

Calidad de un Generador

Beltran Henry, Burbano Joel, Guaman Ronny

21/6/2021

8. Considera el generador congruencial definido por:

$$x_{n+1} = (65x_n + 1) \bmod 2048,$$
$$u_{n+1} = \frac{x_{n+1}}{2048}, \quad n = 0, 1, \dots$$

a) **Indicar razonadamente si es de ciclo máximo.**

verifiquemos que se cumplen las hipotesis del teorema de Knuth.

1. c y m son primos entre si?

Si pues el $\text{mcd}(1, 2048) = 1$

2. $a - 1$ es multiplo de todos los factores primos de m

Notemos que $m = 2^{11}$ por tanto el factor primo de 2048 es 2 con multiplicidad 11 y 64 es multiplo de 2 por lo tanto se verifica la condición.

3. Si m es multiplo de 4 entonces $a - 1$ tambien lo ha e ser

Notemos que $2048 \bmod(4) = 0$ y $64 \bmod(4) = 0$ por tanto se verifica la condición

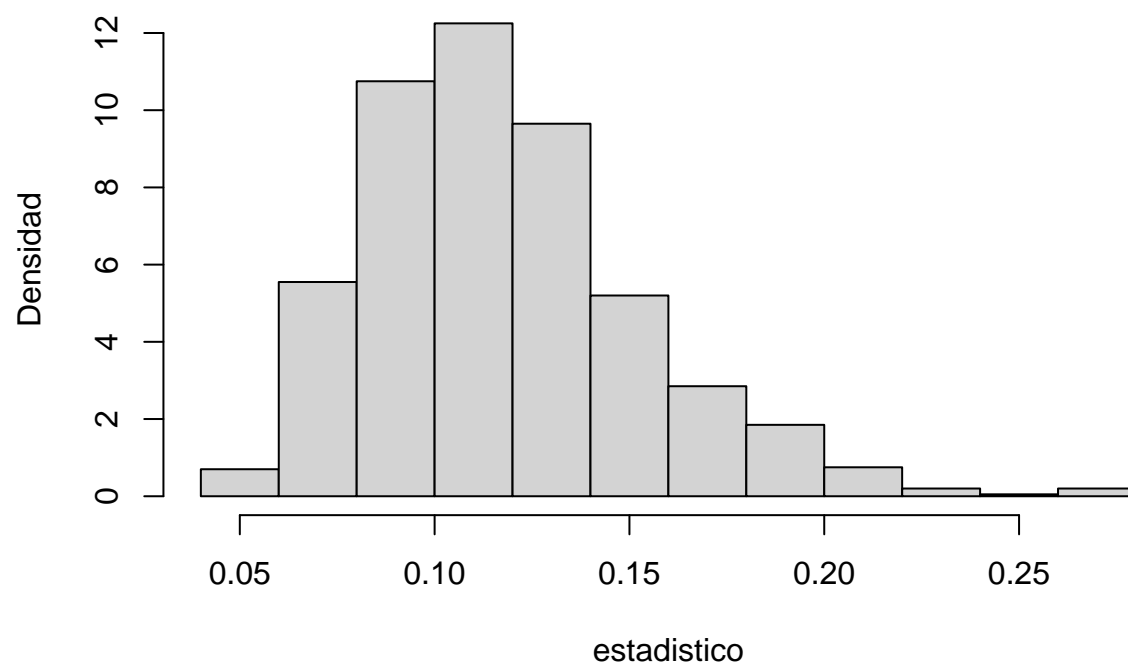
Por 1 ,2 ,3 concluimos que el ciclo es máximo.

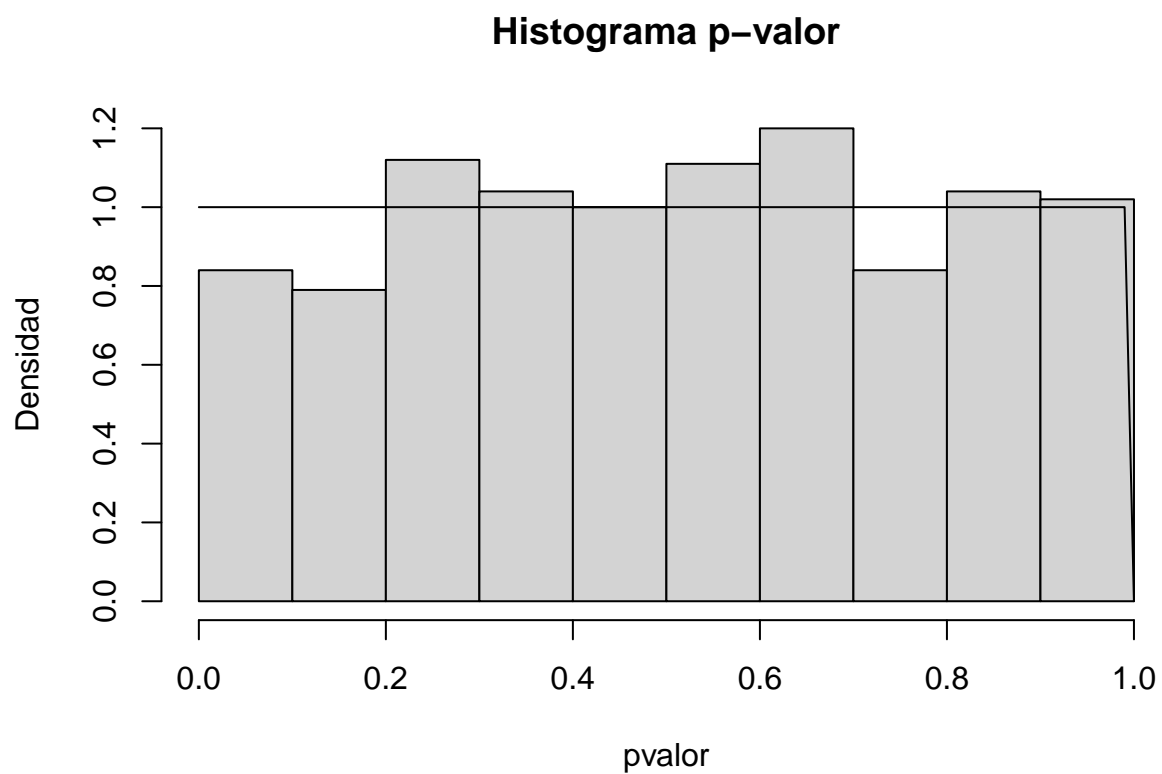
b) **Generar 1000 valores tomando como semilla inicial el n de grupo multiplicado por 100 y obtener el tiempo de CPU. Representar gráficamente el ajuste a la densidad teórica y realizar el correspondiente contraste de Kolmogorov-Smirnov.**

```
##      user   system elapsed
##    0.01    0.00    0.01
```

```
##
## Proporción de rechazos al 1% = 0.009
## Proporción de rechazos al 5% = 0.041
## Proporción de rechazos al 10% = 0.084
```

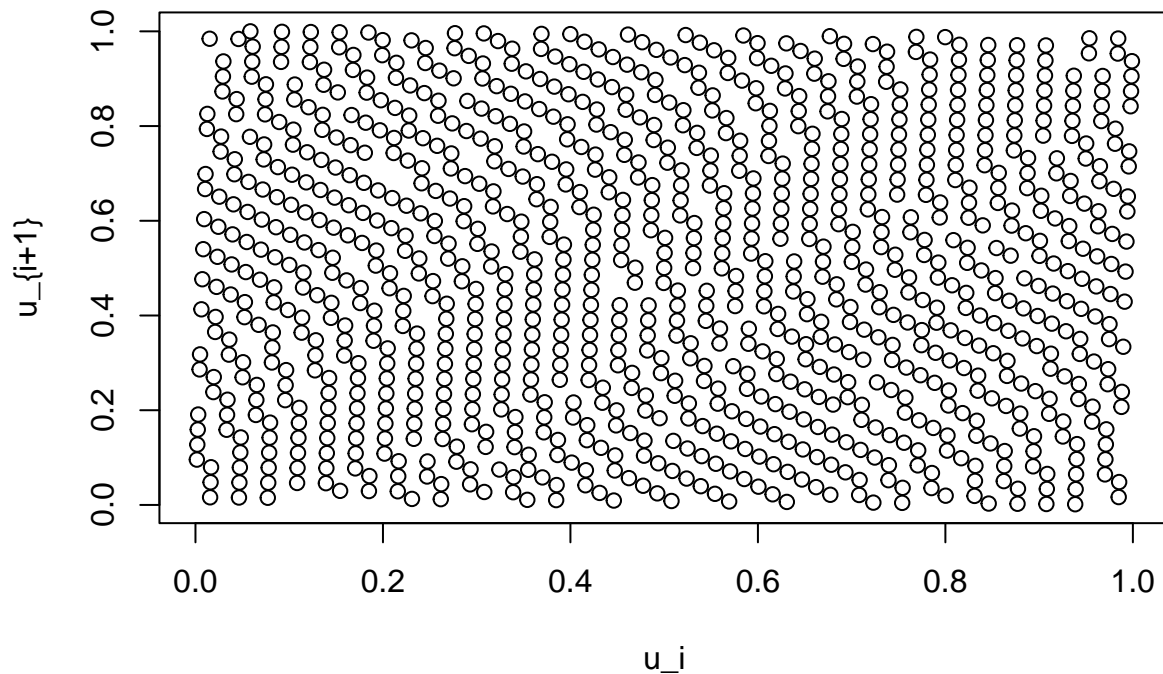
Histograma Estadístico





c) Representar los pares de datos (u_i, u_{i+1}) , ¿se observa algún problema?.

```
v <- ran[-1]
v <- c(v,1)
z <- cbind(ran,v)
plot(z,xlab = "u_i",ylab = "u_{i+1}")
```

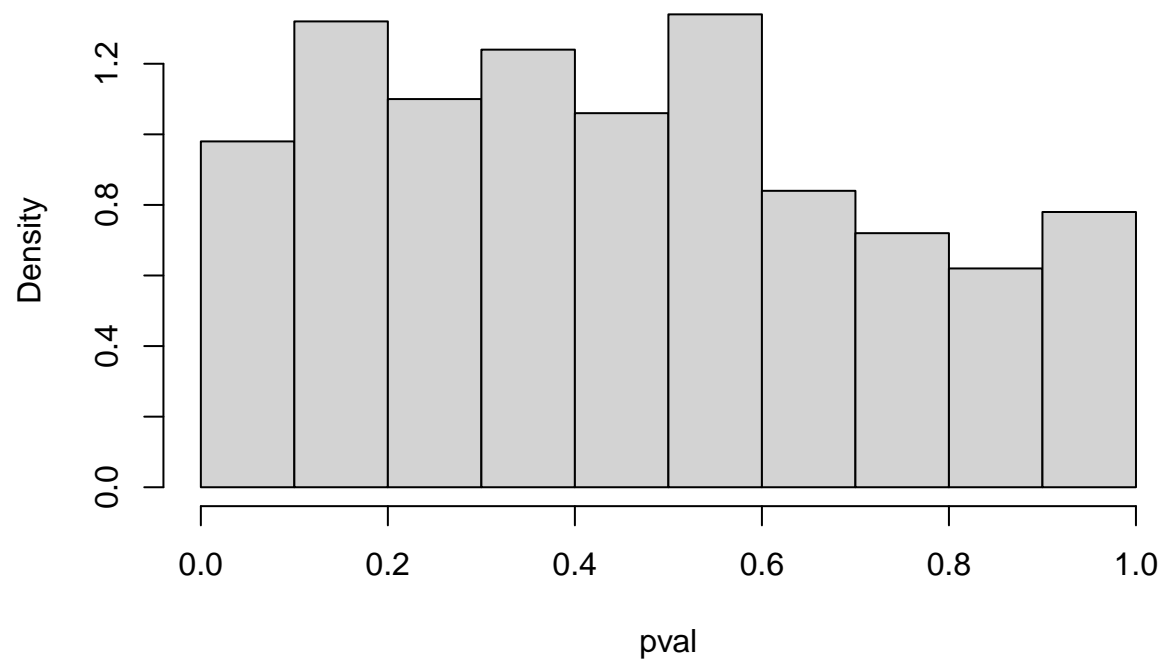


Se puede apreciar cierta dependencia de los valores u_i , u_{i+1}

- d) Estudiar la aleatoriedad de este generador empleando repetidamente el test de Ljung-Box, considerando 500 pruebas con muestras de tamaño 50 y hasta el salto 10 (`Box.test(u,lag=10, type=Ljung)`). Comparar el ajuste de las distribuciones del estadístico y p -valor a las de referencia.

```
initRANDC(400,a,c,m)
npruebas <- 500
Tmuestra <- 50
pval <- rep(0,npruebas)
estad <- rep(0,npruebas)
for( i in 1:npruebas){
  u <- RANDCN(Tmuestra)
  jbu <- Box.test(u,lag=10,type="Ljung")
  pval[i] <- jbu$p.value
  estad[i] <- jbu$statistic
}
hist(pval, freq=F,main = "Histograma de p-valor")
```

Histograma de p-valor



```
h <- hist(estad, breaks= "FD", freq=1,main = "Histograma estadístico")
```

Histograma estadístico

