Examenes de la asignatura

Funamentos Lógicos de la Informática

Grupo Docente FLI

Dpto. de Ingeniería de la Información y las Comunicaciones

Universidad de Murcia

Un comentario

- Objetivo del contenido. Utilice los ejercicios para conocer su nivel de aprendizaje. No intente conseguir o copiar la respuesta y memorizarla, no tiene sentido.

  Si no sabe la respuesta, estudie. Si realmente ha estudiado y no la sabe, pregunte (al profesor, no en redes sociales que saben lo mismo o menos que ud.). Si la sabe, escríbala. Y si la responde, ¿por qué no **lo explica de forma razonada** por escrito? Esto último es lo que esperamos de su **examen de lógica**.

- Sobre el contenido de los exámenes. A lo largo de los cursos el temario ha ido cambiando, por lo que **es posible que con los contenidos del curso actual no entienda algunas preguntas de exámenes anteriores**. Por ejemplo, los contenidos referentes a formas normales y resolución en L1 no se imparten en la actualidad pero sí formaba parte de los contenidos en años anteriores así que será difícil que sepa responder a esas cuestiones. En estos casos no se vea en la obligación de resolverlos: no se preguntará sobre ello en los exámenes oficiales de este curso.

- Sobre la distribución. Es conocido el interés de la comunidad de internet por distribuir todo lo que uno se encuentra, pero no es necesario camuflar este documento en foros, P2P o redes sociales. Lo dejamos abierto a disposición de todos ¿no?, entonces ¿qué sentido tiene que lo haga?

Contents

1

Curso 2016-2017

1.1 Examen de TA. Noviembre de 2016

1. Sin construir tablas de verdad, ¿bajo qué interpretaciones las expresión α es evaluada como falsa?:
    - $\alpha = \neg p \vee (q \wedge (p \rightarrow q))$
    - $\alpha = (p \wedge \neg q) \vee (p \rightarrow \neg q)$
2. Para cada una de las fórmulas siguientes aplica la técnica DPLL para comprobar la satisfacibilidad:
    - $(\neg p \rightarrow \neg q) \rightarrow (p \rightarrow q)$
    - $(p \vee q) \wedge (p \vee \neg q) \wedge (\neg p \vee q) \wedge (\neg p \vee \neg r)$
3. Demuestra por DN la siguiente equivalencia lógica $(\alpha \wedge \beta) \rightarrow \gamma = \alpha \rightarrow (\beta \rightarrow \gamma)$

1.2 Examen de teoría. Parcial de noviembre de 2016

1. (2 Puntos) Dado un conjunto insatisfacible de oraciones, ¿puede estar formado por oraciones todas ellas satisfacibles?. Razona la respuesta
2. (2 Puntos) Define el teorema de la Deducción Semántica. ¿Cómo lo aplicas a la comprobación de la siguiente tautología $\models \alpha \rightarrow (\beta \rightarrow \lambda)$, donde α, β y λ son expresiones proposicionales cualesquiera? Razona la respuesta.
3. (2 Puntos) Justifica la validez de las siguientes afirmaciones sobre consecuencias lógicas y equivalencias lógicas:
    a) Si ψ es una contradicción y $\models \phi$, entonces $\models \neg\psi \wedge \phi$.
    b) Si ψ es una contradicción y $\models \phi$, entonces $\models \psi \rightarrow \phi$.
    c) Son, en las cisrcunstancias anteriores $\neg\psi \wedge \phi \equiv \psi \rightarrow \phi$.
4. (2 Puntos) Establece la diferencia entre decir que β es consecuencia lógica de α, y decir que β es deducible o derivable de α. ¿Cómo expresas cada una de estas relaciones entre β y α?

1.3 Examen de prácticas. Parcial de noviembre de 2016

1. (4 Ptos: 2 puntos cada una) Formalizar los siguientes razonamientos:
    - Si la gente no estuviera embrutecida, rechazaría el mundo en que vivimos o desesperaría. La gente no rechaza este mundo. Luego, la gente anda embrutecida o desesperada.
    - Si Romeo ama a Julieta y Julieta no le corresponde, entonces Romeo se suicida o Julieta se alegra. Si Romeo ama a Julieta, entonces Romeo no se suicida. Si Julieta se alegra, entonces Julieta corresponde a Romeo. Por consiguiente, Julieta corresponde a Romeo.

2. (6 Puntos) Comprueba si el siguiente razonamiento es válido

$$p \to q \models p \wedge r \to q \wedge r$$

utilizando las siguientes técnicas.

- (1 punto) Justifica claramente, en cada caso, que consideraciones teoricas tienen en cuenta durante el proceso y las conclusiones obtenidas.

a) Mediante árboles semánticos (sin transformar las fórmulas del razonamiento). (2.5 puntos)

b) Mediante refutación utilizando Resolución (con conjunto soporte y notación Fitting). (2.5 puntos)

1.4 Examen de teoría. Final de enero de 2017

- Los alumnos que hayan aprobado el parcial solo deben de hacer los bloques 2 y 3.
- Los alumnos que vayan a examen completo deben de hacer los bloques 1 y 2.

BLOQUE 1:

1. (1.0 Ptos.) Si alguien le expone una conclusión concreta a partir de un conjunto insatisfacible de premisas ¿lo entendería como una consecuencia lógica? ¿podría decirse que ese alguien es un mentiroso?

2. (1 punto) Dadas N oraciones satisfacibles, ¿es también satisfacible el conjunto formado por ellas?. Razona la respuesta

3. (1 punto) Indique si esta afirmación es cierta o falsa: "Si a un conjunto de oraciones satisfacible se le añade una oración satisfacible, el nuevo conjunto de oraciones sigue siendo satisfacible". Justifique la respuesta. Si es cierta, demuéstrelo. Si es falsa, ponga un contraejemplo

4. (1 punto) Determine, sin hacer tablas de verdad, aquellas interpretaciones que hacen que la siguiente oración se evalúe FALSA: $\neg p \to (q \wedge (p \to \neg q))$. Y, ¿cuáles hacen la evaluación de ésta: $p \wedge (\neg q \to (p \to \neg q)$, VERDADERA?. Argumenta las respuestas

5. (1 punto) Alguien ha escrito las expresiones de ciertas equivalencias lógicas, pero ha cometido errores, ¿puede detectarlos y corregirlos, escribiendo las equivalencias correctamente? Razona lo que haga.
   - D'Morgan en L0: $[\neg(p \wedge q)] \equiv [p \vee q]$
   - Exportación en L0: $[(p \vee q) \to r] \equiv [p \to (q \to r)]$
   - Distributividad en L1: $[\forall x(P(x) \vee Q(x))] \equiv [\forall x P(x) \wedge \forall y Q(y)]$

BLOQUE 2:

1. (1 punto) Qué diferencia existe entre interpretar en L0 e interpretar en L1. Explica el proceso que se necesita realizar para evaluar una expresión en L1.

2. (1,5 puntos) Si en L0, el elemento atómico P puede ser verdadero o puede ser falso, ¿cuál es la evaluación del elemento atómico $P(x)$ en L1? Si se nos da un universo en el que el dominio de la variable está formado por los elementos $U = \{a, b\}$, ¿cuántas asignaciones deben realizarse para evaluar $P(x)$? ¿Y para la expresión $[P(x) \to Q(a)]$, en la que la variable tiene el dominio citado y $Q()$ es otro predicado cuyo términos es la constante a, que representa uno de los objetos del dominio? Razona la respuesta

3. (1,5 puntos) ¿Es satisfacibe la expresión $\neg\exists y(P(y) \wedge \neg Q(y))$? Si lo es, ¿qué relación debe darse entre los conjuntos o categorías formalizados por los predicados $P(y)$ y $Q(y)$?

4. (1,5 puntos) (1 punto) Justifica por qué la siguiente deducción no es correcta. ¿Qué regla de inferencia se está aplicando incorrectamente al seguir el método de deducción natural? $\{P(a) \to R(a), P(a)\} \vdash \forall x R(x)$.

BLOQUE 3:

1. (1,5 puntos) Indica cuál de las siguientes expresiones es cierta (con α expresión en la que no aparece x): **(a)** $\exists(\alpha \to Q(x)) \models \alpha \to \forall x Q(x)$, **(b)** $\alpha \to \forall x Q(x) \models \exists(\alpha \to Q(x))$
2. (2 puntos) Discute la veracidad de las siguientes afirmaciones:
   - si la expresión $[P(x) \to \beta]$ es semánticamente válida, no estando la variable x en β, también lo será la expresión $[\exists x P(x) \to \beta]$.
   - si la expresión $[\alpha \to Q(x)]$ es semánticamente válida, no estando la variable x en α, también lo será la expresión $[\alpha \to \forall x Q(x)]$
3. (1,5 puntos) El sistema de deducción natural cumple con el teorema de la deducción (sintáctica). ¿Qué quiere decir esto? Razona la respuesta

1.5 Examen de prácticas. Final de enero de 2017

- Los alumnos que hayan aprobado el parcial solo deben de hacer los bloques 2 y 3.
- Los alumnos que vayan a examen completo deben de hacer los bloques 1 y 2.

BLOQUE 1:

1. (1.5 Ptos.) Formaliza en **L0** los siguiente enunciados.
   a) A no ser que tengas goteras, no te pintarán la casa.
   b) No han reparado las tuberías a menos que haya agua disponible y no hay agua disponible, consecuentemente no han reparado las tuberías.
   c) Solo si te refugias de la lluvia no te mojarás y puede que si te pones botas entonces no te mojes (o sí).

2. (2.0 Ptos.) Demostrar si es correcta la siguiente consecuencia lógica
$$(p \to (q \to r)), (r \land s \to t), ((s \to t) \to w) \models (p \to (q \to w))$$
utilizando para ello el planteamiento de Refutación y haciendo uso de las técnicas: **a)** DPLL; y **b)** Resolución mediante conjunto soporte. Detalla y explica los pasos que vas dando.

3. (2.0 Ptos.) Demostrar si es correcta la siguiente deducción
$$((p \to q) \land (r \to s)), (q \land s \to t), \neg t \models (\neg p \lor \neg r)$$
utilizando para ello el método de Deducción Natural, aplicando exclusivamente las reglas primitivas o básicas y la regla derivada de la equivalencia de D'Morgan de la negación de la disyunción con la conjunción de negaciones. Detalla y explica los pasos que vas dando.

BLOQUE 2:

1. (2.0 Ptos.) Formalizar en **L1** los siguientes enunciados.
   a) Todos los estudiantes de informática son amigos de los aficionados a la lógica.
   b) Algunos estudiantes de informática tienen amigos aficionados a la lógica.
   c) Ya que el río Segura se desbordó en Orihuela, las autoridades estuvieron avisando a los vecinos.

2. (2.5 Ptos.) Teniendo en cuenta que si $\alpha \equiv \beta$ debe cumplirse que $\alpha \models \beta$ y que $\beta \models \alpha$, determina si $\forall x(P(x) \vee Q(x))) \equiv (\forall x P(x) \vee \forall x Q(x))$ utilizando la técnica de tableaux semánticos para comprobar las consecuencias lógicas (supuestamente válidas) correspondientes. Si alguna de ellas no lo fuera, determina su no cumplimiento con un contraejemplo.

BLOQUE 3:

1. (2.5 Ptos.) Se tiene la siguiente información relativa a un conjunto de personas:

1) A no ama a D	4) A ama a cualquiera que ame a B
2) D ama a C	5) C ama a cualquiera que le ame a él
3) B ama a C o a D	6) Nadie se ama a sí mismo

   a) Formalice cada una de las oraciones en L1.

   b) Construya un universo, con al menos dos interpretaciones (en forma de tablas) posibles, en las que las oraciones de partida sean todas satisfacibles. Justifica claramente la satisfacibilidad evaluando las expresiones formalizadas en el universo construido (crear las tablas únicamente no es suficiente).

   c) En alguna interpretación anterior ¿puede derivarse que es válido que "cualquiera de estas personas es amada por al menos otra del conjunto"?

2. (3.0 Ptos.) Demostrar usando las reglas primitivas del sistema de Deducción Natural en **L1** las siguientes deducciones.

   a) $\forall x \forall y[P(y) \to Q(x)] \vdash \exists y P(y) \to \forall x Q(x)$

   b) $\exists x P(x) \vdash \neg \forall x \neg P(x)$

   c) $\exists x[P(x) \vee Q(x)] \vdash \exists x P(x) \vee \exists x Q(x)$

1.6 Examen de teoría. Final de junio de 2017

1. (1 punto) Considera una oración contradicción y su negada. Escribe la definición de una oración contradictoria. ¿Qué tipo de oración es la negada? Dedúcelo usando las definiciones apropiadas.

2. (1 punto) Se sabe que $\alpha \to (\beta \vee \gamma)$ es una tautología y que β es una contradicción ¿qué tipos de oraciones son α y γ ?

3. (1 punto) Si es cierto que $\alpha \models \beta$ ¿se cumple que $\neg\beta \models \neg\alpha$? ¿Por qué? Justifíquese utilizando la definición o teoremas conocidos.

4. (1 punto) Si es cierto que $\alpha \wedge \beta \models \gamma$ ¿se puede afirmar siempre que $\alpha \models \gamma$? Justifíquese utilizando la definición o teoremas conocidos.

5. (1 punto) ¿Es satisfacible el **conjunto** $\{\Box\}$? Enuncia antes las definiciones que son necesarias para justificar las respuestas e indica como las usas.

6. (1 punto) Explica los fundamentos de la búsqueda de la satisfacibilidad con un árbol semántico y con la técnica DPLL. Según lo expuesto ¿qué similitudes hay entre ambas técnicas?, y ¿las diferencias? Sea escueto en la respuesta.

7. (1 punto) Cuando se dice que "se quita un literal puro": ¿a qué se refiere exactamente en DPLL?, y ¿en resolución? ¿Es lo mismo? Explica las respuestas.

8. (1 punto) Explica qué es la demostración con contrarrecíproco y la demostración por refutación.

9. (1 punto) Cuando decimos que "Siempre habrá verdades que nunca podremos demostrar" ¿A qué tipo de propiedad de los sistemas deductivos estamos haciendo referencia? Explica y razona la respuesta

10. (1 punto) ¿En qué consiste y bajo qué condiciones se puede eliminar un cuantificador existencial en la técnica de los tableaux?, y ¿en deducción natural? Explica y razona las respuestas.

1.7 Examen de prácticas. Final de junio de 2017

1. (2 puntos) Nota: Las oraciones son independientes entre sí.

   (a) Formaliza en L0 los siguientes enunciados:

      i. A no ser que tengas perro, te asaltarán.

      ii. Sólo si tienes perro, estarás protegido.

   (b) Formaliza en L1 los siguientes enunciados:

      i. Los perros acompañan a Juan.

      ii. Todos los perros tienen un dueño (que es humano).

      iii. La relación entre cualquier perro y su (único) dueño equivale a la relación entre los hijos y su madre.

2. (2 puntos) Dada la siguiente fórmula en L1 y el siguiente mundo, indicar:

   (1) qué interpretaciones son posibles y (2) el tipo de oración en cada una de ellas.

   - $R_1(x, y)) = \{(a, d), (a, e), (b, e), (e, c)\}$
   - $R_2(x, y) = \{(a, b), (a, c), (b, d), (c, e), (d, e)\}$
   - $\forall x \forall y \forall z [P(x, y) \wedge P(y, z) \rightarrow Q(x, z)]$

3. (2 puntos) Comprueba si son razonamientos válidos, utilizando las siguientes técnicas.

   Explica el proceso que vas a realizar **antes** de aplicar la correspondiente técnica y **justifica** cada paso en la aplicación de la misma.

   (a) Mediante árboles semánticos (sin transformar las fórmulas del razonamiento).

   $$\{p \rightarrow q, r \rightarrow q\} \models p \vee r \rightarrow q$$

   (b) Mediante refutación utilizando Resolución (con conjunto soporte y notación Fitting).

   $$\{p \wedge q \rightarrow r \vee w, p \rightarrow \neg s\} \models p \rightarrow \neg q \vee r$$

4. (2 puntos) Comprobar mediante Tableaux si el siguiente razonamiento es válido. En caso negativo, determinar su no cumplimiento mediante un contraejemplo.

   Justificar claramente las "fórmulas" que utiliza para pasar de unas expresiones a otras.

   $$\forall x (P(x) \rightarrow (Q(x) \wedge R(x)) \models \neg(\forall x P(x) \rightarrow \forall x R(x))$$

5. (2 puntos) Demostrar por Deducción Natural las siguientes deducciones:

   (a) $\{p \wedge (q \rightarrow s)), p \rightarrow (q \wedge r)\} \vdash p \rightarrow s$

   (b) $q \rightarrow r \vdash p \vee q \rightarrow p \vee r$

   (c) $\{\forall x (P(x) \rightarrow Q(x) \vee R(x)),\ \forall x \neg Q(x)\} \vdash \forall x P(x) \rightarrow \forall x R(x)$

2

Curso 2015-2016

2.1 Examen de teoría. Convocatoria de febrero de 2016

(Cada apartado vale 1 punto)

Responda lo más breve y formalmente breve posible lo que se indica:

1. Define cada uno de los siguientes conceptos con una sola frase: f.b.f., formalizar, interpretar, evaluar.

2. Define qué son las oraciones válidas (tautologías) y las oraciones satisfacibles. Dibuja en un diagrama de Euler la relación entre ambos conjuntos de oraciones. Formaliza la relación usando una lógica. Indica por qué usas esa y no otras.

3. Dadas las siguientes expresiones, indicar el tipo de oración que es dicha expresión (toda ella) en función de las condiciones indicadas.

   - $\alpha \to \beta \to \gamma$ Con α siendo contradicción
   - $\alpha \to \beta \wedge \gamma$ Con β siendo contradicción.

4. Demuestra la equivalencia $\alpha \to \beta \equiv \neg\alpha \vee \beta$. Ten en cuenta que α y β son expresiones cualesquiera (incluso pueden estar cuantificadas).

5. Indica cuántas interpretaciones se pueden hacer para las siguientes expresiones: (1) En L0: $t \to w$; (2) en LC: $\forall x(P(x) \to Q(x))$; (3) en L1: $\forall x(R(x, y) \to S(x))$; (4) en L1: $\forall x(R(x, f(y)) \to S(x))$. Justifica la respuesta.

6. Pueden ser válidos estos razonamientos considerando que todos las oraciones son clausales: (1)$\{\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n\} \models \square$, (2) $\square \models \beta$.

7. Un lógico se pregunta: *"Si se sabe que $\{\alpha_1, \alpha_2\} \not\models \beta$ y que $\{\alpha_1, \alpha_3\} \models \beta$, ¿será cierto que $\{\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3\} \models \beta$?"*. Indícale la respuesta.

8. ¿La aparición de la cláusula vacía en el algoritmo DPLL tienen el mismo significado que la aparición de la cláusula vacía en el algoritmo de resolución? ¿Por qué?

9. ¿Por qué si a un conjunto de cláusulas satisfacible se le quitan todas las cláusulas que contienen literales puros el conjunto sigue siendo satisfacible? ¿Bajo que intepretaciones? Justifica la respuesta.

10. En Deducción Natural y en Tableaux en L1 tenemos reglas que eliminan cuantificadores. ¿Cuáles son? ¿Son las mismas reglas en los dos sistemas? ¿Por qué se tienen que aplicar antes el de eliminación del existencia? Justifique las respuestas.

Pregunta extra: Solo se tendrá en cuenta si obtiene al menos un 4 en las cuestiones anteriores. Puede conseguir hasta 2 puntos más si la responde correctamente.

Demuestre formalmente **solo uno de los dos siguientes resultados** y justifique su importancia:
(1) $(\alpha \wedge \neg\alpha) \models \beta$
(2) $\alpha \models \beta \Leftrightarrow \alpha \wedge \neg\beta$ es una contradicción.

2.2 Examen de prácticas. Convocatoria de febrero de 2016

1. (2.5ptos) Formalizar las siguientes oraciones:

   - En L0

     (a) El análisis realizado, innecesario si nos dejamos llevar por la precipitación, se torna necesario si nos paramos a reflexionar sobre el mensaje que se pretende transmitir

     (b) Si la tormenta continúa o anochece, nos quedaremos a cenar o a dormir; si nos quedamos a cenar o a dormir no iremos mañana al concierto; pero sí iremos mañana al concierto. Así pues, la tormenta no continúa.

   - En L1

     (a) El padre de Juan es poeta y publica libros de poesía. Hay poetas que no publican libro alguno de poesía. Todo el que tenga un padre poeta, compra libros de poesía si su padre ha publicado algún libro de poesía. Por lo tanto, Juan compra libros de poesía.

2. (1.5 Ptos) Comprobar utilizando DPLL si el siguiente conjunto de fórmulas es satisfacible. En caso de serlo, indicar una interpretación que lo haga satisfacible.

$$\{p \wedge \neg s \rightarrow q, q \rightarrow p \wedge q, p \rightarrow r, q \rightarrow r, \neg s\}$$

3. (2 ptos) Se considera la oración $\forall x[P(x) \wedge (P(x) \rightarrow Q(x, f(x))) \vee \neg T(f(x))]$. ¿Es satisfactible en un universo que contiene a las siguientes relaciones y funciones? ¿por qué?

   - Dominio $=\{a, b, c, d, 1, 2\}$
   - $R_1 = \{a, b, d\}$
   - $R_2 = \{1\}$
   - $R_3 = \{(a, 1), (b, 1), (c, 2), (d, 2)\}$
   - $R_4 = \{(a, a), (a, b), (c, d), (d, d)\}$

   Pista: Busca primero las funciones candidatas para $f(x)$.

4. (2 ptos) Comprueba mediante Tableaux que el siguiente razonamiento el válido.

$$\{\forall x(G(x) \rightarrow M(x)), \exists x(M(x) \rightarrow F(x))\} \models \exists x(G(x) \rightarrow F(x))$$

5. (2 ptos + 0.5 ptos extra) Demostrar las siguientes oraciones por el sistema de deducción natural:

   - $p \vee (q \wedge r), p \rightarrow (q \wedge r) \vdash r$
   - $p, p \wedge q \rightarrow \neg r, \neg r \rightarrow \neg s \vdash q \rightarrow \neg s$
   - $p \vee q, p \rightarrow r, \neg t \rightarrow \neg q \vdash r \vee t$
   - $\forall x(P(x) \rightarrow R(x)) \vdash \forall x P(x) \rightarrow \forall x R(x)$
   - $\exists x \forall y P(x, y) \vdash \forall y \exists x P(x, y)$ (0.5 puntos extra)

2.3 Examen de teoría. Convocatoria de junio de 2016

(Cada apartado vale 1 punto) Responda lo más breve y formalmente breve posible lo que se indica:

1. Define y distingue los conceptos de asignación y sustitución de variables en L1. Explica lo que significan y cuándo los aplicamos.
2. Si al tratar de demostrar la validez de un razonamiento lógico formalizado en L1 empleamos el planteamiento de refutación, y la aplicación de la técnica seleccionada nos dice que la fórmula escrita no es insatisfacible, ¿qué podemos decir acerca de la validez del razonamiento? Justifica tu respuesta.
3. Expresa la condición lógica de satisfacibilidad de un conjunto de oraciones. Si en un conjunto de oraciones satisfacible una de ellas es tautológica y se suprime del conjunto, ¿será satifacible el conjunto de oraciones restantes? Justifícalo.
4. Si el conjunto $\{\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n\}$ de oraciones es satisfacible, ¿qué condición debe cumplir otra oración β para que el nuevo conjunto de oraciones$\{\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n, \beta\}$ sea asimismo satisfacible? En caso de que lo sea, ¿se puede decir que $\{\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n\} \models \beta$? Justifícalas.
5. La propagación de literales característica de la técnica DPLL, ¿mantiene la equivalencia de las fórmulas derivadas? Tanto si se mantiene como si no lo hace, pon un ejemplo con el que pongas de manifiesto tu respuesta.
6. Al aplicar las diferentes técnicas de búsqueda de la satisfacibilidad de las oraciones lógicas, ¿qué planteamiento de base distingue las técnicas DPLL y Resolución de las técnicas Tablas de Verdad, Árboles y Tableaux Semánticos? Por otra parte, ¿qué diferencia existe entre las técnicas de los Árboles Semánticos y de Tableaux Semánticos? Explica tus respuestas.
7. Define Sistema Lógico Sólido y Sistema Lógico Completo. Escribe formalmente cada una de estas definiciones.
8. Lee las fórmulas siguientes: $\forall x \exists y R(x, y)$, $\exists x \forall y R(x, y)$. Ayúdate de alguna interpretación concreta para el predicado $R(x, y)$, y escribe su versión en sendas oraciones en lenguaje natural. Haz una reflexión formalmente lógica sobre la dependencia de las variables x e y teniendo en cuenta el orden de precedencia de sus cuantificadores respectivos.
9. Dada la expresión $R(a, a)$ en una demostración por Deducción Natural, ¿cuál de estas dos expresiones puede ser conclusión de la dada: $\forall x \exists y R(x, y)$ o $\exists x \forall y R(x, y)$? ¿qué condición debe cumplir la constante a? Justifica tu respuesta.
10. Enuncia formalmente el Teorema de la Deducción Semántica y, por otra parte, el Teorema de la Deducción.

- Pregunta extra: Solo se tendrá en cuenta si obtiene al menos un 4 en las cuestiones anteriores. Puede conseguir hasta 2 puntos más si la responde correctamente.

  ¿Por qué estas dos expresiones son tautológicas? Realiza un planteamiento semántico.

  (1) $\exists x P(x) \wedge \forall x Q(x) \rightarrow \exists x P(x)$

  (2) $\forall x P(x) \rightarrow \exists x R(x) \vee \exists x P(x)$

2.4 Examen de prácticas. Convocatoria de junio de 2016

1. (2 Ptos) Formalice en L1 las siguientes oraciones coloquiales. Justifique los patrones detectados y la signatura empleada:
   - Todos los informáticos detectan algún virus.
   - Algún que otro informático friki es amante de la saga de la Guerra de las Galaxias.
   - Únicamente los informáticos son capaces de detectar virus.

- Detrás de todo buen hombre hay una gran mujer ... su pareja.

2. (2 Ptos+1 Extra) Se afirma que $p \wedge q$ es una consecuencia lógica de

   - $q \to (p \vee s)$
   - $p \to q$
   - $\neg r \wedge s \to p \vee q$
   - $\neg p \to (q \vee r) \wedge (q \vee \neg r)$
   - $q \to (p \vee r) \wedge (p \vee \neg r)$

   Compruebe si es cierto utilizando DPLL. Justifique cómo se aplica esta técnica para comprobar razonamientos válidos.

   (1 Extra) Compruebe su resultado aplicando refutación por resolución

3. (2 Ptos) Mi familia está formada por las mujeres $\mathcal{M} = \{$Belén, Elena, Ángeles$\}$ y los hombres $\mathcal{H} = \{$Daniel, Carlos$\}$. Además tenemos las siguientes relaciones formadas por pares (x, y):

   - "el/la @adre de x es y": $\mathcal{P} = \{(c, a), (d, a)\}$
   - "'x es tí@ de y": $\mathcal{T} = \{(b, c), (b, d), (e, c), (e, d)\}$
   - "x es herman@ de y": $\mathcal{R} = \{(a, b), (a, e), (b, a), (b, e), (c, d), (d, c), (e, a), (e, b)\}$

   Exigiendo que a se interprete por Ángeles, b por Belén, etc ..., se pide:

   - ¿es cierta la siguiente oración en este contexto familiar?

   $$\forall x \exists y (A(x) \wedge B(x, f(y)) \to C(x, y))$$

   - ¿cuáles son todos los y's asociados a $x \hookrightarrow Elena$ que hacen cierta a la oración instanciada?

Pistas: Se recomienda no hacer tablas y trabajar directamente sobre los elementos de los conjuntos. Busca primero las funciones candidatas para $f()$, te ayudará a determinar los valores de y. No hay dos símbolos de predicado que se correspondan con la misma relación/conjunto.

4. (2 Ptos) Demostrar mediante Tableaux si el siguiente razonamiento es válido. Si no lo fuera indicar un contramodelo con objetos reales.

   $$\{\exists x \neg(\neg P(x) \vee \neg Q(x)), \exists x R(x)\} \models \neg \forall x \neg(R(x) \wedge Q(x))$$

5. (2 Ptos + 1 Extra) Obtener una demostración, por el sistema de Deducción Natural, de las siguientes afirmaciones:

   - $p, q \wedge r \to s \ \vdash \ p \to q \to (r \to s)$
   - $\neg p \wedge \neg q \ \vdash \ \neg(p \vee q)$
   - $(p \wedge q) \vee (p \wedge r) \ \vdash \ p \wedge (q \vee r)$
   - $\forall x(P(x) \to (Q(x) \vee R(x)), \forall x \neg Q(x) \ \vdash \ \forall x P(x) \to \forall R(x)$
   - $\neg \exists x(P(x) \wedge \neg Q(x) \ \vdash \ \forall x(P(x) \to Q(x))$ (1 Extra)

   IMPORTANTE: Los puntos extras solo se considerarán si se obtiene al menos un 4.

2.5 Examen de teoría. Convocatoria de julio de 2016

Exactamente el mismo examen de la convocatoria de juNio de 2016.

2.6 Examen de prácticas. Convocatoria de julio de 2016

1. (2 Ptos) Formalice las siguientes oraciones y razonamientos coloquiales. Justifique los patrones detectados y la signatura empleada:

   - En L0:
     - En esta vida tienes que apostar si quieres ganar, pero si apuestas puedes ganar o perder. Por tanto, ganas o pierdes.
   - En L1:
     - Todos los informáticos detectan algún virus.
     - Algún que otro informático friki es amante de la saga de la Guerra de las Galaxias.
     - Únicamente los informáticos son capaces de detectar virus.

2. (2 Ptos+1 Extra) Se afirma que $p \wedge q$ es una consecuencia lógica de

   $$\{q \rightarrow (p \vee s),\ p \rightarrow q,\ \neg r \wedge s \rightarrow p \vee q,\ \neg p \rightarrow (q \vee r) \wedge (q \vee \neg r),\ q \rightarrow (p \vee r) \wedge (p \vee \neg r)$$

   Compruebe si es cierto utilizando DPLL. Justifique cómo se aplica esta técnica para comprobar razonamientos válidos.

   (1 Extra) Compruebe su resultado aplicando refutación por resolución

3. (2 Ptos) Se considera la oración:

   $$\exists x \forall y \forall z [Q(x) \wedge (Q(y) \wedge \neg Q(z) \wedge P(y,x) \wedge P(z,y) \rightarrow P(z,x)]$$

   ¿Es satisfacilbe en un universo que contiene las siguientes relaciones? Justifique explícitamente cómo obtiene la asignación de los elementos atómicos para concluir el valor de verdad de la oración completa.

   $Dominio = \{a, b, c, d, e\}$ $\quad$ $R1 = \{a, b, c\}$ $\quad$ $R2 = \{(b,a), (c,a), (d,a), (d,b), (e,a), (e,c)\}$

4. (2 Ptos) Demostrar mediante Tableaux si el siguiente razonamiento es válido. Justifique claramente las "fórmulas" que utiliza para pasar de unas expresiones a otras.

   $$\{\forall x (P(x) \rightarrow Q(x), \forall x \forall y (Q(x) \rightarrow R(x,y))\} \models \forall x \forall y (P(x) \rightarrow R(x,y))$$

5. (2 Ptos + 1 Extra) Obtener una demostración, por el sistema de Deducción Natural, de las siguientes afirmaciones:

   - $p \vee q \rightarrow r \ \vdash \ p \rightarrow (q \rightarrow r)$
   - $(p \wedge q) \vee (p \wedge r) \ \vdash \ p \wedge (q \vee r)$
   - $\neg p \wedge \neg q \ \vdash \ \neg (p \vee q)$
   - $\exists x \neg P(x) \vdash \neg \forall x P(x)$
   - $\neg \exists x (P(x) \wedge \neg Q(x) \ \vdash \ \forall x (P(x) \rightarrow Q(x))$ (1 Extra)

   IMPORTANTE: Los puntos extras solo se considerarán si se obtiene al menos un 4.

3

Curso 2014-2015

3.1 Examen de teoría. Convocatoria de enero de 2015

NOTA: Todas las cuestiones tienen un valor de 1 punto.

1. Dadas n oraciones satisfacibles, ¿es también satisfacible el conjunto formado por ellas?.
2. Sean $F1 : \alpha \to \beta$ y $F_2 : \beta \to \alpha$. Determinar justificadamente si F1 y F2 son equivalentes.
3. Sea P un conjunto de premisas y C su posible conclusión, de modo que queremos determinar si el razonamiento es válido en Lógica Proposicional. Supongamos que en el Tableaux correspondiente a $P \cup \{\neg C\}$, se obtiene que éste tiene 5 nodos hoja. De dichos nodos, 3 de ellos contienen un literal y su negado, mientras que los otros 2 nodos contienen dos literales y sus respectivos negados. Determinar cuál de las siguientes afirmaciones es cierta, justificando la respuesta:
   (a) El razonamiento no es válido.
   (b) El razonamiento es válido.
   (c) No puede determinarse la validez del razonamiento.
4. Sea la expresión $E : P \vee \neg Q$. Determinar qué afirmaciones son ciertas, justificando la respuesta:
   (a) E es una cláusula.
   (b) E es una cláusula de Horn.
   (c) E es equivalente lógicamente a una implicación.
5. ¿Qué diferencia un método semántico de otro deductivo en el ámbito de L0 y L1?. Fundamenta tu respuesta
6. ¿Qué es una variable? ¿Cuántos tipos de variables existen en L0? ¿y en L1?
7. Sean A y B categorías lógicas. Considérese la expresión $\exists x(\neg A(x) \vee \neg B(x))$. Determinar cuál de las siguientes afirmaciones es cierta, justificando la respuesta:
   (a) La expresión es equivalente a una universal negativa.
   (b) La expresión es equivalente a una particular negativa.
   (c) La expresión no es equivalente a ninguna forma normal.
8. Justificar si la siguiente afirmación es cierta: "En una demostración por contrarrecíproco (o por contraposición), se han de buscar contraejemplo".
9. Si se cumple $F \models \alpha$, ¿qué debe cumplir la oración β para que se cumpla $F \cup \{\beta\} \models \alpha$?
10. Evalúa la expresión $\forall x(P(x) \wedge \neg\exists y \neg P(y))$ en términos de la asignación de sus elementos atómicos.

3.2 Examen de prácticas. Convocatoria de enero de 2015

1. (2.5 Ptos + 0.5 Ptos extra)

   Formalizar las siguientes oraciones:

   (a) En L0

      i. Si no se da el caso de que la suegra se ponga pesada, entonces el marido no se irá de casa y la esposa no se irá de vacaciones.

   (b) En L1

      i. Algunos gatos no saben silbar ni maullar
      ii. Los estudiantes de informática son amigos de algunos aficionados a la lógica.
      iii. Solo si algunos perros ladran los vecinos llaman a la policía. (0.5 Ptos extra)

2. (2.5 Puntos.) Demostrar mediante refutación utilizando DPLL y Resolución (con conjunto soporte y notación Fitting) si el siguiente razonamiento es válido. Justifica claramente el proceso que sigues para la demostración y las conclusiones obtenidas.

$$\{q \to p, q, p \to (r \vee t)\} \models r \vee t$$

3. Determinar mediante Tableaux si el siguiente conjunto de fórmulas es satisfacible o no. Si es satisfacible hallar un interpretación que lo satisfaga.

$$\{\exists x(P(x) \vee Q(x), \forall x \neg P(x), \exists x(R(x) \wedge Q(x))\}$$

4. (2.5 Ptos + 0.5 Ptos extra)

   Demostrar las siguientes oraciones por el sistema de deducción natural:

   (a) $q \to p, \neg\neg q, p \to (r \wedge t) \vdash r \vee t$
   (b) $p \to (q \to r), p, \neg r \vdash \neg q$
   (c) $(p \to r) \wedge (q \to r) \vdash (p \vee q) \to r$
   (d) $\forall x(P(x) \to R(x)) \vdash \forall x P(x) \to \forall x R(x)$
   (e) $\exists x P(x) \vdash \neg\forall x \neg P(x)$ (0.5 Ptos extra)

3.3 Examen de teoría. Convocatoria de junio de 2015

(10 Ptos. Cada apartado vale 1 punto excepto cuando se indique lo contrario)
Responda lo más breve y formalmente breve posible lo que se indica:

1. Describa los tres tipos de definiciones existentes (extensiva, comprensiva y recursiva) y en qué consisten.

2. Sea $i, j = \{1, 2, \ldots, 2^n\}$ con n el número de átomos diferentes de una expresión lógica α en L0. Describa que significan y qué describen las siguientes expresiones:

   (a) Toda evaluación v_i cumple $v_i(\alpha) = V$
   (b) Si alguna evaluación v_i cumple $v_i(\alpha) = V$
   (c) Si alguna evaluación v_i cumple $v_i(\alpha) = V$ y otra evaluación v_j con $i \neq j$ cumple $v_j(\alpha) = F$
   (d) Toda evaluación v_i cumple $v_i(\alpha) = F$

3. (0.5 puntos) Describa la diferencia entre Interpretación y Formalización.

4. Dadas las siguientes expresiones, indicar el tipo de oración que es dicha expresión (toda ella) en función de las condiciones indicadas.
   - $\alpha \to \beta \vee \gamma$ Con α siendo contradicción
   - $\alpha \to \beta \wedge \gamma$ Con β siendo contradicción y γ contingencia

5. Si decimos que un conjunto de expresiones es insatisfacible. ¿A qué nos referimos? Expresalo formalmente.

6. ¿Cual es el Teorema de la Deducción Semántica? A partir de dicho teorema, indica qué expresiones relacionarían $\models$ tanto con una tautología como con una contradicción.

7. Define el concepto de conjunto clausal e indica como se obtiene. ¿Por qué un conjunto clausal vacío es satisfacible mientras que la cláusula vacía insatisfacible?

8. (0.4 pts)¿Qué condiciones hacen terminal un nodo de un tableaux en L0 y qué representa el conjunto que aparece en dicho nodo?

9. (0.6 pts) Sea $\forall \mathbf{x} \exists \mathbf{y}\ (\mathbf{MayorIgual(x, y)}\ \wedge \mathbf{MenorIgual(x, y)} \leftrightarrow \mathbf{I(x, f(x, y, z))} \vee \neg \mathbf{I(z, z)})$ Indica en el espacio libre de la siguiente tabla, y para cada componente, si es variable libre, variable ligada, predicado, función, conectiva, cuantificador, u otro.

$\forall$		x		$\exists$		y	
$MayorIgual$		$\wedge$		I		$\leftrightarrow$	
$MenorIgual$		f		$\vee$		$\neg$	

10. Escribe la definición formal que expresa que un sistema deductivo es sólido (correcto) y que es completo. Describe informal y **BREVE**mente que significa solidez y completitud.

11. (0.5 pts) ¿Por qué en L1, si usamos los métodos automatizables descritos en la asignatura para resolver el SAT (Tableaux) demostramos siempre mediante refutación (por reducción al absurdo) y no por demostración directa?

12. Si se cumple $\mathcal{F} \models \alpha$, cómo debe ser β para que se cumpla $\mathcal{F} \cup \{\beta\} \models \neg\alpha$.

Pregunta extra: Solo se tendrá en cuenta si obtiene al menos un 4 en las cuestiones anteriores. Puede conseguir hasta 2 puntos más si la responde correctamente.

Demuestre formalmente el siguiente resultado y justifique su importancia:

$(\alpha \wedge \neg\alpha) \models \beta$

3.4 Examen de prácticas. Convocatoria de junio de 2015

1. (1.5 Ptos) Formalice en L1 el siguiente razonamiento indicando claramente la signatura utilizada para predicados, funciones y constantes:

   "O la Lógica no es fácil o no le gusta mucho a los alumnos. Si el Álgebra es fácil entonces la Lógica es fácil. En consecuencia, si a los alumnos les gusta mucho la Lógica entonces el Álgebra no es fácil"

2. (1.5 Ptos) Compruebe si el siguiente conjunto de fórmulas es satisfacible aplicando la técnica DPLL e indique, en caso necesario, una interpretación que las satisfaga:

$$\{p \to q,\ p \wedge r \to \neg q,\ r \to s,\ r \vee t,\ \neg p \wedge r \to t,\ \neg q\}$$

3. (2.5 Ptos) Dado el universo $U = \{1, 3, 4, a, b, c\}$ y sea la siguiente estructura:

   - $D_1 = \{a, b, c\}$
   - $D_2 = \{1, 3, 4\}$
   - $R_1 = \{(a, b), (a, c)\}$
   - $R_2 = \{(1, a), (3, a), (4, a)\}$
   - $R_3 = \{(a, 1), (b, 3)\}$

interpretar la siguiente fórmula para que la oración sea satisfacible:

$$\forall x \exists y(P(f(x), y) \wedge Q(y, g(x)) \rightarrow P(y, y))$$

4. (2.5 Ptos) Demostrar mediante Tableaux si el siguiente razonamiento es válido:

$$\{\forall x R(x),\ \forall x(R(x) \rightarrow P(x))\} \models \neg\exists x \neg P(x)$$

5. (2 Ptos + 1 Pto extra) Obtener una demostración, por el sistema de Deducción Natural, de las siguientes afirmaciones:

- $p \rightarrow s \wedge t, q \rightarrow p \wedge r \vdash q \rightarrow s \vee t$
- $p \rightarrow (\neg q \rightarrow r), \neg\neg p, \neg r \vdash q$
- $p \vee q, p \rightarrow r, \neg t \rightarrow \neg q \vdash r \vee t$
- $\forall x P(x) \vdash \neg\exists x\ \neg P(x)$
- (1 Pto extra) $\exists x P(x) \vee \exists x Q(x) \vdash \exists x\ (P(x) \vee Q(x))$

3.5 Examen de teoría. Convocatoria de julio de 2015

(Cada apartado vale 1 punto)

1. Dada la oración γ construida a partir de las oraciones α y β, indica qué tipo de función es γ en función de β:
   - $\gamma = \alpha \rightarrow \alpha \wedge \beta$ con α una tautología.
   - $\gamma = (\alpha \wedge \beta) \vee \alpha$ con α una contradicción.
2. Dos oraciones, por el hecho de ser tautologías ¿son oraciones lógicamente equivalentes? Razona tu respuesta.
3. Si alguien te expone una conclusión concreta a partir de un conjunto insatisfacible de premisas ¿lo entenderías como una consecuencia lógica? ¿sería un mentiroso?
4. ¿Es el conjunto vacío un conjunto satisfacible? Razona la respuesta.
5. Si una resolvente es insatisfacible ¿cómo es el conjunto de las dos cláusulas de partida? Justifica la respuesta.
6. Qué relación existe entre la forma normal categórica universal afirmativa y la forma normal particular negativa.
7. La oración "Todos son patos amarillos” ¿es una oración de la lógica categórica? ¿por qué?
8. ¿Cuántas evaluaciones se tienen que hacer para una f.b.f. de L1 con una variable libre? ¿Y si es de LC?
9. ¿Es cierta esta equivalencia $\exists x(P(x) \rightarrow Q(x)) \equiv \exists x P(x) \rightarrow \exists x Q(x)$?
10. Un persona afirma que es cierto $\alpha[c]$ (una expresión en la que aparece una constante c). Un amigo, generalizando la oración, afirma que es cierto $\exists x\ \alpha[x]$. Y otro colega, generalizando la oración de partida, afirma que es cierto $\forall x\ \alpha[x]$. ¿Cómo es la constante de partida para que los tres tengan razón?

Pregunta extraordinaria. (2 puntos) Se evaluará siempre y cuando se haya obtenido una calificación de 5 puntos en las 10 cuestiones anteriores.

¿Cuál es el criterio de parada de las técnicas SAT para determinar si una oración es satisfacible, tautología y contradicción?

3.6 Examen de prácticas. Convocatoria de julio de 2015

(Cada apartado vale 2 puntos)

1. **Formaliza en L1** las siguientes oraciones:
   (a) Si todos son universitarios, algunos leen.
   (b) Algunos alumnos son lectores de todos los libros.
   (c) Todos los profesores son lectores de libros y nada adictos a la telefonía móvil.
   (d) Todos los alumnos y profesores leen todos los libros que contengan algún capítulo sobre la Lógica.

2. Demuestra, utilizando **DOS técnicas SAT**, si es cierto que:

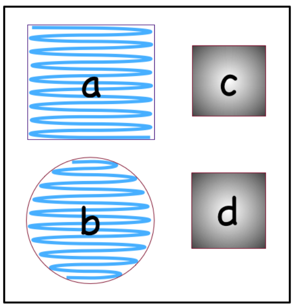
$$p \models p \to q \wedge p \to p \wedge q$$

   Indica explícitamente de qué f.b.f. procede cada expresión del razonamiento y cómo utilizas las técnicas para demostrar una consecuencia lógica.

3. Un robot dispone de visión artificial capaz de distinguir dos colores, dos formas geométricas, y si una figura está a la izquierda o encima de otra.

   Tras analizar el siguiente tablero escribe en su pantalla

$$\forall x \exists y (P(x) \to Q(x) \wedge \neg T(x, y))$$



   ¿Qué crees que puede estar diciendo? **Interpreta y evalúa la expresión** definiendo claramente las categorías y relaciones.

ORIENTACIONES:

Las categorías y relaciones a las que se hace referencia en el ejercicio 3 son: Los colores son `Rayado` y `Sombreado`, las formas geométricas son `Cuadrado` y `Círculo` y las relaciones son `Izquierda` y `Encima`.

Por ejemplo, el conjunto/categoría de `Rayado` está formado por `Rayado={a,b}` y el de `Cuadrado` es `Cuadrado={a,c,d}`. La relación `Izquierda` es `Izquierda={(a,c), (a,d), (b,c), (b,d)}`. En forma tabular se expresan como:

	Rayado
a	1
b	1
c	
d	

	Cuadrado
a	1
b	
c	1
d	1

Izquierda

	a	b	c	d
a			1	1
b			1	1
c				
d				

Completa el resto de las categorías y relaciones para resolver el problema.

4. Alicia en el País de las Maravillas contempla cómo los naipes discuten sobre las famosas rosas rojas de la Reina de Corazones. Unos decían que "En vista de que todas son rosas o rojas, la moraleja es que o todas son rosas o todas son rojas". Otros decía "Como o todas son rosas o todas son rojas, resulta que todas son rosas o rojas". ¿Qué grupo tiene razón? Si fuera el caso, para el grupo de naipes que no tenga razón muéstrele un contraejemplo.

   Resuelva el problema utilizando únicamente Tableaux en L1.

5. Deduzca usando las reglas primitivas del sistema de Deducción Natural las siguientes afirmaciones:

   - D'Morgan: $\neg p \vee \neg q \vdash \neg(p \wedge q)$
   - Eliminación de la implicación: $\neg p \vee q \vdash p \to q$
   - Proviene de una equivalencia: $\exists x\ (p(x) \vee q(x)) \vdash \exists x\ p(x) \vee \exists x\ q(x)$
   - Proviene de una equivalencia: $\forall x\ (p(x) \to \neg q(x)) \vdash \neg \exists x (p(x) \wedge q(x))$

Pregunta extraordinaria. (2 puntos) Se evaluará siempre y cuando se haya obtenido una calificación de 5 puntos en las 5 cuestiones anteriores.

1. Si en el ejercicio 3, se dijese $\forall x (P(x) \to Q(x) \wedge \neg T(x, f(x)))$ define una función $f()$ para que la oración sea satisficable.

2. Deduce el teorema $\vdash \neg \forall x\ p(x) \to \exists x \neg p(x)$ usando las reglas primitivas del sistema de Deducción Natural.

4

Curso 2013-2014

4.1 Pruebas de autoevaluación desarrolladas en clase

4.1.1 Funciones Recursivas

Se considera la siguiente función recursiva:

$$f(m,n) = \begin{cases} m & \text{si } n = 0 \\ f(n, modulo(m,n)) & \text{si } n > 0 \\ \#error & \text{si } m \leq n \end{cases}$$

- Determine si es una función recursiva correcta.
- f(10,6)= ?
- f(15,21)= ?

4.1.2 Conceptos

- Ponga una oración que no cumpla la ley del tercero excluido.
- Indique una lógica que no cumpla la ley de no contradicción.
- Qué es un razonamiento deductivo no-válido.
- Qué es un razonamiento inductivo válido.
- Qué es un lenguaje formal.
- Qué es una fbf.
- Qué es formalizar.
- Qué es interpretar.

4.1.3 Formalizaciones

Nota: Use literales positivos para las oraciones lógica afirmativas.
p, oración afirmativa. $\neg p$, oración negativa.

- El dinero no es importante a pesar de quitarte problemas.
- Pablito no clavará el clavito si no tiene el martillito.
- A no ser que Pablito tenga un martillito no clavará el clavito.

- Para entrar en la piscina es necesario que no lleves toalla pero sí bañador, sin embargo es suficiente con que lleves gorro.
- Eduardo aunque estudia lógica se lo pasa muy bien.
- Pablito no clava un clavito a menos que tenga un martillito.
- Pablito clava un clavito solo si tiene un martillito.
- Para entrar en la piscina es suficiente que no lleves toalla pero sí gorro, sin embargo es necesario con que lleves bañador

4.1.4 Interpretaciones

- ¿Cuál es la evaluación de la expresión α para la siguiente interpretación?

$$v_I(p) = V, v_I(q) = V$$

  - $\neg p \rightarrow (q \wedge (p \rightarrow \neg q))$
  - $p \wedge (\neg q \rightarrow (p \rightarrow \neg q))$

- Sin construir tablas de verdad, ¿bajo qué interpretaciones la expresión α es falsa?
  - $\neg p \vee (q \wedge (p \rightarrow \neg q))$
  - $(p \wedge \neg q) \vee (p \rightarrow \neg q)$

4.1.5 Repaso General

- Defina
  - Ponga una oración que no cumpla la ley del tercero excluido.
  - Qué es un razonamiento deductivo no-válido.
  - Qué es un lenguaje formal.
  - Qué es formalizar.
  - En LC, cuál es la forma normal universal negativa.
  - Indique una lógica que no cumpla la ley de no contradicción.
  - Qué es un razonamiento inductivo válido.
  - Qué es una fbf.
  - Qué es interpretar.
  - En LC, cuál es la forma normal particular afirmativa.
- Para la interpretación $v^p = V, v^q = V$, determine el tipo de oración:
  - $\neg p \rightarrow (q \wedge (p \rightarrow \neg q))$
  - $p \wedge (\neg q \rightarrow (p \rightarrow \neg q))$
- Formalice el sudoku para dos números. Una solución es

2	1
1	2

- Enuncie una ley de absorción. Demuéstrela.
- Determine el tipo de oración por árboles semánticos de $(p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow \neg q)$
- Obtenga un patrón $\vee$, sin $\rightarrow$.
- Enuncie la ley de reducción al absurdo. Demuéstrela.
- Determinte el tipo de oración por árboles semánticos de $(\neg p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q)$

- Obtenga un patrón $\wedge$, sin $\vee$.
- Formalice. No todos los perros ladran a menos que alguno lo haga.
- Represente y formalice en el “Colectivo Docente” la relación entre las siguientes categorías. Estudiantes, MiGrupo, MiFacul.
- ¿Es satisfacible $\forall x(S(x) \rightarrow \neg P(x))$
- Formalice. Solo si algún perro ladra, todos los perros ladrarán.
- Represente y formalice en el “Colectivo Personas” la relación entre las siguientes categorías. CostaMU, Aguilas, Carnavaleros.
- Demuestra una Ley de D’Morgan.
- Determine el tipo de oración por árboles semánticos de $(p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow \neg q)$
- Obtenga un patrón $\vee$, sin $\rightarrow$.
- Formalice la situación de dos fichas de dominó que contiene los números $1, 2 \in F1$; $3, 4 \in F2$. Una solución: $\boxed{1 \mid 2}$ $\boxed{4 \mid 3}$
- Demuestre una ley de absorción.
- Determine el tipo de oración por árboles semánticos de $(\neg p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q)$
- Obtenga un patrón $\wedge$, sin $\vee$.
- Demuestra la ley de reducción al absurdo.
- Determine el tipo de oración por árboles semánticos de: $p \leftrightarrow (q \wedge p)$.
- Obtenga un patrón $\wedge$ de la oración anterior, sin $\rightarrow$ ni $\leftrightarrow$.
- Formalice. Si solo son verdes las ranas, todas las ranas no son murcianas.
- Represente y formalice en el “Colectivo Humano” la relación entre las siguientes categorías. Varones, SuperDotados, Mujeres.
- ¿Es satisfacible $\forall x(S(x) \rightarrow \neg P(x))$
- Formalice. Solo si todas los alumnos son suspendidos, algunos profesores se despedirán.
- Represente y formalice en el “Colectivo Animales” la relación entre las categorías: Mamíferos, Aves, Buceadores.
- ¿Es satisfacible $\neg\exists x(S(x) \wedge \neg P(x))$?
- Demuetre la ley del contrareciproco.
- Determine el tipo de oración por árboles semánticos de: $(p \vee q) \wedge (\neg q \vee \neg p)$
- Obtenga un patrón $\rightarrow$ de la oración anterior.
- Formalice. No todas las ranas son del Amazonas, a menos que todas las ranas sean verdes.
- Represente y formalice en el “Colectivo Humano” la relación entre las siguientes categorías. Varones, SuperDotados, Mujeres.
- Es satisfacible $\neg\forall x(S(x) \rightarrow P(x))$?
- Formalice. Algunos alumnos son no estudiosos solo si todas los profesores son aburridos.
- Represente y formalice en el “Colectivo Animales” la relación entre las categorías: Mamíferos, Aves, Buceadores.
- Es satisfacible $\neg\exists x(S(x) \wedge \neg P(x))$?

4.1.6 Más controles

– Compruebe mediante todas los posibles definiciones, resultado teóricos conocidos o sistemas deductivos estudiados los siguientes razonamientos:

$$\left.\begin{array}{l} p \to q \\ (p \to q) \to (q \to p) \end{array}\right\} \models p \leftrightarrow q$$

$$\left.\begin{array}{l} s \wedge k \to \neg h \\ \neg h \to \neg a \\ s \end{array}\right\} \models k \to \neg a$$

P.e. Por definición, leyes deductivas, resolución, deducción natural, ...

– Repaso de Formalización
  - ∗ Algún profesor es docente.
  - ∗ Todo profesor enseña en alguna asignatura.
  - ∗ Si existe algún curso es porque hay alumnos en la lista del curso.
  - ∗ Todos los alumnos son estudiantes.
  - ∗ Algunos alumnos se matriculan en todas las asignaturas.
  - ∗ Solo si hay alumnos en la lista del curso, existe el curso.

– Todo profesor imparte clase en alguna asignatura si tienen alumnos matriculados (en la asignatura).

– Toda asignatura se encuentra en un único curso.

- Repaso de Interpretación

  Encuentre una interpretación donde la siguiente oración sea satisfacible (se permite que dos símbolos diferentes representan al mismo conjunto.)

$$\forall x\{[S(x) \to \exists y \exists z\ R(x,y,z)] \to \forall w[P(w) \wedge Q(f(w),x)\ ]\}$$

– $M1 = \{p,q\}$, $M2 = \{a,b\}$, $M3 = \{1,2\}$.

– $B1 = \{(p,2),(q,1)\}$, $B2 = \{(1,p),(1,q),(2,q)\}$, $B3 = \{(1,1),(2,2)\}$

– $T1 = \{(a,1,p),(b,2,q)\}$, $T2 = \{(p,1,a),(p,b,c)\}$, $T3 = \{(1,a,b),(1,b,c),(2,b,c)\}$

4.2 Examen de teoría. Convocatoria de Enero de 2014

Responda lo más breve y formalmente breve posible lo que se indica:

1. Considere la "ley del tercero excluído". Se pide: (a) enunciela, (b) explique para qué se usa, (c) justifique hasta qué punto es realmente necesaria.

2. Representa gráficamente el universo de tipos de oraciones satisfacibles, insatisfacibles, contingencias y tautologías.

3. Considere la ley de equivalencia "Reducción al absurdo". Se pide: (a) enunciela, (b) demuéstrela.

4. Si se cumple $\mathcal{F} \models \alpha$, qué debe cumplir la oración β para que se cumpla $\mathcal{F} \cup \{\beta\} \models \alpha$.

5. Considere la técnica de demostración "Refutación". Se pide: (a) explique en qué consiste, (b) indique dos técnicas generales de refuación, independiente del sistema deductivo utilizado.

6. Defina los conceptos, utilizando notación formal en la que se requiera:
   - Cláusula.
   - Razonamiento deductivo.

- Razonamiento válido/correcto.
- Sistema deductivo.
- Consecuencia lógica.
- Teorema.

7. Considere el ”Teorema de la deducción (sintáctica)”. Se pide: (a) enuncielo, (b) justifique su importancia, (c) ¿el sistema de deducción natural cumple dicho teorema?

8. Considere el procedimiento general de obtención de Formas Normales Conjuntivas en L1. (a) ¿Qué hay que hacer si la oración de partida tiene variables libres? ¿por qué?, (b) para qué y cómo se incluyen las funciones/constantes de Skolem, (c) qué están representando dichas funciones/constantes.

9. Dadas las siguientes expresiones

   [1] $P(x, f(x)) \wedge Q(f(x))$, [2] $\forall x \exists y (P(x, y) \wedge Q(y))$
   [3] $\forall x (P(x, f(x)) \wedge Q(f(x))$, [4] $\forall x \exists y \neg (P(x, y) \rightarrow \neg Q(y)))$

   justifique: (a) ¿Hay alguna relación entre ellas? (b) ¿Cómo pasarías de una a otra? (c) ¿En que forma normal está cada una de ellas? (d) ¿Cuáles son lógicamente equivalentes?

10. Considere el procedimiento de refutación por resolución. Se pide: (a) en qué regla o reglas se basa la regla de resolución, (b) explique cómo se adapta dicha regla o reglas para construir la regla de resolución, (c) explica el mecanismo de resolución en L1.

Pregunta extra: Solo se tendrá en cuenta si obtiene al menos un 4 en las cuestiones anteriores. Puede conseguir hasta 2 puntos más si la responde correctamente.

¿Cómo están relacionadas las expresiones $\{\alpha_1, \ldots, \alpha_n\} \models \beta$ y $(\alpha_1 \wedge \ldots \wedge \alpha_n) \rightarrow \beta$ y en qué caso? Justifique su importancia.

4.3 Examen de Prácticas. Convocatoria de Enero de 2014

1. (2.5 Ptos) Formalizar los siguientes enunciados en el lenguaje de la lógica de predicados de primer orden. Explica en cada caso qué signatura se ha utilizado y el significado de los diferentes símbolos.

   a) Ramón Mercader asesinó a León Trotski.
   b) Todo el que ama a la reina Ginebra es un caballero.
   c) Todo número primo mayor que 2 es impar.
   d) Si todos los rumanos son europeos y si ningún europeo es esquiador, entonces ningún rumano es esquiador.

2. (2.5 Ptos) Se considera la oración $\exists x \forall y$ [($P(x, y) \wedge Q(f(y)) \rightarrow A(y)$) $\wedge Q(x)$]. ¿Es satisfactible en un universo que contiene a las siguientes relaciones y funciones? ¿por qué?

   - $R_1 = \{c\}$
   - $R_2 = \{2, 4\}$
   - $R_3 = \{(a, 4), (b, 6), (c, 2)\}$
   - $R_4 = \{(2, a), (2, c), (4, b), (6, a), (6, c)\}$

3. (2.5 Ptos.)

   Sea la siguiente argumentación: “Algunos mamíferos leen a Quevedo", “Todos los lectores de Quevedo disfrutan", y concluimos que “Algunos mamíferos disfrutan".

   Dada la siguiente signatura $\Sigma = \{M/1, D/1, L/2\}$ con

   $M(x)$: “x es mamífero”. $L(x, y)$: “x lee a y”. $D(x)$: “x disfruta”

   a) Representar la argumentación anterior.

b) Utilizando la refutación por resolución con la estrategia conjunto soporte, prueba que la argumentación es válida.

c) Si la argumentación es válida, contestar a la pregunta existencial de ¿quienes son los mamíferos que disfrutan?

4. (2.5 Puntos.) Probar utilizando el método de la deducción natural.

- $q \to p, \neg\neg q, p \to (r \wedge t) \vdash r \vee t$
- $(p \to r) \wedge (q \to r) \vdash (p \vee q) \to r$
- $\forall x(P(x) \to R(x)) \vdash \forall x P(x) \to \forall x R(x)$

4.4 Examen de teoría. Convocatoria de junio de 2014

Cada apartado vale 1 punto, excepto la (1) y (8).

Responda lo más breve y formalmente breve posible lo que se indica:

1. (2 Puntos) Dadas las oraciones α y β se considera una nueva oración γ ¿Qué tipo de oración es γ en función del tipo de oración de β en cada caso? ¿Qué se puede decir de la satisfacibilidad del conjunto $\{\alpha, \beta\}$.

   (a) $\gamma = \alpha \wedge \beta$ y α es tautología.

   (b) $\gamma = \alpha \to \beta$ y α es una contradicción.

2. Se consideran las siguientes "equivalencias":

   - D'Morgan en L0. $\neg(\alpha \wedge \beta) \equiv \alpha \vee \beta$
   - Absorción. $\alpha \wedge (\alpha \vee \beta) \equiv \beta$
   - Exportación. $(\alpha \vee \beta) \to \gamma \equiv \alpha \to (\beta \to \gamma)$
   - Distributividad en L1. $\forall x(P(x) \vee Q(x)) \equiv (\forall x P(x)) \wedge (\forall y Q(y))$

   Todas estas equivalencias contienen errores. Escribelas correctamente.

3. Dada la expresiones (1) $\forall x(P(x) \to Q(x))$ y (2) $\exists x(P(x) \wedge Q(x))$, explique, para cada caso, qué relación existe entre el conjunto (o categoría) que se identificaría con P y el conjunto (o categoría) que se identificaría con Q.

4. ¿Qué es un sistema deductivo? ¿Cuándo es sólido? ¿Cuándo es completo?

5. Defina el significado de las siguientes expresiones $\alpha \models \beta$ y $\alpha \vdash \beta$. ¿Cuántos las dos expresiones significan lo mismo?

6. Defina el significado de las siguientes expresiones $\alpha \equiv \beta$ y $\alpha \leftrightarrow \beta$. Si sabemos que $\alpha \equiv \beta$ ¿qué tipo de oración es $\alpha \leftrightarrow \beta$?

7. Responde a estas 4 cuestiones: (1) ¿Por qué se busca la forma normal conjuntiva en resolución? (2) ¿en qué punto del proceso y en qué lógica se pierde la equivalencia? (3) ¿por qué? (4) ¿por qué no afecta al proceso de refutación por resolución perder esa equivalencia?

8. (2 Puntos) Si quieres argumentar que una expresión se puede deducir a partir de un conjunto de otras ¿qué planteamiento formal harías para demostrarlo?

Pregunta extra. Solo se tendrá en cuenta si obtiene al menos un 4 en las cuestiones anteriores. Puede conseguir hasta 2 puntos más si la responde correctamente.

Demuestre formalmente el siguiente resultado:

$$\alpha \equiv \beta \Leftrightarrow (\alpha \models \beta) \text{ y } (\beta \models \alpha)$$

4.5 Examen de prácticas. Convocatoria de junio de 2014

1. (1.5 Ptos) Comentar la satisfacibilidad de la siguiente oración utilizando al menos dos métodos distintos conocidos: $p \wedge (\neg p \vee q) \wedge (p \to s)$.

2. (2 Ptos) Formalizar en L1 **sólo una de estas dos** argumentaciones:

   (a) "Ningún socio del club está en deuda con el tesorero del club. Si un socio del club no paga su cuota está en deuda con el tesorero del club. Por tanto, si el tesorero del club es socio del club, entonces paga su cuota."

   (b) En una pecera nadan una serie de peces. Se observa que:
   " Hay algún pez x que para cualquier pez y, si el pez x no se come al pez y entonces existe un pez z tal que z es un tiburón o bien z protege al pez y. No hay ningún pez que se coma a todos los demás. Ningún pez protege a ningún otro. Por tanto, existe algún tiburón en la pecera."

3. (2.5 Ptos.) Dada la siguiente estructura:

   - $R_1 = \{(2,1),(2,3),(4,3),(4,5),(6,1),(6,5)\}$
   - $R_2 = \{(2,3),(4,5),(6,5)\}$
   - $R_3 = \{(1,4),(3,2),(3,6),(5,2),(5,4),(5,6)\}$

   interpretar la siguiente fórmula para que la oración sea satisfacible.

   $$\forall x \exists z (P(f(x),x) \to P(z,x))$$

4. (1.5 Ptos.) (+1 punto extra sobre el total)
   Obtener una demostración, por el sistema de deducción natural, de las siguientes deducciones:

   - $q \to r \vdash p \vee q \to p \vee r$ (0.75 Ptos.)
   - $\neg q \to \neg p \vdash p \to \neg\neg q$ (0.75 Ptos.)
   - $\forall x[Q(x) \to R(x)], \exists x[P(x) \wedge Q(x)] \vdash \exists x[P(x) \wedge R(x)]$ (1.0 Ptos. extras)

5. (2.5 Puntos.)
   Utilizando notación Fitting, demostrar en el sistema deductivo basado en la Regla de Resolución si existen objetos x que verifiquen el teorema:

   $$\{\forall x \exists y (P(x,y) \wedge P(y,x) \to P(x,x)), \exists x \forall y P(x,y)\} \vdash \exists x P(x,x)$$

   De existir, indique quiénes son.

4.6 Examen de teoría. Convocatoria de julio de 2014

Cada apartado vale 1 punto, excepto el (9)

Responda lo más breve y formalmente breve posible lo que se indica:

1. Considere la "ley del tercero excluído". Se pide: (a) enunciela, (b) explique para qué se usa, (c) justifique hasta qué punto es realmente necesaria.

2. Se construye una nueva oración γ a partir de las oraciones α y β ¿Qué tipo de oración es γ en función del tipo de oración de β para cada uno de los siguientes casos?

   a) $\gamma = \alpha \wedge \beta$ y α es tautología.
   b) $\gamma = \alpha \to \beta$ y α es una contradicción.

3. Se consideran las siguientes "equivalencias":

- D'Morgan en L0. $\neg(\alpha \wedge \beta) \equiv \alpha \vee \beta$
- Absorción. $\alpha \wedge (\alpha \vee \beta) \equiv \beta$
- Exportación. $(\alpha \vee \beta) \rightarrow \gamma \equiv \alpha \rightarrow (\beta \rightarrow \gamma)$
- Distributividad en L1. $\forall x(P(x) \vee Q(x)) \equiv (\forall x P(x)) \wedge (\forall y Q(y))$

Todas estas equivalencias contienen errores. Escribelas correctamente.

4. Dada la expresiones (1) $\forall x(P(x) \rightarrow Q(x))$ y (2) $\exists x(P(x) \wedge Q(x))$, explique, para cada caso, qué relación existe entre el conjunto (o categoría) que se identificaría con P y el conjunto (o categoría) que se identificaría con Q.

5. ¿Qué es un sistema deductivo? ¿Cuándo es sólido? ¿Cuándo es completo?

6. Defina (no lea) el significado de las siguientes expresiones $\alpha \models \beta$ y $\alpha \vdash \beta$.

7. Defina (no lea) el significado de las siguientes expresiones $\alpha \equiv \beta$ y $\alpha \leftrightarrow \beta$. Si sabemos que $\alpha \equiv \beta$ ¿qué tipo de oración es $\alpha \leftrightarrow \beta$?

8. Responde a estas 4 cuestiones: (1) ¿Por qué se busca la forma normal conjuntiva en resolución? (2) ¿en qué punto del proceso y en qué logica se pierde la equivalencia? (3) ¿por qué? (4) ¿por qué no afecta al proceso de refutación por resolución perder esa equivalencia?

9. (2 Puntos) Demuestre formalmente el siguiente resultado:

$$(\alpha \vee \beta) \wedge \neg\alpha \models \beta \Longleftrightarrow (\alpha \vee \beta) \wedge \neg\alpha \vdash_{RR} \beta$$

Pregunta extra. (Hasta 2 puntos si si obtiene al menos un 4 en las cuestiones anteriores)
Si quieres argumentar que una expresión se puede deducir a partir de un conjunto de otras ¿qué planteamiento formal harías para demostrarlo?

4.7 Examen de prácticas. Convocatoria de julio de 2014

1. (2.5 Ptos. + 1.0 Pto.)

   Demostrar las siguientes oraciones por el sistema de deducción natural:

   - $p \rightarrow (q \rightarrow r) \vdash p \wedge q \rightarrow r$
   - $p \vee q, p \rightarrow r, \neg t \rightarrow \neg q \vdash r \vee t$
   - $(p \vee q) \rightarrow r \vdash (p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r)$

2. (2.5 Ptos) Formalizar en L1 las siguientes oraciones:

   - Si todo es fácil y agradable, entonces Marta no estudiará. No hay cosas que no sean agradables. Todo es fácil. Luego, Marta no estudiará.
   - Todos los estudiantes aprenden de algún profesor
   - Los psicólogos envidian a los filósofos
   - Algunos filósofos empiristas envidian a todos los que leen a Hegel

3. (2.5 Puntos.) Utilizando notación Fitting, demostrar mediante refutación por resolución si existen objetos x que verifiquen el teorema:

   $\{\forall x(R(x) \rightarrow Q(x)), \exists x(P(x) \wedge \neg Q(x))\} \vdash \exists x(P(x) \wedge \neg R(x))$
   De existir, indique quiénes son.

4. (2.5 Ptos.) Dada la siguiente estructura:

   - $R_1 = \{(a, b), (a, c)\}$
   - $R_2 = \{(1, a), (3, a), (4, a)\}$

- $R_3 = \{(a, 1), (a, 3)\}$

interpretar la siguiente fórmula para que la oración sea satisfacible.

$$\forall x \exists y (P(f(x), y) \land Q(y, g(x)) \to P(y, y)))$$

5

Curso 2012-2013

5.1 Examen de teoría. Convocatoria de Febrero de 2013

Responda lo más breve y formalmente breve posible lo que se indica:

1. (1 Pto.) Condiciones de oración lógica. Indica, para cada condición, un ejemplo de oración que no la cumpla.
2. ¿Por qué es necesario L1? ¿Consideras que L1 debería extenderse? ¿Por qué?
3. (1 Pto.) Definición formal de oración satisfacible y conjunto de oraciones satisfacible.
4. (1 Pto.) ¿Cuántos tipos de oraciones lógicas conoces y cómo se definen?
5. (1 Pto.) En qué se diferencian: interpretar, asignar y evaluar.
6. Definición de variable, de variable libre y de variable ligada.
7. Definición de función y constante de Skolem.
8. (1 Pto.) Indica 5 patrones distintos en lenguaje natural que pueda formalizarse mediante una implicación material $\alpha \rightarrow \beta$.
9. Defina la tabla de verdad de la expresión $\forall x(\neg P(x))$ en términos de la asignación de sus elementos atómicos.
10. Definición de teoría ¿Cuándo es semidicible?
11. La regla de resolución (binaria) se basa en una propiedad conocida de las consecuencias lógicas. ¿Cuál es esta propiedad? Indique cómo se adapta esta propiedad para definir la regla de resolución.
12. (1 Pto.) ¿En qué se basa y en qué consiste la demostración por reducción al absurdo? ¿y la técnica de refutación?
13. Complete la oración: "Dos oraciones, α y β, son lógicamente equivalentes si y sólo si ...".
14. Enuncia las propiedades de D'Morgan en L0.

5.2 Examen de prácticas. Convocatoria de Febrero de 2013

Elegir de entre la 1, 2 y 3, solo DOS de ellas.

1. Formalice el siguiente razonamiento en L1: Todos los políticos inclumplen alguna promesa electoral y hay políticos que incumplen todas las promesas electorales. Pero si un político es votado entonces cumple alguna promesa electoral. Por tanto hay políticos que no son votados.

2. (2.5 Ptos. Extraído del curso CS 157: Introduction to Logic. Univ. de Stanford)

   Se tiene la siguiente información:

   - A no ama a D.
   - D ama a C.
   - B ama a C o a D.
   - A ama a cualquiera que ame a B.
   - C ama a cualquiera que le ame a él.
   - Nadie se ama a sí mismo.

   Se pide:

   (a) Formalice cada una de las oraciones en L1, definiendo explícitamente los predicados que utilice.

   (b) Construya un universo, conjunto de tablas, para los predicados definidos en el apartado anterior, donde el conjunto de oraciones de partida sea satisfacible.

3. (2.5 Ptos) Algunos dicen que la siguiente oración: $\boxed{\forall x \exists y (P(x,y) \to R(g(y,x),x,y))}$ es satisfactible en este universo. ¿Usted que opina? ¿que sí? ¿que no? ¿por qué?

   - $\mathcal{U} = \{a,b,c,1,2\}$, $\mathcal{A} = \{a,b,c\}$, $\mathcal{B} = \{1,2\}$
   - Relaciones binarias: $B_1 = \{(1,1),(1,2),(2,1)\}$, $B_2 = \{(1,a),(2,c)\}$, $B_3 = \{(a,b),(b,c),(c,a)\}$.
   - Relaciones Ternarias: $T_1 = \{(a,1,a),(a,2,b),(b,1,a),(b,2,c),(c,1,a),(c,2,a)\}$
     $T_2 = \{(1,1,a),(1,2,b),(2,1,a),(2,1,b),(2,2,c)\}$

   Se aconseja completar la tabla de verdad formada por las siguientes columnas:

x	y	$g(y,x)$	$\forall x$	$\exists y$	$P(x,y)$	$\to$	$R(g(y,x),x,y)$

   En cualquier caso, **NO** olvide indicar el orden en el que cumplimente las columnas.

4. (2.5 Ptos. Basados en los Ejercicio 2 y 14 de la Relación V) Obtener una demostración, por el sistema de deducción natural, de las siguientes deducciones:

   - (0.25 Ptos.) $\{q\} \vdash p \to q \vee r$
   - (0.25 Ptos.) $\{\neg p \to q \wedge r, \neg q\} \vdash p$
   - (1 Pto.) $\{p \vee (q \wedge r), p \to (q \wedge r)\} \vdash r$
   - (1 Pto.) $\{\forall x[P(x) \to (Q(x) \vee R(x))], \forall x \neg Q(x)\} \vdash \forall x P(x) \to \forall x R(x)$

5. (2.5 Ptos. Basado en el Ejercicio 30 de la Relación IV) Demostrar en el sistema deductivo basado en la Regla de Resolución si existe un objeto x que hace satisfacible a la oración $\boxed{\exists x(E(x) \wedge C(x))}$ para el siguiente conjunto de premisas. De existir, indique quién es.

   - $\forall x(A(x) \wedge \neg B(x) \to (\exists y(C(y) \wedge D(x,y))))$
   - $\exists x(E(x) \wedge A(x) \wedge (\forall y(D(x,y) \to E(y))))$
   - $\forall x(E(x) \to \neg B(x))$

   JUSTIFIQUE todo lo que haga.

   $\boxed{\text{Represente toda la demostración con notación Fitting.}}$

5.3 Examen de teoría. Convocatoria de Junio de 2013

(10 Ptos. Cada apartado vale 1 punto) Responda lo más breve y formalmente breve posible lo que se indica:

1. Toda oración lógica debe cumplir dos leyes. ¿Cómo se llaman y en qué consisten? Ponga un ejemplo de oración lógica que cumpla una ley pero no la otra.
2. ¿De que tipo de oraciones estamos hablando cuándo nos referimos a las oraciones "no-satisfacibles"? ¿y cuándo nos referimos a las oraciones "no-válidas"?
3. Explique en qué consise el proceso de evaluación de una oración en L1.
4. Según su exposición anterior (apartado c)), dado un predicado de aridad 2, ¿cuándo tendrá una asignación de verdad igual a F? ¿y cuándo dicha asignación será V? Nota: observe que se le pregunta por la asignación, no la evaluación.
5. Defina la función de evaluación (o tabla de verdad) de la expresión $\forall x(P(x) \wedge \neg\exists y \neg P(y))$ en términos de la asignación de sus elementos atómicos.
6. ¿Qué es una variable? ¿Cuántos tipos de variables existen en L0? ¿y en L1?
7. Defina los siguientes conceptos: (1) Función, (2) Función de Skolem y (3) Constante de Skolem.
8. ¿Qué es un conjunto de oraciones consistente? ¿Cuándo será dicho conjunto consistente?
9. La regla de resolución (binaria) se basa en una propiedad conocida de las consecuencias lógicas. ¿Cuál es esta propiedad? Indique cómo se adapta esta propiedad para definir la regla de resolución.
10. Complete la oración: "Dos oraciones, α y β, son lógicamente equivalentes si y sólo si ...".

Opcional: Si demuestra formalmente (matemáticamente) y de forma correcta el siguiente resultado, puede obtener hasta 1.5 punto más si tiene al menos un 4 en los apartados anteriores:

$$\{\alpha_1, \ldots, \alpha_n\} \models \beta \Leftrightarrow \alpha_1 \wedge \ldots \wedge \alpha_n \wedge \neg\beta \text{ es una contradicción}$$

5.4 Examen de Prácticas. Convocatoria de Junio de 2013

Elegir de entre 1, 2 y 3 solo dos de ellas.

1. (2.5 Ptos. Basado en examen de septiembre de 1995 de la asignatura Lógica de la Univ. de Oviedo) ¿Cómo debe formalizar el siguiente pasaje?: *No porque un alumno suspenda una asignatura implica que ese alumno no haya estudiado dicha asignatura. Los alumnos deprimidos suspenden alguna asignatura para la que han estudiado. Por tanto: sólo los alumnos que no suspenden no están deprimidos.*
2. (2.5 Ptos. Basado en un ejercicio de la convocatoria de febrero de 2013)

   Cinco alumnos de una clase se enseñan unos a otros imponiéndose las siguientes reglas:

   - Nadie se enseña a sí mismo.
   - A enseña a cualquiera que le enseñe a él.
   - B enseña a cualquiera que enseñe a C o a D.
   - D enseña a A.
   - D es enseñado por E.
   - E es enseñado por todos.

   Se pide:

   (a) Formalice cada una de las oraciones en L1, definiendo explícitamente los predicados que utilice.

(b) Construya un universo, conjunto de tablas, para los predicados definidos en el apartado anterior, donde el conjunto de oraciones de partida sea satisfacible.

(c) Formalice la oración: "existe un alumno que no es enseñado por nadie". En su mundo ¿esta oración es consecuencia lógica de las 6 oraciones iniciales?

3. (2.5 Ptos. El mismo de febrero de 2013)

   En una base de datos se modelan las siguientes relaciones.

   - $\mathcal{U} = \{a, b, c, 1, 2\}$, $\mathcal{A} = \{a, b, c\}$, $\mathcal{B} = \{1, 2\}$
   - Relaciones binarias: $B_1 = \{(1, 1), (1, 2), (2, 1)\}$, $B_2 = \{(1, a), (2, c)\}$, $B_3 = \{(a, b), (b, c), (c, a)\}$.
   - Relaciones Ternarias: $T_1 = \{(a, 1, a), (a, 2, b), (b, 1, a), (b, 2, c), (c, 1, a), (c, 2, a)\}$
     $T_2 = \{(1, 1, a), (1, 2, b), (2, 1, a), (2, 1, b), (2, 2, c)\}$

   Se realiza una consulta a dicha base de datos, que queda modelada en L1 con la siguiente oración:
   $\boxed{\forall x \exists y (P(x, y) \to R(g(y, x), x, f(x)))}$

   ¿Retornará algún dato la consulta? Es decir, ¿es satisfactible la oración en dicho universo? ¿Usted que opina? ¿que sí? ¿que no? ¿por qué?

   Se aconseja completar la tabla de verdad formada por las siguientes columnas:

x	y	$g(y, x)$	$f(x)$	$\forall x$	$\exists y$	$P(x, y)$	$\to$	$R(g(y, x), x, f(x))$

   En cualquier caso, **NO** olvide indicar el orden en el que cumplimente las columnas.

4. (2.5 Ptos. Examen septiembre de 2008 de la asignatura Lógica de la Univ. de Sevilla)

   Obtener una demostración, por el sistema de deducción natural, de las siguientes deducciones:

   - $\{p \to q, r \to q\} \vdash (p \vee r) \to q$
   - $\forall x \forall y [P(y) \to Q(x)] \vdash \exists y P(y) \to \forall x Q(x)$

5. (2.5 Puntos. Propiedad conocida de conjuntos) Demostrar, en el sistema deductivo basado en la Regla de Resolución, si existen objetos x e y que verifiquen:

   $\forall x \forall y (S(x, y) \leftrightarrow (\forall z (M(z, x) \to M(z, y)))) \vdash_{RR} \exists x \exists y \forall z (M(x, y) \wedge M(x, z) \to S(y, z))$

   De existir, indique quiénes son.

5.5 Examen de teoría. Convocatoria de Septiembre de 2013

Responda lo más breve y formalmente breve posible lo que se indica: (10 Ptos. Cada apartado vale 1 punto)

1. ¿En qué consiste la ley del tercero excluído? Explíquela.

   ¿Es posible tener una lógica que no cumpla la ley del tercero excluído? Justifiquelo.

2. Ponga un ejemplo de una oración que no cumpla la ley de no contradicción.

   Ponga un ejemplo de una oración no contradictoria. ¿De qué tipo es su oración?

   Justifique razonadamente cada uno de los dos ejemplos.

3. ¿De qué tipo de oraciones estamos hablando cuándo nos referimos a las oraciones "no-insatisfacibles"? ¿por qué son de ese tipo que usted afirma? Justifíquelo formalmente negando la definición de ser "insatisfacible".

4. Si al conjunto de las oraciones válidas le quitamos (restamos) el conjunto de las oraciones satisfacible ¿de qué tipo son las oraciones que nos quedan? Ponga un ejemplo de oración formal que pertenezca a ese tipo de oraciones que le quedan.

5. Dado un conjunto de oraciones ¿cuándo es satisfacible? ¿cuándo es consistente? ¿cuándo satisfacibilidad será equivalente a consistencia?

6. Indique si esta afirmación es cierta o falsa: "Si a un conjunto de oraciones satisfacible se le añade una oración satisfacible, el nuevo conjunto de oraciones sigue siendo satisfacible". Justifique la respuesta. Si es cierta, demuéstrelo. Si es falsa, ponga un contraejemplo.

7. ¿Qué afirman las siguientes leyes?
   - Leyes de equivalencias: Absorción, Contraposición
   - Leyes de razonamientos válidos: Modus Tollens, Silogismo hipotético.

8. ¿Por qué en lógica de predicados la forma normal conjuntiva de una oración no es equivalente a la oración original y sin embargo sí mantiene la insatisfacibilidad? Justifique la respuesta.

9. Defina la función de evaluación (o tabla de verdad) de la siguiente expresión en términos de la asignación de sus elementos atómicos. $\exists x(P(x) \vee \neg\forall y(\neg R(x,y) \wedge P(x)))$

10. Demuestre, si es cierto, que $\forall x(P(x) \vee Q(x)) \equiv \forall x P(x) \vee \forall x Q(x)$. De no serlo muestre un contraejemplo.

Pregunta extra: Solo se tendrá en cuenta si obtiene al menos un 4 en las cuestiones anteriores. Puede conseguir hasta 2 puntos más si la responde correctamente.

Demuestre formalmente el siguiente resultado y justifique su importancia:

$$\{\alpha_1, \ldots, \alpha_n\} \models \beta \Leftrightarrow \alpha_1 \wedge \ldots \wedge \alpha_n \to \beta \text{ es una tautología}$$

5.6 Examen de prácticas. Convocatoria de Septiembre de 2013

Formalización e Interpretación.

1. En el mundo de los animales se hace esta afirmación:

   Las aves tienen algún descendiente que fue dinosaurio. Un pájaro vuela y también es una ave; pero hay aves que no son pájaros. Por tanto, los animales que vuelan provienen de los dinosaurios.

   Se pide:
   - Formalice el razonamiento en L1.
   - Demuestre si es válido el razonamiento usando únicamente la definición de consecuencia lógica.

2. (2.5 Ptos. Basado en el Ejercicio 56 de la Relación II de ejercicios propuestos)

   Se considera la siguiente estructura:
   - $U = \{1, 2, 3, 4\}$
   - $T_1 = \{1, 3\}$
   - $T_2 = \emptyset$
   - $T_3 = \{(1,2), (1,3), (3,4), (3,3), (2,3)\}$
   - $T_4 = \{(1,2), (1,3), (1,4), (3,4), (1,1)\}$

   Para la oración:

$$\forall x(Q(x) \to \exists y(P(x) \vee Q(y))) \wedge \forall x \forall y(R(x,y) \to \exists z S(x,z))$$

   (a) ¿Existe alguna interpretación I_1 que la haga satisfacible cumpliendo (*)?

   (b) ¿Existe alguna interpretación I_2 que haga INsatisfacible a la oración cumpliendo (*)?

(c) Indique explícitamente quienes son I_1 y I_2.

Condición (*): Dos predicados de la oración NO SE PUEDEN identificar con LA MISMA relación del Universo considerado.

Deducción

1. (2 Ptos. Extraído de exámenes de la asignatura Lógica de la Univ. de Sevilla)

   Obtener una demostración, por el sistema de deducción natural, de las siguientes deducciones:

   - $\{p \wedge q \rightarrow r \vee s, q \rightarrow \neg s\} \vdash p \rightarrow \neg q \vee r$
   - $\forall x \forall y[P(y) \rightarrow Q(x)] \vdash \exists y P(y) \rightarrow \forall x Q(x)$

2. (1 Punto. Extraído de la relación de ejercicios propuestos)

   Obtenga el umg de los siguientes conjuntos:

   - $\{Q(x, h(x)), Q(y, h(h(b)))\}$
   - $\{P(x, a, z), P(y, a, h(y)), P(x, a, h(g(b)))\}$

   donde x, y y z denotan variables y a y b son símbolos constantes.

3. (2 Puntos. Propiedad conocida de conjuntos)

   Utilizando notación Fitting, demostrar en el sistema deductivo basado en la Regla de Resolución si existen objetos x e y que verifiquen:
   $\forall x \forall y(S(x, y) \leftrightarrow (\forall z(M(z, x) \rightarrow M(z, y)))) \vdash_{RR} \exists x \exists y \exists z(M(x, y) \wedge M(x, z) \rightarrow S(y, z))$

   De existir, indique quiénes son.

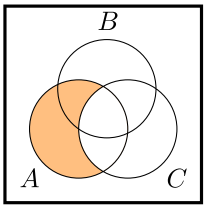
6

Curso 2011-2012

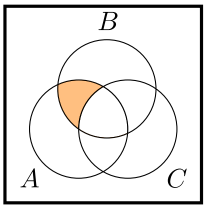
6.1 Controles del curso 2011-2012

6.1.1 Primer Control

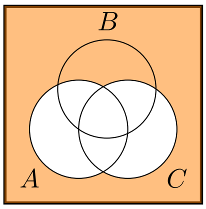
En un Diagrama de Venn, la parte coloreada representa a los elementos (objetos o cosas) sobre los que decimos sus atributos. Por ejemplo:



Representa, en un universal, a los elementos de la clase A que no son de la clase C.



Representa, en un universal, a los elementos comunes de la clase A y de la clase B, pero que no son de la clase C.



Representa, en un universal, a todos los elementos del universal que no son ni de A ni de C.

$\hookrightarrow$ Un razonamiento es válido cuando siendo ciertas las premisas, también lo es la conclusión.

En Diagramas de Venn, un razonamiento es válido si ocurre que a partir de cualquiera de los posibles Diagramas de Venn que representen a las dos premisas, dicha representación también refleja, necesariamente, la conclusión. Cuando exista un representación correcta en Diagramas de Venn de las premisas, pero que no refleje lo que se indica en la conclusión, entonces el razonamiento es una falacia (o se dice que es falaz).

Por ejemplo, para el silogismo $\left[\begin{array}{rl} & \text{Todo S es M.} \\ & \text{Todo M es P} \\ \therefore & \text{Todo S es P.} \end{array}\right]$ se puede comprobar que la única combinación posible en Diagramas de Venn de las premisas es que el Diagrama de Venn de S está incluido dentro del diagrama de M, y el de M está incluido dentro del de P, y, además, se observa en dicha representación que el Diagrama de Venn de S está **necesariamente** incluido dentro del diagrama de P, que es lo que afirma la conclusión. Por tanto, desde un punto de vista empírico y gráfico (no formal), el silogismo anterior es un razonamiento válido. Este tipo de demostraciones, no formales, nos ayuda a “visualizar” la situación.

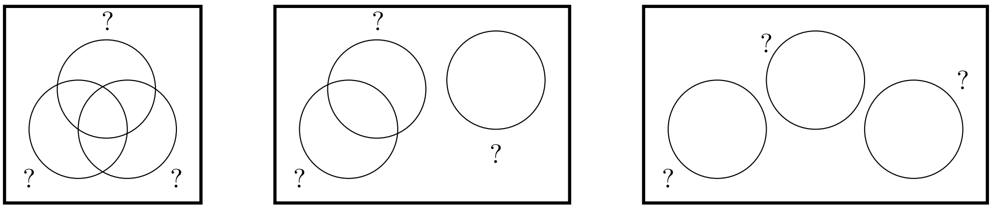
Con todo lo anterior, responde a las siguientes preguntas:

1. Empareja cada una de las oraciones, que aparece en la columna de la derecha, con un tipo de proposición categórica en forma normal, que está en la columna de la izquierda.

A •	• Algunos hombres son mortales.
E •	• Ningún hombre es mortal.
I •	• Algunos hombres no son mortales.
O •	• Todos los hombres son mortales.

2. Pasar la siguiente oración a dos proposiciones categóricas en forma normal. Indique de qué tipo es cada una: "Ningún hombre es un mono pero algunos lo parecen".

3. Elija uno de los siguientes Diagramas de Venn y sombree las zonas necesarias para representa a las dos proposiciones categóricas en forma normal identificadas en el apartado anterior. Identifique cada conjunto con las letras S, P y M e identifique cada una de las clases en las dos oraciones que ha construido previamente. Justifiqué el porqué de la elección e identificación.



4. En el siguiente diálogo indique si los silogismos que se dicen son válidos o falacias utilizando Diagramas de Venn. Si es falacia indique una consecuencia que haga válido el razonamiento.

   - Como ningún friqui es informático y algunos matemáticos no son matemáticos, es obvio que algunos matemáticos no son friquis.
   - ¡Que no hombre! ¿No ves que todos los frikis son informáticos y ningún matemático es un friki? Está clarísimo, ningún matemático puede ser informático.
   - No lleváis razón, puesto que ningún friqui es informático y todos los matemáticos son friquis. Así que ningún matemático puede ser informático.

6.1.2 Tercer Control

1. Dada la siguiente expresión hacer lo que se pide: $((P \to \neg R) \wedge (Q \to \neg R)) \leftrightarrow (\neg\neg R \to \neg(P \vee Q))$

   (a) Compruebe que es una tautología utilizando su árbol semántico asociado.
   (b) Calcule su FNC.
   (c) ¿Cuántas consecuencia lógicas define? Fíjese una para el resto del ejercicio.
   (d) Compruebe que su consecuencia lógica lo es utilizando la técnica de reducción al absurdo y de tableaux semánticos.

2. Dada la siguiente expresión realice lo que se pide: $\exists x((Px \to Qx) \wedge (\neg Rx \vee Sx)) \to (\exists x(\neg Px \vee Qx) \wedge \exists x(Rx \to Sx))$

   (a) ¿Qué se puede decir de la expresión a partir de su tableaux semántico?
   (b) ¿Qué se puede decir de la expresión a partir de sus FNC prenex?
   (c) ¿Qué se puede decir de la expresión a partir de sus FND prenex?
   (d) ¿La expresión define alguna consecuencia lógica? Si es afirmativo ¿cuáles?
   (e) Obtenga su forma normal conjuntiva.

6.2 Primer Parcial

6.2.1 Primer Parcial. Teoría

1. Qué queremos decir cuando afirmamos que trabajamos con lógica formal.
2. Defina recursivamente la tabla de verdad de L0.
3. Indique si es cierta o falsa cada una de las siguientes oraciones.
   (a) Las proposiciones pueden ser válidas, los razonamientos no.
   (b) Una interpretación no es una asignación.
   (c) Una función puede sustituirse por un predicado.
   (d) Toda oración satisfactible es una contingencia.
4. Dada la expresión $\alpha = P * Q$ ¿qué tipo de oraciones son α y Q en cada caso? ¿qué se puede decir de la satisfactibilidad del conjunto $\{P, Q\}$
   (a) $*$ es una conjunción y P es una tautología.
   (b) $*$ es una implicación y P es una contradicción.
5. Si α y β son dos expresiones
   (a) ¿Cómo se define la expresión $\alpha \equiv \beta$? ¿Qué significa?
   (b) ¿Cumplen esa expresión $\alpha = \neg\forall x P(x)$ y $\beta = \exists x \neg P(x)$? ¿por qué?
   (c) Indique el nombre con el que se conoce cada una de las siguientes propiedades: $P \vee \neg P \equiv V$ y $P \to Q \equiv \neg Q \to \neg P$

6.2.2 Primer Parcial. Prácticas

1. Traduce a L0 y a L1 identificando cláramente cada una de las oraciones proposicionales de la siguiente expresión del juego de cartas de 'La ronda':

   "Para que un jugador se lleve su carta y otra de la mesa es necesario que ponga su carta sobre la mesa y que en ésta esté la otra carta con el mismo número que la colocada por el jugador".

   Nota: En la mesa hay cartas para el juego y piedras para apostar. La no definición explícita de los elementos atómicos conlleva errar en el ejercicio.
2. Dada la expresión $\neg(A \vee B) \leftrightarrow \neg(\neg A \wedge \neg B)$ de L0 se pide:
   (a) Construir su árbol sintáctico
   (b) Clasifica la oración.
   (c) Determine si es equivalente a la siguiente expresión $(\neg A \to (B \wedge \neg B)) \to A$.

   Justifique adecuadamente.
3. Dada la expresión $\forall x(\neg P(x) \vee \exists y Q(x, y))$ de L1 se pide
   (a) Construir su árbol sintáctico
   (b) Justifica si la oración es satisfactible en este universo: $U = \{A, B, H, I\}$

$Padre$	
H	1
I	1
J	1

$Madre$	
A	1
B	0
C	1

$SerHijoDe$	A	B	C
H	1	0	0
I	0	1	0
J	0	1	0

Explica claramente cada una de las etapas necesarias para hacer la intepretación.

6.2.3 Segundo Parcial. Teoría

1. ¿Existe alguna relación entre la expresión $\Sigma \models \alpha$ y alguna expresión tautológica? ¿Cuál? Demuestre formalmente dicha relación.

2. Responda a estas 3 preguntas: (1) ¿Por qué se buscan las Formas Normales? (2) ¿Cuáles considera más importantes? (3) ¿Por qué las considera importantes?

3. Cuando se transforma una fórmula a su Forma Normal **Conjuntiva** ¿en qué paso se pierde la equivalencia lógica entre las fórmulas? ¿por qué? ¿en qué logicas?

4. Responda a estas 3 cuestiones: (1) Defina los siguientes símbolos $\vdash$ y $\models$. (2) ¿Qué significan? (3) Indique sus diferencias.

5. ¿Qué significa solidez y completitud?

6. ¿Cómo justificaría que el sistema deductivo basado en la regla de resolución es un sistema sólido? Hágalo.

6.2.4 Segundo Parcial. Prácticas

1. Demostrar (por interpretación) usando la técnica de reducción al absurdo si es cierto que:

$$A \to (B \wedge C) \models (A \wedge B) \to C$$

2. Demostrar por deducción natural las siguiente consecuencias:

   - $p \wedge (q \to (p \to s)), p \to (q \wedge r) \vdash p \to s$
   - $p \to q \vdash \neg(p \wedge \neg q)$
   - $(p \to q) \vee (p \to r), q \to s, r \to s \vdash t \to (p \to s)$

3. Dado el siguiente conjunto de oraciones clausales en L0, $\Sigma = \{p \vee q, \neg p \vee q, \neg q \vee r, \neg p \vee \neg r\}$, hacer lo que se pide utilizando únicamente la regla de resolución (**enumere todas las cláusulas, por orden de aparición**):

   - Comprobar que el conjunto es consistente.
   - Dada la oración $h = (\neg p \vee r)$, comprobar que $\Sigma \models h$.

   Nota: Especifique claramente cómo aplica el teorema de la refutación por resolución.

4. Dado el siguiente conjunto consistente de fbf,

$$\Sigma = \{\forall x(\exists y P(x,y)) \vee \neg Q(x)), \forall x(R(x) \to (T(x) \vee Q(x))), \forall y(T(y) \to \exists z P(y,z))\},$$

   compruebe que, efectivamente, $h = \forall z \exists y(P(z,y) \vee \neg R(z))$ es una consecuencia lógica de Σ usando la regla de resolución. Indicar qué estrategia de resolución está utilizando. **Enumere todas las cláusulas, por orden de aparición**.

6.3 Examen final de la convocatoria de enero de 2012. Teoría

1. (5 Ptos.) Responda lo más breve y formalmente breve posible lo que se indica:

   (a) (0.5 Pto.) Proposiciones como enunciados y proposiciones como predicados.

   (b) (0.25 Ptos.) Necesidad de L1.

   (c) (0.5 Pto.) Definición recursiva de fórmula bien formada.

   (d) (0.75 Ptos.) Definición de variable, de variable libre y de variable ligada.

   (e) (0.5 Ptos.) Definición de función y constante de Skolem.

(f) (1.75 Ptos.) Definición y significado de la siguientes 5 expresiones
$$\alpha \to \beta,\ \alpha \leftrightarrow \beta,\ \alpha \equiv \beta,\ \alpha \models \beta,\ \alpha \vdash \beta$$

(g) (0.25 Ptos.) Definición de solidez de un sistemas deductivo. Ejemplos.

(h) (0.5 Ptos.) Definición de sustitución y algoritmo para obtener la composición de dos susitituciones.

2. (2.5 Ptos.) Demuestre los siguientes resultados:

   (a) $\alpha \equiv \beta \iff (\alpha \models \beta)$ y $(\beta \models \alpha)$

   (b) $\{\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n\} \models \beta \iff \alpha_1 \wedge \alpha_2 \wedge \alpha_n \wedge \neg\beta$ es una contradicción.

3. (2.5 Ptos.) Desarrolle el siguiente tópico "Demostración por reducción al absurdo" en no más de un folio explicando, al menos, lo siguiente: (1) su fundamento teórico, (2) cómo se aplica en el sistema interpretativo, (3) cómo se aplica en el sistema deductivo basado en deducción natural, (4) cómo se aplica en el sistema deductivo basado en la regla de resolución.

6.4 Examen final de la convocatoria de enero de 2012. Ejercicios

Seleccionar solo DOS de entre las 3 primeras. Seleccionar solo UNA de entre las 2 úlitmas.

1. (2.5 Ptos) Traduzca a L1 los siguientes escenarios que se genera ante un puente (o barrera) en el juego del parchís (observe que dependen del resultado de los dados):

   - Escenario 1: Generación de la barrera.
   - Escenario 2: Elija solo uno de estos dos movimientos:
     (a) Movimiento del jugador que tiene una barrera.
     (b) Movimiento del jugador que no tienen una barrera.

   Existen distintas variantes, según las reglas que se utilicen. Se pide que se ajuste solo a lo que a continuación se describe. Dos fichas de igual color en la misma casilla (seguro o no) forman una barrera o puente. Ninguna ficha de los adversarios puede pasar sobre una barrera (impiden el paso de cualquier ficha). Esta regla prevalece sobre las demás, incluidas las referentes a comer o capturar (es decir, nadie puede comer las fichas de una barrera estén donde estén). Cuando un jugador tiene fichas formando una barrera y en su turno sacara un 6 estará obligado a abrir la barrera, o sea, a mover una de las fichas que forman el puente si es posible. La única excepción a esta regla ocurrirá cuando la ficha de la barrera deba avanzar y esta no pueda, ya sea por encontrarse con una barrera en medio del trayecto o por caer en una casilla ocupada por otras dos fichas. Si tiene más de un puente disponible, el jugador podrá romper el que desee.

2. (2.5 Ptos) Dada la expresión $(A \to (\neg A \vee B)) \to (A \to B)$, se pide, justificando adecuadamente:

   (a) Construcción de su árbol sintáctico.

   (b) Clasificar la oración según su evaluación.

   Según la clasificación obtenida en el apartado anterior, constatela según las siguientes técnicas:

   (a) Mediante la obtención de la forma normal más adecuada.

   (b) Mediante alguna de estas técnicas (elegir solo una):
     - Árbol semántico.
     - Tableaux semántico.

3. (2.5 Ptos) Algunos dicen que la siguiente oración
$$\forall y \exists x \exists z (P(x) \wedge P(y) \wedge P(z) \wedge \neg D(x,y) \wedge \neg D(y,z) \to R(x,y) \wedge R(y,z))$$
   es satisfactible en este universo. ¿Usted que opina? ¿que sí? ¿que no? ¿por qué?

- $\mathcal{U} = \{a, b, c, d\}$
- Relaciones monarias: T_1, T_2 y T_3 con las siguientes tablas de pertenencia:

$\mathcal{U}$	a	b	c	d
T_1	1		1	1
T_2		1	1	1
T_3	1	1	1	

- Relaciones binarias:

S_1	a	b	c	d
a	1			
b	1			
c		1		
d	1	1	1	

S_2	a	b	c	d
a	1			
b		1		
c			1	
d				1

S_3	a	b	c	d
a		1		
b			1	
c	1		1	
d				1

Nota: En las tablas de pertenencia, una celdilla vacía equivale a poner un cero. No se ha puesto por claridad.

4. (2.5 Ptos.) Obtener una demostración, por el sistema de deducción natural, de las siguientes deducciones:
   - $\{R \to S, \neg P, S \to P, T \vee Q \to S\} \vdash \neg(R \vee (W \wedge T))$
   - $\{\neg W \to \neg S\} \vdash (P \vee Q) \to (S \wedge T \to W)$

5. (2.5 Ptos.) Se considera el siguiente conjunto clausal, donde: a es una constante, x, y y z son variables, $f(.)$ es una función de aridad 1, y P es un predicado de aridad 3.

$$\mathcal{F} = \{P(x, f(y), f(z)) \vee \neg P(x, y, z), \neg P(z, f(f(a)), f(w)), P(x, a, x)\}$$

   Se pide, explicando adecuadamente:

   (a) Comprobar la inconsistencia del conjunto clausal dado.

   (b) Calcular la composición de **todos** los unificadores más generales obtenidos en la refutación de apartado anterior.

   (c) Siendo $\mathcal{F}$ inconsistente, ¿es cierto que $\mathcal{F} \vdash P(a, a, a)$?.

6. (2.5 Ptos.) Dado el siguiente conjunto consistente de fbf,

$$\mathcal{F} = \{\neg\exists x Q(x), \forall x(R(x) \to \neg((T(x) \vee Q(x)) \to \neg R(x)), \forall y(T(y) \to \exists z P(y, z))\},$$

   compruebe que, efectivamente, $\alpha = \forall z \exists y(P(z, y) \vee \neg R(z))$ es una consecuencia lógica de $\mathcal{F}$ usando la regla de resolución. Indicar qué estrategia de resolución está utilizando.

   Justifique el resultado teórico que utiliza en su respuesta y explique claramente los pasos que realiza. **Enumere todas las cláusulas, por orden de aparición**.

6.5 Examen final. Convocatoria de mayo de 2012. Teoría

1. (5 Ptos.) Responda lo más **breve y formalmente** posible lo que se indica:

   (a) (0.5 Pto.) Definición de sentencia (u oración proposicional lógica).

   (b) (0.25 Ptos.) Necesidad de L1.

   (c) (0.5 Pto.) Definición recursiva de fórmula bien formada.

   (d) (0.75 Ptos.) La palabra "válido/a" se utiliza en varios contextos de la lógica. Indique en cuáles y cómo se define en cada uno de esos contextos.

(e) (0.5 Ptos.) Definición de función de Skolem y constante de Skolem.

(f) (1.75 Ptos.) Explique de la siguientes 5 expresiones: qué expresiones verbales representa, su significado y su tabla de verdad:

$$\alpha \to \beta,\ \alpha \leftrightarrow \beta,\ \alpha \equiv \beta,\ \alpha \models \beta,\ \alpha \vdash \beta$$

(g) (0.25 Ptos.) Definición de solidez de un sistemas deductivo. Ponga ejemplos de sistemas.

(h) (0.5 Ptos.) Definición de par discordante, sustitución y unificador más general posible. Ponga ejemplos.

2. (2.5 Ptos.) **Demuestre** los siguientes resultados:

   (a) $\alpha \equiv \beta \Longleftrightarrow$ la expresión $(\alpha \leftrightarrow \beta)$ es una tautología.

   (b) $\{\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n\} \models \beta \Longleftrightarrow\ \models (\alpha_1 \wedge \alpha_2 \wedge \cdots \wedge \alpha_n \to \beta)$.

3. (2.5 Ptos.) Cuando se habla de **"resolución"**, ¿de qué estamos hablando, de un método semántico, de un método deductivo, o de una combinación de ambos? Fundamenta tu respuesta.

6.6 Examen final. Convocatoria de mayo de 2012. Ejercicios

Elija solo DOS de las TRES primeras preguntas

1. (2.5 Ptos)

   (a) Considere el escenario que se describe más abajo. Identifique y exprese claramente en castellano cada una de las sentencias que aparecen.

   (b) Considere símbolo de L0 e identifíquelos con cada una de las sentencias definidas en el apartado a). Describa el escenario con dichos símbolos.

   (c) Identifique ahora con símbolos de L1 cada una de las sentencias definidas en el apartado a), y describa de nuevo el escenario pero en L1.

   "Queda prohibido adelantar en las curvas y cambios de rasante de visibilidad reducida y, en general, en todo lugar o circunstancia en que la visibilidad disponible no sea suficiente para poder efectuar la maniobra o desistir de ella una vez iniciada, a no ser que los dos sentidos de la circulación estén claramente delimitados y la maniobra pueda efectuarse sin invadir la zona reservada al sentido contrario."

2. (2.5 Ptos)

   Dada la expresión $((\neg\beta) \to (\neg\alpha)) \to (((\neg\beta) \to \alpha) \to \beta)$, para cualesquiera **oraciones** α y β, se pide, justificando adecuadamente:

   (a) Construir su árbol sintáctico.

   (b) Clasificar la oración según su evaluación.

   Según la clasificación obtenida en el apartado anterior, constétela según las siguientes técnicas:

   (a) Mediante la obtención de la forma normal más adecuada.

   (b) Mediante alguna de estas técnicas (elegir solo una):
      - Árbol semántico.
      - Tableaux semántico.

3. (2.5 Ptos) Se considera la oración $\forall x \exists y \exists z (R(x,y) \wedge R(y,z) \to S(f(x), f(z)))$ ¿es satisfactible en el siguiente universo con las siguientes ralaciones y funciones? ¿por qué?

   - Universo: $U = \{a, b, c, d\}$
   - Relaciones y funciones en U:

   $T_1 = \{(a,d), (b,c), (b,d), (c,b), (d,a), (d,b)\}$

   $T_2 = \{(a,b), (b,a), (b,c), (c,b), (c,d), (d,c)\}$

$T_3 = \{(x,x) | \forall x \in \mathcal{U}\}$

$T_4(x) = \begin{cases} b & \text{si } x \in \{a,c\} \\ a & \text{si } x \in \{b,d\} \end{cases}$

$T_5(x) = \begin{cases} b & \text{si } x \in \{a,c\} \\ d & \text{si } y = b \\ c & \text{si } x = d \end{cases}$

4. (2 Ptos.) Obtener una demostración, por el sistema de deducción natural, de las siguientes deducciones:

   (a) (0.25 ptos) Pruebe **una de las dos** siguientes expresiones:
   - $\neg p \vee \neg q \vdash \neg(p \wedge q)$
   - $\{p \vee q, \neg q\} \vdash p$

   (b) (0.75 ptos) **Pruebe que**: $p \to q \vdash \neg q \to \neg p$

   (c) (1 ptos) **Pruebe que**: $\neg(p \vee q) \vdash \neg p \wedge \neg q$

5. (1 Pto.) Se considera el siguiente conjunto clausal, donde: a y b son constantes, x, y, z y w son variables, $f(.)$ y $g(.)$ son funciones y P es un predicado de aridad 2.

$$\mathcal{F} = \{P(f(z,a),w), P(x,y), P(b,g(w))\}$$

   Se pide obtener el unificador más general posible para dicho conjunto, si existe. Explique adecuadamente.

6. (2 Ptos.) (Pregunta de febrero de 2012)

   Dado el siguiente conjunto consistente de fbf,

$$\mathcal{F} = \{\neg\exists x Q(x), \forall x(R(x) \to \neg((T(x) \vee Q(x)) \to \neg R(x))), \forall y(T(y) \to \exists z P(y,z))\},$$

   compruebe que, efectivamente, $\alpha = \forall z \exists y(P(z,y) \vee \neg R(z))$ es una consecuencia lógica de $\mathcal{F}$ usando la regla de resolución. Indicar qué estrategia de resolución está utilizando.

   Justifique el resultado teórico que utiliza en su respuesta y explique claramente los pasos que realiza. **Enumere todas las cláusulas, por orden de aparición**.

6.7 Examen final. Convocatoria de septiembre de 2012. Teoría

1. (5 Ptos.) Responda lo más **breve y formalmente** posible lo que se indica:

   (a) (0.5 Pto.) Definición de sentencia (u oración proposicional lógica).

   (b) (0.25 Ptos.) Necesidad de L1.

   (c) (0.5 Pto.) Definición recursiva de fórmula bien formada.

   (d) (0.75 Ptos.) La palabra "válido/a" se utiliza en varios contextos de la lógica. Indique en cuáles y cómo se define en cada uno de esos contextos.

   (e) (0.5 Ptos.) Definición de función de Skolem y constante de Skolem.

   (f) (1.75 Ptos.) Explique de la siguientes 5 expresiones: qué expresiones verbales representa, su significado y su tabla de verdad:

$$\alpha \to \beta,\ \alpha \leftrightarrow \beta,\ \alpha \equiv \beta,\ \alpha \models \beta,\ \alpha \vdash \beta$$

   (g) (0.25 Ptos.) Definición de solidez de un sistemas deductivo. Ponga ejemplos de sistemas deductivos sólidos.

   (h) (0.5 Ptos.) Definición de par discordante, sustitución y unificador más general posible. Ponga ejemplos.

2. (2.5 Ptos.) ¿Son ciertos los siguientes resultados? Si es cierto, **demuestre y justifique** el resultado. Si es falso **defina una situación** (o contraejemplo) en la que no se cumpla el resultado:

(a) $\alpha \equiv \beta \iff$ la expresión $(\alpha \leftrightarrow \beta)$ es una tautología.

(b) $\alpha \vdash \beta \iff \alpha \to \beta$.

3. (2.5 Ptos.) Cuando se habla de **"resolución"**, ¿de qué estamos hablando, de un método semántico, de un método deductivo, o de una combinación de ambos? Fundamenta tu respuesta.

6.8 Examen final. Convocatoria de septiembre de 2012. Ejercicios

Elija solo DOS de las TRES primeras preguntas

1. (2.5 Ptos) Considere el escenario de "Fuera de juego con infracción" y que se describe a continuación:

   "Un jugador está en posición de fuera de juego si, cuando un compañero le da un pase, se encuentra: más cerca de la línea de meta contraria que el balón y más cerca de la línea de meta contraria que el penúltimo adversario. Estas reglas no se aplicaran si el jugador está en su propia mitad del campo o si el pase recibido proviene de un saque de meta, de banda o de esquina. Estar en posición de fuera de juego no es suficiente para cometer la infracción. Aparte de esto, el jugador en posición de fuera de juego deberá estar interfiriendo en el juego, interfiriendo con un adversario o ganando ventaja de dicha situación para que el árbitro cobre la infracción."

   Realice los siguientes pasos: (1) Identifique y exprese claramente en castellano cada una de las sentencias que aparecen, (2) represente con símbolos de L1 cada una de las oraciones identificadas en el paso anterior, definiendo explícitamente su significado, (3) exprese el escenario sólo con los símbolos definidos en el paso previo.

2. (2.5 Ptos) Dada la expresión $\neg[((\neg\beta) \to (\neg\alpha)) \wedge \neg((\beta \vee \alpha) \to \beta)]$, para cualesquiera **oraciones** α y β, se pide, justificando adecuadamente:

   (a) Construir su árbol sintáctico.

   (b) Clasificar la oración según su evaluación.

   Según la clasificación obtenida en el apartado anterior, constétela según las siguientes técnicas:

   (a) Mediante la obtención de la forma normal más adecuada.

   (b) Mediante su tableaux semántico.

   ¿Cambiaría de opinión si en vez de ser **oraciones** fuesen proposiciones de L0?

3. (2.5 Ptos) Se considera la oración $\forall x \exists y \exists z (R(x,y) \wedge R(y,z) \to S(f(x), f(z)))$ ¿es satisfactible en el siguiente universo con las siguientes ralaciones y funciones? ¿por qué?

   • Universo: $U = \{a, b, c, d\}$

   • Relaciones y funciones en U:

   $T_1 = \{(a,d), (b,c), (b,d), (c,b), (d,a), (d,b)\}$

   $T_2 = \{(a,b), (b,a), (b,c), (c,b), (c,d), (d,c)\}$

   $T_3 = \{(x,x) | \forall x \in \mathcal{U}\}$

   $$T_4(x) = \begin{cases} b & \text{si } x \in \{a,c\} \\ a & \text{si } x \in \{b,d\} \end{cases}$$

   $$T_5(x) = \begin{cases} b & \text{si } x \in \{a,c\} \\ d & \text{si } y = b \\ c & \text{si } x = d \end{cases}$$

4. (2 Ptos.) Obtener una demostración, por el sistema de deducción natural, de las siguientes deducciones:

(a) (0.25 ptos) Pruebe **una de las dos** siguientes expresiones:

- $\neg p \vee \neg q \vdash \neg(p \wedge q)$
- $\{p \vee q, \neg q\} \vdash p$

(b) (0.75 ptos) **Pruebe que**: $p \to q \vdash \neg q \to \neg p$

(c) (1 ptos) **Pruebe que**: $\neg(p \vee q) \vdash \neg p \wedge \neg q$

5. (1 Pto.) Se considera el siguiente conjunto clausal, donde: a y b son constantes, x, y, z y w son variables, $f(.)$ y $g(.)$ son funciones y P es un predicado de aridad 2.

$$\mathcal{F} = \{P(f(z,a),w), P(x,y), P(b,g(w))\}$$

Se pide obtener el unificador más general posible para dicho conjunto, si existe. Explique adecuadamente.

6. (2 Ptos.) (Pregunta de febrero de 2012) Dado el siguiente conjunto consistente de fbf,

$$\mathcal{F} = \{\neg\exists x Q(x), \forall x(R(x) \to \neg((T(x) \vee Q(x)) \to \neg R(x))), \forall y(T(y) \to \exists z P(y,z))\},$$

compruebe que, efectivamente, $\alpha = \forall z \exists y(P(z,y) \vee \neg R(z))$ es una consecuencia lógica de $\mathcal{F}$ usando la regla de resolución. Indicar qué estrategia de resolución está utilizando.

Justifique el resultado teórico que utiliza en su respuesta y explique claramente los pasos que realiza. **Enumere todas las cláusulas, por orden de aparición**.

7

Curso 2010-2011

7.1 Primer Control de Teoría

1. Sobre el conjunto de oraciones lógicas represente mediante diagramas de Venn los siguientes subconjuntos de oraciones: el de las oraciones insatisfactibles y el de las oraciones válidas. ¿Constituyen una partición? Justifica la respuesta.

   Nota: La pregunta se puede modificar considerando parejas o ternas de entre todos los tipos de oraciones.

2. Completa la tabla hasta construir una relación de equivalencia sobre los 4 elementos $\{a, b, c, d\}$ y con exáctamente 3 clases de equivalencia. Indique explícitamente las clases.

	a	b	c	d
a				
b				
c				
d				

   Nota: Otra variante de la pregunta es completar la tabla para obtener una relación de orden. Otras variantes es construir relaciones de equivalencia con otro número de elementos y/o número de clases.

3. ¿Qué debe cumplir A para que se cumpla la siguiente equivalencia? $A \wedge B \equiv A$. Demuéstralo.

   ¿Cuál sería la propiedad correspondiente (o expresada) en teoría de conjuntos?

   Nota: Otra variante de la pregunta es considerar otras equivalencias como $A \vee B \equiv A$, $A \wedge B \equiv B$ o $A \vee B \equiv B$.

4. Se considera un "mundo real" en el que se cumple una propiedad P y una relación R según las siguientes tablas de pertenencia y dominios. También se considera el mundo formal de la lógica con la afirmación 1.

Mundo Real							Mundo Formal
P		R	X	Y	Z		
A	1	A	0	1	1	$\mathcal{X} = \{A, B\}$	1. $\forall y(Q(y) \wedge S(y, C))$
B	1	B	1	1	1	$\mathcal{Y} = \{X, Y, Z\}$	

   Defina claramente una interpretación de las fórmulas en este mundo real e indique, para esa interpretación, si la expresión 1 es satisfactible y el porqué.

7.2 Segundo Control de Teoría

1. Por definición, ¿cuándo una expresión es una consecuencia lógica de un conjunto de fórmulas? ¿cómo la detectarías recurriendo a tautologías? y ¿cómo la detectarías recurriendo a contradicciones?

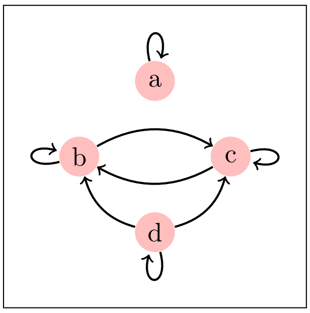
2. Indique cuál es la relación entre equivalencia lógica ($\equiv$) y consecuencia lógica ($\models$).
3. ¿Qué diferencia hay entre inducción fuerte y débil?

7.3 Primer Parcial de Teoría

1. Se dice que dado un conjunto A, se cumple que $A = \neg\neg A$ ¿es cierto? ¿por qué?
2. Comprobar si es cierta la siguiente afirmación para cualesquiera conjuntos A, B, C y D: $A \times (B \cup C) \times D = (A \times B \times C) \cup (A \times B \times D)$
3. Dado el conjunto $X = \{a, b, c, d\}$ se considera el grafo adjunto.

   Indique cuáles de las siguientes propiedades verifica: reflexiva, irreflexiva, simétrica, asimétrica, antisimétrica y transitiva.

   Complete el grafo hasta obtener una relación de equivalencia con exáctamente dos clases de equivalencia.



4. Indique qué nombre reciben las siguientes equivalencias: (a) $P \vee \neg P \equiv V$,
   (b) $P \wedge \neg P \equiv F$.
5. Dado un conjunto de oraciones $\mathcal{F} = \{\alpha_1, \ldots, \alpha_n\}$ y las oraciones $\alpha = \alpha_1 \wedge \cdots \wedge \alpha_n$ y $\beta = \alpha_1 \vee \cdots \vee \alpha_n$, indique sin son ciertas (en cuyo caso demuéstrelo) o falsas (en cuyo caso ponga un contraejemplo) las siguientes afirmaciones:
   - Si $\mathcal{F}$ es satisfactible α es satisfactible.
   - Si $\mathcal{F}$ es insatisfactible β es satisfactible.
6. Sobre el conjunto de oraciones lógicas, represente mediante diagrama de Venn los conjuntos de oraciones satisfactibles, oraciones insatisfactibles, oraciones contingentes y oraciones válidas. Indique dos a dos sin son disjuntos o no.
7. Enuncia las leyes de absorción en el álgebra de Boole. Tradúzcalas al lenguaje de la lógica proposicional. Demuéstrelas.
8. En la lógica de predicados de primer orden se trabaja con predicados y con funciones. ¿Existen diferencias entre unos y otras? ¿Cuáles?.
9. Completa la siguiente tabla con todos los elementos de esta fórmula
   $\forall x(Mayor(x, 0) \wedge \exists y\ Igual(f(x), y))$

Cuantificadores	Predicados	Funciones	Constantes	Variables	Conectivas	otros

10. Se supone que existe un "mundo real" en el que los objetos $x, y, \ldots$ cumplen las propiedades $Alto(x)$, $Bajo(x)$ y $Mayor(x, y)$ según las siguientes tablas de pertenencia y dominios.

Alto	
X	1
Y	1

Mayor	X	Y
A	0	1
B	1	1

Bajo	
A	0
B	1

$\mathcal{X} = \{A, B\}$
$\mathcal{Y} = \{X, Y\}$
$\mathcal{U} = \{A, B, X, Y\}$

Defina claramente una interpretación de la fórmula $\boxed{\exists r\ (P(r) \to \forall s Q(r, s))}$ en ese "mundo real" e indique, para esa interpretación, si la expresión es satisfactible y el porqué.

7.4 Segundo Parcial

1. ¿En qué contexto se utiliza el símbolo $\models$?, ¿qué concepto define?, defínalo.
2. ¿En qué contexto se utiliza el símbolo $\vdash$?, ¿qué concepto define?, defínalo.
3. Qué significa que un sistema deductivo sea sólido y completo. ¿Qué propiedad es más importante?.
4. Indique las semejanzas y diferencias entre: $\models$ y $\equiv$.
5. Qué dos formulaciones lógicas plantearías para demostrar (argumentar) que la expresión $\{\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n\} \models \alpha$ es válida.
6. Indique cuántos métodos semánticos (o interpretativos) puede utilizar para demostrar que $\mathcal{F} \models \alpha$, especificando para cada uno de ellos la formulación lógica adecuada que ha especificado en la cuestión anterior.

7.5 Examen Final de Febrero de 2011

1. Si $A, B \subseteq U$, construya paso a paso, mediante Diagramas de Venn, los siguiente conjuntos: $X = \overline{A - \overline{B}}$ y $Y = \overline{A \cup B}$. ¿Cómo están relacionados estos conjuntos (indique solo una de ellas): $X = Y$, $X \subseteq Y$, $Y \subseteq X$, $X \neq Y$? ¿Por qué?
2. Justifique adecuadamente:
   (a) Utilizando únicamente el lenguaje de la lógica de predicados de primer orden defina las propiedades que debe cumplir una relación de equivalencia.
   (b) Dado un conjunto de 5 elementos $A = \{a, b, c, d, e\}$, represente utilizando la representación tabular una relación de equivalencia con exactamente 3 clases de equivalencia y que defina una partición en A. Justifique la respuesta.
3. En $L1$:
   (a) ¿qué es una variable? ¿cuántos tipos hay?
   (b) ¿qué diferencia haya entre un predicado y una función?
4. Explique que diferencias hay entre Razonamiento Deductivo y Razonamiento Inductivo. ¿Qué métodos se utilizan para uno y para el otro?

   MUY IMPORTANTE: NO se pide que expliquen técnicas, sólo los métodos generales. La respuesta no puede ocupar más de una cara de un folio.
5. Represente en un único Diagrama de Venn, sobre el universo definido por todas las expresiones proposicionales, a los siguientes conjuntos: $S = \{\alpha | \alpha \text{ es satisfactible}\}$, $C = \{\alpha | \alpha \text{ es contingencia}\}$, $V = \{\alpha | \alpha \text{ es válida}\}$, $I = \{\alpha | \alpha \text{ es insatisfactible}\}$.
6. Se supone que existe un "mundo real" en el que los objetos $x, y, \ldots$ cumplen las propiedades $Alto(x)$, $Bajo(x)$ y $Mayor(x, y)$ según las siguientes tablas de pertenencia y dominios.

Grande	
X	1
Y	1

MasAltoQue	X	Y
A	0	1
B	1	1

Pequeo	
A	0
B	1

$\mathcal{X} = \{A, B\}$
$\mathcal{Y} = \{X, Y\}$
$\mathcal{U} = \{A, B, X, Y\}$

   Defina claramente una interpretación de la fórmula $\boxed{\exists r\ (P(r) \rightarrow \forall s Q(r, s))}$ en ese "mundo real" e indique, para esa interpretación, si la expresión es satisfactible y el porqué.
7. ¿Cuál es la importancia teórica de las formas normales (sea cual sea su expresión)?
8. ¿En qué consiste una estrategia de resolución semántica? Explique el funcionamiento de una de ellas.
9. Demostrar que

$$\{\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n\} \models h \Leftrightarrow \alpha_1 \wedge \alpha_2 \wedge \ldots \wedge \alpha_n \wedge \neg h \text{ es una contradicción}$$

7.6 Examenes finales de Julio y Septiembre de 2011

1. Complete la siguiente afirmación: *"No todas las oraciones lógicas ________________ son ________________ y todas las oraciones anteriores constituyen el conjunto complementario de las oraciones ____________________"*.

   Represente con diagramas de Venn los tres conjuntos de oraciones lógicas a las que se hacen mención en la afirmación anterior. ¿Por qué las dibuja así?.

2. Se considera el siguiente razonamiento: *"Todos las personas altas son sonrientes y algunas personas sonrientes son alegres por lo que algunas personas alegres son altas"*.

   Sobre el universo de las personas represente con diagramas de Venn las premisas del razonamiento. ¿Justifique la conclusión desde la perspectiva de la teoría de conjuntos?

3. Para cualquier expresión α en $L0$, aquella interpretación ω de α que la hace cierta (es decir, $v_\omega(\alpha) = V$) recibe el nombre de modelo. Este hecho se denota por $\omega \Vdash \alpha$. El conjunto de modelos de α se denota por $Model(\alpha)$ y queda definido como $Model(\alpha) = \{\omega | \ \omega \Vdash \alpha\}$.

   Defina $\omega \Vdash \alpha$ en términos de v_ω y demuestre que: (a) $Model(\alpha \vee \beta) = Model(\alpha) \cup Model(\beta)$, y (b) $\alpha \models \beta$ sii $Model(\alpha) \subseteq Model(\beta)$.

4. Elija solo una de las siguientes opciones:

   (a) Utilizando únicamente el lenguaje de la lógica de predicados de primer orden defina las propiedades que debe cumplir una relación de equivalencia.

   (b) Utilizando únicamente el lenguaje de la lógica de predicados de primer orden defina el principio de inducción débil.

5. Para poder aplicar el operador de resolución sintáctica en L1 a partir de un conjunto de oraciones es necesario normalizar las variables en dos fases del proceso ¿Cuándo y por qué?.

6. En $L1$:

   (a) ¿qué es una variable? ¿cuántos tipos hay?

   (b) ¿qué diferencia hay entre un predicado y una función?

   (c) ¿Se podría sustituir un predicado por una función? ¿y una función por un predicado?

7. Justifique si son ciertas las siguientes afirmaciones para un conjunto $\mathcal{F}$ de oraciones.

   (a) Si $\mathcal{F} \models \alpha$ y solo cuando β es válida, entonces $\mathcal{F} \cup \{\beta\} \models \alpha$.

   (b) Si $\mathcal{F} \models \alpha$ y solo cuando β es válida, entonces $\mathcal{F} - \{\beta\} \models \alpha$.

8. Demostrar que

$$\{\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n\} \models h \Leftrightarrow \alpha_1 \wedge \alpha_2 \wedge \ldots \wedge \alpha_n \wedge \neg h \text{ es una contradicción}$$

9. ¿Qué significa ser solidez y completitud? ¿Cuál es la más importante?