

Boletín 4

Lógica Categórica

4.1. Conceptos Básicos

Ejercicio 43.

Explique lo siguiente:

- Oraciones atómicas en lógica proposicional, teoría de conjuntos y lógica categórica.
- Relación entre teoría de conjuntos y lógica categórica.
- Oraciones lógicas de LC para estas relaciones de conjuntos: $A \subseteq B$, $A \not\subseteq B$, $A \cap B \neq \emptyset$.
- Evaluación de una oración atómica en lógica proposicional, teoría de conjuntos y lógica categórica.
- Oraciones lógicas normalizadas que existen en LC.
- $\exists x \neg P(x)$ es una oración que no puede formar parte de la LC.
- La oración $\forall x (\neg P(x) \vee Q(x))$ sí forma parte de la LC.

4.2. Formalización y Semántica

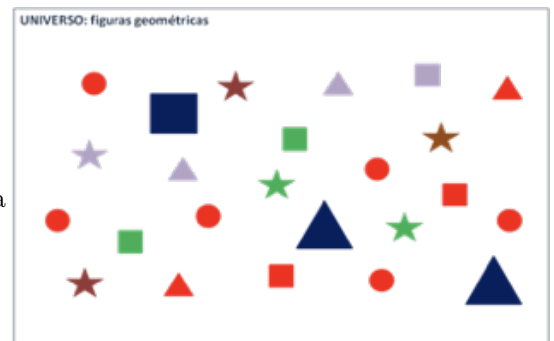
Ejercicio 44.

Teniendo en cuenta el universo “Figuras Geométricas”,

1. Indica las categorías que encuentras en dicho universo.

Pista: Existen categorías por color (p.e. ser verde), por forma y por tamaño.

2. Realiza la correspondiente signatura.



Ejercicio 45.

Formaliza en Lógica Categórica (LC) cada uno de los juegos de premisas siguientes, apuntando, además, cuál sería la conclusión válida de cada uno de ellos, asimismo formalizada en LC:

1. Todas las figuras estrella son figuras pequeñas; todas las figuras marrones son figuras estrella; por lo tanto,
2. Ninguna figura roja es figura grande; todas las figuras círculo son figuras roja; por lo tanto,
3. Todas las figuras malva son figuras pequeñas; alguna figura triángulo no es figura pequeña; por lo tanto,

4. Todas las figuras círculo son figura pequeñas; todas las figuras círculo son figuras rojas;
por lo tanto,
5. Todas las figuras azules son figuras grandes; alguna figura azul es figura triángulo;
por lo tanto,
6. Ninguna figura verde es figura grande; alguna figura grande es figura cuadrado;
por lo tanto,

Para hacer este ejercicio, lee con detenimiento el documento SILOGISMOS que encontrarás en RECURSOS del Aula Virtual, y aprende de la construcción de los silogismos aristotélicos.

Ejercicio 46.

Sobre resolución, indica si es cierta o falsa cada una de las siguientes afirmaciones, justificando claramente la respuesta:

1. Si el conjunto de cláusulas es satisfacible, la resolvente lo es.
2. Si una cláusula es satisfacible, y otra cláusula es satisfacible, la resolvente lo es.
3. Si un conjunto de más de dos cláusulas es insatisfacible, se pueden obtener resolventes satisfacibles.
4. Si un conjunto de más de dos cláusulas es satisfactible, se pueden obtener la cláusula vacía.

En todos los casos se asume que se puede aplicar la regla de resolución.

Ejercicio 47.

Dadas las expresiones:

1. $\forall x(P(x) \rightarrow Q(x)) \rightarrow \exists y(Q(y) \wedge P(y))$
2. $[\neg \forall (P(x) \rightarrow Q(x))] \wedge [\exists x(Q(x) \wedge \neg R(x))]$

Interpreta los predicados de las expresiones para que sean satisfacibles en el universo de las figuras geométricas referido anteriormente.

Boletín 5

Lógica de Predicados: Fundamentos

5.1. Conceptos Básicos

Ejercicio 48.

Responde de manera razonada a las siguientes cuestiones:

1. ¿Qué es una asignación en $L1$?
2. ¿Qué diferencia existe entre interpretar en $L0$ e interpretar en $L1$?
3. Explica el proceso que necesitas realizar para evaluar una expresión en $L1$.
4. Si en $L0$, el elemento atómico P puede ser verdadero o puede ser falso, ¿cuál es la evaluación del elemento atómico $P(x)$ en $L1$?
5. ¿Puede ser una f.b.f. la expresión $R(x, P(x))$? Explica qué es $P(x)$.
6. ¿Qué sentido tienen las variables libres en la $L1$? ¿Cómo hay que tratarlas en la evaluación de expresiones en $L1$?
7. ¿Toda relación es una función? ¿Las funciones son relaciones?
8. Si un predicado $P(x)$ toma el valor de V o F ¿Qué valor toma una función?

Ejercicio 49.

Responde razonadamente a las siguientes cuestiones:

1. Indica cómo se representa una oración lógica que califique a un objeto en $L0$, LC , $L1$ y teoría de conjuntos. Ejemplos de estas oraciones: María es una buena persona; mis amigos son buenas personas.
2. Indica cómo se representa una oración lógica que establezca una relación entre dos objetos en $L0$, LC , $L1$ y teoría de conjuntos. Ejemplos de estas oraciones: Yolanda es hermana de Adrián; algunos mandan whatsapp a otros; todos leen libros.
3. Los corolarios del teorema de la deducción semántica vistos en $L0$ se siguen verificando. De acuerdo a cómo se evalúan las oraciones en $L1$, ¿cómo intentarías demostrar un razonamiento válido? ¿Utilizando una tautología o utilizando una contradicción? ¿Por qué?

5.2. Formalización en $L1$

Ejercicio 50.

Formaliza los siguientes enunciados:

1. Cualquier base nitrogenada del ADN contiene citosina, adenina, guanina, timina y uracilo. Y cualquiera dos bases se encuentran unidas por un puente de hidrógeno.

2. Todos los miembros de los Vengadores son de Marvel Comics y todos los de la Liga de la Justicia son de DC Comics. Además, siempre podemos encontrar algunos miembros de grupos diferentes que tienen el mismo poder o la misma apariencia física. Por ejemplo,Linterna Verde es de DC Comics y Hulk es de los Vengadores y los dos son verdes. Otro ejemplo, Thor es de los Vengadores y Superman es de DC Comics y los dos tienen el mismo poder (la fuerza).
3. En toda pareja de vecinos existe algún envidioso.
4. Todos los estudiantes de informática son amigos de los aficionados a la lógica.
5. Algunos estudiantes de informática sólo son amigos de los aficionados a la lógica
6. Toda recta contiene por lo menos dos puntos.
7. Si A y B son dos puntos, existe una y solo una recta que contiene a estos puntos.
8. Si A es un punto y R es una recta que no contiene al punto A, entonces existe una recta que contiene al punto A y no intercepta con R. Realmente es una y solo una (pero no formalices esta unicidad).

Ejercicio 51.

Formaliza utilizando funciones los siguientes enunciados:

1. Existen alumnos cuyo siguiente en el orden alfabético es aficionado al cine
2. Ningún número resultado del producto de dos números naturales es un número primo
3. Pablito clavó un clavito en la calva de un calvito.

Ejercicio 52.

Formaliza en L1 los siguientes esquemas de razonamiento:

1. Un acusado no testifica contra otro a menos que sea culpable y el otro inocente. Nadie es culpable y tiene la conciencia tranquila. Cualquiera tiene la conciencia tranquila si es inocente y tiene coartada. Por tanto, Ramón no tiene coartada puesto que testifica contra sí mismo.
2. La sal y el azúcar son blancos. La sal no es el azúcar. Por lo tanto, nada es blanco.
3. Quien mucho abarca poco aprieta. Sólo será líder quien aprieta poco. Juan abarca mucho porque ha estudiado cuatro carreras. El mayor de los hermanos es un líder. Por lo tanto, Juan no es el mayor de los hermanos.
4. Sólo las buenas personas ayudan a los pobres. Ninguna buena persona es aficionada a las armas. Antonio ayuda a Juan. Antonio es aficionado a las armas. Por lo tanto, Juan no es pobre.
5. El que está detrás del trabalenguas:
Compró Paco pocas copas y, como pocas copas compró, pocas copas Paco pagó.

5.3. Semántica en L1**Ejercicio 53.**

Explica si tienen el mismo significado los enunciados siguientes:

- Para cualquier número, existe al menos otro tal que éste es mayor que el primero.
- Existe al menos un número tal que para cualquier otro, éste es menor que el primero.

Formaliza los enunciados en L1 y representa y discute, de existir, su diferencia.

Ejercicio 54.

Lee detenidamente esta definición: *Una relación se dice que es transitiva sii se cumple que es suficiente que un elemento está relacionado con otro, y éste está a su vez relacionado con un tercero, para que el primer elemento esté relacionado con el tercero.*

Formaliza el enunciado y evalúa la expresión formalizada en las estructuras dadas por las siguientes tablas de pertenencia.

■ Estructura A.

	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>e</i>
<i>a</i>	1		1		1
<i>b</i>					
<i>c</i>	1				1
<i>d</i>					
<i>e</i>			1		

■ Estructura B.

	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>e</i>
<i>a</i>	1	1			
<i>b</i>	1	1			
<i>c</i>			1	1	
<i>d</i>			1	1	
<i>e</i>					1

Las casillas en blanco se entienden que el valor de pertenencia es bien conocido y vale 0.

Ejercicio 55.

¿Comprueba si son lógicamente equivalentes, aplicando reescritura de fórmulas mediante las relaciones de equivalencia conocidas, las siguientes expresiones:

1. $\forall x(\neg(P(x) \rightarrow Q(x)))$ y $\neg(\forall x P(x) \rightarrow \exists x Q(x))$
2. $\forall x(P(x) \rightarrow B)$ y $\exists x P(x) \rightarrow B$.
3. $\forall x(B \rightarrow P(x))$ y $B \rightarrow \forall x P(x)$.
4. $\forall x(B \vee P(x))$ y $B \vee \forall x P(x)$.

En todos los casos, B es un predicado cualquiera que no contiene a la variable x

Ejercicio 56.

Explicar si son válidas las fórmulas.

1. $(A(y) \rightarrow B) \rightarrow (\exists x A(x) \rightarrow B)$. En B no puede estar libre la variable y .
2. $(A \rightarrow B(y)) \rightarrow (A \rightarrow \forall x B(x))$. En A no puede estar libre la variable y .

