AMD - Ejercicios de aplicaciones afines - Curso 2020/21

1. *a*) Calcula los vértices de una PIRÁMIDE $C \subseteq \mathcal{A}^3(\mathbb{R})$ de altura 5 cuya base sea un pentágono regular de lado 1 que esté contenido en el plano Π de ecuación $x - y + z = 2$.

   b) Dibuja Π y C.

2. *a*) Calcula los vértices de una TORRE $C \subseteq \mathcal{A}^3(\mathbb{R})$ de altura 3 cuya base sea un hexágono regular de lado 1 que esté contenido en el plano Π de ecuación $2x - y + z = 1$.

   b) Dibuja Π y C.

3. *a*) Calcula la matriz de la aplicación afín $f : \mathcal{A}^2(\mathbb{R}) \to \mathcal{A}^2(\mathbb{R})$ correspondiente al GIRO de $45º$ alrededor del punto $\begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix}$.

   b) Sea $C \subseteq \mathcal{A}^2(\mathbb{R})$ el hexágono regular centrado en el punto $\begin{bmatrix} 4 \\ 4 \end{bmatrix}$ tal que uno de sus vértices es el punto $\begin{bmatrix} 5 \\ 4 \end{bmatrix}$. Calcula todos los vértices de C y $f(C)$. Dibuja C y $f(C)$.

4. Sea $\ell \subseteq \mathcal{A}^2(\mathbb{R})$ la recta que pasa por los puntos $\begin{bmatrix} -1 \\ 0 \end{bmatrix}$ y $\begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix}$.

   a) Calcula las matrices de las aplicaciones afines $p, s : \mathcal{A}^2(\mathbb{R}) \to \mathcal{A}^2(\mathbb{R})$ correspondientes a la PROYECCIÓN y a la SIMETRÍA respecto de ℓ.

   b) Sea $C \subseteq \mathcal{A}^2(\mathbb{R})$ el cuadrado centrado en el punto $\begin{bmatrix} 3 \\ -3 \end{bmatrix}$ y con uno de sus vértices en $\begin{bmatrix} 5 \\ -2 \end{bmatrix}$.

   - Calcula todos los vértices de C y $s(C)$.
   - Dibuja ℓ, C, $s(C)$ y el segmento $p(C)$.

5. *a*) Calcula la matriz de la aplicación afín $f : \mathcal{A}^2(\mathbb{R}) \to \mathcal{A}^2(\mathbb{R})$ correspondiente a la HOMOTECIA con factor 3 y con centro en el punto $P = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$.

   b) Sea $C \subseteq \mathcal{A}^2(\mathbb{R})$ el triángulo isósceles contenido en el segundo cuadrante que tiene altura 2 y cuya base es el segmento con extremos $\begin{bmatrix} -4 \\ 2 \end{bmatrix}$ y $\begin{bmatrix} -3 \\ 2 \end{bmatrix}$.

   - Calcula todos los vértices de C y $f(C)$.
   - Dibuja P, C y $f(C)$.

6. Sea $\Pi \subseteq \mathcal{A}^3(\mathbb{R})$ el plano que pasa por los puntos $\begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ y $\begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$.

   a) Calcula las matrices de las aplicaciones afines $p, s : \mathcal{A}^3(\mathbb{R}) \to \mathcal{A}^3(\mathbb{R})$ correspondientes a la PROYECCIÓN y a la SIMETRÍA respecto de Π.

   b) Sea $t : \mathcal{A}^3(\mathbb{R}) \to \mathcal{A}^3(\mathbb{R})$ la TRASLACIÓN con vector de desplazamiento $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$. Encuentra los vértices de un cubo $C \subseteq \mathcal{A}^3(\mathbb{R})$ de manera que una de sus caras esté en el plano $\Pi_1 = t(\Pi)$ y la cara opuesta esté en el plano $\Pi_2 = t(\Pi_1)$. Además:

      - Calcula todos los vértices de $p(C)$ y $s(C)$.
      - Dibuja Π, C, $p(C)$ y $s(C)$.

7. Sea $\ell \subseteq \mathcal{A}^3(\mathbb{R})$ la recta que pasa por los puntos $\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ y $\begin{bmatrix} 2 \\ -2 \\ 0 \end{bmatrix}$.

   a) Calcula la matriz de la aplicación afín $f : \mathcal{A}^3(\mathbb{R}) \to \mathcal{A}^3(\mathbb{R})$ correspondiente al GIRO de 120º alrededor de ℓ.

   b) Sea Π el plano ortogonal a ℓ que pasa por el punto $P = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 7 \end{bmatrix}$.

      - Calcula los vértices de un triángulo equilátero $T \subseteq \Pi$ de lado 1 centrado en P.
      - Sea $C \subseteq \mathcal{A}^3(\mathbb{R})$ la pirámide de base T y vértice $\begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 6 \end{bmatrix}$. Calcula los vértices de $f(C)$ y dibuja ℓ, C y $f(C)$.