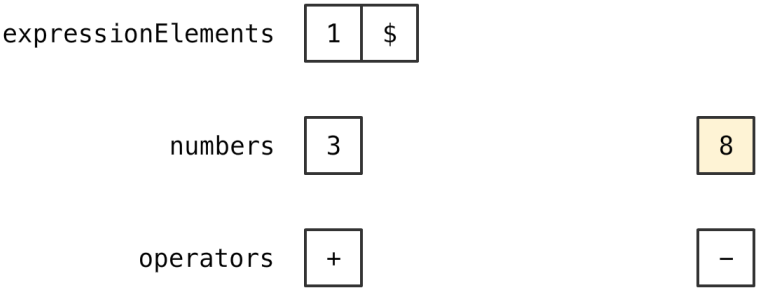
如果 新的运算符 优先级 低于 栈顶的运算符 优先级



那么 从两个 Stack 里 各取出 1 个元素



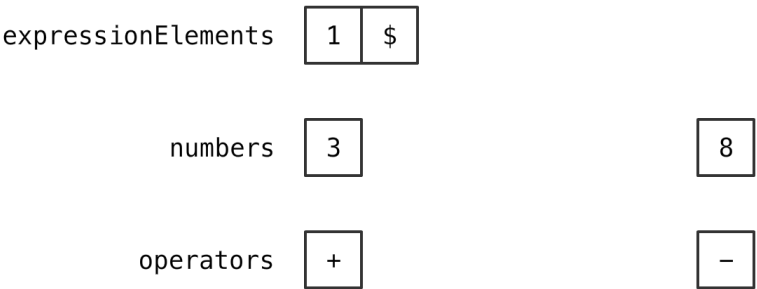
计算



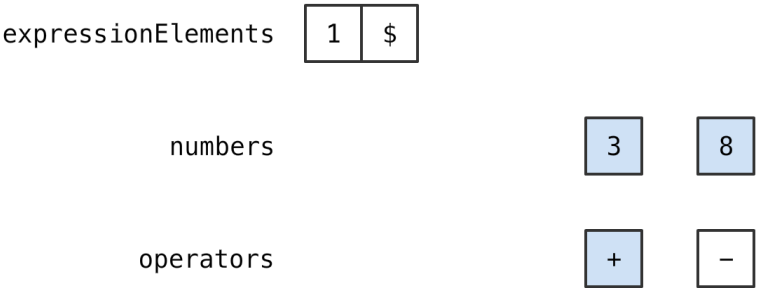
再比较

情况 4:

如果 新的运算符 优先级 等于 栈顶的运算符 优先级



那么 从两个 Stack 里 各取出 1 个元素



计算

expressionElements

1	\$
---	----

numbers

11
----

operators

-
---

再比较

走下去:

expressionElements

1	\$
---	----

numbers

11
----

operators

-
---

情况 1, 放进去

expressionElements

1	\$
---	----

numbers

11
----

operators

-
---



取 2 个

expressionElements

numbers	11	1
operators	-	\$

情况 2, 各取 1 个

expressionElements

numbers	11	1
operators	-	\$

计算

expressionElements

numbers	10
operators	\$

情况 1, 放进去

expressionElements

numbers	10
operators	\$

结束：

numbers 栈顶元素就是结果

## 分析

等于的时候为什么要计算，而不是放进去。：

---

# 递归

## 递归语法

一个 函数 调自己

```
1  void run(){
2      f(3);
3  }
4
5  void f(int a){
6      if (a == 0) {
7          System.out.println("end");
8      }
9
10     f(a - 1);
11 }
```

## 递归算法

使用函数递归，解决问题

## 递归思维

一种全新的思维方式

不直接解决问题

转而去想，如果已经解决了一个小问题，我能不能解决这个大问题

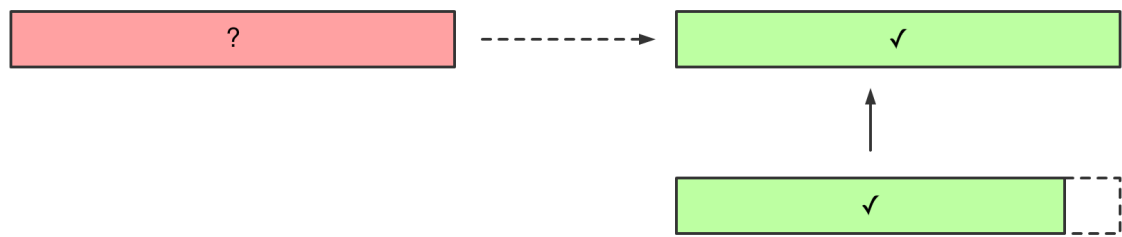
和 数学归纳法 对比：

Mathematical Induction

不求  $S(n) = f(n)$   
转而去求  $S(n) = f(S(n - 1))$

常量降级

套路



假设 你已经拿到了  $n - 1$  的问题的答案  
想一下 是否可以通过这个答案 解决  $n$  的问题的答案

思路案例

问题：  
求  $n$  个数的 最大值

对照表：

标题	对照
大小为 $n$ 的问题	如何求出 $n$ 个数 的 最大值
大小为 $n$ 的答案 $S(n)$	$n$ 个数 的 最大值
大小为 $n - 1$ 的问题	如何求出 $n - 1$ 个数 的 最大值
大小为 $n - 1$ 的答案 $S(n - 1)$	$n - 1$ 个数 的 最大值

思路：  
假设 我已经知道了  $n - 1$  个数 的最大值，  
想一下 是否可以通过 这个值 求出  $n$  个数 的最大值呢

答案：  
可以

训练：  
求 2 的  $n$  次方

## 递归重要元素

### 1. 递归:

当  $n > 1$  时

$$ArrayMax(A, n) = \max(ArrayMax(A, n-1), A_n)$$

### 2. base case:

当  $n = 1$  时

$$ArrayMax(A, n) = A_n$$

训练:

求 2 的  $n$  次方

## 时间复杂度分析

案例:

```
ArrayMax(A, n)
  if  $n = 1$  then
    return  $A_1$ 
  return  $\max(ArrayMax(A, n-1), A_n)$ 
```

分段分析:

$$T(n) = O(1) \text{ when } n = 1$$
$$T(n-1) + c \text{ when } n > 1$$

代数:

$$\begin{aligned} T(n) &= c + T(n-1) \\ &= c + (c + T(n-2)) \\ &= c + (c + (c + T(n-3))) \\ &= \dots \\ &= c + c + c + \dots + c + O(1) \\ &= c + c + c + \dots + c + c_2 \\ &= cn + c_2 \\ &= O(n) \end{aligned}$$