Boletín 8

Lógica de Predicados: Deducción Natural

Ejercicio 67.
Formaliza y comprueba que es correcta la siguiente deducción, aplicando DN:

- Primera premisa: Sólo los tontos alimentan a los osos salvajes
- Segunda premisa: Cristina alimenta a Nicolás, pero no es tonta
- Conclusión: Nicolás no es un oso salvaje

Ejercicio 68.
Formaliza y comprueba que es correcta la siguiente deducción, aplicando DN:

- Primera premisa: A ningún pescador le gustan los paletos
- Segunda premisa: Todos los habitantes del pueblo son paletos
- Conclusión: A ningún pescador le gustan los habitantes del pueblo

Ejercicio 69.
Comprueba que es correcta la siguiente deducción, aplicando DN:

- Primera premisa: $P(n, g)$
- Segunda premisa: $\forall x(L(x) \to \neg P(n, x))$
- Tercera premisa: $L(a)$
- Cuarta premisa: $\forall x \forall y(L(x) \wedge P(n, y) \to O(x, y))$
- Conclusión: $O(a, g)$.

Ejercicio 70.
Comprueba si es correcta la siguiente deducción, aplicando DN:

- Primera premisa: $\exists x(F(x) \wedge \forall y(E(y) \to L(x, y))$
- Segunda premisa: $\forall x \forall y(F(x) \wedge C(y) \to \neg L(x, y))$
- Conclusión: $\forall x(E(x) \to \neg C(x))$.

Ejercicio 71.
Formaliza y prueba las siguientes deducciones expresadas en lenguaje natural:

- Ningún P es Q, por tanto no es cierto que algunos P son Q.
- Si todos no son P, entonces todos no son Q. Por tanto, si alguno es P, entonces alguno es Q.
- Ninguno es P y ninguno es Q. Así, no es cierto que haya alguno que sea o P o Q.
- Todos no son P y Q. Por tanto no es cierto que un individuo sea P y Q.
- Si para cualquier pareja de objetos (x, y) se cumple que si x está relacionada con y entonces y no está relacionada con x, podemos concluir que todos los objetos no están relacionados consigo mismo.
- Cuando todos no son P, se concluye que ningún P es Q.

Ejercicio 72.
Deduzca usando las reglas del sistema de Deducción Natural las siguientes afirmaciones:

- $\forall x(P(x) \to R(x)) \vdash \forall x P(x) \to \forall x R(x)$
- $\forall x(G(x) \to M(x), \exists x(M(x) \to F(x)) \vdash \exists x(G(x) \to F(x))$
- $\forall x(P(x) \to Q(x) \vee R(x)), \forall x \neg Q(x) \vdash \forall x P(x) \to \forall x R(x)$

Ejercicio 73.
Demuestre los siguiente teoremas.

- $\vdash \neg \forall x(P(x) \wedge \exists x \neg P(x))$
- $\vdash \forall x P(x) \vee \exists x \neg P(x)$
- $\vdash (\forall x P(x) \to \neg Q(x)) \leftrightarrow \neg \exists (P(x) \wedge Q(x))$

Ejercicio 74.
Demuestra como teoremas las sentencias tautológicas que hayas determinado en el **Ejercicio 63**.