FUNDAMENTOS LÓGICOS DE LA INFORMÁTICA

Cuarta sesión de prácticas

PRIMER CURSO DEL GRADO DE INGENIERÍA INFORMÁTICA

PRIMER CUATRIMESTRE

2020-21

Facultad de Informática

Índice del documento

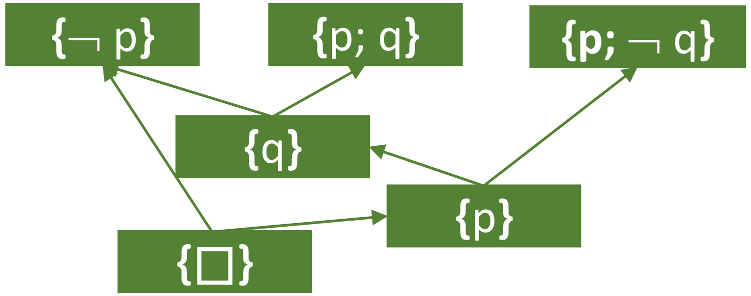
El Algoritmo de Resolución

- Recordemos el siguiente ejemplo resuelto por Resolución con notación FITTING:

Ω = {{¬p}; {p, q}; {p, ¬q}}

1.	{¬p}	Cláusula del conjunto inicial	NIVEL 0
2.	{p, q}	Cláusula del conjunto inicial	NIVEL 0
3.	{p, ¬q}	Cláusula del conjunto inicial	NIVEL 0
4.	{q}	**{{¬p}; {p, q}}** ⊨ $R_{\not p}$ ({¬p}; {p, q}) = **{q}**	NIVEL 1
5.	{p}	**{{p; ¬q}; {q}}** ⊨ $R_{\not q}$ ({p, ¬q}; {q}) = **{p}**	NIVEL 2
6.	{☐}	**{{p}; {¬p}}** ⊨ $R_{\not p}$ ({p}; {¬p}) = **{☐}**	NIVEL 3

GRAFO DE RESOLUCIÓN COMPLETO



- Como vemos, en el último paso de resolución se ha obtenido una resolvente que es la cláusula vacía ☐. Con ello, podemos garantizar que el conjunto clausal es **INSATISFACIBLE**.
- Podemos apreciar que los distintos pasos de resolución conducen a la obtención de una pareja de cláusulas unitarias con literales opuestos. En el caso que tenemos, entre las cláusulas iniciales ya existe una cláusula unitaria **{¬ p}**, y en el paso 5 hemos obtenido una resolvente **{p}.** El conjunto de las dos cláusulas citadas es Insatisfacible y obtiene una nueva resolvente que es la cláusula vacía.
- Los niveles van marcando la profundidad de la Resolución. Cada resolvente representa un Grafo de Resolución desde ella a sus dos cláusulas padres. El Grafo de Resolución que parte de la cláusula vacía se llama **Grafo de Refutación**. El conjunto de todos los grafos se llama **Grafo de Resolución Completo: Si en este Grafo de Resolución Completo se incluye un Grafo de Refutación, el conjunto clausal de origen (el que representa las cláusulas del NIVEL 0) será INSATISFACIBLE**. En cualquier otro caso, será SATISFACIBLE.

Ejercicio 8: Satisfacibilidad de conjuntos con Resolución (I)

- **Determinar si los siguientes conjuntos de oraciones son satisfacibles utilizando el algoritmo de Resolución:**
- **$\{(\neg p \lor q), (\neg p \lor \neg r), (p \lor q), (q \lor r), (\neg q \lor r)\}$**
- **$\{(\neg p), (p \lor s), (q \lor \neg s), (\neg q \lor r), (\neg r)\}$**
- Los dos conjuntos de oraciones son, en realidad, sendos conjuntos de cláusulas, ya que todas ellas son disyunciones de literales. Por tanto, podemos convertir directamente el conjunto en un conjunto clausal y comprobar si es satisfacible haciendo uso del Algoritmo de Resolución con notación Fitting.
- En realidad, ya sabemos si son satisfacibles o no, dado que esta cuestión la habíamos resuelto por aplicación del Algoritmo DPLL en el ejercicio 6 de la sesión anterior.

Ejercicio 8: Satisfacibilidad de conjuntos con Resolución (II)

- **Determinar si el siguiente conjunto de oraciones es satisfacible utilizando el algoritmo de Resolución:**
- **{(¬p ∨ q), (¬p ∨ ¬r), (p ∨ q), (q ∨ r), (¬q ∨ r)}**
- Este primer conjunto en su forma clausal, es: **ϕ = {{¬p, q}; {¬p, ¬r}; {p, q}; {q, r}; {¬q, r}}**

1.	{¬p, q}	Cláusula del conjunto inicial	NIVEL 0
2.	{¬p, ¬r}	Cláusula del conjunto inicial	NIVEL 0
3.	{p, q}	Cláusula del conjunto inicial	NIVEL 0
4.	{q, r}	Cláusula del conjunto inicial	NIVEL 0
5.	{¬q, r}	Cláusula del conjunto inicial	NIVEL 0

Facultad de Informática

Ejercicio 8: Satisfacibilidad de conjuntos con Resolución (III)

- **Determinar si el siguiente conjunto de oraciones es satisfacible utilizando el algoritmo de Resolución:**
- **{(¬p ∨ q), (¬p ∨ ¬r), (p ∨ q), (q ∨ r), (¬q ∨ r)}**
- Este primer conjunto en su forma clausal, es: **ϕ = {{¬p, q}; {¬p, ¬r}; {p, q}; {q, r}; {¬q, r}}**

1.	{¬p, q}	Cláusula del conjunto inicial	NIVEL 0
2.	{¬p, ¬r}	Cláusula del conjunto inicial	NIVEL 0
3.	{p, q}	Cláusula del conjunto inicial	NIVEL 0
4.	{q, r}	Cláusula del conjunto inicial	NIVEL 0
5.	{¬q, r}	Cláusula del conjunto inicial	NIVEL 0
6.	{q}	R*p* ({¬ p, q}; {p, q}) = **{q} // R 1,3**	NIVEL 1

Ejercicio 8: Satisfacibilidad de conjuntos con Resolución (IV)

- **Determinar si el siguiente conjunto de oraciones es satisfacible utilizando el algoritmo de Resolución:**
- **$\{(\neg p \lor q), (\neg p \lor \neg r), (p \lor q), (q \lor r), (\neg q \lor r)\}$**
- Este primer conjunto en su forma clausal, es: **$\phi = \{\{\neg p, q\}; \{\neg p, \neg r\}; \{p, q\}; \{q, r\}; \{\neg q, r\}\}$**

1.	$\{\neg p, q\}$	Cláusula del conjunto inicial	NIVEL 0
2.	$\{\neg p, \neg r\}$	Cláusula del conjunto inicial	NIVEL 0
3.	$\{p, q\}$	Cláusula del conjunto inicial	NIVEL 0
4.	$\{q, r\}$	Cláusula del conjunto inicial	NIVEL 0
5.	$\{\neg q, r\}$	Cláusula del conjunto inicial	NIVEL 0
6.	$\{q\}$	R_p $(\{\neg p, q\}; \{p, q\}) =$ **$\{q\}$ // R 1,3**	NIVEL 1
7.	$\{r\}$	R_q $(\{\neg q, r\}; \{q\}) =$ **$\{r\}$ // R 5,6**	NIVEL 2

Ejercicio 8: Satisfacibilidad de conjuntos con Resolución (V)

- **Determinar si el siguiente conjunto de oraciones es satisfacible utilizando el algoritmo de Resolución:**
- **{(¬p ∨ q), (¬p ∨ ¬r), (p ∨ q), (q ∨ r), (¬q ∨ r)}**
- Este primer conjunto en su forma clausal, es: **ϕ = {{¬p, q}; {¬p, ¬r}; {p, q}; {q, r}; {¬q, r}}**

1.	{¬p, q}	Cláusula del conjunto inicial	NIVEL 0
2.	{¬p, ¬r}	Cláusula del conjunto inicial	NIVEL 0
3.	{p, q}	Cláusula del conjunto inicial	NIVEL 0
4.	{q, r}	Cláusula del conjunto inicial	NIVEL 0
5.	{¬q, r}	Cláusula del conjunto inicial	NIVEL 0
6.	{q}	R_{p} ({¬ p, q}; {p, q}) = **{q} // R 1,3**	NIVEL 1
7.	{r}	R_{q} ({¬q, r}; {q}) = **{r} // R 5,6**	NIVEL 2
8.	{¬p}	R_{r} ({¬p, ¬r}; {r}) = **{¬p} // R 2,7**	NIVEL 3

Facultad de Informática

Ejercicio 8: Satisfacibilidad de conjuntos con Resolución (VI)

- **Determinar si el siguiente conjunto de oraciones es satisfacible utilizando el algoritmo de Resolución:**
- **{(¬p ∨ q), (¬p ∨ ¬r), (p ∨ q), (q ∨ r), (¬q ∨ r)}**
- Este primer conjunto en su forma clausal, es: **ϕ = {{¬p, q}; {¬p, ¬r}; {p, q}; {q, r}; {¬q, r}}**

1.	{¬p, q}	Cláusula del conjunto inicial	NIVEL 0	
2.	{¬p, ¬r}	Cláusula del conjunto inicial	NIVEL 0	
3.	{p, q}	Cláusula del conjunto inicial	NIVEL 0	
4.	{q, r}	Cláusula del conjunto inicial	NIVEL 0	
5.	{¬q, r}	Cláusula del conjunto inicial	NIVEL 0	
6.	{q}	R_p ({¬ p, q}; {p, q}) = **{q} // R 1,3**	NIVEL 1	
7.	{r}	R_q ({¬q, r}; {q}) = **{r} // R 5,6**	NIVEL 2	
8.	{¬p}	R_r ({¬p, ¬r}; {r}) = **{¬p} // R 2,7**	NIVEL 3	
9.	{q}	R_p ({p, q}; {¬p}) = **{q} // R 3,8**	NIVEL 4	YA NO HACE FALTA SEGUIR, SE REPITEN LAS RESOLVENTES

Facultad de Informática

Ejercicio 8: Satisfacibilidad de conjuntos con Resolución (VII)

- **Determinar si el siguiente conjunto de oraciones es satisfacible utilizando el algoritmo de Resolución:**
- **{(¬p ∨ q), (¬p ∨ ¬r), (p ∨ q), (q ∨ r), (¬q ∨ r)}**
- Este primer conjunto en su forma clausal, es: **ϕ = {{¬p, q}; {¬p, ¬r}; {p, q}; {q, r}; {¬q, r}}**

1.	{¬p, q}	Cláusula del conjunto inicial	NIVEL 0	
2.	{¬p, ¬r}	Cláusula del conjunto inicial	NIVEL 0	
3.	{p, q}	Cláusula del conjunto inicial	NIVEL 0	
4.	{q, r}	Cláusula del conjunto inicial	NIVEL 0	
5.	{¬q, r}	Cláusula del conjunto inicial	NIVEL 0	
6.	{q}	R_p ({¬ p, q}; {p, q}) = **{q} // R 1,3**	NIVEL 1	
7.	{r}	R_q ({¬q, r}; {q}) = **{r} // R 5,6**	NIVEL 2	
8.	{¬p}	R_r ({¬p, ¬r}; {r}) = **{¬p} // R 2,7**	NIVEL 3	
9.	{q}	R_p ({p, q}; {¬p}) = **{q} // R 3,8**	NIVEL 4	YA NO HACE FALTA SEGUIR, SE REPITEN LAS RESOLVENTES

- Comprobamos que, aunque continuemos realizando resoluciones entre parejas de cláusulas, no vamos a conseguir la cláusula vacía. Por tanto, el conjunto es **SATISFACIBLE.**
- Recordemos que con DPLL habíamos obtenido la interpretación: **v(p) = F, v(q) = V, v(r) = V** como la que hace que el conjunto tuviera un modelo. Si vemos, los pasos 8, 6 y 7 de la secuencia fitting nos proporcionan estos valores.

Ejercicio 8: Satisfacibilidad de conjuntos con Resolución (VIII)

- **Determinar si el siguiente conjunto de oraciones es satisfacible utilizando el algoritmo de Resolución:**
- **$\{(\neg p), (p \vee s), (q \vee \neg s), (\neg q \vee r), (\neg r)\}$**
- Este conjunto en su forma clausal, es: **$\phi = \{\{\neg p\}; \{p, s\}; \{q, \neg s\}; \{\neg q, r\}; \{\neg r\}\}$**

Facultad de Informática

Ejercicio 8: Satisfacibilidad de conjuntos con Resolución (IX)

- **Determinar si el siguiente conjunto de oraciones es satisfacible utilizando el algoritmo de Resolución:**
- **{(¬p), (p ∨ s), (q ∨ ¬s), (¬q ∨ r), (¬r)}**
- Este conjunto en su forma clausal, es: **ϕ = {{¬p}; {p, s}; {q, ¬s}; {¬q, r}; {¬r}}**

1.	{¬p}	Cláusula del conjunto inicial	NIVEL 0
2.	{p, s}	Cláusula del conjunto inicial	NIVEL 0
3.	{q, ¬s}	Cláusula del conjunto inicial	NIVEL 0
4.	{¬q, r}	Cláusula del conjunto inicial	NIVEL 0
5.	{¬r}	Cláusula del conjunto inicial	NIVEL 0

Ejercicio 8: Satisfacibilidad de conjuntos con Resolución (X)

- **Determinar si el siguiente conjunto de oraciones es satisfacible utilizando el algoritmo de Resolución:**
- **{(¬p), (p ∨ s), (q ∨ ¬s), (¬q ∨ r), (¬r)}**
- Este conjunto en su forma clausal, es: **ϕ = {{¬p}; {p, s}; {q, ¬s}; {¬q, r}; {¬r}}**

1.	{¬p}	Cláusula del conjunto inicial	NIVEL 0
2.	{p, s}	Cláusula del conjunto inicial	NIVEL 0
3.	{q, ¬s}	Cláusula del conjunto inicial	NIVEL 0
4.	{¬q, r}	Cláusula del conjunto inicial	NIVEL 0
5.	{¬r}	Cláusula del conjunto inicial	NIVEL 0
6.	{¬q}	R_r ({¬q, r}; {¬r}) = **{¬q} // R 4,5**	NIVEL 1

Ejercicio 8: Satisfacibilidad de conjuntos con Resolución (XI)

- **Determinar si el siguiente conjunto de oraciones es satisfacible utilizando el algoritmo de Resolución:**
- **{(¬p), (p ∨ s), (q ∨ ¬s), (¬q ∨ r), (¬r)}**
- Este conjunto en su forma clausal, es: **ϕ = {{¬p}; {p, s}; {q, ¬s}; {¬q, r}; {¬r}}**

1.	{¬p}	Cláusula del conjunto inicial	NIVEL 0
2.	{p, s}	Cláusula del conjunto inicial	NIVEL 0
3.	{q, ¬s}	Cláusula del conjunto inicial	NIVEL 0
4.	{¬q, r}	Cláusula del conjunto inicial	NIVEL 0
5.	{¬r}	Cláusula del conjunto inicial	NIVEL 0
6.	{¬q}	R_r ({¬q, r}; {¬r}) = **{**¬q**} // R 4,5**	NIVEL 1
7.	{p, q}	R_s ({p, s}; {q, ¬s}) = **{**p, q**} // R 2,3**	NIVEL 1

Ejercicio 8: Satisfacibilidad de conjuntos con Resolución (XII)

- **Determinar si el siguiente conjunto de oraciones es satisfacible utilizando el algoritmo de Resolución:**
- **{(¬p), (p ∨ s), (q ∨ ¬s), (¬q ∨ r), (¬r)}**
- Este conjunto en su forma clausal, es: **ϕ = {{¬p}; {p, s}; {q, ¬s}; {¬q, r}; {¬r}}**

1.	{¬p}	Cláusula del conjunto inicial	NIVEL 0
2.	{p, s}	Cláusula del conjunto inicial	NIVEL 0
3.	{q, ¬s}	Cláusula del conjunto inicial	NIVEL 0
4.	{¬q, r}	Cláusula del conjunto inicial	NIVEL 0
5.	{¬r}	Cláusula del conjunto inicial	NIVEL 0
6.	{¬q}	R_r ({¬q, r}; {¬r}) = **{¬q} // R 4,5**	NIVEL 1
7.	{p, q}	R_s ({p, s}; {q, ¬s}) = **{**p, q**} // R 2,3**	NIVEL 1
8.	{p}	R_q ({¬q}; {p, q}) = **{**p**} // R 6,7**	NIVEL 2

Ejercicio 8: Satisfacibilidad de conjuntos con Resolución (XIII)

- **Determinar si el siguiente conjunto de oraciones es satisfacible utilizando el algoritmo de Resolución:**
- **{(¬p), (p ∨ s), (q ∨ ¬s), (¬q ∨ r), (¬r)}**
- Este conjunto en su forma clausal, es: **ϕ = {{¬p}; {p, s}; {q, ¬s}; {¬q, r}; {¬r}}**

1.	{¬p}	Cláusula del conjunto inicial	NIVEL 0
2.	{p, s}	Cláusula del conjunto inicial	NIVEL 0
3.	{q, ¬s}	Cláusula del conjunto inicial	NIVEL 0
4.	{¬q, r}	Cláusula del conjunto inicial	NIVEL 0
5.	{¬r}	Cláusula del conjunto inicial	NIVEL 0
6.	{¬q}	R_r ({¬q, r}; {¬r}) = **{**¬q**} // R 4,5**	NIVEL 1
7.	{p, q}	R_s ({p, s}; {q, ¬s}) = **{**p, q**} // R 2,3**	NIVEL 1
8.	{p}	R_q ({¬q}; {p, q}) = **{**p**} // R 6,7**	NIVEL 2
9.	{☐}	R_p ({¬p}; {p}) = **{ ☐ } // R 1,8**	NIVEL 3

Ejercicio 8: Satisfacibilidad de conjuntos con Resolución (y XIV)

- **Determinar si el siguiente conjunto de oraciones es satisfacible utilizando el algoritmo de Resolución:**
- **{(¬p), (p ∨ s), (q ∨ ¬s), (¬q ∨ r), (¬r)}**
- Este conjunto en su forma clausal, es: **ϕ = {{¬p}; {p, s}; {q, ¬s}; {¬q, r}; {¬r}}**

1.	{¬p}	Cláusula del conjunto inicial	NIVEL 0
2.	{p, s}	Cláusula del conjunto inicial	NIVEL 0
3.	{q, ¬s}	Cláusula del conjunto inicial	NIVEL 0
4.	{¬q, r}	Cláusula del conjunto inicial	NIVEL 0
5.	{¬r}	Cláusula del conjunto inicial	NIVEL 0
6.	{¬q}	R*r* ({¬q, r}; {¬r}) = **{**¬q**} // R 4,5**	NIVEL 1
7.	{p, q}	R*s* ({p, s}; {q, ¬s}) = **{**p, q**} // R 2,3**	NIVEL 1
8.	{p}	R*q* ({¬q}; {p, q}) = **{**p**} // R 6,7**	NIVEL 2
9.	{☐}	R*p* ({¬p}; {p}) = **{ ☐} // R 1,8**	NIVEL 3

- Hemos obtenido una resolvente que es la cláusula vacía, por tanto podemos afirmar que el conjunto de partida es un conjunto **INSATISFACIBLE**.
- Esta conclusión ya la habíamos obtenido mediante el algoritmo DPLL, en el ejercicio 6 de la sesión anterior de prácticas.

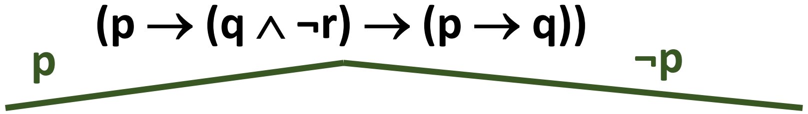
Los Árboles Semánticos (I)

- La técnica de los **Árboles Semánticos** se aplica a las fórmulas sin necesidad de transformación a formas normales. Sigue un método semántico de propagación de literales (proposiciones atómicas o sus negadas), pero ahora, una vez que propagamos los valores de verdad asignados para un literal (ℓ) y para su negado ($\neg\ell$), establecemos la evaluación de verdad de la fórmula resultante de convertir el literal en la constante VERDADERO o FALSO.
- De esta manera, lo que vamos encontrando en la propagación son ramas de un árbol (el árbol semántico de la expresión de origen) que va descendiendo hasta los llamados nodos hoja, que tan sólo pueden asumir dos valores: la equivalencia a la constante VERDADERO, o bien, la equivalencia a la constante FALSO.
- **El nodo hoja que es equivalente a la constante VERDADERO se denomina NODO ÉXITO, y el nodo hoja que es equivalente a la constante FALSO se denomina NODO FALLO**.
  - Un NODO ÉXITO refleja la posición de satisfacibilidad, mientras que un NODO FALLO lo hace de la falseabilidad. Por tanto, si un Árbol Semántico tiene al menos un nodo hoja como NODO ÉXITO, la expresión de origen será SATISFACIBLE. Si un Árbol Semántico tiene TODOS SUS NODOS HOJA COMO NODOS ÉXITO, entonces la oración de partida será una TAUTOLOGÍA.
  - Si un Árbol Semántico tiene al menos un nodo hoja como un NODO FALLO, la expresión de origen es FALSEABLE. Si TODOS SUS NODOS HOJA SON NODOS FALLO, entonces la oración de partida es INSATISFACIBLE o CONTRADICCIÓN.
- Con Árboles Semánticos podemos determinar cualquiera de los tipos de oraciones, al obtenerse todas las interpretaciones de una oración dada.

Los Árboles Semánticos (II)

Veamos el desarrollo de la aplicación de la técnica de Árboles Semánticos.

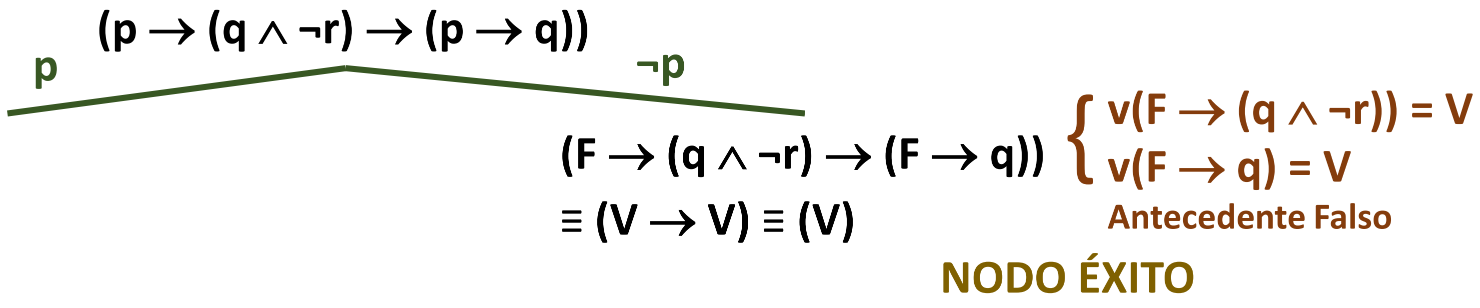
- Nos preguntamos por la Satisfacibilidad de la oración: $(p \to (q \land \neg r) \to (p \to q))$



Los Árboles Semánticos (III)

Veamos el desarrollo de la aplicación de la técnica de Árboles Semánticos.

- Nos preguntamos por la Satisfacibilidad de la oración: $\mathbf{(p \rightarrow (q \wedge \neg r) \rightarrow (p \rightarrow q))}$



$(p \rightarrow (q \wedge \neg r) \rightarrow (p \rightarrow q))$

p

¬p

$(F \rightarrow (q \wedge \neg r) \rightarrow (F \rightarrow q))$

$\equiv (V \rightarrow V) \equiv (V)$

$\begin{cases} v(F \rightarrow (q \wedge \neg r)) = V \\ v(F \rightarrow q) = V \end{cases}$

Antecedente Falso

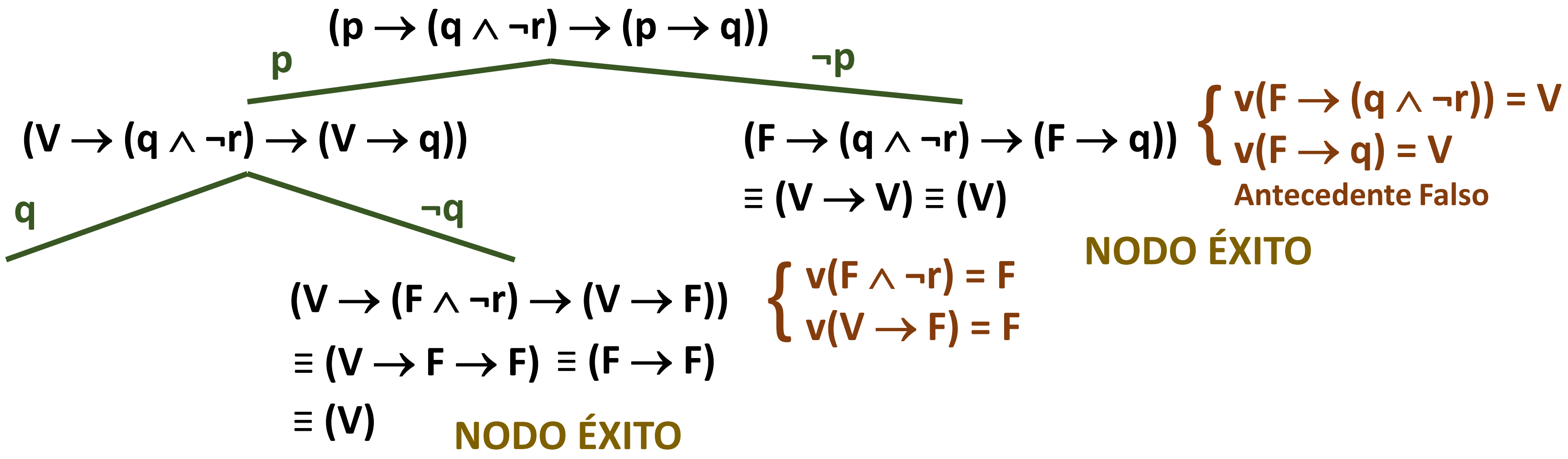
NODO ÉXITO

Facultad de Informática

Los Árboles Semánticos (IV)

Veamos el desarrollo de la aplicación de la técnica de Árboles Semánticos.

- Nos preguntamos por la Satisfacibilidad de la oración: $(p \rightarrow (q \wedge \neg r) \rightarrow (p \rightarrow q))$



$(p \rightarrow (q \wedge \neg r) \rightarrow (p \rightarrow q))$

$(V \rightarrow (q \wedge \neg r) \rightarrow (V \rightarrow q))$

$(F \rightarrow (q \wedge \neg r) \rightarrow (F \rightarrow q))$

$\equiv (V \rightarrow V) \equiv (V)$

$\left\{ \begin{array}{l} v(F \rightarrow (q \wedge \neg r)) = V \\ v(F \rightarrow q) = V \end{array} \right.$

Antecedente Falso

NODO ÉXITO

$(V \rightarrow (F \wedge \neg r) \rightarrow (V \rightarrow F))$

$\equiv (V \rightarrow F \rightarrow F) \equiv (F \rightarrow F)$

$\equiv (V)$

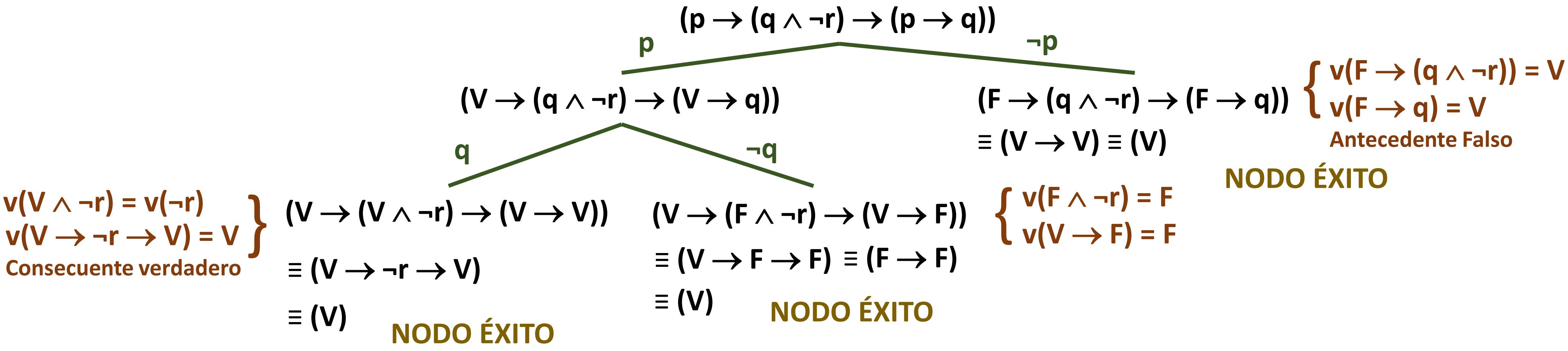
$\left\{ \begin{array}{l} v(F \wedge \neg r) = F \\ v(V \rightarrow F) = F \end{array} \right.$

NODO ÉXITO

Los Árboles Semánticos (V)

Veamos el desarrollo de la aplicación de la técnica de Árboles Semánticos.

- Nos preguntamos por la Satisfacibilidad de la oración: $\mathbf{(p \rightarrow (q \wedge \neg r) \rightarrow (p \rightarrow q))}$



$(p \rightarrow (q \wedge \neg r) \rightarrow (p \rightarrow q))$

p

¬p

$(V \rightarrow (q \wedge \neg r) \rightarrow (V \rightarrow q))$

$(F \rightarrow (q \wedge \neg r) \rightarrow (F \rightarrow q))$

$\equiv (V \rightarrow V) \equiv (V)$

$\left\{ \begin{array}{l} v(F \rightarrow (q \wedge \neg r)) = V \\ v(F \rightarrow q) = V \end{array} \right.$

Antecedente Falso

NODO ÉXITO

q

¬q

$\left. \begin{array}{l} v(V \wedge \neg r) = v(\neg r) \\ v(V \rightarrow \neg r \rightarrow V) = V \end{array} \right\}$

Consecuente verdadero

$(V \rightarrow (V \wedge \neg r) \rightarrow (V \rightarrow V))$

$\equiv (V \rightarrow \neg r \rightarrow V)$

$\equiv (V)$

NODO ÉXITO

$(V \rightarrow (F \wedge \neg r) \rightarrow (V \rightarrow F))$

$\equiv (V \rightarrow F \rightarrow F) \equiv (F \rightarrow F)$

$\equiv (V)$

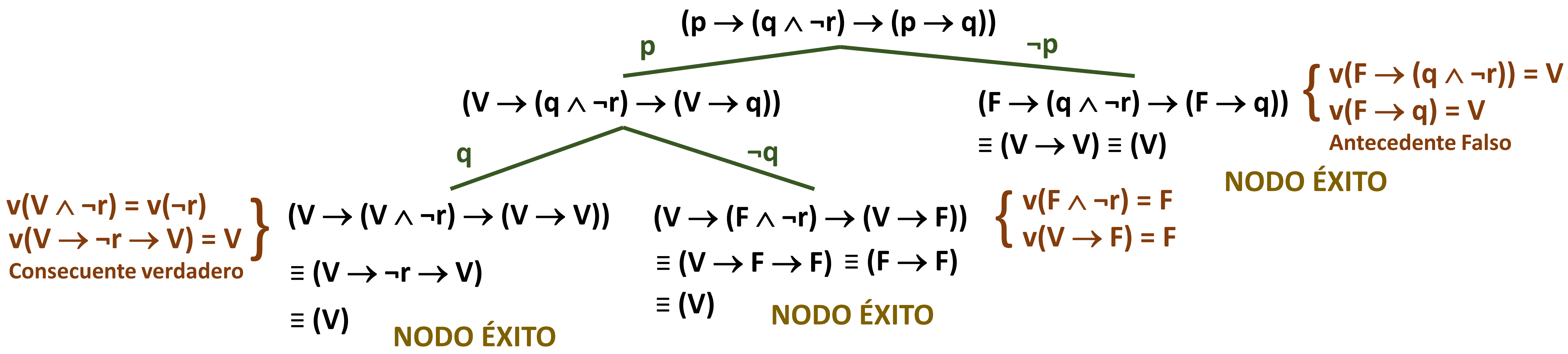
NODO ÉXITO

$\left\{ \begin{array}{l} v(F \wedge \neg r) = F \\ v(V \rightarrow F) = F \end{array} \right.$

Los Árboles Semánticos (y VI)

Veamos el desarrollo de la aplicación de la técnica de Árboles Semánticos.

- Nos preguntamos por la Satisfacibilidad de la oración: $(p \rightarrow (q \land \neg r) \rightarrow (p \rightarrow q))$



$(p \rightarrow (q \land \neg r) \rightarrow (p \rightarrow q))$

p $\neg p$

$(V \rightarrow (q \land \neg r) \rightarrow (V \rightarrow q))$

$(F \rightarrow (q \land \neg r) \rightarrow (F \rightarrow q))$ $\left\{ \begin{array}{l} v(F \rightarrow (q \land \neg r)) = V \\ v(F \rightarrow q) = V \end{array} \right.$

Antecedente Falso

$\equiv (V \rightarrow V) \equiv (V)$

NODO ÉXITO

q $\neg q$

$\left. \begin{array}{l} v(V \land \neg r) = v(\neg r) \\ v(V \rightarrow \neg r \rightarrow V) = V \end{array} \right\}$ $(V \rightarrow (V \land \neg r) \rightarrow (V \rightarrow V))$

Consecuente verdadero

$\equiv (V \rightarrow \neg r \rightarrow V)$

$\equiv (V)$ NODO ÉXITO

$(V \rightarrow (F \land \neg r) \rightarrow (V \rightarrow F))$ $\left\{ \begin{array}{l} v(F \land \neg r) = F \\ v(V \rightarrow F) = F \end{array} \right.$

$\equiv (V \rightarrow F \rightarrow F) \equiv (F \rightarrow F)$

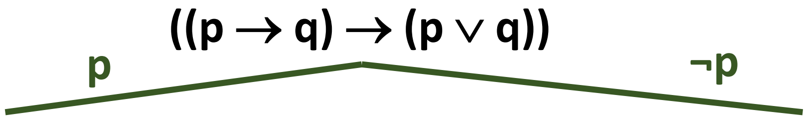
$\equiv (V)$ NODO ÉXITO

- Los tres nodos hoja del Árbol Semántico son equivalentes lógicamente a la constante VERDAD, por tanto, son todos los nodos hoja ÉXITO, **POR LO QUE LA ORACIÓN ES UNA TAUTOLOGÍA.**
- **Y podemos decir que hemos obtenido todas las interpretaciones!!!!!!** Todas las interpretaciones que contienen la asignación v(¬p) = V, es decir, v(p) = F, con independencia de las asignaciones a las proposiciones atómicas (q) y (r), hacen a la oración satisfacible. Y son cuatro dichas interpretaciones. También, independientemente de la asignación de (r), las interpretaciones que asignan v(p) = V y v(q) = V, que son dos interpretaciones, o que asignan v(p) = V y v(q) = F, que son otras dos interpretaciones, hacen a la oración satisfacible.

Ejercicio 9: Construir Árboles Semánticos (I)

Vamos a construir el Árbol Semántico de dos oraciones y vamos a determinar el tipo semántico de las mismas.

- Las oraciones son: **(p → q → p ∨ q)**, y **(p ∧ r ∨ (¬p ∧ q) → ¬q)**
- Construimos el **Árbol Semántico de la primera oración**: Vamos a añadir paréntesis para no equivocarnos

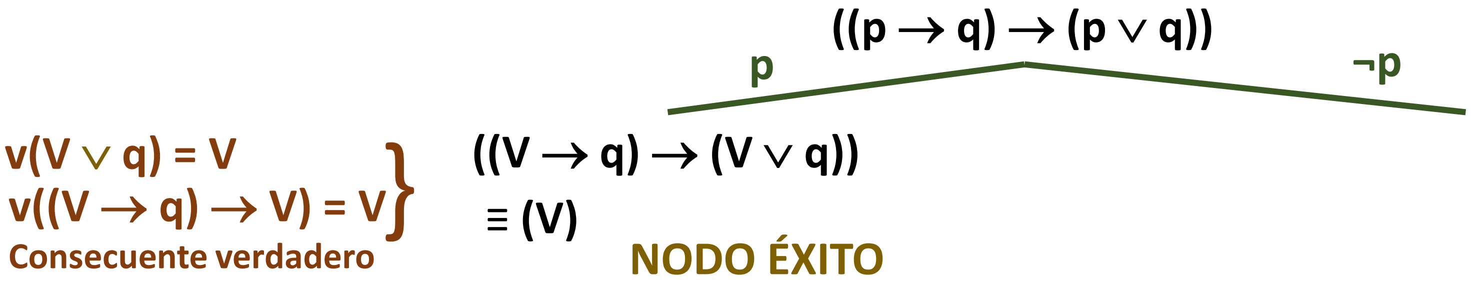


((p → q) → (p ∨ q))

Ejercicio 9: Construir Árboles Semánticos (II)

Vamos a construir el Árbol Semántico de dos oraciones y vamos a determinar el tipo semántico de las mismas.

- Las oraciones son: $(p \rightarrow q \rightarrow p \vee q)$, y $(p \wedge r \vee (\neg p \wedge q) \rightarrow \neg q)$
- Construimos el **Árbol Semántico de la primera oración**: Vamos a añadir paréntesis para no equivocarnos



$((p \rightarrow q) \rightarrow (p \vee q))$

p

$\neg p$

$v(V \vee q) = V$

$v((V \rightarrow q) \rightarrow V) = V$

Consecuente verdadero

$((V \rightarrow q) \rightarrow (V \vee q))$

$\equiv (V)$

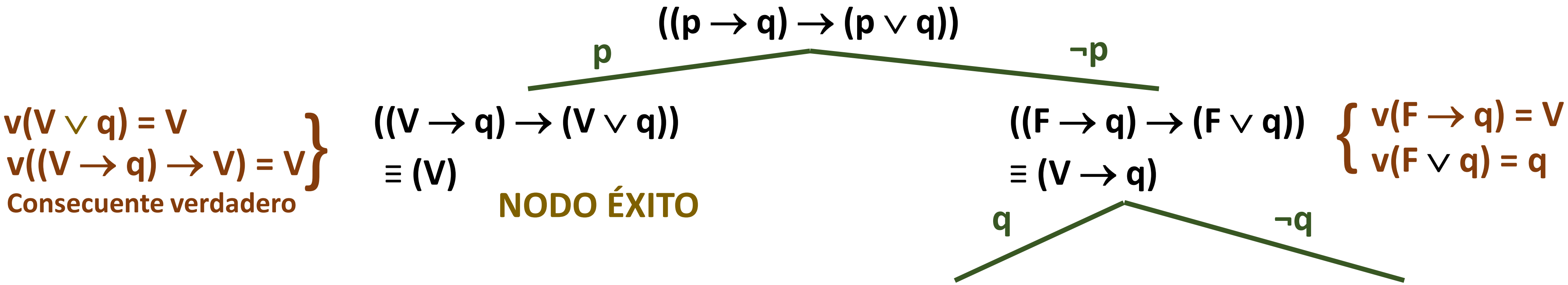
NODO ÉXITO

Facultad de Informática

Ejercicio 9: Construir Árboles Semánticos (III)

Vamos a construir el Árbol Semántico de dos oraciones y vamos a determinar el tipo semántico de las mismas.

- Las oraciones son: **$(p \rightarrow q \rightarrow p \vee q)$**, y **$(p \wedge r \vee (\neg p \wedge q) \rightarrow \neg q)$**
- Construimos el **Árbol Semántico de la primera oración**: Vamos a añadir paréntesis para no equivocarnos



$((p \rightarrow q) \rightarrow (p \vee q))$

p

$\neg p$

$v(V \vee q) = V$

$v((V \rightarrow q) \rightarrow V) = V$

Consecuente verdadero

$((V \rightarrow q) \rightarrow (V \vee q))$

$\equiv (V)$

NODO ÉXITO

$((F \rightarrow q) \rightarrow (F \vee q))$

$\equiv (V \rightarrow q)$

$v(F \rightarrow q) = V$

$v(F \vee q) = q$

q

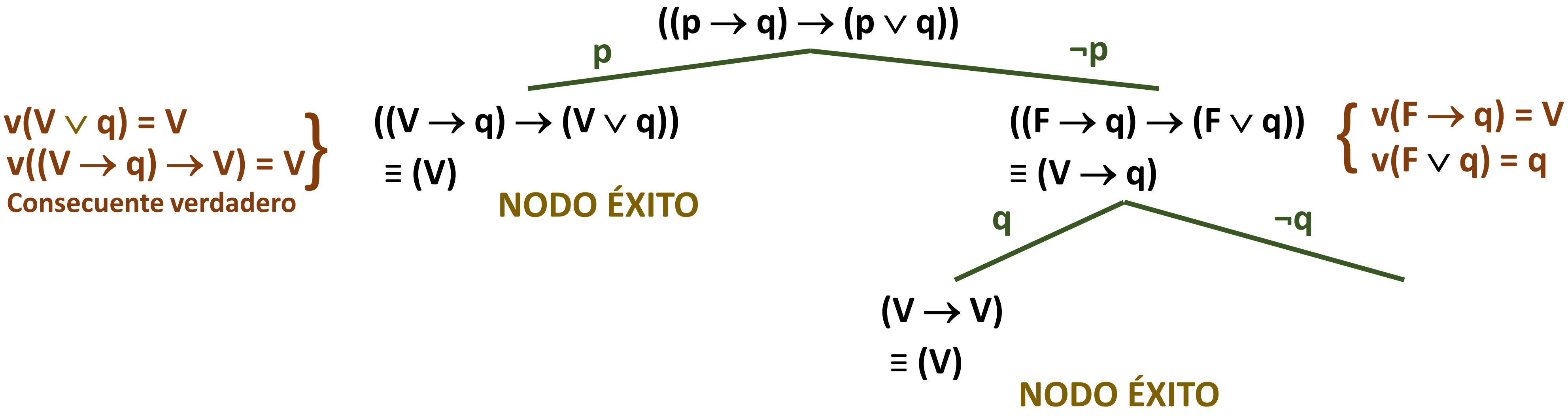
$\neg q$

Facultad de Informática

Ejercicio 9: Construir Árboles Semánticos (IV)

Vamos a construir el Árbol Semántico de dos oraciones y vamos a determinar el tipo semántico de las mismas.

- Las oraciones son: $(\mathbf{p \rightarrow q \rightarrow p \vee q})$, y $(\mathbf{p \wedge r \vee (\neg p \wedge q) \rightarrow \neg q})$
- Construimos el **Árbol Semántico de la primera oración**: Vamos a añadir paréntesis para no equivocarnos



$((p \rightarrow q) \rightarrow (p \vee q))$

p

$\neg p$

$v(V \vee q) = V$

$v((V \rightarrow q) \rightarrow V) = V$

Consecuente verdadero

$((V \rightarrow q) \rightarrow (V \vee q))$

$\equiv (V)$

NODO ÉXITO

$((F \rightarrow q) \rightarrow (F \vee q))$

$\equiv (V \rightarrow q)$

$v(F \rightarrow q) = V$

$v(F \vee q) = q$

q

$\neg q$

$(V \rightarrow V)$

$\equiv (V)$

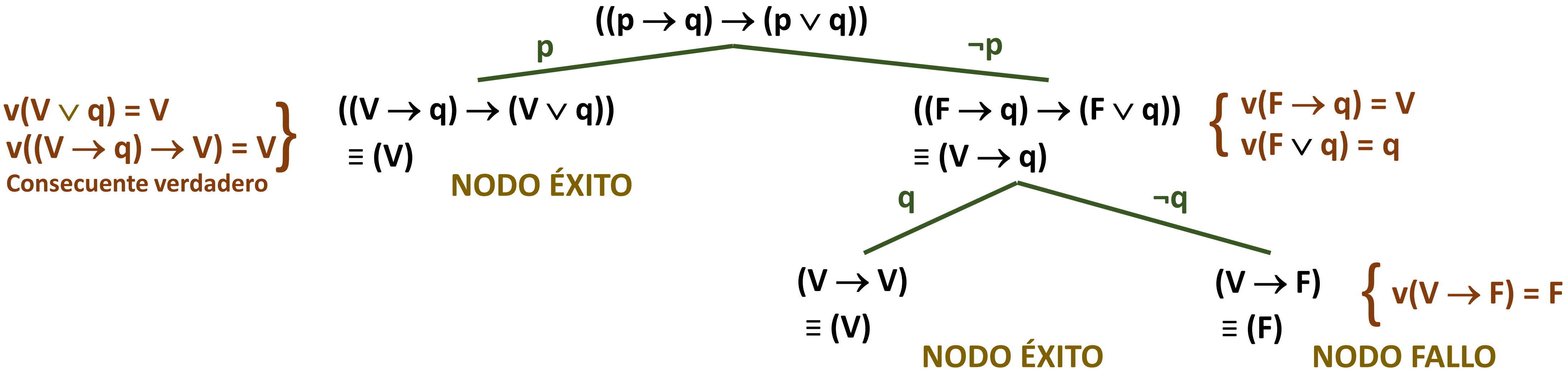
NODO ÉXITO

Facultad de Informática

Ejercicio 9: Construir Árboles Semánticos (V)

Vamos a construir el Árbol Semántico de dos oraciones y vamos a determinar el tipo semántico de las mismas.

- Las oraciones son: **$(p \rightarrow q \rightarrow p \vee q)$**, y **$(p \wedge r \vee (\neg p \wedge q) \rightarrow \neg q)$**
- Construimos el **Árbol Semántico de la primera oración**: Vamos a añadir paréntesis para no equivocarnos



$((p \rightarrow q) \rightarrow (p \vee q))$

p

$\neg p$

$\left.\begin{array}{l} v(V \vee q) = V \\ v((V \rightarrow q) \rightarrow V) = V \end{array}\right\}$

Consecuente verdadero

$((V \rightarrow q) \rightarrow (V \vee q))$

$\equiv (V)$

NODO ÉXITO

$((F \rightarrow q) \rightarrow (F \vee q))$

$\equiv (V \rightarrow q)$

$\left\{\begin{array}{l} v(F \rightarrow q) = V \\ v(F \vee q) = q \end{array}\right.$

q

$\neg q$

$(V \rightarrow V)$

$\equiv (V)$

NODO ÉXITO

$(V \rightarrow F)$

$\equiv (F)$

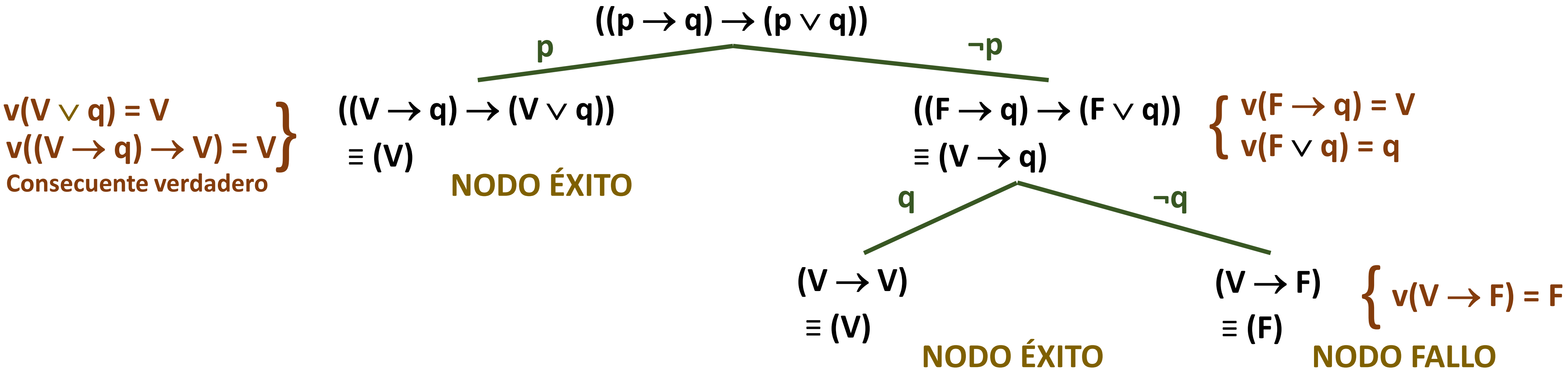
$\left\{ v(V \rightarrow F) = F \right.$

NODO FALLO

Ejercicio 9: Construir Árboles Semánticos (VI)

Vamos a construir el Árbol Semántico de dos oraciones y vamos a determinar el tipo semántico de las mismas.

- Las oraciones son: **$(p \rightarrow q \rightarrow p \vee q)$**, y **$(p \wedge r \vee (\neg p \wedge q) \rightarrow \neg q)$**
- Construimos el **Árbol Semántico de la primera oración**: Vamos a añadir paréntesis para no equivocarnos



$((p \rightarrow q) \rightarrow (p \vee q))$

p

$\neg p$

$v(V \vee q) = V$
$v((V \rightarrow q) \rightarrow V) = V$
Consecuente verdadero

$((V \rightarrow q) \rightarrow (V \vee q))$
$\equiv (V)$

NODO ÉXITO

$((F \rightarrow q) \rightarrow (F \vee q))$
$\equiv (V \rightarrow q)$

$v(F \rightarrow q) = V$
$v(F \vee q) = q$

q

$\neg q$

$(V \rightarrow V)$
$\equiv (V)$

NODO ÉXITO

$(V \rightarrow F)$
$\equiv (F)$

$v(V \rightarrow F) = F$

NODO FALLO

- Hemos construido el Árbol Semántico, que tiene tres nodos hoja. Dos de ellos son equivalentes lógicamente a la constante VERDADERO, por tanto, son nodos hoja ÉXITO, mientras que el otro nodo hoja es equivalente a la constante FALSO por lo que es un nodo FALLO.
- Podemos determinar el tipo de oración como una **CONTINGENCIA**.

Ejercicio 9: Construir Árboles Semánticos (VII)

Vamos a construir el Árbol Semántico de dos oraciones y vamos a determinar el tipo semántico de las mismas.

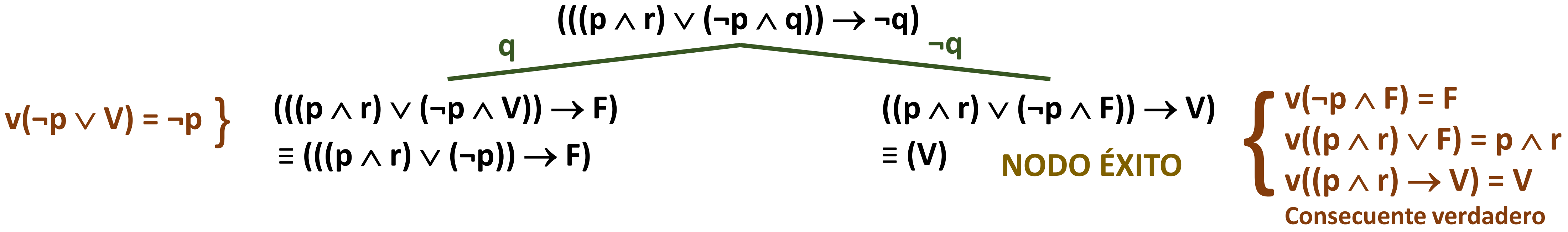
- Las oraciones son: **$(p \rightarrow q \rightarrow p \vee q)$**, y **$(p \wedge r \vee (\neg p \wedge q) \rightarrow \neg q)$**
- Construimos el **Árbol Semántico de la segunda oración**: Vamos a añadir paréntesis para no equivocarnos

$$(((p \wedge r) \vee (\neg p \wedge q)) \rightarrow \neg q)$$

Ejercicio 9: Construir Árboles Semánticos (VIII)

Vamos a construir el Árbol Semántico de dos oraciones y vamos a determinar el tipo semántico de las mismas.

- Las oraciones son: **$(p \to q \to p \lor q)$**, y **$(p \land r \lor (\neg p \land q) \to \neg q)$**
- Construimos el **Árbol Semántico de la segunda oración**: Vamos a añadir paréntesis para no equivocarnos



$(((p \land r) \lor (\neg p \land q)) \to \neg q)$

q

$\neg q$

$v(\neg p \lor V) = \neg p$ }

$(((p \land r) \lor (\neg p \land V)) \to F)$

$\equiv (((p \land r) \lor (\neg p)) \to F)$

$((p \land r) \lor (\neg p \land F)) \to V)$

$\equiv (V)$

NODO ÉXITO

$v(\neg p \land F) = F$

$v((p \land r) \lor F) = p \land r$

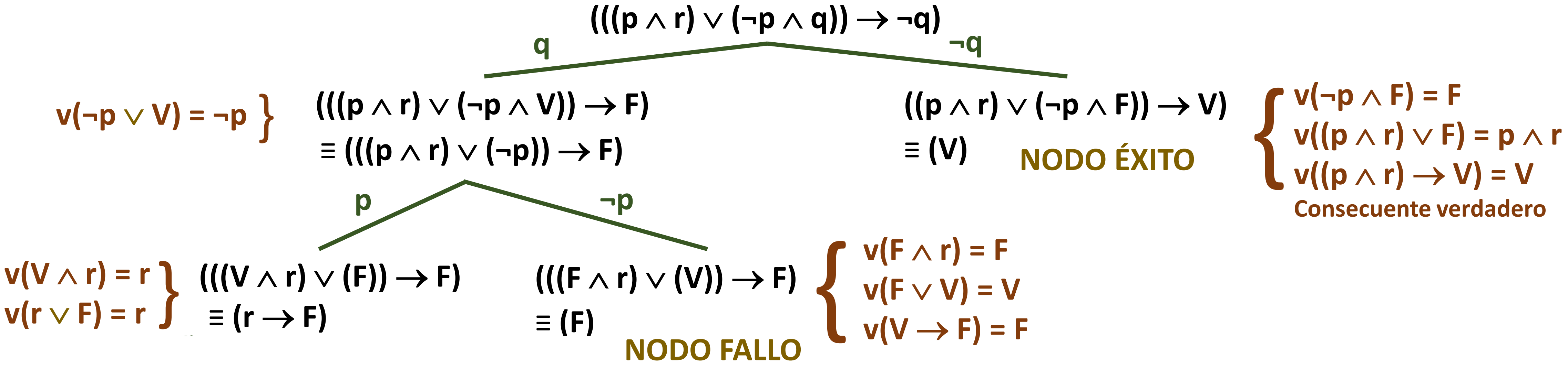
$v((p \land r) \to V) = V$

Consecuente verdadero

Ejercicio 9: Construir Árboles Semánticos (IX)

Vamos a construir el Árbol Semántico de dos oraciones y vamos a determinar el tipo semántico de las mismas.

- Las oraciones son: **(p → q → p ∨ q), y (p ∧ r ∨ (¬p ∧ q) → ¬q)**
- Construimos el **Árbol Semántico de la segunda oración**: Vamos a añadir paréntesis para no equivocarnos



(((p ∧ r) ∨ (¬p ∧ q)) → ¬q)

q

¬q

v(¬p ∨ V) = ¬p

(((p ∧ r) ∨ (¬p ∧ V)) → F)
≡ (((p ∧ r) ∨ (¬p)) → F)

((p ∧ r) ∨ (¬p ∧ F)) → V)
≡ (V)

NODO ÉXITO

v(¬p ∧ F) = F
v((p ∧ r) ∨ F) = p ∧ r
v((p ∧ r) → V) = V
Consecuente verdadero

p

¬p

v(V ∧ r) = r
v(r ∨ F) = r

(((V ∧ r) ∨ (F)) → F)
≡ (r → F)

(((F ∧ r) ∨ (V)) → F)
≡ (F)

NODO FALLO

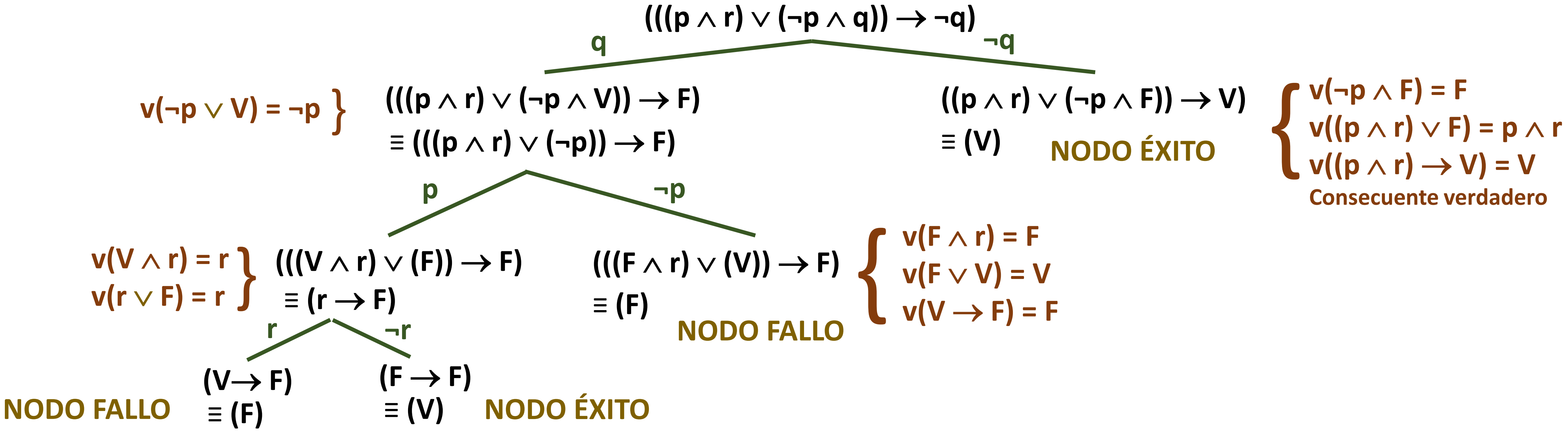
v(F ∧ r) = F
v(F ∨ V) = V
v(V → F) = F

Facultad de Informática

Ejercicio 9: Construir Árboles Semánticos (X)

Vamos a construir el Árbol Semántico de dos oraciones y vamos a determinar el tipo semántico de las mismas.

- Las oraciones son: **$(p \rightarrow q \rightarrow p \vee q)$**, y **$(p \wedge r \vee (\neg p \wedge q) \rightarrow \neg q)$**
- Construimos el **Árbol Semántico de la segunda oración**: Vamos a añadir paréntesis para no equivocarnos



$(((p \wedge r) \vee (\neg p \wedge q)) \rightarrow \neg q)$

$v(\neg p \vee V) = \neg p$ }

$(((p \wedge r) \vee (\neg p \wedge V)) \rightarrow F)$

$\equiv (((p \wedge r) \vee (\neg p)) \rightarrow F)$

$((p \wedge r) \vee (\neg p \wedge F)) \rightarrow V)$

$\equiv (V)$ NODO ÉXITO

$v(\neg p \wedge F) = F$

$v((p \wedge r) \vee F) = p \wedge r$

$v((p \wedge r) \rightarrow V) = V$

Consecuente verdadero

$v(V \wedge r) = r$

$v(r \vee F) = r$

$(((V \wedge r) \vee (F)) \rightarrow F)$

$\equiv (r \rightarrow F)$

$(((F \wedge r) \vee (V)) \rightarrow F)$

$\equiv (F)$ NODO FALLO

$v(F \wedge r) = F$

$v(F \vee V) = V$

$v(V \rightarrow F) = F$

NODO FALLO **$(V \rightarrow F)$**

$\equiv (F)$

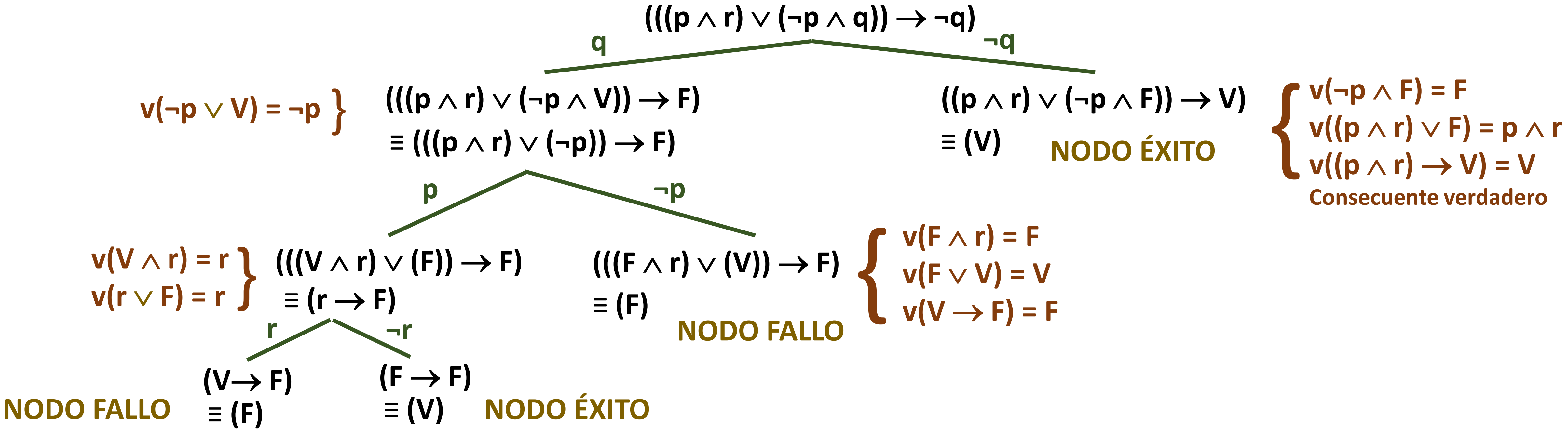
$(F \rightarrow F)$

$\equiv (V)$ NODO ÉXITO

Ejercicio 9: Construir Árboles Semánticos (y XI)

Vamos a construir el Árbol Semántico de dos oraciones y vamos a determinar el tipo semántico de las mismas.

- Las oraciones son: $\mathbf{(p \to q \to p \lor q)}$, y $\mathbf{(p \land r \lor (\neg p \land q) \to \neg q)}$
- Construimos el **Árbol Semántico de la segunda oración**: Vamos a añadir paréntesis para no equivocarnos



$(((p \land r) \lor (\neg p \land q)) \to \neg q)$

q

¬q

$v(\neg p \lor V) = \neg p$

$(((p \land r) \lor (\neg p \land V)) \to F)$

$\equiv (((p \land r) \lor (\neg p)) \to F)$

$((p \land r) \lor (\neg p \land F)) \to V)$

$\equiv (V)$

NODO ÉXITO

$v(\neg p \land F) = F$

$v((p \land r) \lor F) = p \land r$

$v((p \land r) \to V) = V$

Consecuente verdadero

p

¬p

$v(V \land r) = r$

$v(r \lor F) = r$

$(((V \land r) \lor (F)) \to F)$

$\equiv (r \to F)$

$(((F \land r) \lor (V)) \to F)$

$\equiv (F)$

NODO FALLO

$v(F \land r) = F$

$v(F \lor V) = V$

$v(V \to F) = F$

r

¬r

NODO FALLO

$(V \to F)$

$\equiv (F)$

$(F \to F)$

$\equiv (V)$

NODO ÉXITO

- Hemos construido el Árbol Semántico, que tiene cuatro nodos hoja. Dos de ellos son equivalentes lógicamente a la constante VERDADERO, por tanto, son nodos hoja ÉXITO, mientras que los otros dos nodos hoja son equivalentes a la constante FALSO por lo que son nodos hoja FALLO. Podemos determinar el tipo de oración como una **CONTINGENCIA**.

Los Tableaux Semánticos (I)

- Los **Tableaux Semánticos** es una técnica semántica que consiste en transformar o descomponer la fórmula original en conjuntos de fórmulas más sencillas, y éstas en otras, sucesivamente, hasta llegar a una descomposición tal que contenga únicamente proposiciones atómicas y sus negadas (lo que llamamos literales). Las transformaciones o descomposiciones se estructuran en forma de un árbol (o tableau) de nodos que van conteniendo los distintos conjuntos de fórmulas provenientes de la aplicación de las reglas de descomposición.
- Llamaremos nodo raíz al nodo en el que aparece la fórmula original, y nodos hoja a los nodos que solo contendrán literales. El resto de nodos serán nodos de transición o nodos no-resueltos.
- En L0, se utilizan dos reglas de descomposición o de transformación, que provienen de la observancia de dos consecuencias lógicas muy conocidas. Son las reglas de: las **α-fórmulas** y de las **β-fórmulas**.
- Si leemos el Tableaux Semántico desde los nodos hoja hasta el nodo raíz, podemos darnos cuenta de que lo que realmente estamos aplicando es la consecuencia lógica de la introducción de la conjunción: $\{\alpha 1, \alpha 2\} \vDash \alpha 1 \land \alpha 2$ para las transformaciones de las **α-fórmula;** y las consecuencias lógicas de la introducción de la disyunción: $\{\beta 1\} \vDash \beta 1 \lor \beta 2$ y $\{\beta 2\} \vDash \beta 1 \lor \beta 2$ para las transformaciones de las **β –fórmula.**

Los Tableaux Semánticos (II)

- Un fórmula cualquiera será, o bien de tipo **α-fórmula (comportamiento conjuntivo)**, o bien de tipo **β-fórmula (comportamiento disyuntivo)**, y siempre tendrá asociada dos componentes, a excepción de la doble negación, de acuerdo a la siguiente tabla:

α-fórmulas			β-fórmulas		
α	α1	α2	β	β1	β2
$\neg\neg\psi$	ψ				
$\Psi \land \varphi$	ψ	φ	$\neg(\psi \land \varphi)$	$\neg\psi$	$\neg\varphi$
$\neg(\psi \lor \varphi)$	$\neg\psi$	$\neg\varphi$	$\Psi \lor \varphi$	ψ	φ
$\neg(\psi \rightarrow \varphi)$	ψ	$\neg\varphi$	$\Psi \rightarrow \varphi$	$\neg\psi$	φ
$\Psi \leftrightarrow \varphi$	$\Psi \rightarrow \varphi$	$\varphi \rightarrow \psi$	$\neg(\psi \leftrightarrow \varphi)$	$\neg(\psi \rightarrow \varphi)$	$\neg(\varphi \rightarrow \psi)$

Los Tableaux Semánticos (III)

- Un fórmula cualquiera será, o bien de tipo **α-fórmula (comportamiento conjuntivo)**, o bien de tipo **β-fórmula (comportamiento disyuntivo)**, y siempre tendrá asociada dos componentes, a excepción de la doble negación, de acuerdo a la siguiente tabla:

α-fórmulas			**β-fórmulas**		
α	**α1**	**α2**	**β**	**β1**	**β2**
$\neg\neg\psi$	ψ				
$\Psi \wedge \varphi$	ψ	φ	$\neg(\psi \wedge \varphi)$	$\neg\psi$	$\neg\varphi$
$\neg(\psi \vee \varphi)$	$\neg\psi$	$\neg\varphi$	$\Psi \vee \varphi$	ψ	φ
$\neg(\psi \rightarrow \varphi)$	ψ	$\neg\varphi$	$\Psi \rightarrow \varphi$	$\neg\psi$	φ
$\Psi \leftrightarrow \varphi$	$\Psi \rightarrow \varphi$	$\varphi \rightarrow \psi$	$\neg(\psi \leftrightarrow \varphi)$	$\neg(\psi \rightarrow \varphi)$	$\neg(\varphi \rightarrow \psi)$

- Para toda **α-fórmula (comportamiento conjuntivo)**, se cumple que: $\alpha \equiv \alpha 1 \wedge \alpha 2$
- Para toda **β-fórmula (comportamiento disyuntivo)**, se cumple que: $\beta \equiv \beta 1 \vee \beta 2$
- Una **α-fórmula** se descompone en sus dos componentes que se integran en un único nodo del nivel descendente (o nodo hijo) del tableau.
- Una **β-fórmula** se descompone en sus dos componentes que se distribuyen en sendos nodos diferentes del nivel descendente (dos nodos hijos) del tableau.

Los Tableaux Semánticos (IV)

- Un **Tableau Semántico** se construye por niveles descendentes, mediante la aplicación de las transformaciones de tipo **α-fórmula**, o bien de tipo **β-fórmula**, resolviendo paso a paso todos los nodos no-resueltos, hasta llegar a los nodos hoja formados únicamente por literales, que ya no pueden descomponerse. Se dice entonces que **el Tableau Semántico está COMPLETADO**.
- Un nodo hoja está CERRADO si contiene, al menos, dos literales opuestos o contradictorios.
- Un nodo hoja está ABIERTO si no contiene literales opuestos, es decir, no está Cerrado
- **Un Tableau Completado es CERRADO si y sólo si todos los nodos hojas lo están (todos los nodos hoja tienen literales opuestos, es decir, contradicciones).**
- **Un Tableau Completado es ABIERTO si y sólo si no es Cerrado.**

Facultad de Informática

Los Tableaux Semánticos (V)

- Un **Tableau Semántico** se construye por niveles descendentes, mediante la aplicación de las transformaciones de tipo **α-fórmula**, o bien de tipo **β-fórmula**, resolviendo paso a paso todos los nodos no-resueltos, hasta llegar a los nodos hoja formados únicamente por literales, que ya no pueden descomponerse. Se dice entonces que **el Tableau Semántico está COMPLETADO**.
- Un nodo hoja está CERRADO si contiene, al menos, dos literales opuestos o contradictorios.
- Un nodo hoja está ABIERTO si no contiene literales opuestos, es decir, no está Cerrado
- **Un Tableau Completado es CERRADO si y sólo si todos los nodos hojas lo están (todos los nodos hoja tienen literales opuestos, es decir, contradicciones).**
- **Un Tableau Completado es ABIERTO si y sólo si no es Cerrado.**

- **Si ϕ es una expresión y ϓ su Tableau Completado, entonces**
  - **ϕ es SATISFACIBLE si y sólo si ϓ es ABIERTO**
  - **ϕ es una TAUTOLOGÍA si y sólo si el Tableau de ¬ϕ es CERRADO**
  - **ϕ es INATISFACIBLE si y sólo si todos los nodos hoja de ϓ son CERRADOS**

Los Tableaux Semánticos (VI)

- Veamos un ejemplo; comprobemos la Satisfacibilidad de la oración: **ϕ = ((¬p ∨ ¬q → p ∧ r) ∧ (r → ¬q))**

La expresión **ϕ** conforma el nodo raíz del Tableau

((¬p ∨ ¬q → p ∧ r) ∧ (r → ¬q))

Los Tableaux Semánticos (VII)

- Veamos un ejemplo; comprobemos la Satisfacibilidad de la oración: $\boldsymbol{\phi = ((\neg p \vee \neg q \rightarrow p \wedge r) \wedge (r \rightarrow \neg q))}$

La expresión ϕ conforma el nodo raíz del Tableau

La expresión ϕ es una conjunción que constituye una **α-fórmula.** Se construye un nodo nuevo desdoblando en serie las dos partes conjuntadas

$$((\neg p \vee \neg q \rightarrow p \wedge r) \wedge (r \rightarrow \neg q))$$

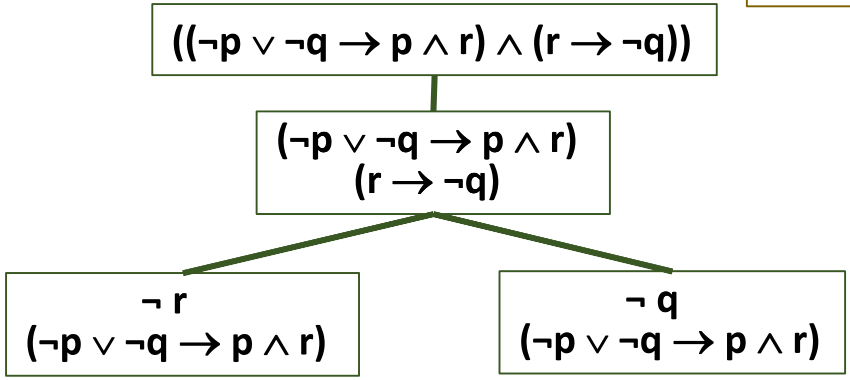
$$(\neg p \vee \neg q \rightarrow p \wedge r)$$
$$(r \rightarrow \neg q)$$

Los Tableaux Semánticos (VIII)

- Veamos un ejemplo; comprobemos la Satisfacibilidad de la oración: $\boldsymbol{\phi = ((\neg p \lor \neg q \rightarrow p \land r) \land (r \rightarrow \neg q))}$

La expresión ϕ es una conjunción que constituye una **α-fórmula.** Se construye un nodo nuevo desdoblando en serie las dos partes conjuntadas

La expresión ϕ conforma el nodo raíz del Tableau



$((\neg p \lor \neg q \rightarrow p \land r) \land (r \rightarrow \neg q))$

$(\neg p \lor \neg q \rightarrow p \land r)$
$(r \rightarrow \neg q)$

$\neg r$
$(\neg p \lor \neg q \rightarrow p \land r)$

$\neg q$
$(\neg p \lor \neg q \rightarrow p \land r)$

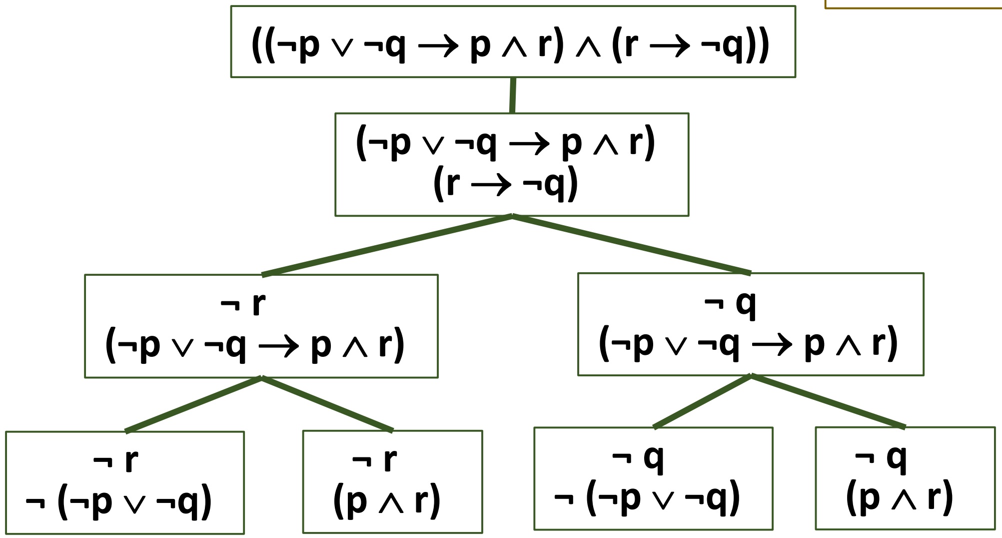
La expresión $(r \rightarrow \neg q)$ es una implicación que constituye una **β -fórmula** equivalente a $(\neg r \lor \neg q)$. Se abren dos ramas con nuevos nodos, colocando en cada uno de ellos una de las partes disyuntadas

Los Tableaux Semánticos (IX)

- Veamos un ejemplo; comprobemos la Satisfacibilidad de la oración: $\boldsymbol{\phi = ((\neg p \lor \neg q \rightarrow p \land r) \land (r \rightarrow \neg q))}$

La expresión $\boldsymbol{\phi}$ es una conjunción que constituye una **α-fórmula.** Se construye un nodo nuevo desdoblando en serie las dos partes conjuntadas

La expresión $\boldsymbol{(\neg p \lor \neg q \rightarrow p \land r)}$ es una implicación que constituye una **β -fórmula** equivalente a $\boldsymbol{(\neg (\neg p \lor \neg q) \lor (p \land r))}$**.** Se abren dos ramas con nuevos nodos, colocando en cada uno de ellos una de las partes disyuntadas



$((\neg p \lor \neg q \rightarrow p \land r) \land (r \rightarrow \neg q))$

$(\neg p \lor \neg q \rightarrow p \land r)$
$(r \rightarrow \neg q)$

$\neg\, r$
$(\neg p \lor \neg q \rightarrow p \land r)$

$\neg\, q$
$(\neg p \lor \neg q \rightarrow p \land r)$

$\neg\, r$
$\neg\, (\neg p \lor \neg q)$

$\neg\, r$
$(p \land r)$

$\neg\, q$
$\neg\, (\neg p \lor \neg q)$

$\neg\, q$
$(p \land r)$

La expresión $\boldsymbol{\phi}$ conforma el nodo raíz del Tableau

La expresión $\boldsymbol{(r \rightarrow \neg q)}$ es una implicación que constituye una **β -fórmula** equivalente a $\boldsymbol{(\neg\, r \lor \neg\, q)}$**.** Se abren dos ramas con nuevos nodos, colocando en cada uno de ellos una de las partes disyuntadas

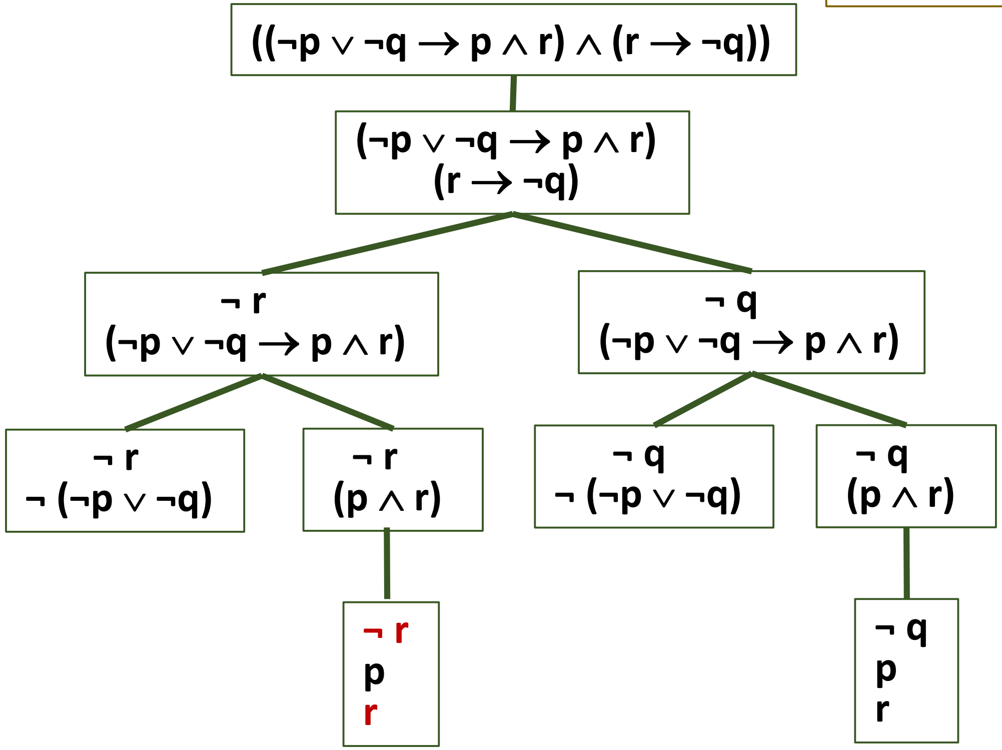
Los Tableaux Semánticos (X)

- Veamos un ejemplo; comprobemos la Satisfacibilidad de la oración: $\boldsymbol{\phi = ((\neg p \vee \neg q \rightarrow p \wedge r) \wedge (r \rightarrow \neg q))}$

La expresión **ϕ** conforma el nodo raíz del Tableau

La expresión **ϕ** es una conjunción que constituye una **α-fórmula.** Se construye un nodo nuevo desdoblando en serie las dos partes conjuntadas

La expresión **(¬p ∨ ¬q → p ∧ r)** es una implicación que constituye una **β -fórmula** equivalente a **(¬ (¬p ∨ ¬q) ∨ (p ∧ r)).** Se abren dos ramas con nuevos nodos, colocando en cada uno de ellos una de las partes disyuntadas



((¬p ∨ ¬q → p ∧ r) ∧ (r → ¬q))

(¬p ∨ ¬q → p ∧ r)
(r → ¬q)

¬ r
(¬p ∨ ¬q → p ∧ r)

¬ q
(¬p ∨ ¬q → p ∧ r)

¬ r
¬ (¬p ∨ ¬q)

¬ r
(p ∧ r)

¬ q
¬ (¬p ∨ ¬q)

¬ q
(p ∧ r)

¬ r
p
r

¬ q
p
r

La expresión **(r → ¬q)** es una implicación que constituye una **β -fórmula** equivalente a **(¬ r ∨ ¬ q).** Se abren dos ramas con nuevos nodos, colocando en cada uno de ellos una de las partes disyuntadas

La expresión **(p ∧ r)** es una conjunción que constituye una **α -fórmula** por lo que se construye un nuevo nodo desdoblando en serie las dos partes conjuntadas

Los Tableaux Semánticos (XI)

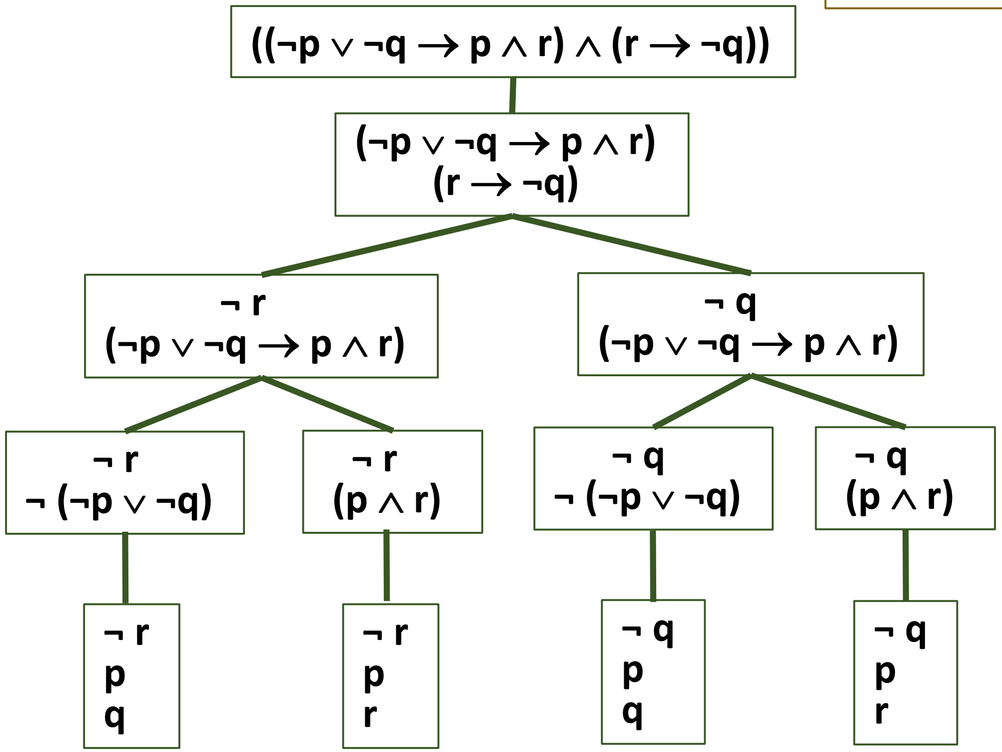
- Veamos un ejemplo; comprobemos la Satisfacibilidad de la oración: **ϕ = ((¬p ∨ ¬q → p ∧ r) ∧ (r → ¬q))**

La expresión **ϕ** es una conjunción que constituye una **α-fórmula.** Se construye un nodo nuevo desdoblando en serie las dos partes conjuntadas

La expresión **(¬p ∨ ¬q → p ∧ r)** es una implicación que constituye una **β -fórmula** equivalente a **(¬ (¬p ∨ ¬q) ∨ (p ∧ r)).** Se abren dos ramas con nuevos nodos, colocando en cada uno de ellos una de las partes disyuntadas

La expresión **¬ (¬p ∨ ¬q)** es la negación de una disyunción que constituye una **α -fórmula** equivalente a **(p ∧ q)** por lo que se construye un nuevo nodo desdoblando en serie las dos partes conjuntadas

La expresión **ϕ** conforma el nodo raíz del Tableau



((¬p ∨ ¬q → p ∧ r) ∧ (r → ¬q))

(¬p ∨ ¬q → p ∧ r)
(r → ¬q)

¬ r
(¬p ∨ ¬q → p ∧ r)

¬ q
(¬p ∨ ¬q → p ∧ r)

¬ r
¬ (¬p ∨ ¬q)

¬ r
(p ∧ r)

¬ q
¬ (¬p ∨ ¬q)

¬ q
(p ∧ r)

¬ r
p
q

¬ r
p
r

¬ q
p
q

¬ q
p
r

La expresión **(r → ¬q)** es una implicación que constituye una **β -fórmula** equivalente a **(¬ r ∨ ¬ q).** Se abren dos ramas con nuevos nodos, colocando en cada uno de ellos una de las partes disyuntadas

La expresión **(p ∧ r)** es una conjunción que constituye una **α -fórmula** por lo que se construye un nuevo nodo desdoblando en serie las dos partes conjuntadas

Los Tableaux Semánticos (y XII)

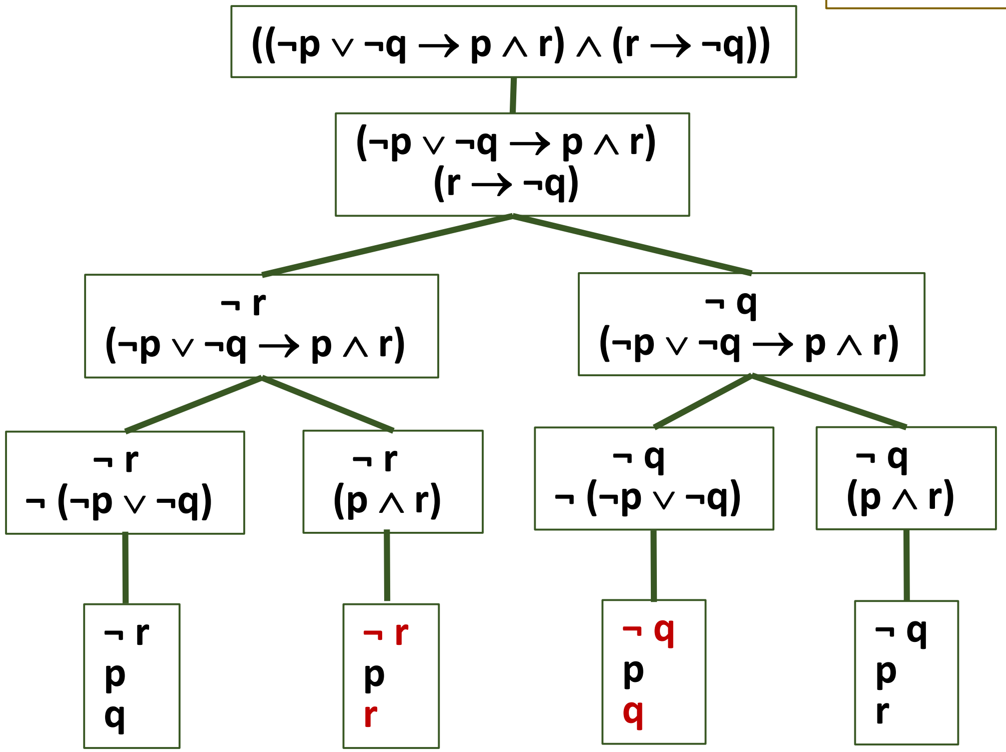
- Veamos un ejemplo; comprobemos la Satisfacibilidad de la oración: $\boldsymbol{\phi = ((\neg p \lor \neg q \to p \land r) \land (r \to \neg q))}$

La expresión ϕ conforma el nodo raíz del Tableau

La expresión ϕ es una conjunción que constituye una **α-fórmula.** Se construye un nodo nuevo desdoblando en serie las dos partes conjuntadas

La expresión **$(\neg p \lor \neg q \to p \land r)$** es una implicación que constituye una **β -fórmula** equivalente a **$(\neg (\neg p \lor \neg q) \lor (p \land r))$.** Se abren dos ramas con nuevos nodos, colocando en cada uno de ellos una de las partes disyuntadas

La expresión **$\neg (\neg p \lor \neg q)$** es la negación de una disyunción que constituye una **α -fórmula** equivalente a **$(p \land q)$** por lo que se construye un nuevo nodo desdoblando en serie las dos partes conjuntadas



$((\neg p \lor \neg q \to p \land r) \land (r \to \neg q))$

$(\neg p \lor \neg q \to p \land r)$
$(r \to \neg q)$

$\neg r$
$(\neg p \lor \neg q \to p \land r)$

$\neg q$
$(\neg p \lor \neg q \to p \land r)$

$\neg r$
$\neg (\neg p \lor \neg q)$

$\neg r$
$(p \land r)$

$\neg q$
$\neg (\neg p \lor \neg q)$

$\neg q$
$(p \land r)$

$\neg r$
p
q

$\neg r$
p
r

$\neg q$
p
q

$\neg q$
p
r

La expresión **$(r \to \neg q)$** es una implicación que constituye una **β -fórmula** equivalente a **$(\neg r \lor \neg q)$.** Se abren dos ramas con nuevos nodos, colocando en cada uno de ellos una de las partes disyuntadas

La expresión **$(p \land r)$** es una conjunción que constituye una **α -fórmula** por lo que se construye un nuevo nodo desdoblando en serie las dos partes conjuntadas

- **De los cuatro nodos hoja del Tableau Semántico Completado, quedan CERRADOS los dos centrales al contener cada uno de ellos un literal y su negado (en rojo). Los otros dos nodos hoja quedan abiertos. Por tanto, la oración es SATISFACIBLE. En este caso, los dos nodos hoja abiertos presentan las dos interpretaciones que hacen satisfacible la oración!!!!!!**

Ejercicio 10: Satisfacibilidad con Tableaux (I)

- Mediante Tableaux Semánticos, determina la Satisfacibilidad de los siguientes conjuntos de oraciones:
  - $\{(p \rightarrow q); (\neg q \lor r); (p \land \neg r)\}$
  - $\{(p \rightarrow q); (q \rightarrow p \land r); (p \rightarrow (p \rightarrow q) \rightarrow r)\}$
  - Para determinar si un conjunto de oraciones es Satisfacible, debemos comprobar si la oración formada por la conjunción de todas las oraciones del conjunto es, asimismo, una oración SATISFACIBLE. Para el primer conjunto la expresión de partida es: $\boldsymbol{\phi = (\neg p \rightarrow q) \land (\neg q \lor r) \land (p \land \neg r)}$

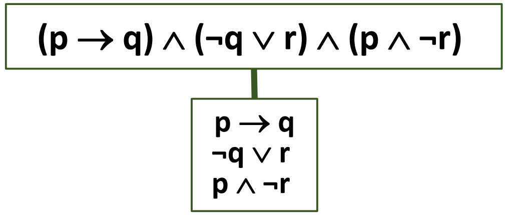
$(p \rightarrow q) \land (\neg q \lor r) \land (p \land \neg r)$

La expresión $\boldsymbol{\phi}$ conforma el nodo raíz del Tableau

Ejercicio 10: Satisfacibilidad con Tableaux (II)

- Mediante Tableaux Semánticos, determina la Satisfacibilidad de los siguientes conjuntos de oraciones:
  - ○ $\{(p \rightarrow q); (\neg q \vee r); (p \wedge \neg r)\}$
  - ○ $\{(p \rightarrow q); (q \rightarrow p \wedge r); (p \rightarrow (p \rightarrow q) \rightarrow r)\}$
  - ○ Para determinar si un conjunto de oraciones es Satisfacible, debemos comprobar si la oración formada por la conjunción de todas las oraciones del conjunto es, asimismo, una oración SATISFACIBLE. Para el primer conjunto la expresión de partida es: $\phi = (\neg p \rightarrow q) \wedge (\neg q \vee r) \wedge (p \wedge \neg r)$

La expresión **ϕ** es una conjunción que constituye una **α-fórmula.** Se construye un nodo nuevo desdoblando en serie las tres partes conjuntadas



$(p \rightarrow q) \wedge (\neg q \vee r) \wedge (p \wedge \neg r)$

$p \rightarrow q$
$\neg q \vee r$
$p \wedge \neg r$

La expresión **ϕ** conforma el nodo raíz del Tableau

Ejercicio 10: Satisfacibilidad con Tableaux (III)

- Mediante Tableaux Semánticos, determina la Satisfacibilidad de los siguientes conjuntos de oraciones:

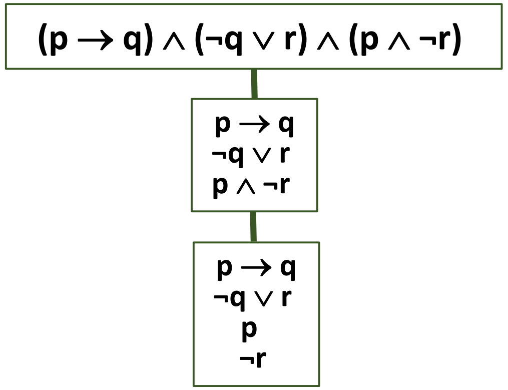
○ $\{(p \rightarrow q); (\neg q \lor r); (p \land \neg r)\}$

○ $\{(p \rightarrow q); (q \rightarrow p \land r); (p \rightarrow (p \rightarrow q) \rightarrow r)\}$

○ Para determinar si un conjunto de oraciones es Satisfacible, debemos comprobar si la oración formada por la conjunción de todas las oraciones del conjunto es, asimismo, una oración SATISFACIBLE. Para el primer conjunto la expresión de partida es: $\boldsymbol{\phi = (\neg p \rightarrow q) \land (\neg q \lor r) \land (p \land \neg r)}$

La expresión **ϕ** conforma el nodo raíz del Tableau

La expresión **ϕ** es una conjunción que constituye una **α-fórmula.** Se construye un nodo nuevo desdoblando en serie las tres partes conjuntadas



$(p \rightarrow q) \land (\neg q \lor r) \land (p \land \neg r)$

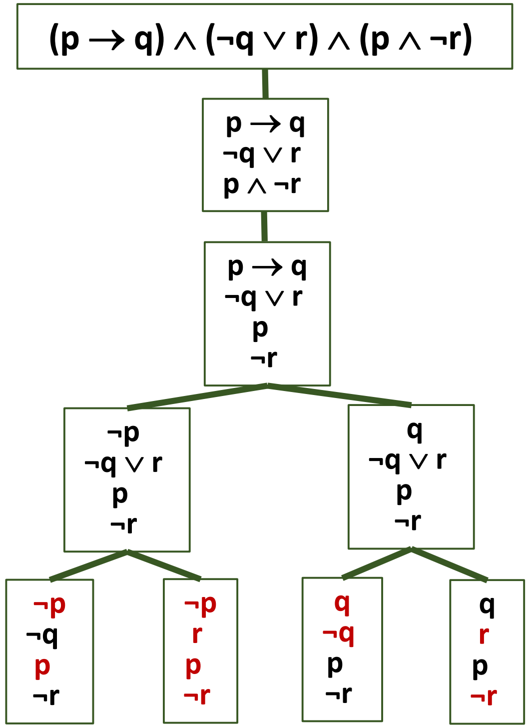
$p \rightarrow q$
$\neg q \lor r$
$p \land \neg r$

$p \rightarrow q$
$\neg q \lor r$
p
$\neg r$

La expresión **$(p \land \neg r)$** es una conjunción que constituye una **α -fórmula** por lo que se construye un nuevo nodo desdoblando en serie las dos partes conjuntadas

Ejercicio 10: Satisfacibilidad con Tableaux (IV)

- Mediante Tableaux Semánticos, determina la Satisfacibilidad de los siguientes conjuntos de oraciones:
  - $\{(p \rightarrow q); (\neg q \vee r); (p \wedge \neg r)\}$
  - $\{(p \rightarrow q); (q \rightarrow p \wedge r); (p \rightarrow (p \rightarrow q) \rightarrow r)\}$
  - Para determinar si un conjunto de oraciones es Satisfacible, debemos comprobar si la oración formada por la conjunción de todas las oraciones del conjunto es, asimismo, una oración SATISFACIBLE. Para el primer conjunto la expresión de partida es: $\boldsymbol{\phi = (\neg p \rightarrow q) \wedge (\neg q \vee r) \wedge (p \wedge \neg r)}$



$(p \rightarrow q) \wedge (\neg q \vee r) \wedge (p \wedge \neg r)$

$p \rightarrow q$
$\neg q \vee r$
$p \wedge \neg r$

$p \rightarrow q$
$\neg q \vee r$
p
$\neg r$

$\neg p$, $\neg q \vee r$, p, $\neg r$ | q, $\neg q \vee r$, p, $\neg r$

$\neg p$, $\neg q$, p, $\neg r$ | $\neg p$, r, p, $\neg r$ | q, $\neg q$, p, $\neg r$ | q, r, p, $\neg r$

La expresión **ϕ** conforma el nodo raíz del Tableau

La expresión **ϕ** es una conjunción que constituye una **α-fórmula.** Se construye un nodo nuevo desdoblando en serie las tres partes conjuntadas

La expresión **(p → q)** es una implicación que constituye una **β -fórmula** equivalente a **(¬p ∨ q).** Y la expression **(¬q ∨ r),** es asimismo, una **β –fórmula.** Se abren sendas ramas con nuevos nodos, colocando en cada uno de ellos una de las partes disyuntadas

La expresión **(p ∧ ¬r)** es una conjunción que constituye una **α -fórmula** por lo que se construye un nuevo nodo desdoblando en serie las dos partes conjuntadas

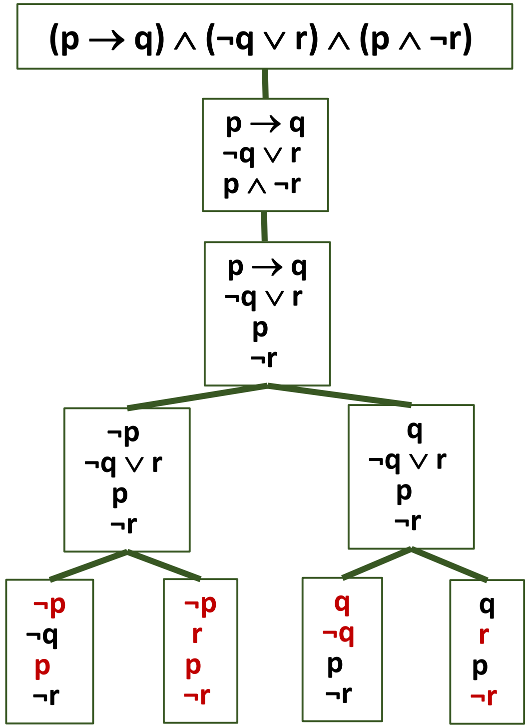
Facultad de Informática

Ejercicio 10: Satisfacibilidad con Tableaux (V)

- Mediante Tableaux Semánticos, determina la Satisfacibilidad de los siguientes conjuntos de oraciones:
  - $\{(p \rightarrow q); (\neg q \vee r); (p \wedge \neg r)\}$
  - $\{(p \rightarrow q); (q \rightarrow p \wedge r); (p \rightarrow (p \rightarrow q) \rightarrow r)\}$
  - Para determinar si un conjunto de oraciones es Satisfacible, debemos comprobar si la oración formada por la conjunción de todas las oraciones del conjunto es, asimismo, una oración SATISFACIBLE. Para el primer conjunto la expresión de partida es: $\boldsymbol{\phi = (\neg p \rightarrow q) \wedge (\neg q \vee r) \wedge (p \wedge \neg r)}$

La expresión **ϕ** es una conjunción que constituye una **α-fórmula.** Se construye un nodo nuevo desdoblando en serie las tres partes conjuntadas

La expresión **$(p \rightarrow q)$** es una implicación que constituye una **β -fórmula** equivalente a **$(\neg p \vee q)$.** Y la expression **$(\neg q \vee r)$,** es asimismo, una **β –fórmula.** Se abren sendas ramas con nuevos nodos, colocando en cada uno de ellos una de las partes disyuntadas



$(p \rightarrow q) \wedge (\neg q \vee r) \wedge (p \wedge \neg r)$

$p \rightarrow q$
$\neg q \vee r$
$p \wedge \neg r$

$p \rightarrow q$
$\neg q \vee r$
p
$\neg r$

$\neg p$, $\neg q \vee r$, p, $\neg r$ | q, $\neg q \vee r$, p, $\neg r$

$\neg p$, $\neg q$, p, $\neg r$ | $\neg p$, r, p, $\neg r$ | q, $\neg q$, p, $\neg r$ | q, r, p, $\neg r$

La expresión **ϕ** conforma el nodo raíz del Tableau

La expresión **$(p \wedge \neg r)$** es una conjunción que constituye una **α -fórmula** por lo que se construye un nuevo nodo desdoblando en serie las dos partes conjuntadas

Los cuatro nodos hoja del Tableau Semántico Completado quedan CERRADOS, al contener cada uno de ellos un literal y su negado (en rojo). Por tanto, la oración ϕ del nodo raíz es INSATISFACIBLE. Y si la conjunción de las oraciones del conjunto que nos daban es Insatisfacible, quiere decir que el conjunto dado no tiene ningún MODELO, por lo que es INSATISFACIBLE

Ejercicio 11: Satisfacibilidad con Tableaux (y VI)

- Mediante Tableaux Semánticos, determina la Satisfacibilidad de los siguientes conjuntos de oraciones:

○ **{(¬p → q); (¬q ∨ r); (p ∧ ¬r)}**

○ **{(p → q); (q → p ∧ r); (p → (p → q) → r)}**

○ Para determinar si un conjunto de oraciones es Satisfacible, debemos comprobar si la oración formada por la conjunción de todas las oraciones del conjunto es, asimismo, una oración SATISFACIBLE. Para el segundo conjunto la expresión de partida es: **ϕ = (p → q) ∧ (q → p ∧ r) ∧ (p → (p → q) → r)**

○ **Háganlo ustedes siguiendo el ejemplo anterior!!!! En este caso, dos nodos hoja van a quedar abiertos, con lo que el conjunto tendrá Modelos con las interpretaciones dadas en dichos nodos.**