



FUNDAMENTOS LÓGICOS DE LA INFORMÁTICA

Conceptos básicos

PRIMER CURSO DEL GRADO DE INGENIERÍA INFORMÁTICA

PRIMER CUATRIMESTRE

2018-19

- La Lógica y sus tipos
- La Lógica Formal
- El Lenguaje Formal
- Las Oraciones Lógicas
- Los Razonamientos Lógicos
- Un Problema a resolver lógicamente

- ¿Qué estudia la lógica?
 - Estudia las oraciones y los razonamientos.
 - Estudia la incoherencia y las consecuencias.
 - Hay tantas lógicas como clases de oraciones y razonamientos se lleguen a utilizar.
- Formal vs Informal
 - Formal: estudia los principios de la demostración e inferencia válida usando lenguajes formales.
 - Informal: estudia las argumentaciones.
- Clásicas. Leyes de tercero excluido, no contradicción, explosión.
 - Lógica proposicional o de orden cero. La unidad de información es la proposición.
 - Lógica de primer orden. Las variables se establecen sobre los individuos.
 - Lógica de segundo orden. Las variables se aplican a predicados y funciones.
- Modales. Incluyen los operadores de necesario y posible.
- Epistémicas. Incluyen operadores del tipo sabe, asume, cree, ...
- Divergentes. No asumen el principio del tercero excluido.
 - Lógica multivaluada. Distintos valores de verdad.
 - Lógica fuzzy. Infinitos valores de verdad.

La Lógica y sus tipos (y II)

- ¿Qué estudia la lógica?

- Estudia las oraciones y los razonamientos.
- Estudia la incoherencia y las consecuencias.
- Hay tantas lógicas como clases de oraciones y razonamientos se lleguen a utilizar.

- Formal vs Informal

- Formal: estudia los principios de la demostración e inferencia válida usando lenguajes formales.
- Informal: estudia las argumentaciones.

- Clásicas. Leyes de tercero excluido, no contradicción, explosión.

- Lógica proposicional o de orden cero. La unidad de información es la proposición.
- Lógica de primer orden. Las variables se establecen sobre los individuos.
- Lógica de segundo orden. Las variables se aplican a predicados y funciones.

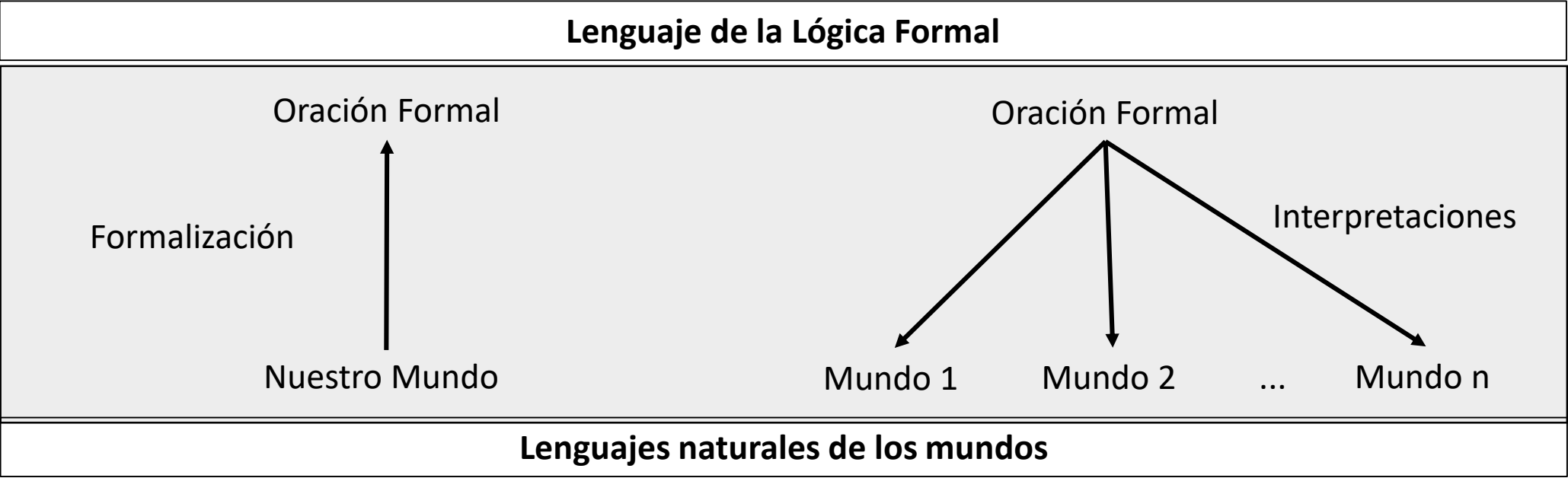
- Modales. Incluyen los operadores de necesario y posible.

- Epistémicas. Incluyen operadores del tipo sabe, asume, cree, ...

- Divergentes. No asumen el principio del tercero excluido.

- Lógica multivaluada. Distintos valores de verdad.
- Lógica fuzzy. Infinitos valores de verdad.

La **Lógica Formal** es una parte de la Matemática mediante la cual podemos formalizar y analizar el conocimiento haciendo uso de un lenguaje formal, a partir del manejo tanto de oraciones (lógicas), aseverando (calculando) la veracidad o falsedad de las mismas (**SATISFACIBILIDAD**), como de razonamientos (lógicos), demostrando su corrección o validez (**DEMOSTRACIÓN o DEDUCCIÓN**).



En este curso vamos a utilizar la Lógica Formal, según dos Lógicas Clásicas: la Lógica Proposicional o de Orden Cero, que denotaremos por L0, y la Lógica de Primer Orden, tanto en su versión de Lógica Categórica (LC), como en la de Lógica de Predicados (L1)

- **Un Lenguaje Formal consta de:** (1) Un conjunto de símbolos primitivos: alfabeto o vocabulario del lenguaje, y (2) Una definición recursiva para conectar los símbolos: gramática o sintaxis del lenguaje.
- Definición de **Fórmula Bien Formada**: Una f.b.f. (palabra, expresión, fórmula) es una cadena de caracteres generada según una gramática formal a partir de un alfabeto dado.
- Un lenguaje formal es el conjunto de todas las f.b.f. obtenidas a partir de un vocabulario y una gramática.
- En la práctica, necesitan de un sistema de codificación/formalización y de interpretación.
- En **Lógica de Proposiciones, L0, el alfabeto o vocabulario** estará formado por:
 - Constantes. Son los símbolos reservados verdadero (V) y falso (F). $B = \{V; F\}$.
 - Proposiciones atómicas o letras proposicionales. Formados por un conjunto arbitrario de letras. También se denominan átomos. El conjunto de todos los átomos se denotarán por P.
 - Conectivos u operadores booleanos.
 - \wedge Conjunción \rightarrow Implicación
 - \vee Disyunción \leftrightarrow Doble implicación
 - \neg Negación
 - Otros símbolos. paréntesis '(', ')', corchetes '[]', etc. Se utilizan para leer mejor las expresiones con conectivos lógicos.

- La **Gramática o sintaxis de la Lógica de Proposiciones** se basa en la siguiente Definición para la Construcción de Fórmulas Proposicionales
- El conjunto de fórmulas, que hemos llamado Lenguaje Formal, es el menor conjunto de fórmulas que se puede obtener al aplicar las siguientes reglas gramaticales:
 - Paso Básico: Cualquier átomo perteneciente al conjunto P de proposiciones es una f.b.f.
 - Paso Recursivo: Si α y β son dos f.b.f. también lo son:
 - $\neg \alpha$, la negación de la f.b.f. Se lee “no α ”.
 - $(\alpha \wedge \beta)$, la conjunción de las dos f.b.f. Se lee “ α y β ”.
 - $(\alpha \vee \beta)$, la disyunción de las dos f.b.f. Se lee “ α o β o ambas a la vez”.
 - $(\alpha \rightarrow \beta)$, el condicionamiento de las dos f.b.f. Se lee “ α implica β ”.
 - $(\alpha \leftrightarrow \beta)$, el doble condicionamiento de las f.b.f. Se lee “ α si y solo si β ”.
- Esta definición para la construcción de Fórmulas Proposicionales se dice que es **UNA DEFINICIÓN RECURSIVA**, básica para los formalismos matemáticos, y una de las tres tipologías de definición esenciales:
 - Definición Extensiva o Extensional
 - Definición Comprensiva o Intensional
 - Definición Recursiva (que incluye la llamada definición Inductiva)

Tipos de oraciones lógicas

- Oraciones Simples
 - Tienen un sintagma verbal.
- Oraciones Compuestas
 - Tienen más de un sintagma verbal.
 - Están formada por dos o más oraciones simples.
 - Incluyen nexos o elementos de relación entre oraciones simples (indicadores de composición): conjunciones, locuciones conjuntivas, adverbios, pronombres relativos, etc.

Indicadores de Composición

- esto y aquello
- esto o aquello
- o esto, o aquello.
- ni esto, ni aquello.
- si esto entonces aquello.
- esto solo si aquello.
- esto a condición de que aquello.
- esto si y solo si aquello.
- no esto a menos que aquello.
- esto hasta que aquello.
- ... y muchos más ...

En Lógica Formal Clásica:

- **Una frase (o enunciado) a la que podemos atribuir, sin el menor asomo de duda, un valor de Verdad o de Falsedad, será una oración lógica.**
 - Atención: “*Podemos atribuir*” no indica que tengamos que saber exactamente si la frase es verdadera o falsa en un contexto, sino que tenemos los medios para saberlo. Por ejemplo, la frase “**Está lloviendo**” es una oración lógica a la que podemos asignar sin duda alguna un valor de verdad o falsedad... una vez que hayamos mirado por la ventana para ver lo que pasa fuera, desde la perspectiva de la definición meteorológica del fenómeno “llover”. También lo serán: “**Soy español y me gusta el fútbol pero no el béisbol**”, “**me pondré una chaqueta o iré a cenar a un restaurante**”, “**este verano iremos a Madrid o iremos a Bruselas**”, “**si estornudo, cierro los ojos**”, “**si mi abuela tuviera ruedas, sería una bicicleta**”, “**todos los mamíferos son vivíparos**”, “**algunos españoles a los que gusta el fútbol, no son amantes del béisbol**”
 - Frases del estilo “**la frase que está Vd. leyendo es falsa**” no es una oración lógica, pues no podemos asignarle un valor de verdad ni de falsedad ni de nada de nada, salvo quizá acordarnos amablemente de los ancestros del autor de la frase, quizás un tertuliano de los medios de comunicación. Tampoco lo serán frases del estilo “**Los arios son una raza superior**”, o todas aquellas que no supongan una afirmación o negación, como por ejemplo “**¿quién escribió la novela cien años de soledad?**”
- **O son simples (atómicas), o son complejas (moleculares).**
 - La Lógica formal no entiende nada acerca de si una oración simple (atómica) es verdadera o falsa. No tiene ni la menor idea de si son verdaderas o falsas, seremos nosotros los que hagamos la atribución. Lo que sí formaliza es qué les ocurre (si serán verdaderas o falsas) a las diferentes oraciones complejas que se forman a partir de oraciones simples, en función de los diferentes valores de verdad de las mismas y de la semántica de las conectivas del lenguaje formal implementado.
- **Las oraciones lógicas las formalizaremos, o bien mediante Proposiciones, o bien mediante Predicados, ya sean categóricos o relacionales. Y veremos sus lenguajes formales.**
- **Cumplen con el principio del tercero excluido:** Es verdadera o es falsa, no hay una tercera posibilidad.
- **Cumplen con el principio de no contradicción:** No puede ser verdadera y falsa a la vez. **Hay que tener en cuenta que es diferente ser Contradictorio y ser Contrario. OJO!!!!** Bueno y malo son conceptos contrarios, no contradictorios.

Los Razonamientos Lógicos (I)

- Un **Razonamiento Lógico es un esquema** mediante el que decimos que una oración lógica, que llamaremos Conclusión, se deduce a partir de un conjunto de otras oraciones lógicas, que llamaremos Premisas. **No confundir razonamiento con el condicional!!!!**
- No todos los esquemas son adecuados, ni todas las oraciones son oraciones lógicas. OJO CON ESTO!!!
 - Es mejor dormir en un puente que nada; nada es mejor que ser millonario. Por tanto, es mejor dormir en un puente que ser millonario. ¿¿¿?!! Aquí lo que pasa es que las supuestas oraciones no son lógicas: ¿cómo se evidencia la atribución de verdad?
 - Todos los animales son mortales; todos los hombres son mortales. Por tanto, todos los animales son hombres. ¿¿¿?!! Aquí las oraciones si son oraciones lógicas; es el esquema el que es dudoso: es un aparente silogismo clásico de figura segunda, pero desgraciadamente no adecuado: puede concluir también todos los hombres son animales, lo que aporta un esquema anómalo. Ya lo sabía Aristóteles!!!
- De un Razonamiento Lógico diremos que es VÁLIDO (CORRECTO) o NO. Y tendremos Métodos y Técnicas para demostrarlo.
- Básicamente, diremos que de la VERDAD de las Premisas se concluye la VERDAD de la Conclusión. Pero hay mucho que hablar sobre esto.
 - Si estornudo, cierro los ojos; estornudo. Por tanto, cierro los ojos
 - Si mi abuela tuviera ruedas, sería una bicicleta; mi abuela tiene ruedas. Por tanto, mi abuela es una bicicleta
 - Ambos razonamientos representan un esquema correcto que es el llamado MODUS PONENS, por tanto, son razonamientos VÁLIDOS. Pero en el segundo de ellos, una de las premisas es FALSA (la segunda premisa). De premisas falsas no podemos saber si las conclusiones son Verdaderas, o bien son Falsas. PIENSENLO UN POCO!!!!

- **Razonamiento Deductivo**

- Regla: todos los estudiantes de la Facultad de Informática son inteligentes.
- Caso: Juan es estudiante de la Facultad de Informática.
- Resultado: **Necesariamente** Juan es inteligente.

- **Razonamiento Inductivo**

- Caso: Juan es estudiante de la Facultad de Informática.
- Resultado: Juan es inteligente.
- Regla: **Probablemente**, todos los estudiantes de la Facultad de Informática son inteligentes.

- **Razonamiento Abductivo**

- Resultado: Juan es inteligente.
- Regla: todos los estudiantes de la Facultad de Informática son inteligentes.
- Caso: **Posiblemente**, Juan es estudiante de la Facultad de Informática.

- Como se puede ver desde este sencillo esquema, el proceso de la abducción se da cuando se relacionan ideas aparentemente inconexas que sólo son posibles desde la formulación de la hipótesis, a partir de la conjetura, para dar lugar a un conocimiento nuevo. **La abducción** vista de esta forma, es un método para la investigación, para la producción de un nuevo conocimiento desde la investigación, aunque **su formulación no entra en nuestra Lógica: ¿Por qué?....**
- En este curso de lo que vamos a hablar es de **Razonamiento Deductivo**

Indicadores de las premisas

- Para
- Desde
- Porque
- Suponiendo que
- Al ver que
- Teniendo en cuenta que
- Esto es así porque
- Por la razón que
- En vista del hecho de que
- Como (indica)
- Dado que
- Ya que
- En cuanto

Indicadores de conclusión

- Por lo tanto
- Así
- Por esta razón
- En/como consecuencia
- Por consiguiente
- Siendo así
- Resulta que
- La moraleja es
- Lo que demuestra que
- Lo que significa que
- Lo que indica que
- De la cual se puede inferir que
- En/como conclusión

Un problema a resolver lógicamente

• EL PROBLEMA DEL MAQUINISTA

En un tren viajan tres empleados de ferrocarriles: el jefe de tren, el maquinista y el camarero, de nombres White, Black y Brown, aunque no necesariamente en ese orden; y viajan también tres viajeros que tienen los mismos nombres: White, Black y Brown. Tenemos además los siguientes datos sobre ellos:

- *El viajero Black vive en Washington, pero el camarero vive a mitad de camino entre Washington y New York, mientras que el viajero que se llama igual que el camarero vive en New York.*
- *El viajero Brown gana doscientos mil dólares justos al año.*
- *El empleado de ferrocarriles de nombre White gana siempre al ajedrez al jefe del tren.*
- *Uno de los viajeros es vecino del camarero y gana exactamente, hasta el último céntimo, el triple que él.*

Y la pregunta es...

- **¿Cómo se llama el maquinista?**