

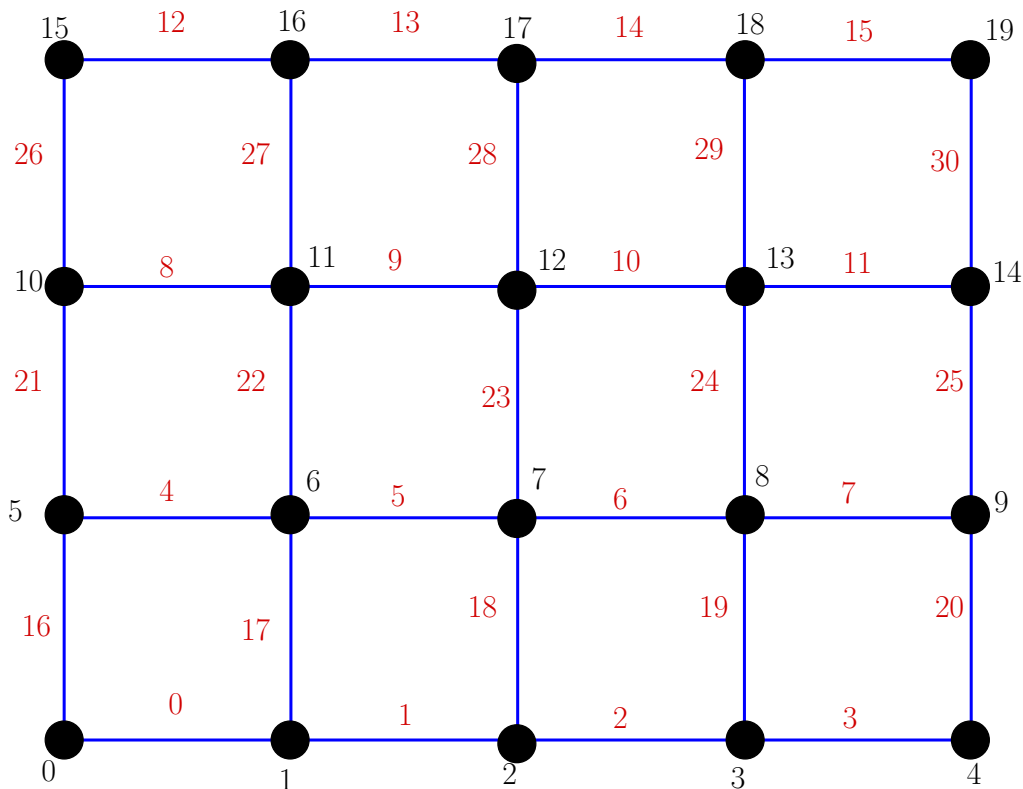
rfausas@icmc.usp.br

www.lmacc.icmc.usp.br/~ausas/

Parte 1: Resolução de Redes em python

- Antes de começar a realizar o tarefa se recomenda estudar com as Jupyter Notebook apresentadas pelo professor.
- A tarefa e o relatório serão feitos em grupo (máximo 3 integrantes).
- O relatório será feito na própria Jupyter Notebook desenvolvida com algumas explicações e os resultados obtidos ao rodar.
- **NÃO ENTREGAR ARQUIVOS .zip OU QUALQUER OUTRO FORMATO QUE NÃO SEJA O DA JUPYTER NOTEBOOK .ipynb, POIS SERÃO DESCONSIDERADOS.**
- **Todos os exercícios devem estar no mesmo arquivo e as células devem ter sido executadas para que o professor possa ver os resultados.**
- Cada aluno deverá colocar o relatório no escaninho.
- Na jupyter notebook deverá constar o nome de todos os participantes.
- A data de entrega será até às 6am do dia 22/05/2023 no escaninho do Tidia.

Vamos trabalhar com redes tipo grade. Na figura mostra-se apenas um exemplo, no qual o número de pontos na horizontal $n = 5$ e na vertical $m = 4$. Notar a numeração de nós e arestas gerada pela função `GeraRede()` disponibilizada pelo professor. **Lembrar que em python a numeração começa desde 0 e por isto temos indexado os nós e arestas dessa forma.**



Exo. A. Programar uma função:

`def ResolveRede(...):`

que encapsula todos os cálculos referentes a uma rede de tipo grade como as estudadas. A função deve receber todos os argumentos que sejam necessários e retornar como resultados, o vetor de pressões e a pressão máxima. Considerar:

- Conexões do tipo 1, em que uma fonte **QB** é conectada num certo nó **nB** e num outro nó **natm** é fixada a pressão 0
- Conexão alternativa, do tipo 2, na qual uma pressão **Pr** é fixada num certo nó **nr** e no resto dos nós 'e colocado um consumo;

Testar a função numa rede e plotar as pressões como contornos de nível. Considerar diferentes nós para conectar a fonte, e o reservatório em cada caso.

Exo. B. Dada uma rede cuja matriz de conectividades é **conec** o vetor de condutâncias **C**, e o vetor de pressões **p**, calcular a vazão pelos canos da rede, i.e.,

$$\mathbf{Q} = \mathbf{K} \mathbf{D} \mathbf{p}$$

em que **K** é a matriz diagonal com as conductâncias dos canos definida por

$$\mathbf{K}_{ij} = \begin{cases} C_i & \text{se } i = j \\ 0 & \text{no resto} \end{cases}$$

e \mathbf{D} é a matriz definida por:

$$\mathbf{D}_{kj} = \begin{cases} 1 & \text{se } j = \text{conec}[\mathbf{k}, 0] \\ -1 & \text{se } j = \text{conec}[\mathbf{k}, 1] \\ 0 & \text{no resto} \end{cases}$$

Testar a função num exemplo concreto e mostrar os resultados. Modificar a função do **Exo. A** para incorporar este cálculo e retornar adicionalmente o vetor \mathbf{Q} .

Exo. C. Calcular a potência consumida pela bomba via o cálculo das perdas na rede:

$$W = \mathbf{p}^\top (\mathbf{D}^\top \mathbf{K} \mathbf{D}) \mathbf{p}$$

Testar a função num exemplo concreto e mostrar os resultados. Modificar a função do **Exo. B** para incorporar este cálculo e retornar adicionalmente o valor de W .

Exo. D. Cálculos Monte Carlo em redes: Baseado nas slides, desenvolver um código que gera um gráfico da probabilidade de que algum dos nós da rede com conexão do tipo 2, esteja a pressão menor que 1.15, como função da probabilidade a , de entupimento individual dos canos. Considerar:

- A rede nominal das slides com $\mathbf{n} = \mathbf{m} = 10$, $\text{Pr} = 5$ e $\text{consumo} = -0.1$
- Para fazer o gráfico, barrer valores da probabilidade a , de entupimento individual dos canos indo desde 2% até 25%.

Parte 2: Resolução de Sistemas lineares

Exercício Teórico E: Provar por indução o **Teorema 2** (ver “An introduction to Numerical Analysis”, Cambridge, E. Süli & D. Mayers, pag. 50).

Exercício Teórico F: Provar que matrizes definidas positivas ($x^T A x > 0 \forall x \neq 0$), satisfazem a condição do **Teorema 2**.

(*Dica: Calcular $x^T A x$ para $x = [x_1, x_2, \dots, x_k, 0, 0, \dots, 0]^T$, $k = 1, 2, \dots, n - 1$.)*

Exercício Teórico G: Deduzir as fórmulas dadas para a fatoração de Cholesky. Explicar porque este tipo de decomposição não pode ser aplicado a matrizes que possuem determinante negativo.

Exercício Computational H: Considerar redes hidráulicas de diferente tamanho (10×10 , 20×20 , \dots , 100×100) com um reservatório fixando a pressão $p_0 = 10$ no nó 0 e um consumo de 0.1 dos nós restantes (como visto anteriormente). Medir o tempo de cálculo para resolver os sistemas de equações como função do número de incógnitas considerando as matrizes em formato denso e em formato esparso.

Bonus: Pensar uma forma de fixar a pressão do sistema sem quebrar a simetria da matriz e nesse caso, resolver o sistema com o método de Cholesky (para matrizes densas e esparsas). Comparar.

Os Exos. teóricos podem ser feitos no papel, tirar foto com celular e colocar um arquivo em formato pdf no scaninho do tidia.