Universidade Federal do Ceará, Departamento de Estatística e Matemática Aplicada Programação Inteira (CC0399), período 2020.1

Professor: Tibérius O. Bonates (tb@ufc.br).

Atividade 1 - Preprocessamento para instâncias do problema de Set Covering.

1 Descrição

Esta atividade consiste em escrever um programa em C++ que gera um arquivo contendo uma modelo de programação linear inteira para uma dada instância do problema de Set Covering.

O modelo resultante deve seguir rigosamente o formato aqui descrito, caso contrário nenhuma pontuação será concedida. Além disso, o programa deve realizar certas simplificações no problema antes de gerar o modelo, conforme visto em sala de aula e descrito brevemente neste documento.

1.1 Formato dos dados de entrada

Seu programa deve ler um arquivo chamado entrada.txt. Se o material submetido pela equipe como resposta exigir a mudança do código-fonte para que o nome do arquivo seja especificado, ou exigir a entrada do nome do arquivo via teclado, o material não será corrigido e receberá crédito zero.

O arquivo de entrada será do tipo texto. A primeira linha do arquivo conterá um inteiro, informando o número de objetos (chamarei esse inteiro de m no restante deste documento). A segunda linha conterá um inteiro, informando o número de subconjuntos de $\{1,\ldots,m\}$ (chamarei esse inteiro de n no restante deste documento). Cada uma das n linhas seguintes conterá um dos nsubconjuntos. Cada linha será composta de um ou mais números inteiros, separados uns dos outros por um espaço em branco. Os números inteiros presentes nessas linhas serão valores pertencentes ao conjunto $\{1,\ldots,m\}$. Abaixo, forneço um exemplo de arquivo de entrada.

O problema de Set Covering a ser modelado é aquele visto em sala de aula, e repetido a seguir para sua conveniência. Os n subconjuntos serão denotados a partir de agora por S_1, S_2, \ldots, S_n .

$$\sum_{j=1}^{n} x_j \tag{1}$$

$$\sum_{j=1}^{n} x_{j}$$

$$\sum_{j=1}^{n} x_{j} \ge 1, \quad i = 1, \dots, m$$

$$x_{i} \in \{0, 1\}, \quad i = 1, \dots, m$$
(2)

$$x_j \in \{0, 1\}, \quad j = 1, \dots, n.$$
 (3)

1.2 Formato dos dados de saída

A saída de seu programa deve ser um arquivo do tipo texto, chamado saida.txt. Variações do nome ou a necessidade de digitar o nome levarão a crédito zero na atividade.

O arquivo deve conter na primeira linha a palavra "Minimize". A segunda linha deve conter a cadeia "obj: ", seguida da soma das variáveis, indicando a função objetivo do problema. O nome de cada variável seguirá o formato "xj", com j indicando o índice da variável, que variará entre 1 e n. A próxima linha deve conter a cadeia "Subject To".

A partir deste ponto, o arquivo deve conter uma linha para restrição do modelo. Cada linha deve iniciar com um identificador do objeto correspondente, no formato "ci: ", com i indicando o índice do objeto. A seguir, a linha deve conter uma soma das variáveis envolvidas na restrição, sendo esta soma seguida da cadeia " >= 1".

A linha seguinte deve conter a cadeia "Bounds". Cada uma das n linhas seguintes deve informar os limites inferior e superior de uma das variáveis, preferencialmente na ordem de x1 a xn. O formato será um valor numérico (0 ou 1), seguido de "<=", do nome da variável, do símbolo "<=" novamente, e de outro valor numérico (0 ou 1).

A linha seguinte deve conter a cadeia "General". A linha seguinte deve conter simplesmente uma lista de todas as variáveis do problema, separadas por um espaço em branco. A última linha deve conter a cadeia "End".

A seguir, mostro um exemplo de arquivo neste formato, construído a partir dos dados de entrada da subseção anterior. Atente para o fato de que **este arquivo não é uma saída correta para esta atividade**, porque não leva em conta as simplificações que são descritas na próxima subseção. Ele é fornecido aqui apenas como um exemplo do formato de saída.

```
Minimize
obj: x1 + x2 + x3 + x4 + x5
Subject To
c1: x1 + x3 + x4 >= 1
c2: x1 + x2 + x4 >= 1
c3: x2 + x3 + x5 >= 1
c4: x3 >= 1
c5: x2 + x4 >= 1
Bounds
0 <= x1 <= 1
0 <= x2 <= 1
0 <= x3 <= 1
0 <= x4 <= 1
0 <= x5 <= 1
General
x1 x2 x3 x4 x5
End
```

1.3 Simplificações

Seu programa deve necesariamente realizar todas as simplificações descritas nesta seção.

Se um objeto pertencer a apenas um dos subconjuntos S_j , então a variável x_j deve necessariamente assumir valor 1 em qualquer solução do problema. Seu programa deve detectar todas estas situações e especificar na seção "Bounds" que o limite inferior de cada uma destas variáveis é 1. Em

nosso exemplo, a variável x_3 enquadra-se nessa situação.

Perceba que o fato de que $x_3 = 1$ implica na satisfação das restrições correspondentes aos objetos 1, 3, e 4, uma vez que x_3 participaria destas restrições. Seu programa deve detectar todas as restrições com esta característica e não deve escrevê-las no arquivo de saída, afinal a satisfação de tais restrições já está assegurada.

Por fim, levando em conta as restrições que sobrarem após tais simplificações, seu programa deve detectar todos os casos em que uma restrição é implicada por outra. Em nosso caso, a restrição correspondente ao objeto i é implicada pela restrição correspondente ao objeto k se as variáveis presentes na restrição correspondente ao objeto k estão todas presentes na restrição correspondente ao objeto i. Em nosso exemplo, temos o caso em que a restrição c2 é implicada pela restrição c4.

O arquivo a seguir mostra o que seria o resultado final **correto** da execução do programa sobre o arquivo de entrada utilizado aqui como exemplo.

```
Minimize
obj: x1 + x2 + x3 + x4 + x5
Subject To
c5: x2 + x4 >= 1
Bounds
0 <= x1 <= 1
0 <= x2 <= 1
1 <= x3 <= 1
0 <= x4 <= 1
0 <= x5 <= 1
General
x1 x2 x3 x4 x5
End
```

2 Entrega

- Pontuação da atividade: 1,5 (um ponto e meio) na primeira nota. Essa pontuação não é extra.
- Entregável: código-fonte comentado e funcional em C++ padrão.
- Data de entrega: 10 de março de 2020, 23:59:59, via SIGAA.
- Não será aceito envio via e-mail ou fora do prazo. O prazo é dimensionado para incluir 48h a mais do que uma estimativa realista para resolução da atividade. Para evitar surpresas, como interrupções de conectividade, você deve considerar submeter sua resolução com antecedência.

3 Mais detalles

- A atividade pode ser feita individualmente ou em dupla. A definição dos membros da equipe deve ser feita via SIGAA, com a opção "Cadastrar grupo". Não utilize o código-fonte, nem mensagem via SIGAA, para comunicar esta informação. Os comentários no formulário de envio do SIGAA não serão levados em conta.
- Se for necessário submeter múltiplos arquivos, compacte-os em um só arquivo antes do envio.