



FUNDAMENTOS LÓGICOS DE LA INFORMÁTICA

Primera sesión de prácticas

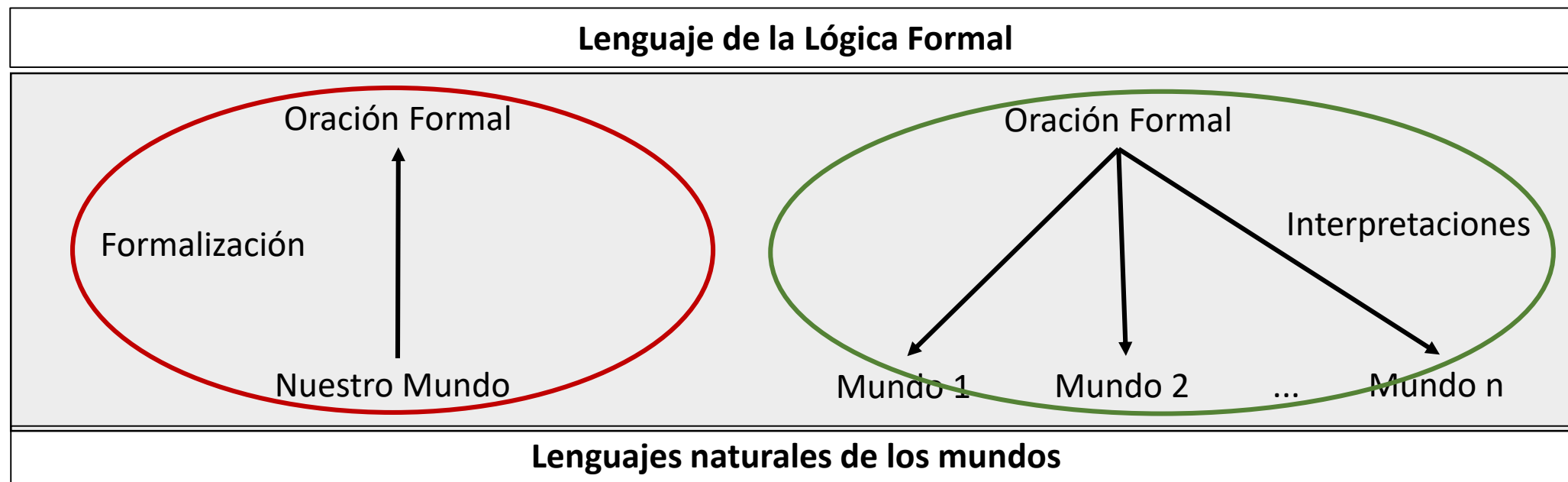
PRIMER CURSO DEL GRADO DE INGENIERÍA INFORMÁTICA

PRIMER CUATRIMESTRE

2020-21

- Formalización e Interpretación en L0
- El Lenguaje Formal de la L0: las f.b.f.
- Precedencia de operadores y manejo de paréntesis
- Los árboles sintácticos en L0
- Ejercicio 1: Reconocer f.b.f. y construirlas
- La formalización de oraciones en L0
- Ejercicio 2: Construir la f.b.f. que formalice cada una de las siguientes oraciones

- **Formalizar una oración:** tarea mediante la cual podemos escribir su f.b.f. en el lenguaje formal.
- **Interpretar una f.b.f.:** se define como el procedimiento que traduce sus fórmulas atómicas a oraciones naturales del mundo



La Formalización nos permite abstraernos del lenguaje natural y escribir fórmulas que pueden representar situaciones en múltiples escenarios naturales. Los enunciados: (a) “no comeré ni beberé a menos que tenga la despensa llena”; y (b) “ganaré mucho dinero y viviré feliz sólo si tengo un buen trabajo”, se pueden representar por f.b.f.’s de igual estructura en L0: $(p \wedge q \rightarrow r)$

- **Un Lenguaje Formal consta de:** (1) Un conjunto de símbolos primitivos: alfabeto o vocabulario del lenguaje, y (2) Una definición recursiva para conectar los símbolos: gramática o sintaxis del lenguaje.
- Definición de **Fórmula Bien Formada**: Una f.b.f. (palabra, expresión, fórmula) es una cadena de caracteres generada según una gramática formal a partir de un alfabeto dado.
- Un lenguaje formal es el conjunto de todas las f.b.f. obtenidas a partir de un vocabulario y una gramática.
- En la práctica, necesitan de un sistema de codificación/formalización y de interpretación.

- En **Lógica de Proposiciones, L0, el alfabeto o vocabulario** estará formado por:
 - **Constantes.** Son los símbolos reservados verdadero (V) y falso (F). $B = \{V; F\}$.
 - **Proposiciones atómicas o letras proposicionales.** Formados por un conjunto arbitrario de letras. También se denominan átomos. El conjunto de todos los átomos se denotarán por P.
 - **Conectivos u operadores booleanos.**
 - \wedge Conjunción \rightarrow Implicación
 - \vee Disyunción \leftrightarrow Doble implicación
 - \neg Negación
 - **Otros símbolos.** paréntesis '(', corchetes '[]', etc. Se utilizan para leer mejor las expresiones con conectivos lógicos.

- La **Gramática o sintaxis de la Lógica de Proposiciones** se basa en la siguiente definición para la Construcción de Fórmulas Proposicionales: El conjunto de fórmulas, que hemos llamado Lenguaje Formal, es el menor conjunto de fórmulas que se puede obtener al aplicar las siguientes reglas gramaticales:
 - **Paso Básico:** Cualquier átomo perteneciente al conjunto P de proposiciones es una f.b.f.
 - **Paso Recursivo:** Si α y β son dos f.b.f. también lo son:
 - $\neg \alpha$, la negación de la f.b.f. Se lee “no α ”.
 - $(\alpha \wedge \beta)$, la conjunción de las dos f.b.f. Se lee “ α y β ”.
 - $(\alpha \vee \beta)$, la disyunción de las dos f.b.f. Se lee “ α o β o ambas a la vez”.
 - $(\alpha \rightarrow \beta)$, el condicionamiento de las dos f.b.f. Se lee “ α implica β ”.
 - $(\alpha \leftrightarrow \beta)$, el doble condicionamiento de las f.b.f. Se lee “ α si y solo si β ”.

Reglas de manejo y de simplificación de paréntesis

- Precedencia/Prioridad de operadores o conectivas
 - El orden de prioridad de los operadores es: (1) \neg ; (2) \vee, \wedge ; (3) $\rightarrow, \leftrightarrow$.
 - La conectiva negación se asocia a la derecha, el resto de conectivas primero a la izquierda.
 - En el caso de que dos operadores tengan la misma prioridad, será precedente el situado más a la izquierda.
 - Las expresiones $p \vee \neg q \rightarrow r$, y $p \vee (\neg q \rightarrow r)$ son dos f.b.f. pero son dos expresiones distintas cuya semántica (valor de verdad) es diferente.
 - Las expresiones $p (\vee q \rightarrow r)$, y $p \neg \vee q \rightarrow r$ no son f.b.f.
- Regla para añadir paréntesis
 - A cualquier expresión α que no se corresponda con una negación se le puede añadir paréntesis para construir la oración (α) .
- Regla para añadir paréntesis con prioridad de operadores
 - Consiste en aplicar la “Regla para añadir paréntesis”, primero a los patrones \vee y \wedge ; y a continuación a los patrones \rightarrow y \leftrightarrow . A la negación no es preciso marcarla o delimitarla con paréntesis.
 - Al aplicar esta regla dos veces a la expresión $p \vee \neg q \rightarrow r$, se genera $(p \vee \neg q) \rightarrow r$, y después $((p \vee \neg q) \rightarrow r)$. A la expresión $p \vee (\neg q \rightarrow r)$ sólo se le puede aplicar una vez la regla para generar $(p \vee (\neg q \rightarrow r))$

Reglas de manejo y de simplificación de paréntesis

- Expresión con el menor número de paréntesis
 - Una f.b.f. α se puede expresar con el menor número de paréntesis según β , si y sólo si cumple simultáneamente estas condiciones.
 - β es una expresión con menos paréntesis de α .
 - β contiene la menor cantidad de paréntesis posibles para que se cumpla el paso anterior. Es decir, si a β se le quitara otro par de paréntesis no se obtendría α .
 - También se puede decir que al aplicar continuamente la regla para añadir paréntesis con prioridad de operadores sobre β se obtiene α .

- **Tengamos una expresión como ésta: $\neg p \vee q \wedge r \rightarrow \neg q \rightarrow s$. ¿Es una f.b.f.?**

Reglas de manejo y de simplificación de paréntesis

- Expresión con el menor número de paréntesis
 - Una f.b.f. α se puede expresar con el menor número de paréntesis según β , si y sólo si cumple simultáneamente estas condiciones.
 - β es una expresión con menos paréntesis de α .
 - β contiene la menor cantidad de paréntesis posibles para que se cumpla el paso anterior. Es decir, si a β se le quitara otro par de paréntesis no se obtendría α .
 - También se puede decir que al aplicar continuamente la regla para añadir paréntesis con prioridad de operadores sobre β se obtiene α .
- **Tengamos una expresión como ésta: $\neg p \vee q \wedge r \rightarrow \neg q \rightarrow s$. ¿Es una f.b.f.?**
 - **SI**, claro que lo es. Todas las conectivas están bien situadas. La negación se asocia a la derecha con sendas proposiciones atómicas, y el resto de conectivas operan sobre dos proposiciones, una a la izquierda y otra a su derecha.
 - En la expresión no existen paréntesis, ¿nos hacen falta? **NO**, pero podemos añadirlos sin variar la semántica.

Reglas de manejo y de simplificación de paréntesis

- Le añadimos paréntesis a: $\neg p \vee q \wedge r \rightarrow \neg q \rightarrow s$. Éstos son los pasos a dar:
 - En primer lugar, por precedencia, se atiende a la negación; pero no hace falta delimitarla con paréntesis. La negación de **p** y la negación de **q** se anotan en la lectura de la f.b.f.
 - Tenemos una disyunción, una conjunción y dos implicaciones. Son precedentes la disyunción y la conjunción, pero la disyunción está a la izquierda, por tanto se delimita con paréntesis:
 $(\neg p \vee q) \wedge r \rightarrow \neg q \rightarrow s$

Reglas de manejo y de simplificación de paréntesis

- Le añadimos paréntesis a: $\neg p \vee q \wedge r \rightarrow \neg q \rightarrow s$. Éstos son los pasos a dar:
 - En primer lugar, por precedencia, se atiende a la negación; pero no hace falta delimitarla con paréntesis. La negación de **p** y la negación de **q** se anotan en la lectura de la f.b.f.
 - Tenemos una disyunción, una conjunción y dos implicaciones. Son precedentes la disyunción y la conjunción, pero la disyunción está a la izquierda, por tanto se delimita con paréntesis:
 $(\neg p \vee q) \wedge r \rightarrow \neg q \rightarrow s$
 - Ahora tenemos una conjunción que es precedente a las implicaciones. Por tanto la marcamos con paréntesis, teniendo en cuenta que a su izquierda ya existe el paréntesis delimitado antes: $((\neg p \vee q) \wedge r) \rightarrow \neg q \rightarrow s$

Reglas de manejo y de simplificación de paréntesis

- Le añadimos paréntesis a: $\neg p \vee q \wedge r \rightarrow \neg q \rightarrow s$. Éstos son los pasos a dar:
 - En primer lugar, por precedencia, se atiende a la negación; pero no hace falta delimitarla con paréntesis. La negación de p y la negación de q se anotan en la lectura de la f.b.f.
 - Tenemos una disyunción, una conjunción y dos implicaciones. Son precedentes la disyunción y la conjunción, pero la disyunción está a la izquierda, por tanto se delimita con paréntesis:
 $(\neg p \vee q) \wedge r \rightarrow \neg q \rightarrow s$
 - Ahora tenemos una conjunción que es precedente a las implicaciones. Por tanto la marcamos con paréntesis, teniendo en cuenta que a su izquierda ya existe el paréntesis delimitado antes: $((\neg p \vee q) \wedge r) \rightarrow \neg q \rightarrow s$
 - La expresión, ahora, tiene dos implicaciones, siendo precedente la de la izquierda. Por tanto, delimitamos la primera implicación con paréntesis: $(((\neg p \vee q) \wedge r) \rightarrow \neg q) \rightarrow s$

Reglas de manejo y de simplificación de paréntesis

- **Le añadimos paréntesis a:** $\neg p \vee q \wedge r \rightarrow \neg q \rightarrow s$. **Éstos son los pasos a dar:**
 - En primer lugar, por precedencia, se atiende a la negación; pero no hace falta delimitarla con paréntesis. La negación de **p** y la negación de **q** se anotan en la lectura de la f.b.f.
 - Tenemos una disyunción, una conjunción y dos implicaciones. Son precedentes la disyunción y la conjunción, pero la disyunción está a la izquierda, por tanto se delimita con paréntesis:
 $(\neg p \vee q) \wedge r \rightarrow \neg q \rightarrow s$
 - Ahora tenemos una conjunción que es precedente a las implicaciones. Por tanto la marcamos con paréntesis, teniendo en cuenta que a su izquierda ya existe el paréntesis delimitado antes: $((\neg p \vee q) \wedge r) \rightarrow \neg q \rightarrow s$
 - La expresión, ahora, tiene dos implicaciones, siendo precedente la de la izquierda. Por tanto, delimitamos la primera implicación con paréntesis: $(((\neg p \vee q) \wedge r) \rightarrow \neg q) \rightarrow s$
 - Finalmente, la expresión que nos queda es una implicación, que tiene a su izquierda, como antecedente de la misma una subexpresión entre paréntesis: $((((\neg p \vee q) \wedge r) \rightarrow \neg q) \rightarrow s)$
 - **La expresión a la que hemos llegado recoge toda la semántica de la oración lógica que formaliza, y la primera expresión, es la de menor número de paréntesis con idéntica semántica**

Reglas de manejo y de simplificación de paréntesis

- Si tuviéramos la expresión: $((\neg p \vee q) \wedge r) \rightarrow (\neg q \rightarrow s)$, y la simplificamos suprimiendo paréntesis, ¿llegaremos a una expresión con el menor número de paréntesis posible idéntica a la anterior: $\neg p \vee q \wedge r \rightarrow \neg q \rightarrow s$? NO VAMOS A LLEGAR Y VAMOS A COMPROBARLO

Reglas de manejo y de simplificación de paréntesis

- Si tuviéramos la expresión: $((\neg p \vee q) \wedge r) \rightarrow (\neg q \rightarrow s)$, y la simplificamos suprimiendo paréntesis, ¿llegaremos a una expresión con el menor número de paréntesis posible idéntica a la anterior: $\neg p \vee q \wedge r \rightarrow \neg q \rightarrow s$? NO VAMOS A LLEGAR Y VAMOS A COMPROBARLO
- Los primeros paréntesis que pueden suprimirse son los exteriores, que los marcamos en rojo:
 $((\neg p \vee q) \wedge r) \rightarrow (\neg q \rightarrow s)$

Reglas de manejo y de simplificación de paréntesis

- Si tuviéramos la expresión: $((\neg p \vee q) \wedge r) \rightarrow (\neg q \rightarrow s)$, y la simplificamos suprimiendo paréntesis, ¿llegaremos a una expresión con el menor número de paréntesis posible idéntica a la anterior: $\neg p \vee q \wedge r \rightarrow \neg q \rightarrow s$? **NO VAMOS A LLEGAR Y VAMOS A COMPROBARLO**
- Los primeros paréntesis que pueden suprimirse son los exteriores, que los marcamos en rojo: $((\neg p \vee q) \wedge r) \rightarrow (\neg q \rightarrow s)$
- La expresión que nos queda es una implicación: $((\neg p \vee q) \wedge r) \rightarrow (\neg q \rightarrow s)$, cuyo antecedente es una conjunción y su consecuente es otra implicación. **El paréntesis que marca el consecuente no podemos suprimirlo** porque si lo hacemos tendremos dos implicaciones y sería la primera (la de la izquierda) la precedente, que no se ajusta a la semántica de la oración.

Reglas de manejo y de simplificación de paréntesis

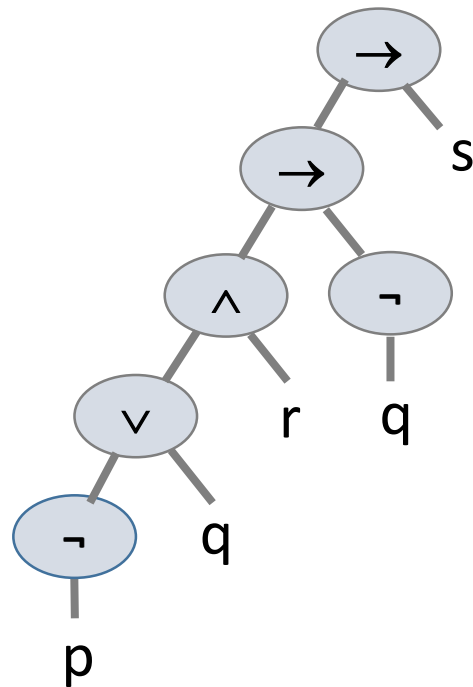
- Si tuviéramos la expresión: $((\neg p \vee q) \wedge r) \rightarrow (\neg q \rightarrow s)$, y la simplificamos suprimiendo paréntesis, ¿llegaremos a una expresión con el menor número de paréntesis posible idéntica a la anterior: $\neg p \vee q \wedge r \rightarrow \neg q \rightarrow s$? **NO VAMOS A LLEGAR Y VAMOS A COMPROBARLO**
- Los primeros paréntesis que pueden suprimirse son los exteriores, que los marcamos en rojo: $((\neg p \vee q) \wedge r) \rightarrow (\neg q \rightarrow s)$
- La expresión que nos queda es una implicación: $((\neg p \vee q) \wedge r) \rightarrow (\neg q \rightarrow s)$, cuyo antecedente es una conjunción y su consecuente es otra implicación. El paréntesis que marca el consecuente no podemos suprimirlo porque si lo hacemos tendremos dos implicaciones y sería la primera (la de la izquierda) la precedente, que no se ajusta a la semántica de la oración.
- El paréntesis del antecedente si que se puede suprimir, en rojo: $((\neg p \vee q) \wedge r) \rightarrow (\neg q \rightarrow s)$. La conjunción es precedente a la implicación, por lo que no causa error sintáctico, ni altera la semántica. Así, podemos escribir: $(\neg p \vee q) \wedge r \rightarrow (\neg q \rightarrow s)$

Reglas de manejo y de simplificación de paréntesis

- Si tuviéramos la expresión: $(((\neg p \vee q) \wedge r) \rightarrow (\neg q \rightarrow s))$, y la simplificamos suprimiendo paréntesis, ¿llegaremos a una expresión con el menor número de paréntesis posible idéntica a la anterior: $\neg p \vee q \wedge r \rightarrow \neg q \rightarrow s$? **NO VAMOS A LLEGAR Y VAMOS A COMPROBARLO**
- Los primeros paréntesis que pueden suprimirse son los exteriores, que los marcamos en rojo: $(((\neg p \vee q) \wedge r) \rightarrow (\neg q \rightarrow s))$
- La expresión que nos queda es una implicación: $((\neg p \vee q) \wedge r) \rightarrow (\neg q \rightarrow s)$, cuyo antecedente es una conjunción y su consecuente es otra implicación. El paréntesis que marca el consecuente no podemos suprimirlo porque si lo hacemos tendríamos dos implicaciones y sería la primera (la de la izquierda) la precedente, que no se ajusta a la semántica de la oración.
- El paréntesis del antecedente si que se puede suprimir, en rojo: $((\neg p \vee q) \wedge r) \rightarrow (\neg q \rightarrow s)$. La conjunción es precedente a la implicación, por lo que no causa error sintáctico, ni altera la semántica. Así, podemos escribir: $(\neg p \vee q) \wedge r \rightarrow (\neg q \rightarrow s)$
- Finalmente, podemos suprimir el paréntesis que delimita la disyunción: $(\neg p \vee q) \wedge r \rightarrow (\neg q \rightarrow s)$ que marcamos en rojo. La disyunción y la conjunción tienen el mismo nivel de precedencia, pero aquí la disyunción estaría a la izquierda. Nos queda: $\neg p \vee q \wedge r \rightarrow (\neg q \rightarrow s)$

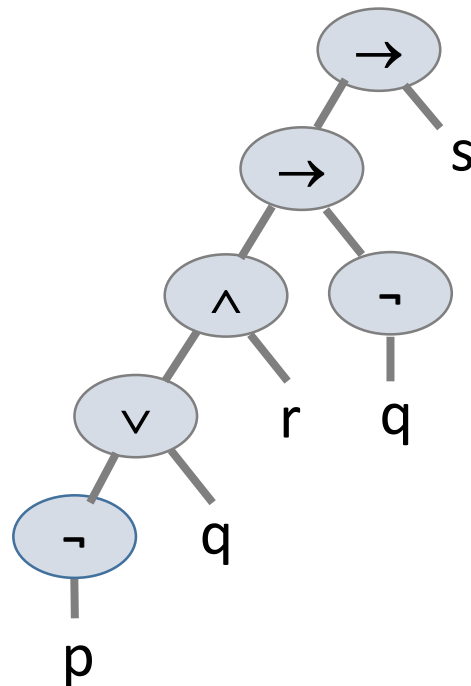
Los árboles sintácticos, como representación de la formalización

- Para la expresión: $((((\neg p \vee q) \wedge r) \rightarrow \neg q) \rightarrow s)$
y su expresión con el menor número de
paréntesis posible: $\neg p \vee q \wedge r \rightarrow \neg q \rightarrow s$. El
árbol sintáctico, será:

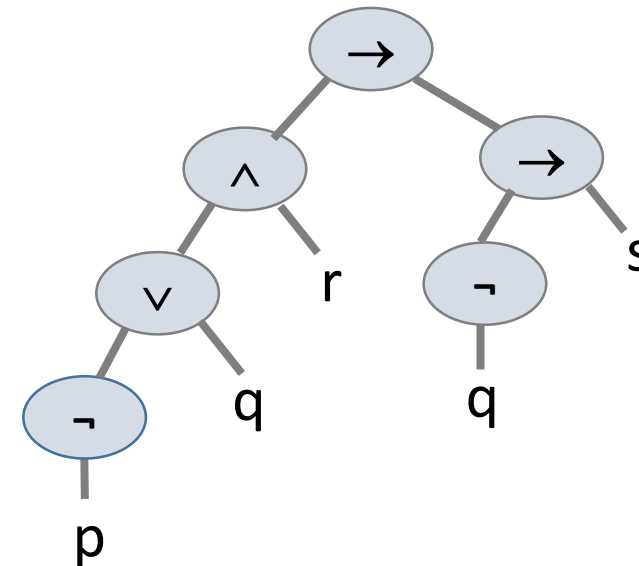


Los árboles sintácticos, como representación de la formalización

- Para la expresión: $((((\neg p \vee q) \wedge r) \rightarrow \neg q) \rightarrow s)$ y su expresión con el menor número de paréntesis posible: $\neg p \vee q \wedge r \rightarrow \neg q \rightarrow s$. El árbol sintáctico, será:



- Para la expresión: $((((\neg p \vee q) \wedge r) \rightarrow (\neg q \rightarrow s)))$ y su expresión con el menor número de paréntesis posible: $\neg p \vee q \wedge r \rightarrow (\neg q \rightarrow s)$. El árbol sintáctico, será:



COMO VEMOS SON DOS ÁRBOLES DIFERENTES, QUE CORRESPONDEN A EXPRESIONES DE DIFERENTE SEMÁNTICA

Ejercicio 1: Reconocer f.b.f. y construirlas (I)

Justifica si las siguientes expresiones responden a f.b.f. y representan a la misma oración.

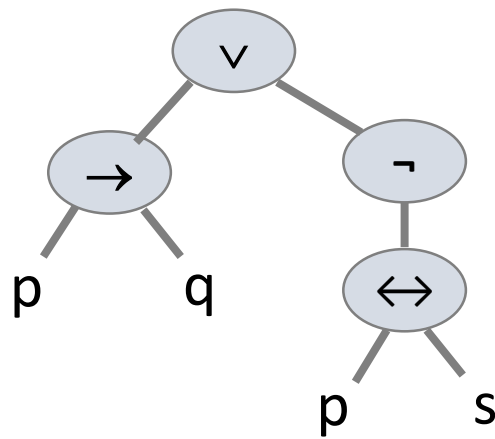
- Sean las dos expresiones siguientes: $(p \rightarrow q) \vee \neg(p \leftrightarrow s)$ y $p \rightarrow q \vee \neg(p \leftrightarrow s)$
- Son dos f.b.f. ya que todas las conectivas, proposiciones atómicas y paréntesis guardan la corrección del lenguaje formal de la L0. Si suprimiéramos de la primera expresión los paréntesis que delimitan la implicación de la izquierda, para igualarla a la segunda expresión, se perdería su semántica, puesto que tomaría precedencia la disyunción.
- Lo podemos ver con sus árboles sintácticos respectivos:

Ejercicio 1: Reconocer f.b.f. y construirlas (II)

Justifica si las siguientes expresiones responden a f.b.f. y representan a la misma oración.

- Sean las dos expresiones siguientes: $(p \rightarrow q) \vee \neg(p \leftrightarrow s)$ y $p \rightarrow q \vee \neg(p \leftrightarrow s)$
- Son dos f.b.f. ya que todas las conectivas, proposiciones atómicas y paréntesis guardan la corrección del lenguaje formal de la L0. Si suprimiéramos de la primera expresión los paréntesis que delimitan la implicación de la izquierda, para igualarla a la segunda expresión, se perdería su semántica, puesto que tomaría precedencia la disyunción.
- Lo podemos ver con sus árboles sintácticos respectivos:

$$(p \rightarrow q) \vee \neg(p \leftrightarrow s)$$

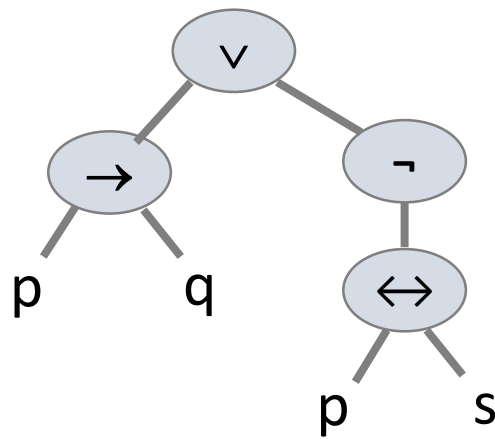


Ejercicio 1: Reconocer f.b.f. y construirlas (III)

Justifica si las siguientes expresiones responden a f.b.f. y representan a la misma oración.

- Sean las dos expresiones siguientes: $(p \rightarrow q) \vee \neg(p \leftrightarrow s)$ y $p \rightarrow q \vee \neg(p \leftrightarrow s)$
- Son dos f.b.f. ya que todas las conectivas, proposiciones atómicas y paréntesis guardan la corrección del lenguaje formal de la L0. Si suprimiéramos de la primera expresión los paréntesis que delimitan la implicación de la izquierda, para igualarla a la segunda expresión, se perdería su semántica, puesto que tomaría precedencia la disyunción.
- Lo podemos ver con sus árboles sintácticos respectivos:

$$(p \rightarrow q) \vee \neg(p \leftrightarrow s)$$



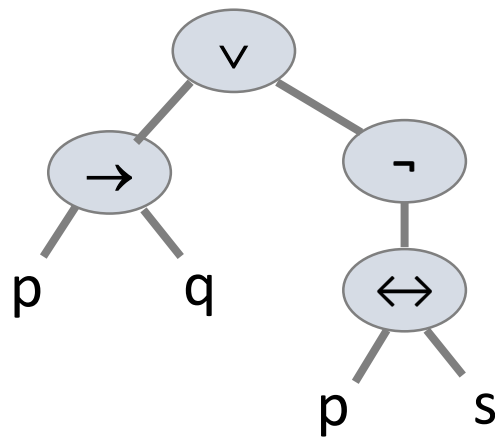
NO SE PUEDE SUPRIMIR NINGÚN PARÉNTESIS

Ejercicio 1: Reconocer f.b.f. y construirlas (IV)

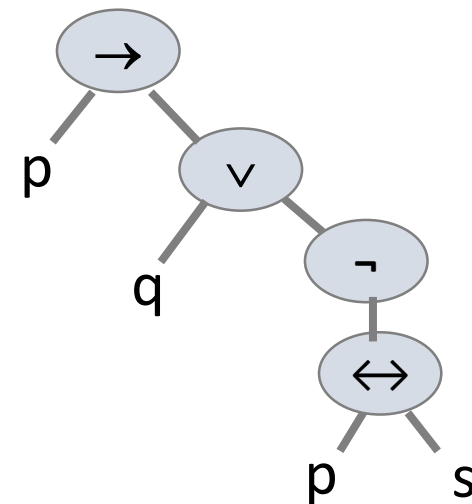
Justifica si las siguientes expresiones responden a f.b.f. y representan a la misma oración.

- Sean las dos expresiones siguientes: $(p \rightarrow q) \vee \neg(p \leftrightarrow s)$ y $p \rightarrow q \vee \neg(p \leftrightarrow s)$
- Son dos f.b.f. ya que todas las conectivas, proposiciones atómicas y paréntesis guardan la corrección del lenguaje formal de la L0. Si suprimiéramos de la primera expresión los paréntesis que delimitan la implicación de la izquierda, para igualarla a la segunda expresión, se perdería su semántica, puesto que tomaría precedencia la disyunción.
- Lo podemos ver con sus árboles sintácticos respectivos:

$(p \rightarrow q) \vee \neg(p \leftrightarrow s)$



$p \rightarrow q \vee \neg(p \leftrightarrow s)$



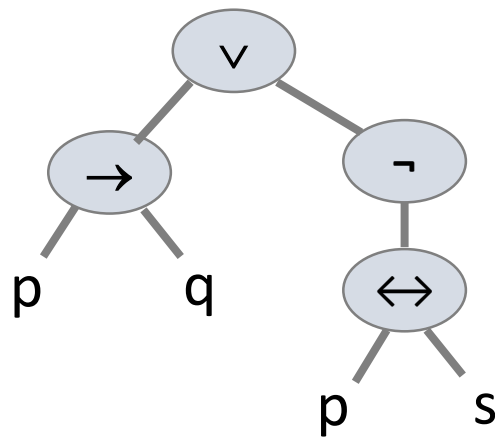
NO SE PUEDE SUPRIMIR NINGÚN PARÉNTESIS

Ejercicio 1: Reconocer f.b.f. y construirlas (V)

Justifica si las siguientes expresiones responden a f.b.f. y representan a la misma oración.

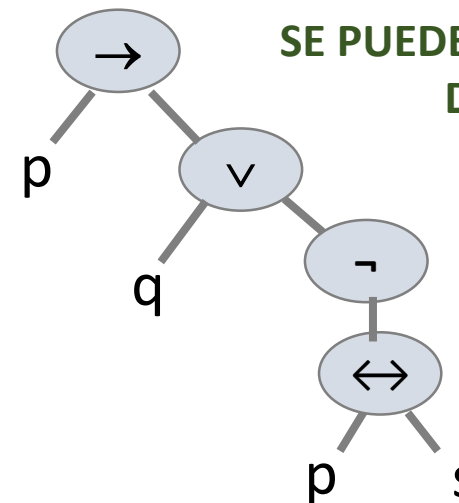
- Sean las dos expresiones siguientes: $(p \rightarrow q) \vee \neg(p \leftrightarrow s)$ y $p \rightarrow q \vee \neg(p \leftrightarrow s)$
- Son dos f.b.f. ya que todas las conectivas, proposiciones atómicas y paréntesis guardan la corrección del lenguaje formal de la L0. Si suprimiéramos de la primera expresión los paréntesis que delimitan la implicación de la izquierda, para igualarla a la segunda expresión, se perdería su semántica, puesto que tomaría precedencia la disyunción.
- Lo podemos ver con sus árboles sintácticos respectivos:

$(p \rightarrow q) \vee \neg(p \leftrightarrow s)$



NO SE PUEDE SUPRIMIR NINGÚN PARÉNTESIS

$p \rightarrow q \vee \neg(p \leftrightarrow s)$



SE PUEDE AÑADIR UNA PAREJA DE PARÉNTESIS

$p \rightarrow (q \vee \neg(p \leftrightarrow s))$

Justifica si las siguientes expresiones responden a f.b.f. y representan a la misma oración.

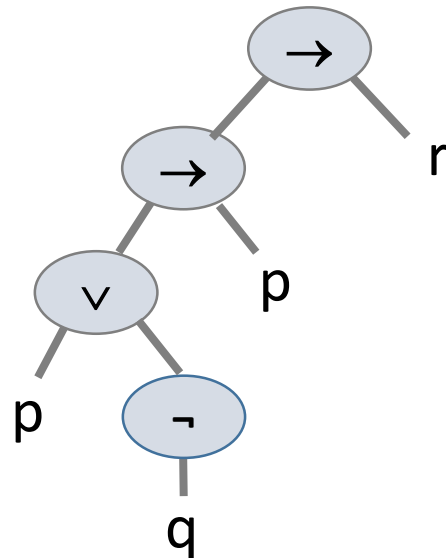
- Sean las dos expresiones siguientes: $(p \vee \neg q) \rightarrow p \rightarrow r$ y $p \vee \neg q \rightarrow (p \rightarrow r)$
- Son dos f.b.f. ya que todas las conectivas, proposiciones atómicas y paréntesis guardan la corrección del lenguaje formal de la L0. Si suprimiéramos de la primera expresión los paréntesis que delimitan la disyunción de la izquierda, para igualarla a la segunda expresión, no se perdería su semántica, puesto que la disyunción siempre será precedente a las implicaciones. Sin embargo, el paréntesis de la implicación de la derecha de la segunda expresión no puede suprimirse por que se perdería su precedencia.
- Lo podemos ver con sus árboles sintácticos respectivos:

Ejercicio 1: Reconocer f.b.f. y construirlas (VII)

Justifica si las siguientes expresiones responden a f.b.f. y representan a la misma oración.

- Sean las dos expresiones siguientes: $(p \vee \neg q) \rightarrow p \rightarrow r$ y $p \vee \neg q \rightarrow (p \rightarrow r)$
- Son dos f.b.f. ya que todas las conectivas, proposiciones atómicas y paréntesis guardan la corrección del lenguaje formal de la L0. Si suprimiéramos de la primera expresión los paréntesis que delimitan la disyunción de la izquierda, para igualarla a la segunda expresión, no se perdería su semántica, puesto que la disyunción siempre será precedente a las implicaciones. Sin embargo, el paréntesis de la implicación de la derecha de la segunda expresión no puede suprimirse por que se perdería su precedencia.
- Lo podemos ver con sus árboles sintácticos respectivos:

$(p \vee \neg q) \rightarrow p \rightarrow r$



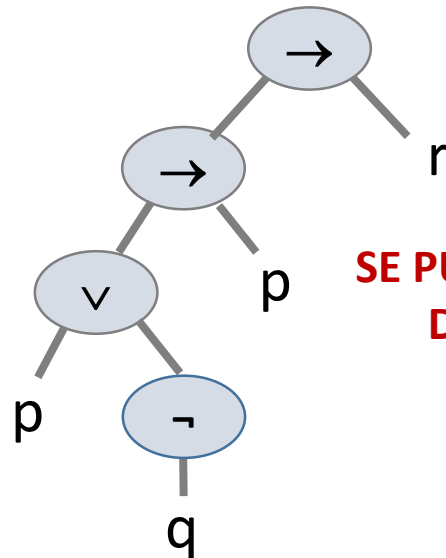
Ejercicio 1: Reconocer f.b.f. y construirlas (VIII)

Justifica si las siguientes expresiones responden a f.b.f. y representan a la misma oración.

- Sean las dos expresiones siguientes: $(p \vee \neg q) \rightarrow p \rightarrow r$ y $p \vee \neg q \rightarrow (p \rightarrow r)$
- Son dos f.b.f. ya que todas las conectivas, proposiciones atómicas y paréntesis guardan la corrección del lenguaje formal de la L0. Si suprimiéramos de la primera expresión los paréntesis que delimitan la disyunción de la izquierda, para igualarla a la segunda expresión, no se perdería su semántica, puesto que la disyunción siempre será precedente a las implicaciones. Sin embargo, el paréntesis de la implicación de la derecha de la segunda expresión no puede suprimirse por que se perdería su precedencia.
- Lo podemos ver con sus árboles sintácticos respectivos:

$(p \vee \neg q) \rightarrow p \rightarrow r$

$(p \vee \neg q) \rightarrow p \rightarrow r$



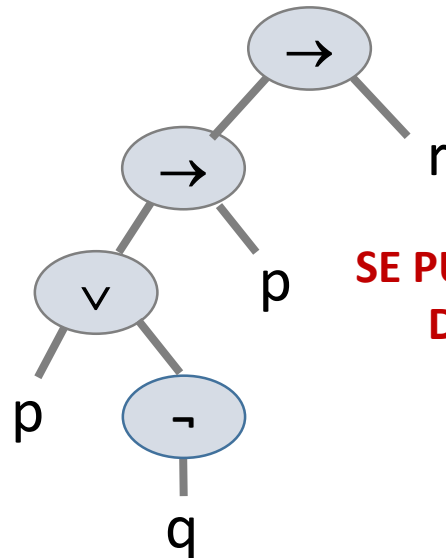
**SE PUEDE SUPRIMIR LA PAREJA
DE PARÉNTESIS EN ROJO**

Ejercicio 1: Reconocer f.b.f. y construirlas (IX)

Justifica si las siguientes expresiones responden a f.b.f. y representan a la misma oración.

- Sean las dos expresiones siguientes: $(p \vee \neg q) \rightarrow p \rightarrow r$ y $p \vee \neg q \rightarrow (p \rightarrow r)$
- Son dos f.b.f. ya que todas las conectivas, proposiciones atómicas y paréntesis guardan la corrección del lenguaje formal de la L0. Si suprimiéramos de la primera expresión los paréntesis que delimitan la disyunción de la izquierda, para igualarla a la segunda expresión, no se perdería su semántica, puesto que la disyunción siempre será precedente a las implicaciones. Sin embargo, el paréntesis de la implicación de la derecha de la segunda expresión no puede suprimirse por que se perdería su precedencia.
- Lo podemos ver con sus árboles sintácticos respectivos:

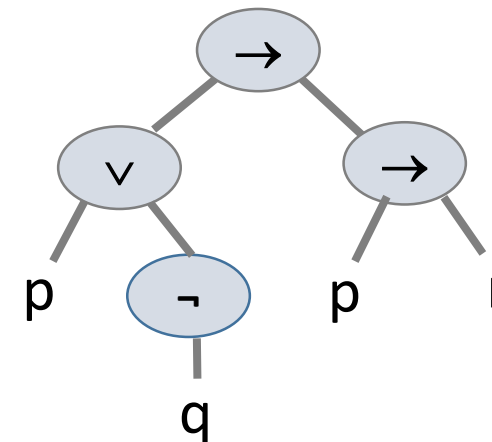
$(p \vee \neg q) \rightarrow p \rightarrow r$



$(p \vee \neg q) \rightarrow p \rightarrow r$

SE PUEDE SUPRIMIR LA PAREJA DE PARÉNTESIS EN ROJO

$p \vee \neg q \rightarrow (p \rightarrow r)$

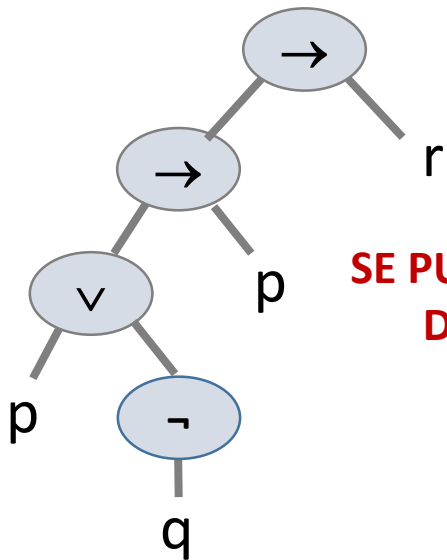


Ejercicio 1: Reconocer f.b.f. y construirlas (y X)

Justifica si las siguientes expresiones responden a f.b.f. y representan a la misma oración.

- Sean las dos expresiones siguientes: $(p \vee \neg q) \rightarrow p \rightarrow r$ y $p \vee \neg q \rightarrow (p \rightarrow r)$
- Son dos f.b.f. ya que todas las conectivas, proposiciones atómicas y paréntesis guardan la corrección del lenguaje formal de la L0. Si suprimiéramos de la primera expresión los paréntesis que delimitan la disyunción de la izquierda, para igualarla a la segunda expresión, no se perdería su semántica, puesto que la disyunción siempre será precedente a las implicaciones. Sin embargo, el paréntesis de la implicación de la derecha de la segunda expresión no puede suprimirse por que se perdería su precedencia.
- Lo podemos ver con sus árboles sintácticos respectivos:

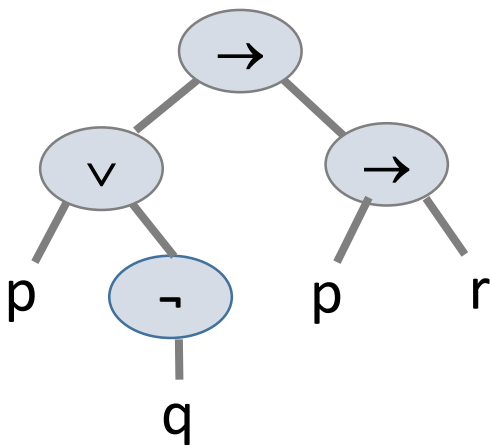
$$(p \vee \neg q) \rightarrow p \rightarrow r$$



SE PUEDE SUPRIMIR LA PAREJA DE PARÉNTESIS EN ROJO

$$(p \vee \neg q) \rightarrow p \rightarrow r$$

$$p \vee \neg q \rightarrow (p \rightarrow r)$$



$$(p \vee \neg q) \rightarrow (p \rightarrow r)$$

NO SE PUEDE SUPRIMIR PARÉNTESIS. EN TODO CASO, SE PUEDE AÑADIR LA PAREJA EN VERDE

$\neg \alpha$

- No es el caso de α .
- No α .
- No es cierto que α .
- Es falso que α .
- No sucede que α .
- La negación de α .

$\alpha \rightarrow \beta$

- Si α , β .
- Si α entonces β .
- α sólo si β .
- Sólo α si β .
- Es suficiente α para que β .
- Siempre que α entonces β .
- Es necesario β para que α .
- No α a menos que β .
- A no ser que β no α .

$\alpha \wedge \beta$

- α y β .
- Alternativas a “y”: pero, aunque, además, sin embargo, también, a la vez, aún, no obstante.

$\alpha \vee \beta$

- o α o β .
- Ya α , ya β , ya ambas.

$\alpha \leftrightarrow \beta$

- α si y sólo si β .
- α equivale a β .
- α cuando y sólo cuando β .
- α cuando únicamente β .
- α es condición suficiente y necesaria para que β .

Los pasos a dar para formalizar oraciones en L0:

- Las oraciones en lenguaje natural: “si estornudo, cierro los ojos”; “no estornudaré a menos que cierre los ojos”; “estornudaré sólo si cierro los ojos”; “la condición necesaria para estornudar es cerrar los ojos”; “a no ser que cierre los ojos no estornudaré”; “si no cierro lo ojos, entonces no estornudo”, todas ellas se formalizan de la siguiente manera:
- **Se identifican las oraciones simples y se denotan por “letras” proposicionales: Es la signatura.**
 - Estornudar (estornudo, estornudaré) = p
 - Cerrar los ojos (cierro los ojos, cierre los ojos) = q
- **Se identifica los indicadores de conexión o de composición, y se les denota por las conectivas adecuadas.**
 - En este caso, es la conectiva de Implicación o condicional. Por tanto, la f.b.f. que formaliza las oraciones es: $(p \rightarrow q)$
- Si la oración en lenguaje natural hubiese sido: “estornudo y cierro los ojos”
 - La f.b.f. que la formaliza sería: $(p \wedge q)$
- En las primeras oraciones lo que se pretende decir es que existe un condicionamiento o una secuencia ordenada de ocurrencias entre las oraciones atómicas. En la segunda opción, lo que se afirma que las ocurrencias se deben dar al mismo tiempo.
- **SEMÁNTICA DIFERENTE QUE SE EVIDENCIARÁ EN LA EVALUACIÓN DE LAS MISMAS.**

Ejercicio 2: Construir la f.b.f. de una oración (I)

- **Formalizar las siguientes oraciones en L0:**
 1. Voy al cine solo si no llueve
 2. Si no llueve voy al cine
 3. No voy al cine a menos que no llueva
 4. Llueve luego no voy al cine
 5. Es suficiente que llueva para que no vaya al cine
 6. Para que vaya al cine es necesario que no llueva
 7. Voy al cine luego llueve

Ejercicio 2: Construir la f.b.f. de una oración (II)

- **Formalizar las siguientes oraciones en L0:**
 1. Voy al cine solo si no llueve
 2. Si no llueve, voy al cine
 3. No voy al cine a menos que no llueva
 4. Llueve luego no voy al cine
 5. Es suficiente que llueva para que no vaya al cine
 6. Para que vaya al cine es necesario que no llueva
 7. Voy al cine luego llueve
- **Se identifican las oraciones simples y se denotan por “letras” proposicionales:
Es la signatura.**
 - Ir al cine (voy, vaya) = **p**
 - Llover (llueve, llueva) = **q**

Ejercicio 2: Construir la f.b.f. de una oración (III)

- **Formalizar las siguientes oraciones en L0:**
 1. Voy al cine **solo si** no llueve = $p \rightarrow \neg q$
 2. **Si** no llueve, voy al cine = $\neg q \rightarrow p$
 3. **No** voy al cine **a menos que** no llueva = $p \rightarrow \neg q$
 4. Llueve luego no voy al cine
 5. **Es suficiente que** llueva **para que** no vaya al cine = $q \rightarrow \neg p$
 6. **Para que** vaya al cine **es necesario que** no llueva = $p \rightarrow \neg q$
 7. Voy al cine luego llueve

- **Se identifican las oraciones simples y se denotan por “letras” proposicionales:
Es la signature.**
 - Ir al cine (voy, vaya) = p
 - Llover (llueve, llueva) = q

- **Formalizar las siguientes oraciones en L0:**
 1. Voy al cine solo si no llueve
 2. Si no llueve voy al cine
 3. No voy al cine a menos que no llueva
 4. Llueve **luego** no voy al cine
 5. Es suficiente que llueva para que no vaya al cine
 6. Para que vaya al cine es necesario que no llueva
 7. Voy al cine **luego** llueve

Las frases 4 y 7 tienen el nexo de “luego” que no es de condicional, sino más bien de razonamiento.

Ejercicio 2: Construir la f.b.f. de una oración (y V)

- **Formalizar las siguientes oraciones en L0:**
 1. Voy al cine solo si no llueve
 2. Si no llueve voy al cine
 3. No voy al cine a menos que no llueva
 4. Llueve **luego** no voy al cine
 5. Es suficiente que llueva para que no vaya al cine
 6. Para que vaya al cine es necesario que no llueva
 7. Voy al cine **luego** llueve

Las frases 4 y 7 tienen el nexos de “luego” que no es de condicional, sino más bien de razonamiento. Lo que ocurre es que parecen tener implícitas sendas premisas no escritas:

Si llueve no voy al cine; Llueve; **luego** no voy al cine = $\{q \rightarrow \neg p; q\} \models \neg p$

Si voy al cine, llueve; voy al cine; **luego** llueve = $\{p \rightarrow q; p\} \models q$