

Boletín 1

Lógica Proposicional

1.1. Conceptos Introdutorios de la Lógica

Ejercicio 1.

Explica los siguientes tópicos:

- Qué es una oración lógica y qué cumplen las oraciones que vamos a estudiar.
- Qué es un razonamiento.
- Diferencia entre razonamiento deductivo e inductivo.
- Qué es formalizar.
- Qué es interpretar.

Ejercicio 2.

Para cada una de las siguientes argumentaciones indica cuál es deductiva y cuál es inductiva. Representa el razonamiento. ¿Cuáles son los indicadores de inferencia que has identificado?

- En la camada todos tiene la oreja parda. Está claro que el padre es Toby pues tiene la oreja del mismo color.
- Si tuviera una vaca tendría leche y con la leche ganaría dinero. La moraleja es que para tener mucho dinero es suficiente tener muchas vacas.
- Cualquier número es par o no. Puesto que los pares son los divisores de 2, todos los primos mayores de 2 son impares.
- La razón de que mi hijo vaya a Londres es que quiero que estudie inglés. Por esta razón tengo que ahorrar algún dinero porque el viaje es demasiado caro.
- Ya que los cerdos y vacas son mamíferos y los de mi granja son vivíparos, todos los mamíferos son vivíparos.

1.2. Formalización en Lógica Proposicional

Ejercicio 3.

Formaliza en L0 las siguientes oraciones indicando las oraciones (proposiciones) atómicas:

- No te sonreirá a menos que le des un abrazo
- Un número es primo cuando únicamente sea divisible por el mismo y por el 1
- Sólo compraré palomitas si vamos al cine, no obstante compraré refrescos
- A no ser que llueva los árboles no darán fruto
- Es falso que el alumno que suspende es porque no haya estudiado
- La condición necesaria para ser feliz es tener cubiertas todas las expectativas
- Sólo si llevas una vida saludable, llegarás a viejo.

- Se aprueba Lógica salvo que no se entienda.

Ejercicio 4.

Formaliza en L0 los siguientes razonamientos:

- En esta vida tienes que apostar si quieres ganar, pero si apuestas puedes ganar o perder. Por tanto, ganas o pierdes.
- Si la gente no estuviera embrutecida, rechazaría el mundo en que vivimos o desesperaría. La gente no rechaza este mundo. Luego, la gente anda embrutecida o desesperada.
- Si Romeo ama a Julieta y Julieta no le corresponde, entonces Romeo se suicida o Julieta se alegra. Si Romeo ama a Julieta, entonces Romeo no se suicida. Si Julieta se alegra, entonces Julieta corresponde a Romeo. Por consiguiente, Julieta corresponde a Romeo.

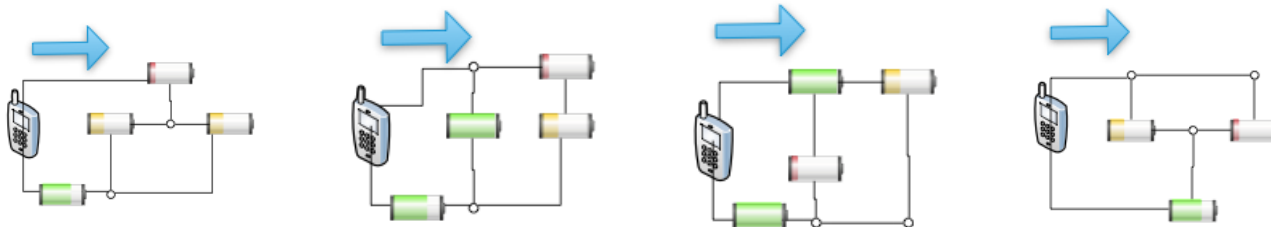
Ejercicio 5.

Explica cómo formalizarías la siguiente información en L0 (y formalízala):

Las nubes son fenómenos atmosféricos que se originan al enfriarse una masa de aire. Este enfriamiento puede deberse a corrientes de convección de origen térmico, a mezclas de aire a diferentes temperaturas, a un efecto de radiación o a la condensación de vapor de agua al disminuir la presión. Las nubes están formadas por gotas de agua y de hielo. Estas partículas tienden a caer a causa del peso. Si se mantienen en la atmósfera es debido a las corrientes verticales de aire o a la evaporación de las mismas antes de llegar al suelo. Sólo si aumentan significativamente de tamaño producen lluvia o nieve.

Ejercicio 6.

Formaliza el circuito de encendido del teléfono incluyendo el estado de todas sus baterías. Los colores son solamente estéticos y no reflejan su estado. **Los posibles estados de una pila son: o tiene carga o no tiene carga; pero no puede darse los dos a la vez** (es decir, no hay baterías “a media carga”).



Ejercicio 7.

Formaliza la situación de la ficha de dominó que contiene los números 1 y 2. La formalización tiene que reflejar que sólo es posible una de estas dos situaciones:

1	2
2	1

Ejercicio 8.

Determinar si las siguientes oraciones son fórmulas bien formadas (f.b.f.). En los casos que lo sean construir los árboles sintácticos y las oraciones con el mínimo número de paréntesis.

1. $((t \vee ((t \wedge r) \wedge \neg p) \wedge \neg q)$
2. $((p \leftrightarrow \neg q) \wedge p) \wedge \neg q)$

1.3. Interpretación en Lógica Proposicional

Ejercicio 9.

Responde a las siguientes cuestiones:

1. Define qué es una interpretación, una asignación y una evaluación.
2. Dada una fórmula α ¿Cuántas interpretaciones puede hacerse de ella?
3. Indica cuántos tipos de oraciones existen en lógica. Define cada tipo.
4. Indica si es cierta la siguiente afirmación: *Una oración tipo A es una oración tipo B*. Para responder debe sustituir tipo A y tipo B por: satisfacible, insatisfacible, contingencia, tautológica, falseable.
5. Por qué no puede ser una tautología una proposición simple o atómica

Ejercicio 10.

Responde a las siguientes cuestiones:

1. Indica cuantos tipos de conjuntos de oraciones existen en lógica. Defínelos.
2. Si a un conjunto satisfacible de oraciones se le quita una cierta oración α , ¿cómo es el nuevo conjunto resultante: satisfacible o insatisfacible?
3. Si a un conjunto satisfacible de oraciones se le añade una cierta oración α , ¿cómo es el nuevo conjunto en cada uno de los siguientes casos?
 - a) Si α es satisfacible.
 - b) Si α es falseable.
 - c) Si α es insatisfacible.
 - d) Si α es válida (o tautología).
4. ¿Qué tipo de oración debe ser una oración α para que al ser añadida a un conjunto satisfacible, el conjunto nuevo siga siendo satisfacible? Y si fuera insatisfacible el conjunto de partida, ¿cómo deberá ser α para que el nuevo conjunto siga siendo insatisfacible?
5. Dado un conjunto insatisfacible de oraciones, ¿puede estar formado por oraciones todas ellas satisfacibles?.
6. Indique si esta afirmación es cierta o falsa: “Si a un conjunto de oraciones satisfacible se le añade una oración satisfacible, el nuevo conjunto de oraciones sigue siendo satisfacible”. Justifique la respuesta. Si es cierta, demuéstrela. Si es falsa, ponga un contraejemplo

Ejercicio 11.

Sin construir tablas de verdad, ¿bajo qué interpretaciones la expresión α es evaluada como falsa?. Justifica claramente tu respuesta.

1. $\alpha = \neg p \vee (q \wedge (p \rightarrow \neg q))$
2. $\alpha = (p \wedge \neg q) \vee (p \rightarrow \neg q)$

Ejercicio 12.

Si sabemos que la fórmula $\alpha \wedge \beta \rightarrow \gamma$ es una contradicción, y también sabemos que β es una tautología, ¿cómo deben ser evaluadas α y γ ?

Ejercicio 13.

¿Qué tipo de oración debe ser una oración γ en función del tipo de oración que sea β y teniendo en cuenta el tipo de α dado, en cada uno de los casos?:

1. $\gamma = \alpha \rightarrow \beta$ con α siendo tautología.
2. $\gamma = \beta \rightarrow \alpha$ con α siendo insatisfacible.
3. $\gamma = \alpha \wedge \beta$ con α siendo tautología.
4. $\gamma = \neg(\alpha\beta)$ con α siendo insatisfacible.

1.4. Equivalencias Lógicas

Ejercicio 14.

¿Cuándo decimos que dos oraciones son lógicamente equivalentes? ¿Por qué es importante la equivalencia lógica? ¿Qué planteamiento lógico debes de hacer para demostrar que dos oraciones son lógicamente equivalentes? Llévalo a cabo para demostrar las equivalencias llamadas leyes de Absorción.

Ejercicio 15.

Dadas dos oraciones lógicas evaluadas como tautologías, por el hecho de serlo, ¿podemos decir de ellas que son lógicamente equivalentes? Discute tu respuesta.

Ejercicio 16.

Determina y explica si la fórmula $p \rightarrow (q \rightarrow r)$ es lógicamente equivalente a:

1. $(p \rightarrow q) \rightarrow r$
2. $\neg p \vee (r \vee \neg q)$
3. Ninguna de las dos

Ejercicio 17.

Dada la fórmula $\neg(p \vee q) \leftrightarrow \neg(\neg p \wedge \neg q)$ se pide:

1. Clasificar a qué tipo de oración pertenece
2. Determinar si es equivalente a la fórmula $(\neg p \rightarrow (q \wedge \neg q)) \rightarrow p$

1.5. Consecuencias Lógicas

Ejercicio 18.

¿Qué es una lógica monótona? Demuestre que la Lógica Proposicional (L0) lo es.

Ejercicio 19.

Define el concepto de razonamiento lógico válido. Qué ha de pasar para que una oración sea consecuencia lógica de un conjunto de oraciones dado? ¿Cómo llamamos a dicho conjunto de oraciones? Uno de los razonamientos lógicos válidos tradicionales es el llamado silogismo; busca en los apuntes el llamado silogismo disyuntivo y demuestra que es una consecuencia lógica.

Ejercicio 20.

Si alguien le expone una conclusión concreta a partir de un conjunto insatisfacible de premisas, ¿lo entendería como una consecuencia lógica?, ¿podría decirse que ese alguien es un mentiroso?

Ejercicio 21.

Probar si las siguientes argumentaciones son correctas:

1. $\{p \rightarrow q, \neg p\} \models \neg q$
2. $\{\neg q \rightarrow \neg r, \neg r \rightarrow \neg p, \neg p \rightarrow \neg q\} \models q \leftrightarrow r$

Ejercicio 22.

Comprueba si son consecuencias lógicas utilizando la definición:

1. $p \vee (q \wedge (r \rightarrow p)) \models (p \vee q) \wedge (p \vee \neg r \vee p)$
2. $\{\neg p \vee \neg q; r \rightarrow p; s \rightarrow q\} \models \neg r \vee \neg s$