

Tema 3.

@blanca_mauia8

Un literal es una proposición atómica o su negada.

Una cláusula es la disyunción de literales y un conjunto finito de literales.

Una cláusula unitaria tiene solo un literal.

La cláusula vacía es una cláusula sin literales y se denota por \square .

Una cláusula de Horn es una cláusula con a lo sumo un literal positivo.

$$\alpha = P \vee \neg Q_1 \vee \neg Q_2 \vee \dots \vee \neg Q_n.$$

* Si $n=0$, α es un hecho.

* Si no existe P , α es un objetivo.

* Si $n > 0$ y existe P , α es una regla.

Forma Normal Conjuntiva (FNC)

Un conjunto clausal es un conjunto de cláusulas expresadas como conjuntos de literales.

La cláusula vacía, la disyunción de ningún literal, es insatisficible. \square

El conjunto vacío, ya sea o no de cláusulas, es satisficible. \emptyset

Construcción de la FNC.

$$1) \alpha \leftrightarrow \beta \equiv [\neg \alpha \vee \beta] \wedge [\alpha \vee \neg \beta]$$

$$\alpha \rightarrow \beta \equiv \neg \alpha \vee \beta$$

$$2) \neg(\alpha \vee \beta) \equiv \neg \alpha \wedge \neg \beta$$

$$\neg(\alpha \wedge \beta) \equiv \neg \alpha \vee \neg \beta$$

$$3) \neg \neg \alpha \equiv \alpha$$

$$4) (\alpha \wedge \beta) \vee \gamma \equiv (\alpha \vee \gamma) \wedge (\beta \vee \gamma)$$

$$\alpha \vee (\beta \wedge \gamma) \equiv (\alpha \vee \beta) \wedge (\alpha \vee \gamma)$$

$$5) (\alpha \wedge \beta) \wedge \gamma \equiv \alpha \wedge \beta \wedge \gamma$$

$$(\alpha \vee \beta) \vee \gamma \equiv \alpha \vee \beta \vee \gamma$$

6) a) Eliminar literales opuestos.

b) Eliminar constantes.

c) Eliminar literales iguales.

d) Eliminar subsumidos.

DPLL

1) R. Tautología: eliminar las cláusulas que tengan pares de literales complementarios.

2) R. Propagación unitaria: si existe una cláusula unitaria formada por un literal, propagar dicho literal.

3) R. Literal puro: si existe un literal para el que no existe su complementario en otra cláusula, es puro y lo propagamos.

4) R. Eliminación de cláusulas subsumidas: si en \mathcal{C} existen conjuntos clausales C_1 y C_2 tales que $C_2 \subseteq C_1$, eliminar C_2 de \mathcal{C} .

5) R. de ramificación: considerar un literal cualquiera y separar en $\mathcal{C}' \cup \{e\}$ y $\mathcal{C}'' \cup \{\neg e\}$ propagando dicho literal y realizando de nuevo DPLL en esos nuevos conjuntos.

Resolución

Deben cumplirse:

* Que no hayan literales opuestos ni iguales en ninguno de los conjuntos donde vamos a aplicar resolución.

* Deben haber literales contrarios.

Una resolvente es la cláusula hija de dos cláusulas padres.

El conjunto clausal es satisficible si la resolvente lo es.

Dado el conjunto clausal se define el conjunto soporte como el formado por el teorema negado y todas las resolventes descendientes de él.

Algoritmos para expresiones no clausales.

Tablas de verdad, árboles semánticos y tableaux semánticos.

ÁRBOL SEMÁNTICO

* Cada nodo no hoja:

* Se asocia a un literal del conjunto.

* Tiene dos hijos con ramas etiquetadas.

* Una rama representa la asignación del valor V al literal asociado y la otra rama la asignación del valor F.

* Cada nodo hoja: representa el valor del conjunto.

Si \mathcal{L} es una expresión y T su árbol asociado:

* \mathcal{L} es satisficible si T tiene al menos un nodo éxito.

* \mathcal{L} es no-válida si T tiene al menos un nodo fallo.

* \mathcal{L} es válida si todos los nodos de T son nodos éxito.

* \mathcal{L} es insatisficible si todos los nodos de T son nodos fallo.

TABLEAUX SEMÁNTICO

Dada \mathcal{L} , evaluamos $v(\mathcal{L}) = V$ y descomponemos en subfórmulas hasta hallar las interpretaciones donde se cumple.

α -fórmulas		
α	α_1	α_2
$\neg \neg P$	P	
$P \wedge Q$	P	Q
$\neg(P \vee Q)$	$\neg P$	$\neg Q$
$\neg(P \rightarrow Q)$	P	$\neg Q$
$P \leftrightarrow Q$	$P \rightarrow Q$	$Q \rightarrow P$

β -fórmulas		
β	β_1	β_2
$\neg(P \wedge Q)$	$\neg P$	$\neg Q$
$P \vee Q$	P	Q
$P \rightarrow Q$	$\neg P$	Q
$\neg(P \leftrightarrow Q)$	$\neg(P \rightarrow Q)$	$\neg(Q \rightarrow P)$

Si el conjunto de fórmulas está formado solo por literales:

* Si existe un literal y su negado en dicho conjunto, etiquétalo como cerrado.

* En otro caso, etiquétalo como abierto.

Árbol completado: un tableau cuya construcción terminó.

Árbol cerrado: todos sus hojas están marcadas como cerradas.

Árbol abierto: aquel que no es cerrado.