

Boletín 7

Lógica de Predicados: Satisfacibilidad

Ejercicio 64.

Responde a las siguientes preguntas:

1. En un sistema deductivo, ¿para qué sirven los axiomas? ¿cuántas reglas debe tener?
2. Define los siguientes conceptos: razonamiento, razonamiento válido, deducción, consecuencia lógica, teorema (por deducción).
3. Indica qué relación hay entre ellos y bajo qué condiciones.
4. Define los siguientes conceptos: sistema consistente, sistema inconsistente, teoría no contradictoria, teoría contradictoria.
5. Indica qué relación hay entre ellos y bajo qué condiciones.
6. Indique si las técnicas estudiadas a lo largo del curso le permite definir un sistema deductivo: Tablas de verdad, DPLL, resolución, árboles semánticos, tableaux en L0, tableaux en L1, DN en L0, DN en L1.

Si es así, indique cuáles son las reglas (sintácticas) de inferencia. Justifique si dicho sistema es sólido (correcto) o/y completo.

7. Indica en qué contexto “nos movemos” (si semántico o deductivo o en ambos) cuando decimos las siguientes afirmaciones:
 - a) la oración se infiere.
 - b) la oración es un teorema.
 - c) la oración es demostrable.
 - d) la oración es consecuencia.
 - e) la oración es una deducción.
 - f) la oración es una conclusión.
8. ¿En cualquier teoría se cumple la completitud sintáctica?

Ejercicio 65.

Responde a las siguientes preguntas:

1. Explica en qué consiste cada una de las siguientes propiedades de los sistemas deductivos: solidez, completitud, consistencia, decidibilidad.
2. Sobre la decidibilidad ¿cómo es la lógica de predicados de primer orden? ¿Y eso qué significa?
3. ¿En la lógica matemática pueden existir sistemas deductivos completos y consistentes simultáneamente? ¿Qué consecuencias tiene?
4. En los tableaux semánticos en L1 se habla de 4 tipos de reglas pero el término “regla” lo usamos para sistemas deductivos. ¿Eso quiere decir que la técnica de los tableaux es un sistema deductivo? Si es así ¿qué puedes decir de su solidez y completitud?
5. ¿Cumple el sistema de deducción natural el teorema de la deducción (sintáctica)?

Ejercicio 66.

Comprobar si son válidas las siguientes consecuencias lógicas, aplicando tableaux semánticos como técnica de satisfacibilidad:

1. $\exists x (P(x) \rightarrow \forall y Q(y)) \models \forall x \exists y (P(x) \wedge \neg Q(y))$
2. $\forall x P(x) \vee \forall y Q(y) \models \forall x P(x) \vee Q(x)$
3. $\exists x (P(x) \wedge Q(x)) \models \exists x P(x) \wedge \exists y Q(y)$
4. $\forall x (P(x) \rightarrow Q(X)) \models \forall P(x) \rightarrow \forall x Q(x)$
5. $\exists y \forall x R(x, Y) \models \forall x \exists y R(x, y)$
6. $\forall x (P(x) \rightarrow \exists y (R(y) \wedge Q(x, y))); \exists x P(x) \models \exists x \exists y Q(x, y)$