

$$(p \wedge q) \vee (p \wedge r) \vdash p \wedge (q \vee r)$$

| | | |
|-----|----------------------------------|---------------------------|
| 1. | $(p \wedge q) \vee (p \wedge r)$ | Premisa |
| 2. | $(p \wedge q)$ | Supuesto para E_{\vee} |
| 3. | p | $E_{\wedge} \ 2$ |
| 4. | q | $E_{\wedge} \ 2$ |
| 5. | $q \vee r$ | $I_{\vee} \ 4$ |
| 6. | $p \wedge (q \vee r)$ | $I_{\wedge} \ 3, 5$ |
| 7. | $(p \wedge r)$ | Supuesto para E_{\vee} |
| 8. | p | $E_{\wedge} \ 7$ |
| 9. | r | $E_{\wedge} \ 7$ |
| 10. | $q \vee r$ | $I_{\vee} \ 9$ |
| 11. | $p \wedge (q \vee r)$ | $I_{\wedge} \ 8, 10$ |
| 12. | $p \wedge (q \vee r)$ | $E_{\vee} \ 1, 2-6, 7-11$ |

$$\vdash p \rightarrow ((p \rightarrow q) \rightarrow q)$$

| | | |
|----|---|---------------------------------|
| 1. | p | Supuesto para I_{\rightarrow} |
| 2. | $(p \rightarrow q)$ | Supuesto para I_{\rightarrow} |
| 3. | q | $E_{\rightarrow} \ 1, 2$ |
| 4. | $((p \rightarrow q) \rightarrow q)$ | $I_{\rightarrow} \ 2-3$ |
| 5. | $p \rightarrow ((p \rightarrow q) \rightarrow q)$ | $I_{\rightarrow} \ 1-4$ |

$$\neg p \rightarrow p \vdash p$$

| | | |
|----|------------------------|--------------------------|
| 1. | $\neg p \rightarrow p$ | Premisa |
| 2. | $\neg p$ | Supuesto para E_{\neg} |
| 3. | p | $E_{\rightarrow} \ 1, 2$ |
| 4. | $p \wedge \neg p$ | $I_{\wedge} \ 2, 3$ |
| 5. | p | $E_{\neg} \ 2-4$ |

$$p \rightarrow q, \neg q \vdash \neg p$$

| | | |
|----|-------------------|--------------------------|
| 1. | $p \rightarrow q$ | Premisas |
| 2. | $\neg q$ | Premisas |
| 3. | p | Supuesto para I_{\neg} |
| 4. | q | $E_{\rightarrow} \ 1, 3$ |
| 5. | $q \wedge \neg q$ | $I_{\wedge} \ 2, 4$ |
| 6. | $\neg p$ | $I_{\neg} \ 3-5$ |