

Boletín 3

Razonamientos y Deducciones en Lógica Proposicional

3.1. Razonamientos

Ejercicio 36.

Responde a las siguientes cuestiones:

1. Para qué se usa \rightarrow .
2. Cuándo se utiliza \models .
3. Qué quieren decir los símbolos \Rightarrow , \Leftarrow , \Leftrightarrow .
4. Qué relación existe entre \rightarrow y \models .
5. ¿Por qué **NO es cierta esta expresión**? $\alpha \models \beta \Leftrightarrow \alpha \rightarrow \beta$

Ejercicio 37.

Justifica la validez de las siguientes afirmaciones sobre razonamientos válidos expresados como consecuencias lógicas:

1. Si Φ es una contradicción y Ψ es una tautología entonces $\models \Phi \vee \Psi$.
2. Si Φ es una contradicción y $\models \Psi$ entonces $\models \neg\Phi \wedge \Psi$.
3. Si Φ es una contradicción y $\models \Psi$ entonces $\models \Phi \rightarrow \Psi$.
4. Si $\models \beta$ entonces $\models \Phi \rightarrow (\Psi \vee \beta)$.
5. Si $\models \Psi$ entonces $\Phi \models \Psi$.
6. Si Φ es una contradicción entonces $\Phi \models \Psi$.
7. Φ y Ψ son lógicamente equivalentes sii $\Phi \models \Psi$ y $\Psi \models \Phi$.
8. $\models \Phi \rightarrow \Psi$ sii $\Phi \models \Psi$.

Ejercicio 38.

Demostrar mediante refutación utilizando DPLL, Resolución (con conjunto soporte y notación Fitting) y Tableaux semántico si el siguiente razonamiento es válido.

Justifica claramente el proceso que sigues para la demostración y las conclusiones obtenidas.

$$\{q \rightarrow p; q; p \rightarrow (r \wedge t)\} \models r \vee t$$

Ejercicio 39.

Demuestra, utilizando todas las técnicas SAT, si es cierto que:

$$p \models p \rightarrow q \wedge p \rightarrow p \wedge q$$

Indica explícitamente cómo utilizas las técnicas para demostrar una consecuencia lógica.

Ejercicio 40.

Se afirma que $(p \wedge q)$ es una oración que es consecuencia lógica del conjunto de premisas

$$\{q \rightarrow (p \vee s); p \rightarrow q; \neg r \wedge s \rightarrow p \vee q; \neg p \rightarrow (q \vee r) \wedge (q \vee \neg r); q \rightarrow (p \vee r) \wedge (p \vee \neg r)\}$$

Comprueba si es cierto utilizando DPLL y Tableaux Semánticos. Justifica cómo se aplican estas técnicas para comprobar razonamientos válidos.

3.2. Deducción Natural

Ejercicio 41.

Explica formalmente en qué se basan las estrategias: a) prueba por casos; b) teorema de la deducción; y c) reducción al absurdo, en el contexto de los métodos sintácticos o deductivos, como es la Deducción Natural.

Ejercicio 42.

Deduzca usando las reglas primitivas del sistema de Deducción Natural las siguientes afirmaciones:

1. $p \wedge q \vdash q \wedge p$
2. $p \vee q \vdash q \vee p$
3. $p \wedge (q \wedge r) \vdash (p \wedge q) \wedge r$
4. $p \rightarrow (q \rightarrow r) \vdash (p \wedge q) \rightarrow r$
5. $q \rightarrow p, \neg \neg q, p \rightarrow (r \wedge t) \vdash r \vee t$
6. $p \rightarrow (q \rightarrow r), p, \neg r \vdash \neg q$
7. $p \rightarrow r, q \rightarrow r \vdash (p \vee q) \rightarrow r$